

**Т. И. ТРОФИМОВА**

**СПРАВОЧНИК  
ПО ФИЗИКЕ**

**ДЛЯ СТУДЕНТОВ  
И АБИТУРИЕНТОВ**

МОСКВА  
АСТРЕЛЬ · АСТ  
2001

УДК53(03)  
ББК22.3я2  
Т76

**Трофимова Т. И.**

**Т76** Справочник по физике для студентов и абитуриентов /  
Т. И. Трофимова. — М.: ООО «Издательство Астрель»: ООО «Из-  
дательство АСТ», 2001. — 399, [1] с.: ил.

ISBN 5-17-004588-3 (ООО «Издательство АСТ»)

ISBN 5-271-01326-X (ООО «Издательство Астрель»)

Пособие охватывает все разделы курса физики для вузов: механика, молекулярная физика, термодинамика, электричество и магнетизм, колебания и волны, волновая и квантовая оптика, элементы квантовой физики атомов и молекул, элементы физики атомного ядра и элементарных частиц. В первой части «Основы физики» приводятся основные понятия, законы и формулы, примеры решения задач, а также задачи для самостоятельного решения. Вторая часть содержит «Толковый словарь физических понятий».

Справочник поможет студентам при подготовке к коллоквиумам, семинарам, зачетам и экзаменам. Он может быть полезен слушателям колледжей, подготовительных отделений и учащимся школ.

УДК 53(03)  
ББК 22.3я2

---

*Справочное издание*

**Трофимова Таисия Ивановна**  
**СПРАВОЧНИК ПО ФИЗИКЕ**  
**для студентов и абитуриентов**

*Редакция «Луч»*

Ответственный редактор *Е. С. Гридасова*  
Технический редактор *Л. Б. Чуева*

Подписано в печать с готовых диапозитивов 20.06.2001. Формат 70 × 100<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Усл. печ. л. 32,25. Тираж 10 000 экз. Заказ № 1137.

Общероссийский классификатор продукции ОК-005-93, том 2;  
953000 — книги, брошюры.

Гигиеническое заключение № 77.99.14.953.П.12.850.7.00 от 14.07.2000

ООО «Издательство Астрель». Лицензия ЛР № 066647 от 07.06.99.  
143900, Московская обл., г. Балашиха, пр-т Ленина, 81.

ООО «Издательство АСТ». Лицензия ИД № 02694 от 30.08.2000.  
674460, РФ, Читинская обл., Агинский р-н, п. Агинское, ул. Базара Ринчино, 84.

Наши электронные адреса: WWW.AST.RU E-mail: astpub@aha.ru

Качество печати соответствует диапозитивам, предоставленным издательством  
ФГУП Тверской ордена Трудового Красного Знамени полиграфкомбинат детской литературы  
им. 50-летия СССР Министерства Российской Федерации по делам печати,  
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций.  
170040, г. Тверь, проспект 50-летия Октября, 46.

ISBN 5-17-004588-3  
(ООО «Издательство АСТ»)  
ISBN 5-271-01326-X  
(ООО «Издательство Астрель»)



© ООО «Издательство Астрель», 2001

## Предисловие

Предлагаемое пособие охватывает все разделы курса физики: основы механики, молекулярная физика, термодинамика, электричество и магнетизм, колебания и волны, волновая и квантовая оптика, элементы квантовой физики атомов и молекул, элементы физики атомного ядра и элементарных частиц. Оно соответствует программе курса физики для инженерно-технических специальностей.

Пособие предназначено для изучения и повторения курса физики, весьма полезно при решении задач и подготовке к коллоквиумам, семинарам и экзаменам.

Пособие может быть использовано студентами и преподавателями вузов и техникумов. Может быть полезно учащимся лицеев и колледжей, а также абитуриентам, готовящимся к поступлению в технические вузы.

**О структуре пособия.** Пособие состоит из двух частей. В первой части «Основы физики» каждый параграф начинается с перечисления основных физических понятий и законов, знание которых важно для усвоения данной темы. Затем приводятся формулы, необходимые для решения задач. Дальше следуют примеры решения задач и задачи для самостоятельного решения. Во второй части — «Толковом словаре физических понятий» даются «расшифровка» основных понятий, терминов, формулировка и выяснение физического смысла законов, объяснение различных физических процессов и явлений. Статьи словаря представлены в алфавитном порядке.

**О работе с толковым словарем.** Каждая статья, в зависимости от рассматриваемого материала, достаточно подробно (это особенно касается вопросов современной физики) раскрывает его содержание.

Если название статьи содержит несколько слов, включая и прилагательные, на первое место выносится существительное. Например, название статей следует искать на слова «Силы ядерные», «Моменты электронов и атомов механические и магнитные орбитальные», а не на сочетания слов «Ядерные силы», «Орбитальные механические и магнитные моменты электронов и атомов».

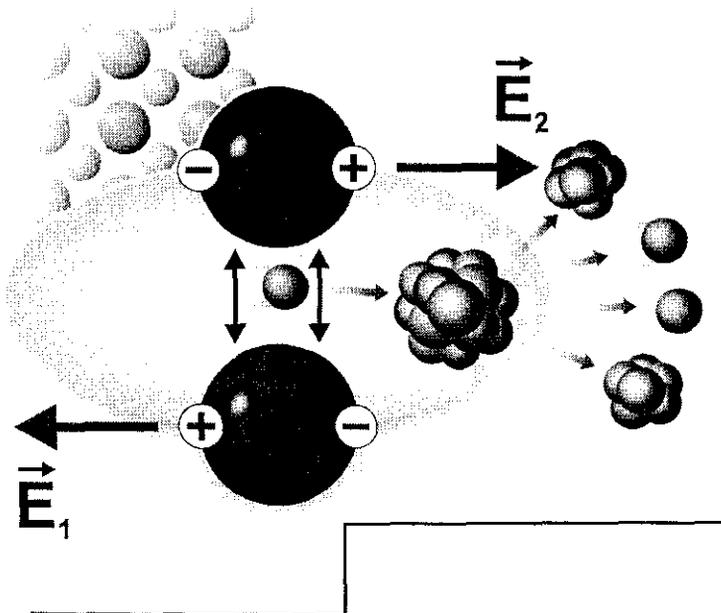
Для нахождения нужного термина следует проверить его наличие по всем ключевым словам.

**О задачах и их решении.** В пособии около 400 задач, примерно 60% из них решены без каких-либо пояснений, поскольку сначала следует изучить материал по данной теме, провести свой анализ задачи и только тогда для сравнения посмотреть готовое решение, которое не всегда бывает единственным.

Все задачи оформлены однотипно (запись условия, перевод данных в СИ, запись необходимых уравнений, их решение в общем виде, подстановка числовых значений в конечную формулу, запись ответа). Цифры в задачах и ответы даны с точностью до трех значащих цифр. Значащие цифры — нули, стоящие в конце чисел, для упрощения записи опускаются.

Единицы физических величин вынесены в приложение, где задаются определяющие их уравнения, приводятся обозначения и определения. В приложении имеются также и другие вспомогательные таблицы.

# ОСНОВЫ ФИЗИКИ



# 1

## Физические ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

### РАЗДЕЛЫ МЕХАНИКИ

- ◆ Классическая механика
- ◆ Релятивистская механика
- ◆ Квантовая механика

### РАЗДЕЛЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

- ◆ Кинематика
- ◆ Динамика
- ◆ Статика

## 1.1. ЭЛЕМЕНТЫ КИНЕМАТИКИ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Материальная точка
- ◆ Абсолютно твердое тело (твердое тело)
- ◆ Абсолютно упругое тело
- ◆ Абсолютно неупругое тело
- ◆ Поступательное движение
- ◆ Вращательное движение
- ◆ Колебательное движение
- ◆ Тело отсчета
- ◆ Система координат
- ◆ Система отсчета
- ◆ Траектория
- ◆ Длина пути
- ◆ Вектор перемещения
- ◆ Скорость
- ◆ Средняя скорость
- ◆ Мгновенная скорость
- ◆ Ускорение и его составляющие
- ◆ Среднее ускорение
- ◆ Мгновенное ускорение
- ◆ Тангенциальная составляющая ускорения
- ◆ Нормальная составляющая ускорения
- ◆ Кинематические уравнения различных видов движения
- ◆ Угловая скорость
- ◆ Угловое ускорение
- ◆ Период вращения
- ◆ Частота вращения

## Основные формулы

Средняя и мгновенная скорости материальной точки

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}, \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Модули средней и мгновенной скоростей

$$\langle v \rangle = |\langle \vec{v} \rangle| = \left| \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

$$v = |\vec{v}| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}, \quad v = \frac{ds}{dt}$$

[\$\Delta \vec{r}\$ — элементарное перемещение точки за промежуток времени \$\Delta t\$; \$\vec{r}\$ — радиус-вектор точки; \$\Delta s\$ — путь, пройденный точкой за промежуток времени \$\Delta t\$].

Среднее и мгновенное ускорения материальной точки

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Тангенциальная и нормальная составляющие ускорения

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}, \quad a_n = \frac{v^2}{r}$$

[\$r\$ — радиус кривизны траектории в данной точке].

Классификация движения в зависимости от тангенциальной и нормальной составляющих ускорения:

$a_\tau$	$a_n$	Движение
0	0	прямолинейное равномерное
$a_\tau = a = \text{const}$	0	прямолинейное равномерное
$a_\tau = f(t)$	0	прямолинейное с переменным ускорением
0	const	равномерное по окружности
0	$\neq 0$	криволинейное равномерное
const	$\neq 0$	криволинейное равномерное
$a_\tau = f(t)$	$\neq 0$	криволинейное с переменным ускорением

Полное ускорение при криволинейном движении

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n, \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Кинематическое уравнение равномерного движения материальной точки вдоль оси  $X$

$$x = x_0 + vt$$

[ $x_0$  — начальная координата,  $t$  — время].

Путь и скорость для равнопеременного движения

$$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}, \quad v = v_0 \pm at.$$

Длина пути, пройденного материальной точкой за промежуток времени от  $t_1$  до  $t_2$ ,

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt.$$

Свободное падение:

- путь, пройденный телом в свободном падении при  $\vec{v}_0 = 0$ ,

$$h = \frac{gt^2}{2}$$

[ $g$  — ускорение свободного падения];

- скорость тела в произвольный момент времени  $t$

$$\vec{v} = \vec{g}t$$

[начальная скорость падения  $\vec{v}_0 = 0$ ];

- модуль скорости тела при падении с высоты  $h$

$$v = \sqrt{2gh};$$

- время падения тела с высоты  $h$  при  $v_0 = 0$

$$t = \sqrt{2h/g}.$$

Движение тела, брошенного вертикально вверх (рис. 1):

- движение вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0$

$$\begin{cases} 0 = v_0 - gt, \\ 0 - v^2 = -2gt; \end{cases}$$

- время и высота подъема

$$t = \frac{v_0}{g}, \quad h = \frac{v_0^2}{2g};$$

- свободное падение от максимальной точки подъема

$$(v'_t)^2 - 0 = 2gh, \quad (v'_t)^2 = 2g \frac{v_0^2}{2g},$$

так как высота падения равна высоте подъема.

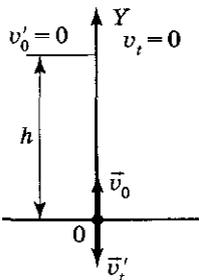


Рис. 1

Конечная скорость падения равна начальной скорости бросания:

$$v'_t = v_0,$$

$$v'_t = 0 + gt'.$$

Время падения равно времени подъема:

$$t' = \frac{v'_t}{g} = \frac{v_0}{g} = t.$$

Движение тела, брошенного горизонтально с начальной скоростью  $\vec{v}_0$  с высоты  $h$ , рассматривают как комбинацию двух движений (рис. 2):

- горизонтальное (равномерное) со скоростью  $\vec{v}_0$ ;
- вертикальное свободное падение (равноускоренное с ускорением  $g$ )

$$x = v_0 t, \quad y = \frac{gt^2}{2}.$$

Уравнение траектории тела — парабола:

$$y = \frac{g}{2v_0} x^2.$$

Горизонтальная дальность полета

$$s = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Мгновенная скорость и ее модуль в каждой точке траектории

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t, \quad v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}.$$

Движение тела, брошенного под углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0$  (рис. 3). Это движение рассматривают как комбинацию двух движений:

- горизонтальное (равномерное) движение со скоростью  $\vec{v}_x$ ;
- движение тела, брошенного вертикально вверх со скоростью  $\vec{v}_y$ .

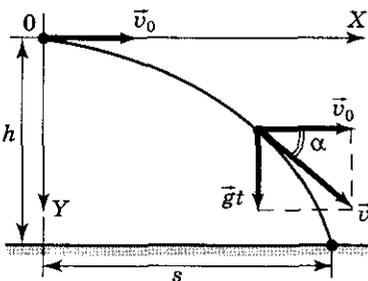


Рис. 2

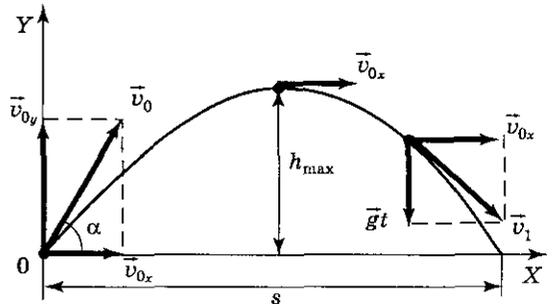


Рис. 3

Проекция скорости в любой момент времени при подъеме до верхней точки траектории

$$v_x = v_0 \cos \alpha, \quad v_y = v_0 \sin \alpha - gt.$$

Модули мгновенной скорости в каждой точке траектории при подъеме и спуске

$$v_{\Pi} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - gt)^2},$$

$$v_{\text{сп}} = \sqrt{v_{0x}^2 + (gt)^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + g^2 t^2}$$

$[v_{0x} = v_0 \cos \alpha$  и  $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$  — проекции начальной скорости на оси координат].

Время подъема тела

$$t_{\Pi} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

$[v_y = 0; 0 = v_0 \sin \alpha - gt_{\Pi}]$ .

Общее время движения

$$t_{\text{общ}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

[время падения равно времени подъема].

Дальность полета тела

$$s = \frac{v_0 \sin 2\alpha}{g}$$

$[s = v_{0x} t_{\text{общ}} = v_0 t_{\text{общ}} \cos \alpha]$ .

Максимальная высота подъема

$$h_{\text{max}} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$\left[ h = v_{0y} t_{\Pi} - \frac{gt_{\Pi}^2}{2} = v_0 t_{\Pi} \sin \alpha - \frac{gt_{\Pi}^2}{2} \right]$ .

Угловая скорость

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\Phi}}{dt}.$$

Угловая скорость равномерного вращательного движения

$$\omega = \frac{\Phi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n$$

$[\Phi$  — угол поворота произвольного радиуса от начального движения;  $t$  — промежуток времени, за который произошел данный поворот;  $T$  — период вращения;  $n$  — частота вращения].

Угловое ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

## Кинематическое уравнение равномерного вращения

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

[ $\varphi_0$  — начальное угловое перемещение;  $t$  — время].

Угол поворота и угловая скорость для равнопеременного вращательного движения

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$$

[ $\omega_0$  — начальная угловая скорость].

Связь между линейными (длина пути  $s$ , пройденного точкой по дуге окружности радиусом  $R$ , линейная скорость  $v$ , тангенциальная составляющая ускорения  $a_\tau$ , нормальная составляющая ускорения  $a_n$ ) и угловыми величинами:

$$s = R\varphi, \quad v = R\omega, \quad a_\tau = R\varepsilon, \quad a_n = \omega^2 R$$

[ $\varphi$  — угол поворота,  $\omega$  — угловая скорость,  $\varepsilon$  — угловое ускорение].

## Примеры решения задач

1. Тело брошено со скоростью  $v_0 = 20$  м/с под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту (рис. 4). Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить для момента времени  $t = 1,5$  с после начала движения: 1) нормальное ускорение; 2) тангенциальное ускорение.

Дано:

$$v_0 = 20 \text{ м/с}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$t = 1,5 \text{ с}$$

$$1) a_n - ?$$

$$2) a_\tau - ?$$

$$v_y = v_{0y} - gt_1,$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha.$$

При  $h_{\max}$

$$v_y = 0,$$

$$v_0 \sin \alpha = gt_1,$$

$$t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = 1,02 \text{ с}, \quad t = 1,5 \text{ с} > t_1 \text{ (спуск)},$$

$$t' = t - t_1 = 1,5 \text{ с} - 1,02 \text{ с} = 0,48 \text{ с},$$

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \quad v_y = gt',$$

$$\frac{v_y}{v_x} = \operatorname{arctg} \frac{gt'}{v_0 \cos \alpha}, \quad a = g, \quad a_\tau = g \sin \varphi, \quad a_n = g \cos \varphi,$$

$$a_n = g \cos \left( \operatorname{arctg} \frac{gt'}{v_0 \cos \alpha} \right), \quad a_\tau = g \sin \left( \operatorname{arctg} \frac{gt'}{v_0 \cos \alpha} \right).$$

Ответ: 1)  $a_n = 9,47$  м/с<sup>2</sup>; 2)  $a_\tau = 2,58$  м/с<sup>2</sup>.

Решение:

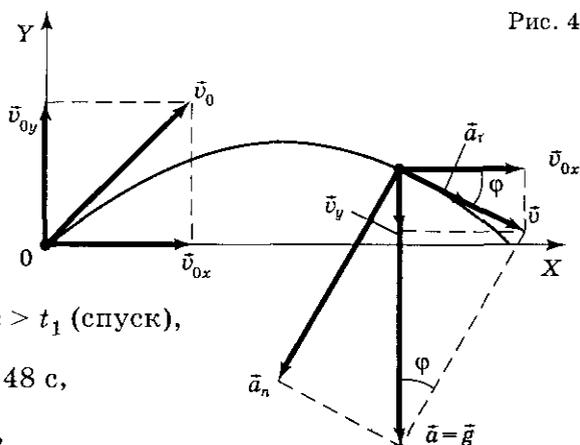


Рис. 4

2. Материальная точка движется вдоль прямой так, что ее ускорение линейно растет и за первые 10 с достигает значения 5 м/с<sup>2</sup>. Определить в конце десятой секунды: 1) скорость точки; 2) путь, пройденный точкой.

Дано:

Решение:

$$\begin{array}{l|l}
 a = kt \\
 t_1 = 10 \text{ с} \\
 a_1 = 5 \text{ м/с}^2 \\
 \hline
 1) v_1 - ? \\
 2) s_1 - ?
 \end{array}
 \quad
 \left|
 \begin{array}{l}
 a = kt, \quad k = \frac{a}{t} = \frac{a_1}{t_1}, \\
 v = \int_0^t a(t) dt = \int_0^t kt dt = \frac{kt^2}{2}, \quad v_1 = \frac{kt_1^2}{2} = \frac{a_1 t_1}{2}, \\
 s = \int_0^t v dt = \int_0^t \frac{kt^2}{2} dt = \frac{kt^3}{6}, \quad s_1 = \frac{kt_1^3}{6} = \frac{a_1 t_1^2}{6}.
 \end{array}
 \right.$$

Ответ: 1)  $v_1 = 25$  м/с; 2)  $s_1 = 83,3$  м.

3. Движение материальной точки в плоскости  $XU$  описывается законом  $x = At$ ,  $y = At(1 + Bt)$ , где  $A$  и  $B$  — положительные постоянные. Определить: 1) уравнение траектории материальной точки  $y(x)$ ; 2) радиус-вектор  $\vec{r}$  точки в зависимости от времени; 3) скорость  $v$  точки в зависимости от времени; 4) ускорение  $a$  точки в зависимости от времени.

Дано:

Решение:

$$\begin{array}{l|l}
 x = At \\
 y = At(1 + Bt) \\
 \hline
 1) y(x) - ? \\
 2) \vec{r}(t) - ? \\
 3) v(t) - ? \\
 4) a(t) - ?
 \end{array}
 \quad
 \left|
 \begin{array}{l}
 x = At, \quad t = \frac{x}{A}, \\
 y = At(1 + Bt) = A \frac{x}{A} \left(1 + B \frac{x}{A}\right) = x + \frac{B}{A} x^2, \\
 y = x + \frac{Bx^2}{A}, \\
 \vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} = At \vec{i} + At(1 + Bt) \vec{j},
 \end{array}
 \right.$$

$$\dot{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = A \vec{i} + (A + 2ABt) \vec{j},$$

$$v = \sqrt{A^2 + (A + 2ABt)^2} = A \sqrt{1 + (1 + 2Bt)^2},$$

$$\vec{a} = \frac{d\dot{v}}{dt} = 2AB \vec{j}, \quad a = 2AB = \text{const.}$$

Ответ: 1)  $y = x + \frac{Bx^2}{A}$ ; 2)  $\vec{r} = At \vec{i} + At(1 + Bt) \vec{j}$ ;

3)  $v = A \sqrt{1 + (1 + 2Bt)^2}$ ; 4)  $a = 2AB = \text{const.}$

4. Якорь электродвигателя, имеющий частоту вращения  $n = 50 \text{ с}^{-1}$ , после выключения тока, сделав  $N = 500$  оборотов, остановился. Определить угловое ускорение  $\varepsilon$  якоря.

Дано:

Решение:

$$\begin{array}{l|l} n = 50 \text{ с}^{-1} \\ N = 500 \\ \hline \varepsilon = ? \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad \varphi = 2\pi N, \\ \omega_0 = 2\pi n, \quad 2\pi N = 2\pi n t - \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad \omega = \omega_0 - \varepsilon t, \quad 0 = 2\pi n - \varepsilon t, \\ t = \frac{2\pi n}{\varepsilon}, \quad 2\pi N = 2\pi n \frac{2\pi n}{\varepsilon} - \frac{\varepsilon \cdot 4\pi^2 n^2}{2\varepsilon^2} = \frac{2\pi^2 n^2}{\varepsilon}, \quad \varepsilon = \frac{\pi n^2}{N}. \end{array} \right.$$

Ответ:  $\varepsilon = 15,7 \text{ рад/с}$ .

### Задачи для самостоятельного решения

5. С башни высотой  $h = 30 \text{ м}$  в горизонтальном направлении брошено тело с начальной скоростью  $v_0 = 10 \text{ м/с}$ . Определите: 1) уравнение траектории тела  $y(x)$ ; 2) скорость  $v$  тела в момент падения на Землю; 3) угол  $\varphi$ , который образует эта скорость с горизонтом в точке его падения.

6. Зависимость пройденного телом пути от времени задается уравнением  $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$  ( $C = 0,1 \text{ м/с}^2$ ,  $D = 0,03 \text{ м/с}^3$ ). Определите: 1) через какой промежуток времени после начала движения ускорение  $a$  тела будет равно  $2 \text{ м/с}^2$ ; 2) среднее ускорение  $\langle a \rangle$  тела за этот промежуток времени.

7. Зависимость пройденного телом пути  $s$  от времени  $t$  определяется уравнением  $s = At - Bt^2 + Ct^3$  ( $A = 2 \text{ м/с}$ ,  $B = 3 \text{ м/с}^2$ ,  $C = 4 \text{ м/с}^3$ ). Запишите выражения для скорости и ускорения. Определите для момента времени  $t = 2 \text{ с}$  после начала движения: 1) пройденный путь; 2) скорость; 3) ускорение.

8. Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону  $\vec{r} = t^3 \vec{i} + 3t^2 \vec{j}$ , где  $\vec{i}, \vec{j}$  — орты осей  $X$  и  $Y$ . Определите для момента  $t = 1 \text{ с}$ : 1) модуль скорости; 2) модуль ускорения.

9. Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону  $\vec{r} = 4t^2 \vec{i} + 3t \vec{j} + 2t \vec{k}$ . Определите: 1) скорость  $\vec{v}$ ; 2) ускорение  $\vec{a}$ . Вычислите модуль скорости в момент времени  $t = 2 \text{ с}$ .

10. Колесо радиусом  $R = 80 \text{ см}$  вращается с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon = 2 \text{ рад/с}^2$ . Определите полное ускорение колеса через  $t = 1 \text{ с}$  после начала движения.

11. Колесо автомобиля вращается равнозамедленно. За время  $t = 2$  мин оно изменило частоту вращения от  $n_1 = 240$  мин<sup>-1</sup> до  $n_2 = 60$  мин<sup>-1</sup>. Определите: 1) угловое ускорение колеса; 2) число полных оборотов, сделанных колесом за это время.

12. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением  $\varphi = At^2$  ( $A = 0,5$  рад/с<sup>2</sup>). Определите к концу второй секунды после начала движения: 1) угловую скорость диска; 2) угловое ускорение диска; 3) для точки, находящейся на расстоянии 80 см от оси вращения, тангенциальное  $a_t$ , нормальное  $a_n$  и полное  $a$  ускорения.

13. Диск радиусом  $R = 10$  см вращается так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением  $\varphi = A + Bt^3$  ( $A = 2$  рад,  $B = 4$  рад/с<sup>2</sup>). Определите для точек на ободе колеса: 1) нормальное ускорение в момент времени  $t = 2$  с; 2) тангенциальное ускорение для этого же момента; 3) угол поворота  $\varphi$ , при котором полное ускорение составляет с радиусом колеса угол  $\alpha = 45^\circ$ .

ОТВЕТЫ: 5. 1)  $y = \frac{g}{2v_0^2} x^2$ ; 2) 26,2 м/с; 3) 67,8°. 6. 1) 10 с;  
 2) 1,1 м/с<sup>2</sup>. 7. 1) 24 м; 2) 38 м/с; 3) 42 м/с<sup>2</sup>. 8. 1) 6,7 м/с;  
 2) 8,48 м/с<sup>2</sup>. 9. 16,3 м/с. 10.  $a = \varepsilon R \sqrt{1 + \varepsilon^2 t^4} = 3,58$  м/с<sup>2</sup>.  
 11. 1)  $\varepsilon = \frac{2\pi(n_1 - n_2)}{t} = 0,157$  рад/с<sup>2</sup>; 2)  $N = n_1 t - \frac{(n_1 - n_2)t}{2} = 300$ .  
 12. 1) 2 рад/с; 2) 1 рад/с<sup>2</sup>; 3) 0,8 м/с<sup>2</sup>; 3,2 м/с<sup>2</sup>; 3,3 м/с<sup>2</sup>.  
 13. 1) 230 м/с<sup>2</sup>; 2) 4,8 м/с<sup>2</sup>; 3) 2,67 рад.

## 1.2. ЭЛЕМЕНТЫ ДИНАМИКИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ И ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Первый закон Ньютона
- ◆ Масса
- ◆ Сила
- ◆ Инертность тел
- ◆ Инерциальная система отсчета
- ◆ Импульс
- ◆ Второй закон Ньютона
- ◆ Принцип независимости действия сил

- ◆ Третий закон Ньютона
- ◆ Однородность пространства
- ◆ Силы трения
- ◆ Центр масс системы материальных точек
- ◆ Механическая система
- ◆ Закон движения центра масс
- ◆ Внутренние силы
- ◆ Уравнение движения тела переменной массы
- ◆ Внешние силы
- ◆ Формула Циолковского
- ◆ Замкнутая система
- ◆ Закон сохранения импульса

### Основные формулы

**Импульс** (количество движения) материальной точки

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

[ $m$  — масса материальной точки;  $v$  — ее скорость].

**Второй закон Ньютона** (основное уравнение динамики материальной точки)

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad \vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

Это же уравнение в проекциях на касательную и нормаль к траектории точки

$$F_{\tau} = ma_{\tau} = m \frac{dv}{dt}, \quad F_n = ma_n = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R.$$

**Третий закон Ньютона**

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

[ $\vec{F}_{12}$  — сила, действующая на первую материальную точку со стороны второй;  $\vec{F}_{21}$  — сила, действующая на вторую материальную точку со стороны первой].

**Сила трения качения**

$$F_{\text{тр}} = \frac{f_k N}{r}$$

[ $f_k$  — коэффициент трения качения;  $r$  — радиус катящегося тела;  $N$  — сила нормального давления].

**Сила трения покоя максимальная**

$$(F_{\text{тр}0})_{\text{max}} = f_0 N$$

[ $f_0$  — коэффициент трения покоя].

**Сила трения скольжения**

$$F_{\text{тр}} = fN$$

[ $f$  — коэффициент трения скольжения].

**Закон сохранения импульса для замкнутой системы**

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const}$$

[ $n$  — число материальных точек (или тел), входящих в систему;  $m_i$  — масса  $i$ -й материальной точки (тела);  $v_i$  — скорость  $i$ -й точки (тела)].

**Радиус-вектор центра масс системы материальных точек**

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{m}$$

[ $m_i$  и  $\vec{r}_i$  — соответственно масса и радиус-вектор  $i$ -й материальной точки;  $n$  — число материальных точек в системе;  $m = \sum_{i=1}^n m_i$  — масса системы].

**Координаты центра масс системы материальных точек:**

$$x_C = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, \quad y_C = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}, \quad z_C = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$$

[ $m_i$  — масса  $i$ -й материальной точки;  $x_i, y_i, z_i$  — координаты точки].

**Закон движения центра масс**

$$m \frac{d\vec{v}_C}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i.$$

**Уравнение движения тела переменной массы на примере движения ракеты (уравнение Мещерского)**

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} - \vec{u} \frac{dm}{dt} \quad \text{или} \quad m \vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_p$$

[ $m$  и  $\vec{v}$  — соответственно масса и скорость ракеты в момент времени  $t$ ;  $\vec{F}_p = -\vec{u} \frac{dm}{dt}$  — реактивная сила. Если  $\vec{u}$  (скорость истечения газов) относительно ракеты противоположна  $\vec{v}$  по направлению, то ракета ускоряется, а если совпадает с  $\vec{v}$ , то ракета тормозится].

**Формула Циолковского для определения скорости ракеты**

$$v = u \ln \frac{m_0}{m}$$

[ $u$  — скорость истечения газов;  $m_0$  — начальная масса ракеты,  $m$  — конечная масса ракеты].

## Примеры решения задач

14. На рис. 5 изображена система блоков, к которым подвешены грузы, масса которых  $m_1 = 200$  г и  $m_2 = 500$  г. Считая, что груз  $m_1$  поднимается, а неподвижный блок с грузом  $m_2$  опускается, нить и блоки невесомы, силы трения отсутствуют, определите: 1) силу натяжения нити  $T$  (рис. 6); 2) ускорения, с которыми движутся грузы.

Дано:

$$\begin{array}{l} m_1 = 200 \text{ г} = 0,2 \text{ кг} \\ m_2 = 500 \text{ г} = 0,5 \text{ кг} \end{array}$$

- |              |
|--------------|
| 1) $T$ — ?   |
| 2) $a_1$ — ? |
| $a_2$ — ?    |

$$\begin{cases} a_1 = 2a_2, \\ m_1 a_1 = T - m_1 g, \\ m_2 a_2 = m_2 g - 2T; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2m_1 a_2 = T - m_1 g, \\ m_2 a_2 = m_2 g - 2T; \end{cases}$$

$$\frac{m_2}{2m_1} = \frac{m_2 g - 2T}{T - m_1 g},$$

$$m_2 T - m_1 m_2 g = 2m_1 m_2 g - 4m_1 T, \quad m_2 T + 4m_1 T = 2m_1 m_2 g + m_1 m_2 g,$$

$$T(m_2 + 4m_1) = 3m_1 m_2 g, \quad T = \frac{3m_1 m_2 g}{m_2 + 4m_1},$$

$$a_1 = \frac{T - m_1 g}{m_1} = \frac{2(m_2 - 2m_1)g}{m_2 + 4m_1}, \quad a_2 = \frac{m_2 g - 2T}{m_2} = \frac{(m_2 - 2m_1)g}{m_2 + 4m_1}.$$

Ответ: 1)  $T = 2,26$  Н; 2)  $a_1 = 1,5$  м/с<sup>2</sup>;  $a_2 = 0,75$  м/с<sup>2</sup>.

Решение:

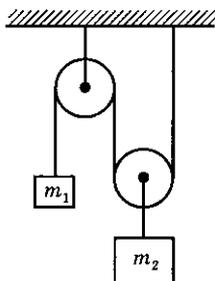


Рис. 5

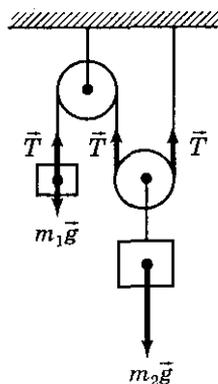


Рис. 6

15. Через блок, укрепленный на конце стола, перекинута нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены грузы, один из которых ( $m_1 = 400$  г) движется по поверхности стола, а другой ( $m_2 = 600$  г) — вдоль вертикали вниз (рис. 7). Коэффициент  $f$  трения груза о стол равен 0,1. Считая нить и блок невесомыми, определить: 1) ускорение  $a$ , с которым движутся грузы; 2) силу натяжения  $T$  нити.

Дано:

$$\begin{aligned} m_1 &= 400 \text{ г} = 0,4 \text{ кг} \\ m_2 &= 600 \text{ г} = 0,6 \text{ кг} \\ f &= 0,1. \end{aligned}$$

- 1)  $a$  — ?  
2)  $T$  — ?

$$a = \frac{(m_2 - fm_1)g}{m_1 + m_2}, \quad T = m_2(g - a).$$

Решение:

$$\begin{cases} m_1 a = T - F_{\text{тр}}, \\ m_2 a = m_2 g - T, \\ F_{\text{тр}} = fm_1 g, \\ m_1 a = T - fm_1 g, \\ m_2 a = m_2 g - T, \end{cases}$$

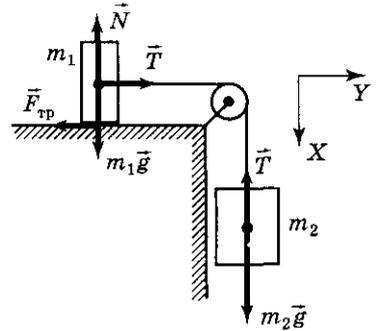


Рис. 7

Ответ: 1)  $a = 5,49 \text{ м/с}^2$ ; 2)  $T = 2,59 \text{ Н}$ .

16. С железнодорожной платформы, движущейся со скоростью  $v_0 = 18 \text{ км/ч}$ , выстрелили из пушки в горизонтальном направлении (рис. 8). Масса платформы с пушкой  $M = 15 \text{ т}$ , масса снаряда  $m = 20 \text{ кг}$ , а начальная скорость снаряда  $v_2 = 500 \text{ м/с}$ . Определить скорость  $v_1$  платформы после выстрела, если выстрел произведен в направлении движения платформы.

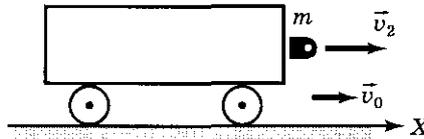


Рис. 8

Дано:

$$\begin{aligned} v_0 &= 18 \text{ км/ч} = 5 \text{ м/с} \\ M &= 15 \text{ т} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ кг} \\ m &= 20 \text{ кг} \\ v_2 &= 500 \text{ м/с} \\ v_{02} &= v_{01} = v_0 \\ v_1 &= ? \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned} (M + m)v_0 &= Mv_1 + mv_2, \\ (M + m)v_0 &= Mv_1 + mv_2, \\ v_1 &= \frac{(M + m)v_0 - mv_2}{M} = 4,34 \text{ м/с}. \end{aligned}$$

Так как  $m \ll M$ , то

$$v_1 = \frac{Mv_0 - mv_2}{M} = v_0 - \frac{m}{M}v_2 = 4,33 \text{ м/с}.$$

Ответ:  $v_1 = 4,34 \text{ м/с}$ .

17. Ракета с начальной массой  $m_0 = 1,5 \text{ кг}$ , начиная движение из состояния покоя вертикально вверх, выбрасывает непрерывную струю газов с постоянной относительно нее скоростью  $u = 800 \text{ м/с}$ . Расход газа  $\mu = 0,3 \text{ кг/с}$ . Определить, какую скорость приобретает

ракета через время  $t = 1$  с после начала движения, если она движется: 1) при отсутствии внешних сил; 2) в однородном поле силы тяжести. Оценить относительную погрешность, сделанную для данных условий задачи при пренебрежении внешним силовым полем.

Дано:

Решение:

$m_0 = 1,5 \text{ кг}$ $u = 800 \text{ м/с}$ $\mu = 0,3 \text{ кг/с}$ $t_1 = 1 \text{ с}$	$1) m\vec{a} = \vec{F}_p + \vec{F}, \quad m = m_0 - \mu t, \quad \dot{a} = \frac{dv}{dt}, \quad F_p = \mu u,$ $F = 0, \quad (m_0 - \mu t) \frac{dv}{dt} = \mu u, \quad dv = \frac{\mu u}{m_0 - \mu t} dt,$
--	---

$1) v_1 - ?$ $2) v_2 - ?$ $3) \varepsilon - ?$	$v(t) = \int \frac{\mu u}{m_0 - \mu t} dt = u \ln \frac{m_0}{m_0 - \mu t};$ $2) v_1 = u \ln \frac{m_0}{m_0 - \mu t_1}, \quad F_p = \mu u, \quad F = mg,$
--	---

$$(m_0 - \mu t) \frac{dv}{dt} = \mu u - (m_0 - \mu t)g, \quad \frac{dv}{dt} = \frac{\mu u}{m_0 - \mu t} dt - g,$$

$$v(t) = u \ln \frac{m_0}{m_0 - \mu t} - gt, \quad v_2 = u \ln \frac{m_0}{m_0 - \mu t_1} - gt_1;$$

$$3) \varepsilon = \frac{v_1 - v_2}{v_1} = \frac{gt_1}{u \ln \frac{m_0}{m_0 - \mu t_1}}.$$

Ответ: 1)  $v_1 = 134 \text{ м/с}$ , 2)  $v_2 = 124 \text{ м/с}$ , 3)  $\varepsilon = 7,3\%$ .

### Задачи для самостоятельного решения

18. К нити подвешен груз массой  $m = 500 \text{ г}$ . Определите силу натяжения нити, если нить с грузом: 1) поднимать с ускорением  $2 \text{ м/с}^2$ ; 2) опускать с ускорением  $2 \text{ м/с}^2$ .

19. В установке углы  $\alpha$  и  $\beta$  с горизонтом соответственно равны  $30^\circ$  и  $45^\circ$ , массы тел  $m_1 = 0,45 \text{ кг}$  и  $m_2 = 0,5 \text{ кг}$  (рис. 9). Считая нить и блок невесомыми и пренебрегая силами трения, определите: 1) ускорение, с которым движутся тела; 2) силу натяжения нити.

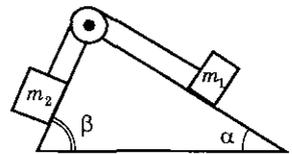


Рис. 9

20. С вершины клина, длина которого  $l = 2 \text{ м}$  и высота  $h = 1 \text{ м}$ , начинает скользить небольшое тело. Коэффициент трения между телом и клином  $f = 0,15$ . Определите: 1) ускорение, с которым движется тело; 2) время прохождения тела вдоль клина; 3) скорость тела у основания клина.

21. Платформа, нагруженная песком  $M = 2$  т, стоит на рельсах на горизонтальном участке пути. В песок попадает снаряд массой  $m = 8$  кг и застревает в нем. Пренебрегая трением, определите, с какой скоростью будет двигаться платформа, если в момент попадания скорость снаряда  $v = 450$  м/с, а ее направление — сверху вниз под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту.

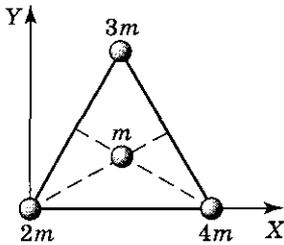


Рис. 10

22. Определите координаты центра масс системы, состоящей из четырех шаров массами  $2m$ ,  $3m$ ,  $4m$  и  $m$ , которые расположены в вершинах и в центре равностороннего треугольника со стороной  $a = 20$  см (рис. 10). Направление координатных осей указано на рисунке.

23. Ракета, масса которой в начальный момент времени  $M = 2$  кг, запущена вертикально вверх. Относительная скорость выхода продуктов сгорания  $u = 150$  м/с, расход горючего  $\mu = 0,2$  кг/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите ускорение  $a$  ракеты через  $t = 3$  с после начала ее движения. Поле силы тяжести считать однородным.

ОТВЕТЫ: 18. 1) 5,9 Н; 2) 3,9 Н. 19. 1)  $1,33$  м/с<sup>2</sup>; 2) 2,8 Н. 20. 1)  $3,63$  м/с<sup>2</sup>; 2) 1,05 с; 3) 3,81 м/с. 21. 1,55 м/с. 22. 12 см, 5,77 см. 23.  $a = \frac{\mu u}{M - \mu t} - g = 11,6$  м/с<sup>2</sup>.

## 1.3. РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Энергия
- ◆ Работа силы
- ◆ Мощность
- ◆ Кинетическая энергия
- ◆ Потенциальная энергия
- ◆ Полная механическая энергия
- ◆ Закон сохранения механической энергии
- ◆ Консервативная сила
- ◆ Однородность времени
- ◆ Закон сохранения и превращения энергии
- ◆ Диссипативная сила
- ◆ Потенциальное поле
- ◆ Консервативные системы
- ◆ Диссипативные системы
- ◆ Потенциальная кривая
- ◆ Удар
- ◆ Абсолютно упругий удар
- ◆ Абсолютно неупругий удар

### Основные формулы

Элементарная работа постоянной силы  $\vec{F}$  на перемещении  $d\vec{r}$

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = F \cos\alpha ds = F_s ds$$

$[\alpha$  — угол между векторами  $\vec{F}$  и  $d\vec{r}$ ;  $ds = |d\vec{r}|$  — элементарный путь;  $F_s$  — проекция вектора  $\vec{F}$  на вектор  $d\vec{r}$ ].

**Работа, совершаемая переменной силой на пути  $s$ ,**

$$A = \int_s F_s ds = \int_s F \cos\alpha ds.$$

**Средняя мощность за промежуток времени  $\Delta t$**

$$\langle N \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t}.$$

**Мощность (мгновенная мощность)**

$$N = \frac{dA}{dt} \quad N = \vec{F}\vec{v} = F_s v = Fv \cos\alpha$$

$\vec{v}$  — вектор скорости, с которой движется точка приложения силы  $\vec{F}$ ;  
 $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{F}$  и  $\vec{v}$ ].

**Кинетическая энергия движущегося тела**

$$T = \frac{mv^2}{2}$$

[ $m$  — масса тела;  $v$  — его скорость].

**Связь между силой, действующей на тело в данной точке поля, и потенциальной энергией частицы**

$$\vec{F} = -\text{grad } \Pi, \quad \text{или} \quad \vec{F} = -\left(\frac{\partial \Pi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \Pi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \Pi}{\partial z} \vec{k}\right)$$

[ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  — единичные векторы координатных осей].

**Потенциальная энергия тела, поднятого над поверхностью Земли на высоту  $h$ ,**

$$\Pi = mgh$$

[ $g$  — ускорение свободного падения].

**Сила упругости**

$$F = -kx$$

[ $x$  — деформация;  $k$  — жесткость].

**Потенциальная энергия упругодеформированного тела**

$$\Pi = \frac{kx^2}{2}$$

[ $x$  — деформация;  $k$  — коэффициент упругости (в случае пружины — жесткость)].

**Закон сохранения механической энергии (для консервативной системы)**

$$T + \Pi = E = \text{const},$$

$$\begin{cases} \frac{mv^2}{2} + mgh = \text{const}, \\ \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \text{const}. \end{cases}$$

## Коэффициент восстановления

$$\varepsilon = \frac{v'_n}{v_n}$$

[ $v'_n$  и  $v_n$  — соответственно нормальные составляющие относительной скорости тел после и до удара].

Скорость двух тел массами  $m_1$  и  $m_2$  после прямого *абсолютно упругого центрального удара*

$$v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2},$$

$$v'_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

[предполагается, что при прямом центральном ударе векторы скоростей шаров до ( $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ ) и после ( $\vec{v}'_1, \vec{v}'_2$ ) удара лежат на прямой, соединяющей их центры. Проекции векторов скорости на эту прямую равны модулям скоростей].

Скорость движения тел *после абсолютно неупругого центрального удара*

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}.$$

Изменение кинетической энергии тел *при абсолютно неупругом центральном ударе* (разность кинетической энергии тел до и после удара)

$$\Delta T = \left( \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} \right) - \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} = \frac{m_1m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2.$$

## Примеры решения задач

**24.** Груз массой  $m = 80$  кг поднимают вдоль наклонной плоскости с ускорением  $a = 1$  м/с<sup>2</sup> (рис. 11). Длина наклонной плоскости  $l = 3$  м, угол  $\alpha$  ее наклона к горизонту равен  $30^\circ$ , а коэффициент трения  $f = 0,15$ . Определить: 1) работу, совершаемую подъемным устройством; 2) его среднюю мощность; 3) его максимальную мощность. Начальная скорость груза равна нулю.

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned}
 m &= 80 \text{ кг} \\
 a &= 1 \text{ м/с}^2 \\
 l &= 3 \text{ м} \\
 \alpha &= 30^\circ \\
 f &= 0,15 \\
 v_0 &= 0
 \end{aligned}$$

$$m\vec{a} = \vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{N}.$$

В проекциях на оси X и Y

$$ma = F - F_1 - F_{\text{тр}};$$

$$0 = N - F_2,$$

$$F_1 = mg \sin \alpha,$$

$$F_2 = mg \cos \alpha,$$

$$F_{\text{тр}} = fN = fmg \cos \alpha,$$

$$F = m(a + g \sin \alpha + fg \cos \alpha),$$

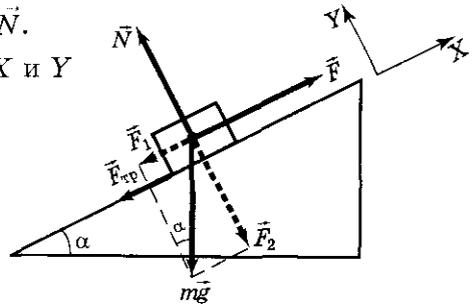


Рис. 11

$$1) A \text{ — ?}$$

$$2) \langle P \rangle \text{ — ?}$$

$$3) P_{\text{max}} \text{ — ?}$$

$$A = Fl = ml(a + g \sin \alpha + fg \cos \alpha),$$

$$\langle P \rangle = \frac{A}{t}, \quad t = \sqrt{\frac{2l}{a}}, \quad \langle P \rangle = A \sqrt{\frac{a}{2l}},$$

$$P_{\text{max}} = Fv_{\text{max}} = Fat, \quad P_{\text{max}} = m\sqrt{2al}(a + g \sin \alpha + fg \cos \alpha).$$

Ответ: 1)  $A = 1,72$  кДж; 2)  $\langle P \rangle = 702$  Вт; 3)  $P_{\text{max}} = 1,41$  кВт.

25. Тело массой  $m$  начинает двигаться под действием силы  $\vec{F} = 2t \vec{i} + 3t^2 \vec{j}$ , где  $\vec{i}, \vec{j}$  — соответственно единичные векторы осей X и Y. Определить мощность  $N(t)$ , развиваемую силой в момент времени  $t$ .

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned}
 m \\
 \vec{F} = 2t \vec{i} + 3t^2 \vec{j} \\
 N(t) \text{ — ?}
 \end{aligned}$$

$$N = \vec{F}\vec{v}, \quad \vec{F} = 2t \vec{i} + 3t^2 \vec{j} = m\vec{a},$$

$$\vec{a} = \frac{1}{m}(2t \vec{i} + 3t^2 \vec{j}) = \frac{d\vec{v}}{dt},$$

$$\vec{v} = \int \vec{a} dt = \frac{1}{m} \int_0^t (2t \vec{i} + 3t^2 \vec{j}) dt = \frac{1}{m} (t^2 \vec{i} + t^3 \vec{j}),$$

$$N(t) = (2t \vec{i} + 3t^2 \vec{j}) \frac{1}{m} (t^2 \vec{i} + t^3 \vec{j}) = \frac{1}{m} (2t^3 + 3t^5).$$

Ответ:  $N(t) = \frac{1}{m} (2t^3 + 3t^5)$ .

26. Материальная точка массой  $m = 20$  г движется по окружности радиусом  $R = 10$  см с постоянным тангенциальным ускорением. К концу пятого оборота после начала движения кинетическая энергия материальной точки оказалась равной  $6,3$  мДж. Определить тангенциальное ускорение.

Дано:

$$\begin{aligned}
 m &= 20 \text{ г} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \\
 R &= 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м} \\
 N &= 5 \\
 T &= 6,3 \text{ мДж} = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} \\
 \hline
 a_{\tau} &= ?
 \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{mv^2}{2}, \quad v = \sqrt{\frac{2T}{m}}, \quad 2\pi N = \frac{\varepsilon t^2}{2}, \\
 a_{\tau} &= \frac{v}{t} = \varepsilon R, \quad \varepsilon = \frac{v}{Rt}, \quad 2\pi N = \frac{vt^2}{2Rt} = \frac{vt}{2R}, \\
 t &= \frac{4\pi NR}{v}, \quad a_{\tau} = \frac{v}{t} = \frac{v^2}{4\pi NR} = \frac{T}{2\pi mNR}.
 \end{aligned}$$

Ответ:  $a_{\tau} = 0,1 \text{ м/с}^2$ .

27. Шайба массой  $m$  скользит без трения с высоты  $h$  по желобу, переходящему в петлю радиусом  $R$ . Определить: 1) силу давления  $F$  шайбы на опору в точке, определяемой углом  $\alpha$  (рис. 12); 2) угол  $\alpha$ .

Дано:

$$\begin{aligned}
 m & \\
 h & \\
 R & \\
 \hline
 1) F &= ? \\
 2) \alpha &= ?
 \end{aligned}
 \left| \begin{aligned}
 mgh &= \frac{mv^2}{2} + mgh_1, \\
 h_1 &= R(1 + \sin \alpha), \\
 mgh &= \frac{mv^2}{2} + mgR(1 + \sin \alpha), \\
 mv^2 &= 2mgh - 2mgR(1 + \sin \alpha),
 \end{aligned} \right.$$

Решение:

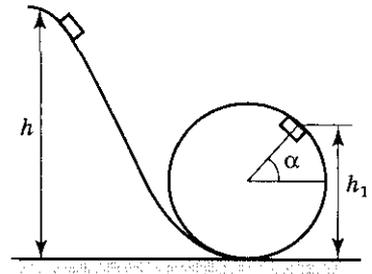


Рис. 12

$$F = \frac{mv^2}{R} - mg \sin \alpha = mg \left[ \frac{2(h - R(1 + \sin \alpha))}{R} - \sin \alpha \right],$$

$$\boxed{F = 0} \quad \frac{2h}{R} - 2 - 3 \sin \alpha = 0, \quad \sin \alpha = \frac{2}{3} \left( \frac{h}{R} - 1 \right), \quad \alpha = \arcsin \alpha \left[ \frac{2}{3} \left( \frac{h}{R} - 1 \right) \right].$$

Ответ: 1)  $F = mg \left[ \frac{2(h - R(1 + \sin \alpha))}{R} - \sin \alpha \right]$ ;

$$2) \alpha = \arcsin \alpha \left[ \frac{2}{3} \left( \frac{h}{R} - 1 \right) \right].$$

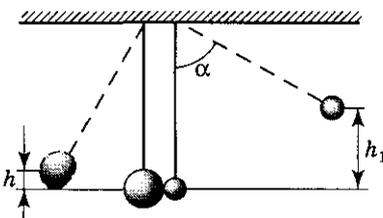


Рис. 13

28. Два свинцовых шара массами  $m_1 = 2 \text{ кг}$  и  $m_2 = 3 \text{ кг}$  подвешены на нитях длиной  $l = 70 \text{ см}$ . Первоначально шары соприкасаются между собой, затем меньший шар отклонили на угол  $\alpha = 60^\circ$  и опустили (рис. 13). Считая удар центральным и неупругим, определить: 1) высоту  $h$ , на которую поднимаются шары после удара; 2) энергию  $\Delta T$ , израсходованную на деформацию шаров при ударе.

Дано:

Решение:

$$m_1 = 2 \text{ кг}$$

$$m_2 = 3 \text{ кг}$$

$$l = 70 \text{ см} = 0,7 \text{ м}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$1) h \text{ — ?}$$

$$2) \Delta T \text{ — ?}$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$$

[ $v_1$  и  $v_2$  — скорости шаров до удара,

$v$  — скорость движения шаров после удара];

$$m_1 g h_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}, \quad v_1 = \sqrt{2gh_1}, \quad h_1 = l(1 - \cos \alpha),$$

$$v_1 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)} = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha}{2},$$

$$\boxed{v_2 = 0} \quad v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{2m_1 \sqrt{gl} \sin(\alpha/2)}{m_1 + m_2}, \quad (m_1 + m_2) \frac{v^2}{2} = (m_1 + m_2) g h,$$

$$h = \frac{v^2}{g} = \frac{2m_1^2 l \sin^2(\alpha/2)}{(m_1 + m_2)^2}, \quad \Delta T = \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} = 2gl \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sin^2 \frac{\alpha}{2}.$$

Ответ: 1)  $h = 5,6$  см; 2)  $\Delta T = 4,12$  Дж.

29. Зависимость потенциальной энергии  $\Pi$  тела в центральном силовом поле от расстояния  $r$  до центра поля задается функцией

$$\Pi(r) = \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r} \quad (A = 6 \text{ мкДж} \cdot \text{м}^2, B = 0,3 \text{ мДж} \cdot \text{м}). \text{ Определить, при ка-$$

ких значениях  $r$  максимальное значение принимают: 1) потенциальная энергия тела; 2) сила, действующая на тело.

Дано:

Решение:

$$\Pi(r) = \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r}$$

$$A = 6 \text{ мкДж} \cdot \text{м}^2 = 6 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} \cdot \text{м}^2$$

$$B = 0,3 \text{ мДж} \cdot \text{м} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ Дж} \cdot \text{м}$$

$$1) \Pi = \Pi_{\max}$$

$$2) F = F_{\max}$$

$$r \text{ — ?}$$

$$\boxed{\Pi = \Pi_{\max}} \quad \frac{d\Pi}{dr} = 0,$$

$$\frac{d\Pi}{dr} = \frac{d}{dr} \left( \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r} \right) = -\frac{2A}{r^3} + \frac{B}{r^2},$$

$$\frac{1}{r^3} (-2A + Br) = 0, \quad 2A = Br, \quad r = \frac{2A}{B}.$$

$$\boxed{F = F_{\max}} \quad \frac{dF}{dr} = 0,$$

$$F = -\frac{d\Pi}{dr} = \frac{2A}{r^3} - \frac{B}{r^2}, \quad \frac{dF}{dr} = \frac{d}{dr} \left( \frac{2A}{r^3} - \frac{B}{r^2} \right) = -\frac{6A}{r^4} + \frac{2B}{r^3} = \frac{2}{r^4} (-3A + Br) = 0,$$

$$3A = Br, \quad r = \frac{3A}{B}.$$

Ответ: 1)  $r = \frac{2A}{B} = 4$  см; 2)  $r = \frac{3A}{B} = 6$  см.

30. Определить, во сколько раз уменьшится скорость шара, движущегося со скоростью  $v_1$ , при его соударении с покоящимся шаром, масса  $m_2$  которого в  $n$  раз больше массы  $m_1$  налетающего шара (рис. 14). Удар считать центральным абсолютно упругим.

Дано:

$$\left. \begin{array}{l} n = m_2/m_1 \\ v_1/v'_1 = ? \end{array} \right\} \begin{cases} m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2, \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v'^2_1}{2} + \frac{m_2 v'^2_2}{2}, \end{cases}$$

$$m_2 = nm_1,$$

$$v_1 = v'_1 + n v'_2, \quad v'_2 = \frac{v_1 - v'_1}{n},$$

$$v_1^2 = v'^2_1 + n v'^2_2, \quad v'^2_2 = \frac{(v_1 - v'_1)^2}{n^2},$$

$$v'^2_2 = \frac{v_1^2 - v'^2_1}{n} = \frac{(v_1 - v'_1)(v_1 + v'_1)}{n}, \quad \frac{(v_1 - v'_1)^2}{n^2} = \frac{(v_1 - v'_1)(v_1 + v'_1)}{n},$$

$$\frac{v_1 - v'_1}{n} = v_1 + v'_1, \quad x = \frac{v_1}{v'_1}, \quad \frac{x - 1}{n} = x + 1, \quad x = -\frac{n + 1}{n - 1} = \frac{1 + n}{1 - n}, \quad \frac{v_1}{v'_1} = \frac{1 + n}{1 - n}.$$

Ответ:  $\frac{v_1}{v'_1} = \frac{1 + n}{1 - n}.$

Решение:

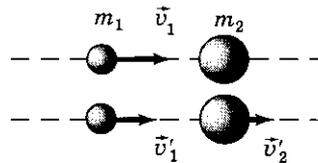


Рис. 14

### Задачи для самостоятельного решения

31. Тело скользит с наклонной плоскости высотой  $h$  и углом наклона  $\alpha$  к горизонту и далее движется по горизонтальному участку. Принимая коэффициент трения на всем пути постоянным и равным  $f$ , определите расстояние  $s$ , пройденное телом на горизонтальном участке, до полной остановки.

32. Тело массой  $m = 0,4$  кг скользит с наклонной плоскости высотой  $h = 10$  см и длиной  $l = 1$  м. Коэффициент трения тела на всем пути  $f = 0,04$ . Определите: 1) кинетическую энергию тела у основания плоскости; 2) путь, пройденный телом на горизонтальном участке, до остановки.

33. Пренебрегая трением, определите наименьшую высоту  $h$ , с которой должна скатываться тележка с человеком по желобу, переходящему в петлю радиусом  $R = 6$  м, и не оторваться от него в верхней точке петли.

34. Тело брошено под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту со скоростью  $v_0 = 15$  м/с. Используя закон сохранения энергии, определите скорость  $v$  тела в высшей точке его траектории.

35. Пуля массой  $m = 15$  г, летящая горизонтально, попадает в баллистический маятник длиной  $l = 1$  м и массой  $M = 1,5$  кг и застревает в нем (рис. 15). Маятник в результате этого отклонился на угол  $\varphi = 30^\circ$ . Определите скорость пули.

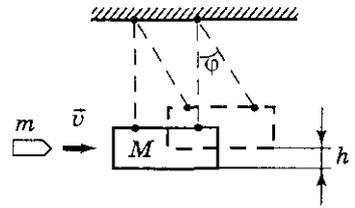


Рис. 15

36. Сила, действующая на тело в некотором поле консервативных сил, описывается законом  $\vec{F} = A(y \vec{i} + x \vec{j})$ , где  $A$  — некоторая постоянная;  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$  — соответственно единичные векторы координатных осей  $X$  и  $Y$ . Определите потенциальную энергию  $\Pi(x, y)$  тела в этом поле.

37. Металлический шарик падает вертикально на мраморный пол с высоты  $h_1 = 80$  см и отскакивает от него на высоту  $h_2 = 72$  см. Определите коэффициент восстановления материала шарика.

38. Тело массой  $m_1 = 3$  кг движется со скоростью  $v_1 = 2$  м/с и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и неупругим, определите количество теплоты, выделившееся при ударе.

39. Два шара массами  $m_1 = 3$  кг и  $m_2 = 2$  кг подвешены на нитях длиной  $l = 1$  м. Первоначально шары соприкасаются между собой, затем больший шар отклонили от положения равновесия на угол  $\alpha = 60^\circ$  и отпустили. Считая удар упругим, определите скорость  $v'_2$  второго шара после удара.

ОТВЕТЫ: 31.  $s = h(1 - f \operatorname{ctg} \alpha)/f$ . 32. 1) 0,24 Дж; 2) 1,53 м. 33.  $h = \frac{5}{2} R$ .

34.  $v = v_0 \cos \alpha = 10,6$  м/с. 35. 164 м/с. 36.  $\Pi(x, y) = -Axy + C$ , где  $C$  — аддитивная постоянная. 37.  $\varepsilon = \sqrt{h_2/h_1} = 0,95$ . 38. 3 Дж.

39.  $v'_2 = 2m_1 \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)} / (m_1 + m_2) = 3,76$  м/с.

## 1.4. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Момент инерции материальной точки
- ◆ Момент инерции системы (тела)
- ◆ Теорема Штейнера
- ◆ Кинетическая энергия тела при его вращении
- ◆ Момент силы относительно неподвижной точки
- ◆ Момент силы относительно неподвижной оси
- ◆ Уравнение динамики вращательного движения твердого тела

- ◆ Работа при вращении тела
- ◆ Момент импульса относительно неподвижной точки
- ◆ Момент импульса относительно неподвижной оси
- ◆ Момент импульса твердого тела
- ◆ Закон сохранения момента импульса
- ◆ Изотропность пространства
- ◆ Деформация твердого тела
- ◆ Упругая деформация
- ◆ Закон Гука для продольного растяжения (сжатия)
- ◆ Пластическая (остаточная) деформация

### Основные формулы

**Момент инерции материальной точки**

$$J = mr^2$$

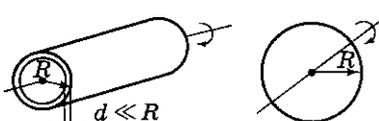
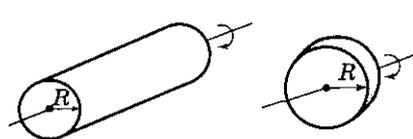
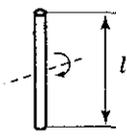
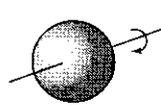
[ $m$  — масса точки;  $r$  — ее расстояние до оси вращения].

**Момент инерции системы (тела)**

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

[ $r_i$  — расстояние  $i$ -й материальной точки массой  $m_i$  до оси вращения].

**Моменты инерции некоторых однородных тел массы  $m$ :**

Тело	Ось вращения	Момент инерции $J$
Полый тонкостенный цилиндр радиусом $R$ 	Ось симметрии	$mR^2$
Сплошной цилиндр или диск радиусом $R$ 	Ось симметрии	$\frac{1}{2} mR^2$
Прямой тонкий стержень длиной $l$ 	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его середину	$\frac{1}{12} ml^2$
Шар радиусом $R$ 	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5} mR^2$

## Теорема Штейнера

$$J = J_C + ma^2$$

[ $J_C$  — момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс;  $J$  — момент инерции относительно параллельной оси, отстоящей от первой на расстоянии  $a$ ;  $m$  — масса тела].

**Кинетическая энергия вращения тела**

$$T_{\text{вр}} = \frac{1}{2} J_z \omega^2$$

[ $J_z$  — момент инерции тела относительно оси  $Z$ ;  $\omega$  — его угловая скорость].

**Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения,**

$$T = \frac{1}{2} m v_C^2 + \frac{1}{2} J_C \omega^2$$

[ $m$  — масса тела;  $v_C$  — скорость центра масс тела;  $J_C$  — момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс;  $\omega$  — угловая скорость тела].

**Момент силы относительно неподвижной точки**

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}]$$

[ $\vec{r}$  — радиус-вектор, проведенный из этой точки в точку приложения силы  $\vec{F}$ ].

**Модуль вектора момента силы**

$$M = Fl$$

[ $l$  — плечо силы].

**Момент силы относительно неподвижной оси**

$$\vec{M}_z = [\vec{r}\vec{F}]_z$$

**Работа при вращении тела**

$$dA = M_z d\varphi$$

[ $d\varphi$  — угол поворота тела;  $M_z$  — момент силы относительно неподвижной оси  $Z$ ].

**Момент импульса материальной точки  $A$  относительно неподвижной точки  $O$**

$$\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}] = [\vec{r}m\vec{v}]$$

[ $\vec{p} = m\vec{v}$  — импульс материальной точки;  $\vec{L}$  — псевдовектор, его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от  $\vec{r}$  к  $\vec{p}$ ].

**Модуль вектора момента импульса**

$$L = rp \sin\alpha = mvr \sin\alpha = pl$$

[ $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{r}$  и  $\vec{p}$ ;  $l$  — плечо вектора  $\vec{p}$  относительно точки  $O$ ].

**Момент импульса твердого тела относительно оси вращения**

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i v_i r_i = J_z \omega$$

[ $r_i$  — расстояние от оси  $Z$  до отдельной частицы тела;  $m_i v_i$  — импульс этой частицы;  $J_z$  — момент инерции тела относительно оси  $Z$ ;  $\omega$  — его угловая скорость].

**Основное уравнение (закон) динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси**

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon$$

[ $\varepsilon$  — угловое ускорение;  $J_z$  — момент инерции тела относительно оси  $Z$ ].

**Закон сохранения момента импульса для замкнутой системы**

$$\vec{L} = \text{const}, \quad J_z \omega = \text{const}$$

[ $J_z$  — момент инерции тела относительно оси  $Z$ ;  $\omega$  — его угловая скорость].

**Сопоставление основных величин и уравнений, определяющих вращение тела вокруг неподвижной оси и его поступательное движение:**

<i>Поступательное движение</i>		<i>Вращательное движение</i>	
Масса	$m$	Момент инерции	$J$
Скорость	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Угловая скорость	$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\phi}}{dt}$
Ускорение	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Угловое ускорение	$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$
Сила	$F$	Момент силы	$M_z$ или $\vec{M}$
Импульс	$\vec{p} = m\vec{v}$	Момент импульса	$L_z = J_z \omega$
Основное уравнение динамики	$\vec{F} = m\vec{a}$ $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	Основное уравнение динамики	$M_z = J_z \varepsilon$ $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
Работа	$dA = F_s ds$	Работа вращения	$M_z d\phi$
Кинетическая энергия	$T = \frac{mv^2}{2}$	Кинетическая энергия вращения	$T_{\text{вр}} = \frac{J_z \omega^2}{2}$

## Напряжение при упругой деформации

$$\sigma = F/S$$

[ $F$  — растягивающая (сжимающая) сила;  $S$  — площадь поперечного сечения].

## Относительное продольное растяжение (сжатие)

$$\varepsilon = \Delta l/l$$

[ $\Delta l$  — изменение длины тела при растяжении (сжатии);  $l$  — длина тела до деформации].

## Относительное поперечное растяжение (сжатие)

$$\varepsilon' = \Delta d/d$$

[ $\Delta d$  — изменение диаметра стержня при растяжении (сжатии);  $d$  — диаметр стержня].

Связь между относительным поперечным сжатием (растяжением)  $\varepsilon'$  и относительным продольным растяжением (сжатием)  $\varepsilon$

$$\varepsilon' = \mu \varepsilon$$

[ $\mu$  — коэффициент Пуассона].

## Закон Гука для продольного растяжения (сжатия)

$$\sigma = E\varepsilon$$

[ $E$  — модуль Юнга].

Потенциальная энергия упругорастянутого (упругосжатого) стержня

$$\Pi = \frac{E\varepsilon^2}{2} V$$

[ $E$  — модуль Юнга;  $\varepsilon = \Delta l/l$  — относительное продольное растяжение (сжатие);  $V$  — объем тела].

## Примеры решения задач

40. Вывести формулу для момента инерции цилиндрической муфты относительно оси, совпадающей с ее осью симметрии (рис. 16). Масса муфты равна  $m$ , внутренний радиус  $r$ , внешний радиус  $R$ .

Дано:

$$\left. \begin{array}{l} m \\ r \\ R \\ J - ? \end{array} \right\}$$

$$dJ = r^2 dm,$$

$$dm = \rho dV = \rho \cdot 2\pi r h dr,$$

$$J = \int_r^R \rho \cdot 2\pi r^3 h dr = 2\pi \rho h \int_r^R r^3 dr =$$

$$= 2\pi \rho h \frac{r^4}{4} \Big|_r^R = \frac{\pi \rho h}{2} (R^4 - r^4),$$

$$m = m_1 - m_2 = \pi \rho h (R^2 - r^2), \quad J = \frac{1}{2} m (R^2 + r^2).$$

$$\text{Ответ: } J = \frac{1}{2} m (R^2 + r^2).$$

Решение:

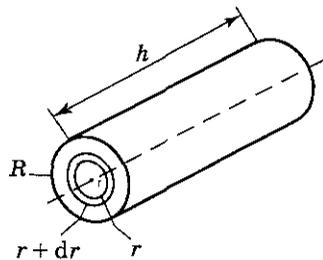


Рис. 16

41. Определить момент инерции  $J$  тонкого однородного стержня длиной  $l = 50$  см и массой  $m = 360$  г относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей: 1) через конец стержня; 2) через точку, отстоящую от конца стержня на  $1/6$  его длины (рис. 17).

Дано:

Решение:

$$l = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$$

$$m = 360 \text{ г} = 0,36 \text{ кг}$$

$$AB = \frac{l}{6}$$

$$J = J_C + ma^2,$$

$$J_C = \frac{1}{12} ml^2,$$

$$J_A = \frac{1}{12} ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} ml^2,$$

$$J_B = \frac{1}{12} ml^2 + \left(\frac{l}{2} - \frac{l}{6}\right)^2 = \frac{7}{36} ml^2.$$

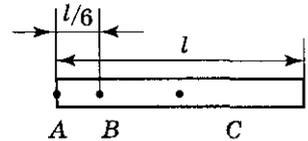


Рис. 17

1)  $J_A$  — ?

2)  $J_B$  — ?

Ответ: 1)  $J_A = 3 \cdot 10^{-2}$  кг · м<sup>2</sup>; 2)  $J_B = 1,75 \cdot 10^{-2}$  кг · м<sup>2</sup>.

42. Вентилятор вращается с частотой  $n = 600$  об/мин. После выключения он начал вращаться равнозамедленно и, сделав  $N = 50$  оборотов, остановился. Работа  $A$  сил торможения равна 31,4 Дж. Определить: 1) момент  $M$  сил торможения; 2) момент инерции  $J$  вентилятора.

Дано:

Решение:

$$n = 600 \text{ об/мин} = 10 \text{ об/с}$$

$$N = 50$$

$$A = 31,4 \text{ Дж}$$

$$A = M\varphi, \quad \varphi = 2\pi N, \quad \omega_0 = 2\pi n,$$

$$M = \frac{A}{\varphi} = \frac{A}{2\pi N}, \quad M = J\varepsilon,$$

$$\varepsilon = \frac{\omega_0}{t} = \frac{2\pi n}{t}, \quad \varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2} = \frac{\omega_0 t}{2},$$

$$t = \frac{2\varphi}{\omega_0} = \frac{2 \cdot 2\pi N}{2\pi n} = \frac{2N}{n}, \quad J = \frac{M}{\varepsilon} = \frac{MN}{\pi n^2}.$$

Ответ: 1)  $M = 0,1$  Н · м; 2)  $J = 1,59 \cdot 10^{-2}$  кг · м<sup>2</sup>.

43. К ободу однородного сплошного диска радиусом  $R = 0,5$  м приложена постоянная касательная сила  $F = 100$  Н. При вращении диска на него действует момент сил трения  $M_{\text{тр}} = 2$  Н · м. Определить массу  $m$  диска, если известно, что его ускорение  $\varepsilon$  постоянно и равно 16 рад/с<sup>2</sup>.

Дано:

Решение:

$$\begin{array}{l}
 R = 0,5 \text{ м} \\
 F = 100 \text{ Н} \\
 M_{\text{тр}} = 2 \text{ Н} \cdot \text{м} \\
 \varepsilon = 16 \text{ рад/с}^2 \\
 \hline
 m - ?
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 M = FR - M_{\text{тр}}, \quad M = J\varepsilon, \quad J = \frac{mR^2}{2}, \\
 J\varepsilon = FR - M_{\text{тр}}, \quad \frac{mR^2}{2}\varepsilon = FR - M_{\text{тр}}, \\
 m = \frac{2(FR - M_{\text{тр}})}{\varepsilon R^2}.
 \end{array}$$

Ответ:  $m = 24$  кг.

44. С наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту, скатывается без скольжения шарик. Пренебрегая трением, определить время движения шарика по наклонной плоскости, если известно, что центр масс шарика при скатывании понизился на 30 см (рис. 18).

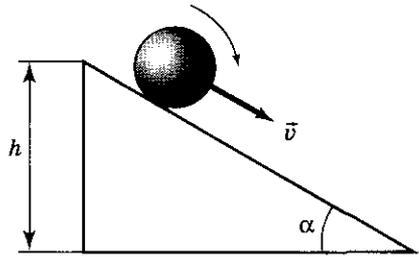


Рис. 18

Дано:

Решение:

$$\begin{array}{l}
 \alpha = 30^\circ \\
 h = 0,3 \text{ м} \\
 \hline
 t - ?
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \quad J = \frac{2}{5}mR^2, \quad \omega = \frac{v}{R}, \\
 mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{2mR^2}{5} \cdot \frac{v^2}{2R^2}, \quad mgh = \frac{7}{10}mv^2,
 \end{array}$$

$$v = \sqrt{\frac{10gh}{7}}, \quad l = \frac{at^2}{2} = \frac{vt}{2}, \quad t = \frac{2l}{v}, \quad l = \frac{h}{\sin\alpha},$$

$$t = \frac{2h}{v \sin\alpha} = \sqrt{\frac{7}{10gh}} \frac{2h}{\sin\alpha} = \frac{2}{\sin\alpha} \sqrt{\frac{7h}{10g}}.$$

Ответ:  $t = 0,585$  с.

45. Тело массой  $m_1 = 0,25$  кг, соединенное невесомой нитью посредством блока (в виде полого тонкостенного цилиндра) с телом массой  $m_2 = 0,2$  кг, скользит по поверхности горизонтального стола (рис. 19). Масса блока  $m = 0,15$  кг. Коэффициент трения  $f$  тела о поверхность равен 0,2. Пренебрегая трением в подшипниках, определить: 1) ускорение  $a$ , с которым будут двигаться эти тела; 2) силы натяжения  $T_1$  и  $T_2$  нити по обе стороны блока.

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned} m_1 &= 0,25 \text{ кг} \\ m_2 &= 0,2 \text{ кг} \\ m &= 0,15 \text{ кг} \\ f &= 0,2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) a & - ? \\ 2) T_1 & - ? \\ T_2 & - ? \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} m_1 a &= T_1 - F_{\text{тр}}, \\ m_2 a &= m_2 g - T_2, \\ (T_2 - T_1)R &= J\varepsilon, \\ F_{\text{тр}} &= fN = f m_1 g, \quad J = mR^2, \\ \varepsilon &= \frac{a}{R}, \quad (T_2 - T_1)R = \frac{mR^2 a}{R}, \\ m_2 g - T_2 &= m_2 a, \\ T_1 - f m_1 g &= m_1 a, \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} T_2 - T_1 &= ma, & a &= \frac{g(m_2 - f m_1)}{m_1 + m_2 + m}, \\ T_2 &= m_2(g - a), & T_1 &= T_2 - ma. \end{aligned}$$

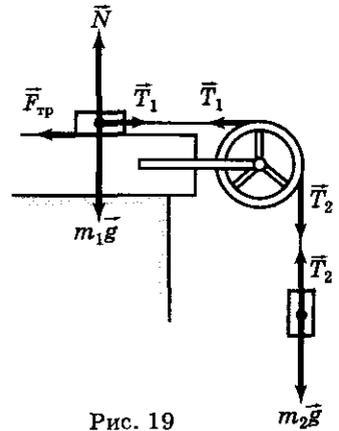


Рис. 19

Ответ: 1)  $a = 2,45 \text{ м/с}^2$ ; 2)  $T_1 = 1,1 \text{ Н}$ ,  $T_2 = 1,47 \text{ Н}$ .

46. Платформа, имеющая форму однородного диска, может вращаться по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси. На краю платформы стоит человек, масса которого в 3 раза меньше массы платформы (рис. 20). Определить, как и во сколько раз изменится угловая скорость вращения платформы, если человек перейдет ближе к центру на расстояние, равное половине радиуса платформы.

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned} m_1 &= m/3 \\ r_1 &= R/2 \\ \omega_2/\omega_1 & - ? \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} L &= \text{const}, \quad L = J\omega, \\ J_1\omega_1 &= J_2\omega_2, \quad \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{J_1}{J_2}, \\ J_1 &= \frac{mR^2}{2} + \frac{m}{3}R^2 = \frac{5}{6}mR^2, \end{aligned} \right.$$

$$J_2 = \frac{mR^2}{2} + \frac{m}{3}\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{7}{12}mR^2,$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{5mR^2 \cdot 12}{6 \cdot 7mR^2} = \frac{10}{7} = 1,43.$$

Ответ:  $\omega_2/\omega_1 = 1,43$ .

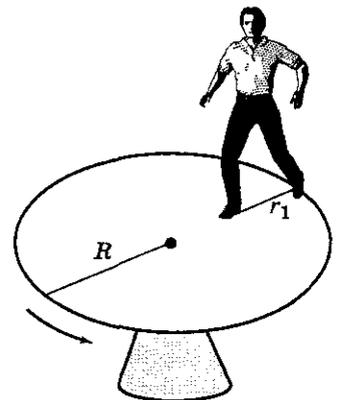


Рис. 20

47. Медная проволока, длина которой  $l = 80$  см и площадь поперечного сечения  $S = 8 \text{ мм}^2$ , закреплена одним концом в подвесном устройстве, а к ее другому концу прикреплен груз массой  $m = 400$  г. Вытянутую проволоку с грузом, отклонив до высоты подвеса, отпускают. Считая проволоку невесомой, определите ее удлинение в нижней точке траектории движения груза. Модуль Юнга для меди  $E = 118 \text{ ГПа}$ .

Дано:

$$\begin{aligned} l &= 80 \text{ см} = 0,8 \text{ м} \\ S &= 8 \text{ мм}^2 = 8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \\ m &= 400 \text{ г} = 0,4 \text{ кг} \\ E &= 118 \text{ ГПа} = 1,18 \cdot 10^{11} \text{ Па} \\ \Delta l &= ? \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned} \sigma &= E\varepsilon, \quad \sigma = \frac{F}{S}, \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \quad \Delta l = \frac{Fl}{ES}, \\ F &= mg + \frac{mv^2}{l + \Delta l}, \quad \frac{mv^2}{2} = mg(l + \Delta l), \\ mv^2 &= 2mg(l + \Delta l), \end{aligned}$$

$$F = mg + \frac{2mg(l + \Delta l)}{l + \Delta l} = 3mg, \quad \Delta l = \frac{Fl}{ES} = \frac{3mgl}{ES}.$$

Ответ:  $\Delta l = 9,98 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ .

48. Определить относительное удлинение алюминиевого стержня, если на его растяжение затрачена работа  $A = 6,9$  Дж. Длина стержня  $l = 1$  м, площадь поперечного сечения  $S = 1 \text{ мм}^2$ , модуль Юнга для алюминия  $E = 69 \text{ ГПа}$ .

Дано:

$$\begin{aligned} A &= 6,9 \text{ Дж} \\ l &= 1 \text{ м} \\ S &= 1 \text{ мм}^2 = 10^{-6} \text{ м}^2 \\ E &= 69 \text{ ГПа} = 69 \cdot 10^9 \text{ Па} \\ \varepsilon &= ? \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\Delta l}{l}, \quad A = \Pi = \frac{1}{2} \frac{ES}{l} (\Delta l)^2, \\ A &= \frac{1}{2} ES l \left( \frac{\Delta l}{l} \right)^2 = \frac{1}{2} ES l \varepsilon^2, \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{2A}{ESl}}. \end{aligned}$$

Ответ:  $\varepsilon = 0,014$ .

### Задачи для самостоятельного решения

49. Шар и сплошной цилиндр одинаковой массы, изготовленные из одного и того же материала, катятся без скольжения с одинаковой скоростью. Определите, во сколько раз кинетическая энергия шара меньше кинетической энергии сплошного цилиндра.

50. Шар радиусом  $R = 10$  см и массой  $m = 5$  кг вращается вокруг оси симметрии согласно уравнению  $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$  ( $B = 2 \text{ рад/с}^2$ ,  $C = -0,5 \text{ рад/с}^3$ ). Определите момент сил  $M$  для  $t = 3$  с.

51. На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом  $R = 5$  см и массой  $M = 10$  кг намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой  $m = 1$  кг. Определите: 1) зависимость  $s(t)$ , согласно которой движется груз; 2) силу натяжения нити  $T$ ; 3) зависимость  $\varphi(t)$ , согласно которой вращается вал; 4) угловую скорость  $\omega$  вала через  $t = 1$  с после начала движения; 5) тангенциальное  $a_\tau$  и нормальное  $a_n$  ускорения точек, находящихся на поверхности вала.

52. Колесо радиусом  $R = 30$  см и массой  $m = 3$  кг скатывается по наклонной плоскости длиной  $l = 5$  м. Угол плоскости наклона  $\alpha = 25^\circ$ . Определите момент инерции колеса, если его скорость  $v$  в конце движения составляла  $4,6$  м/с.

53. На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом  $R = 20$  см, момент инерции которого  $J = 0,15$  кг  $\cdot$  м<sup>2</sup>, намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой  $m = 0,5$  кг. До начала вращения барабана высота  $h$  груза над полом составляла  $2,3$  м. Определите: 1) время опускания груза до пола; 2) силу натяжения нити; 3) кинетическую энергию груза в момент удара о пол.

54. Человек, стоящий на скамье Жуковского, держит в руках стержень длиной  $l = 2,5$  м и массой  $m = 8$  кг, расположенный вертикально вдоль оси вращения скамейки. Эта система (скамья и человек) обладает моментом инерции  $J = 10$  кг  $\cdot$  м<sup>2</sup> и вращается с частотой  $n_1 = 12$  мин<sup>-1</sup>. Определите частоту  $n_2$  вращения системы, если стержень повернуть в горизонтальное положение.

55. Маховик начинает вращаться из состояния покоя с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon = 0,4$  рад/с<sup>2</sup>. Определите кинетическую энергию  $T$  маховика через время  $t_2 = 25$  с после начала движения, если через  $t_1 = 10$  с после начала движения момент импульса  $L_1$  маховика составлял  $60$  кг  $\cdot$  м<sup>2</sup>/с.

56. Медная проволока сечением  $S = 8$  мм<sup>2</sup> под действием растягивающей силы удлинилась на столько, на сколько она удлиняется при нагревании на  $30$  К. Принимая для меди модуль Юнга  $E = 118$  ГПа и коэффициент линейного расширения  $\alpha = 1,7 \cdot 10^{-5}$  К<sup>-1</sup>, определите числовое значение этой силы.

---

ОТВЕТЫ: 49. В 1,07 раза. 50.  $-0,1$  Н  $\cdot$  м. 51. 1)  $s = 0,82t^2$ ; 2)  $T = 8,2$  Н; 3)  $\varphi = 16,4t^2$ ; 4)  $\omega = 32,8$  рад/с; 5)  $a_\tau = 1,64$  м/с<sup>2</sup>;  $a_n = 53,8$  м/с<sup>2</sup>. 52.  $0,259$  кг  $\cdot$  м<sup>2</sup>. 53. 1)  $2$  с; 2)  $4,31$  Н; 3)  $1,32$  Дж. 54.  $8,5$  мин<sup>-1</sup>. 55.  $T = L_1 \varepsilon t_2^2 / (2t_1) = 750$  Дж. 56.  $481$  Н.

# 1.5. ТЯГОТЕНИЕ. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ

## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Закон всемирного тяготения
- ◆ Сила тяжести
- ◆ Обобщенный закон Галилея
- ◆ Вес тела
- ◆ Невесомость
- ◆ Поле тяготения
- ◆ Однородное поле тяготения
- ◆ Центральное поле тяготения
- ◆ Линии напряженности поля тяготения
- ◆ Работа в поле тяготения
- ◆ Потенциал поля тяготения
- ◆ Эквипотенциальная поверхность
- ◆ Космическая скорость
- ◆ Напряженность поля тяготения
- ◆ Неинерциальная система отсчета
- ◆ Сила инерции
- ◆ Основной закон динамики для неинерциальных систем отсчета
- ◆ Принцип эквивалентности гравитационных сил и сил инерции (принцип эквивалентности Эйнштейна)

### Основные формулы

**Закон всемирного тяготения**

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

[ $F$  — сила всемирного тяготения (гравитационная сила) двух материальных точек массами  $m_1$  и  $m_2$ ;  $r$  — расстояние между точками;  $G$  — гравитационная постоянная].

**Сила тяжести**

$$P = mg$$

[ $m$  — масса тела;  $g$  — ускорение свободного падения].

**Напряженность поля тяготения**

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$

[ $F$  — сила тяготения, действующая на материальную точку массой  $m$ , помещенную в данную точку поля].

**Работа в поле тяготения по перемещению тела**

$$A = m \left( \frac{GM}{R_2} - \frac{GM}{R_1} \right)$$

[ $m$  — масса тела;  $G$  — гравитационная постоянная;  $M$  — масса Земли (планеты);  $R_1$  и  $R_2$  — расстояния, определяющие начальное и конечное положения тел].

**Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точек массами  $m_1$  и  $m_2$ , находящихся на расстоянии  $r$  друг от друга,**

$$\Pi = -G \frac{m_1 m_2}{r}$$

[ $G$  — гравитационная постоянная].

## Потенциал поля тяготения

$$\varphi = \frac{\Pi}{m}$$

[ $\Pi$  — потенциальная энергия материальной точки массой  $m$ , помещенной в данную точку поля].

Потенциал поля тяготения, создаваемый телом массой  $M$ ,

$$\varphi = -\frac{GM}{R}$$

[ $R$  — расстояние от тела до рассматриваемой точки].

Связь между потенциалом поля тяготения и его напряженностью

$$\vec{g} = -\text{grad} \varphi \quad \text{или} \quad \vec{g} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k}\right)$$

[ $\text{grad} \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k}$  — градиент скаляра  $\varphi$ . Знак минус в формуле показывает, что вектор напряженности  $\vec{g}$  направлен в сторону убывания потенциала].

Первая космическая скорость

$$v_1 = \sqrt{gR_3} = 7,9 \text{ км/с}$$

[ $g$  — ускорение свободного падения;  $R_3$  — радиус Земли].

Вторая космическая скорость

$$v_2 = \sqrt{2gR_3} = 11,2 \text{ км/с}$$

[ $g$  — ускорение свободного падения;  $R_3$  — радиус Земли].

Основной закон динамики для неинерциальных систем отсчета

$$m\vec{a}' = m\vec{a} + \vec{F}_{\text{ин}}$$

[ $\vec{a}$  и  $\vec{a}'$  — соответственно ускорение тела в инерциальной и неинерциальной системах отсчета;  $\vec{F}_{\text{ин}}$  — силы инерции].

Силы инерции

$$\vec{F}_{\text{ин}} = \vec{F}_{\text{и}} + \vec{F}_{\text{ц}} + \vec{F}_{\text{К}}$$

[ $\vec{F}_{\text{и}}$  — сила инерции, проявляющиеся при поступательном движении системы отсчета с ускорением  $a_0$ :  $F_{\text{и}} = -ma_0$ ;  $\vec{F}_{\text{ц}}$  — центробежные силы инерции (силы инерции, действующие во вращающейся системе отсчета на тела, удаленные от оси вращения на конечное расстояние  $R$ ):  $\vec{F}_{\text{ц}} = -m\omega^2 R$ ;  $\vec{F}_{\text{К}}$  — кориолисова сила инерции (силы инерции, действующие на тело, движущееся со скоростью  $v'$  во вращающейся системе отсчета):  $\vec{F}_{\text{К}} = 2m[\vec{v}' \omega]$ ].

### Примеры решения задач

57. На какой высоте  $h$  ускорение свободного падения вдвое меньше его значения на поверхности Земли?

Дано:

$$\begin{array}{l} g' = g/2 \\ R_3 = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м} \\ h - ? \end{array}$$

Решение:

$$\begin{array}{l} mg = G \frac{mM}{R^2}, \quad mg' = G \frac{mM}{(R_3 + h)^2}, \\ \frac{g}{g'} = \frac{(R_3 + h)^2}{R_3^2}, \quad \frac{g}{g'} = 2, \quad (R + r)^2 = 2R^2, \\ h^2 + 2Rh - R^2 = 0, \quad h = R_3(\sqrt{2} - 1). \end{array}$$

Ответ:  $h = 2,64 \text{ Мм}$ .

58. На экваторе некоторой планеты (плотность вещества планеты  $\rho = 3 \text{ г/см}^3$ ) тела весят в два раза меньше, чем на полюсе. Определить период обращения планеты вокруг собственной оси.

Дано:

$$\begin{array}{l} \rho = 3 \text{ г/см}^3 = 3 \cdot 10^8 \text{ кг/м}^3 \\ P_3 = \frac{1}{2} P_{\text{п}} \\ T - ? \end{array}$$

Решение:

$$\begin{array}{l} P_{\text{п}} = mg, \quad P_3 = mg - \frac{mv^2}{R}, \\ mg = G \frac{mM}{R^2}, \quad M = \frac{4}{3} \pi \rho R^3, \\ g = \frac{GM}{R^2} = \frac{4}{3} \pi \rho GR, \quad v = \frac{2\pi R}{T}, \\ mg = 2 \left( mg - \frac{mv^2}{R} \right), \quad \frac{1}{2} mg = \frac{mv^2}{R}, \quad g = \frac{2v^2}{R}, \quad g = \frac{2 \cdot 4\pi^2 R^2}{T^2 R} = \frac{8\pi^2 R}{T^2}, \\ \frac{4}{3} \pi \rho GR = \frac{8\pi^2 R}{T^2}, \quad T^2 = \frac{8\pi^2 R \cdot 3}{4\pi \rho GR} = \frac{6\pi}{\rho G}, \quad T = \sqrt{\frac{6\pi}{\rho G}}. \end{array}$$

Ответ:  $T = 2,7 \text{ ч}$ .

59. Для тела массой  $m$ , находящегося в гравитационном поле Земли над ее поверхностью, вывести зависимость потенциальной энергии тела от расстояния до центра Земли. Считать известными радиус Земли  $R_3$  и ускорение свободного падения  $g$  на поверхности Земли.

Дано:

$$\begin{array}{l} m \\ R_3 \\ g \\ \Pi(R) - ? \end{array}$$

Решение:

$$\begin{array}{l} \Pi = \int_{\infty}^R F dr, \quad F = G \frac{mM}{r^2}, \\ \Pi = GmM \int_{\infty}^R \frac{dr}{r^2} = -GmM \frac{1}{r} \Big|_{\infty}^R = -G \frac{mM}{R}, \\ mg = G \frac{mM}{R_3^2}, \quad GmM = mgR_3^2, \quad \Pi = -\frac{mgR_3^2}{R}. \end{array}$$

Ответ:  $\Pi(R) = -\frac{mgR_3^2}{R}$ .

60. Спутник поднимают на высоту  $h = 6370$  км и запускают его по круговой орбите на той же высоте. Определить отношение работы, совершаемой при подъеме спутника ( $A_1$ ), к работе, совершаемой при его запуске ( $A_2$ ).

Дано:

$$h = 6370 \text{ км} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$R_3 = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$R = R_3 + h$$

$$A_1/A_2 = ?$$

Решение:

$$A_1 = \Delta\Pi = -G \frac{mM}{R_3+h} - \left( -G \frac{mM}{R_3} \right) =$$

$$= GmM \left( \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_3+h} \right) = \frac{GmMh}{R_3(R_3+h)},$$

$$A_2 = \frac{mv^2}{2}, \quad \frac{mv^2}{R} = G \frac{mM}{R^2},$$

$$A_2 = \frac{GmM}{2R} = \frac{GmM}{2(R_3+h)}, \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{h \cdot 2(R_3+h)}{R_3(R_3+h)} = \frac{2h}{R_3}.$$

Ответ:  $A_1/A_2 = 2$ .

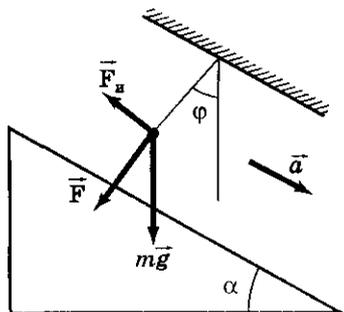


Рис. 21

61. Вагон под действием силы тяги катится вдоль дороги, составляющей угол  $\alpha$  с горизонтом. Сила трения составляет  $\eta = 10\%$  от веса вагона. К потолку вагона подвешен шарик массой  $m = 15$  г. Определить: 1) силу  $F$ , действующую на нить; 2) угол  $\varphi$  отклонения нити от вертикали (рис. 21).

Дано:

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\eta = 10\%$$

$$m = 15 \text{ г} = 15 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$1) F = ?$$

$$2) \varphi = ?$$

Решение:

$$Ma = Mg \sin \alpha - F_{\text{тр}}, \quad F_{\text{тр}} = \eta Mg,$$

$$Ma = Mg \sin \alpha - \eta Mg, \quad a = g(\sin \alpha - \eta),$$

$$\vec{F} = \vec{F}_n + m\vec{g}, \quad \vec{F}_n = -m\vec{a},$$

$$F = \sqrt{F_n^2 + (mg)^2} = \sqrt{m^2 a^2 + (mg)^2} = m \sqrt{a^2 + g^2} = m \sqrt{g^2(\sin \alpha - \eta)^2 + g^2} = mg \sqrt{(\sin \alpha - \eta)^2 + 1} = 2mg(\sin \alpha - \eta) \sin \alpha,$$

$$F = \sqrt{[mg(\sin \alpha - \eta)]^2 + (mg)^2} = mg \sqrt{(\sin \alpha - \eta)^2 + 1} = 2mg(\sin \alpha - \eta) \sin \alpha, \quad \frac{F_n}{\sin \varphi} = \frac{F}{\sin(90^\circ - \alpha)},$$

$$\sin \varphi = \frac{F_n \sin(90^\circ - \alpha)}{F}, \quad \varphi = \arcsin \frac{mg(\sin \alpha - \eta) \cos \alpha}{F}.$$

Ответ: 1)  $F = 0,128$  Н; 2)  $\varphi = 23,5^\circ$ .

62. Тело массой  $m = 1$  кг, падая свободно в течение  $t = 4$  с, попадает на Землю в точку с географической широтой  $\varphi = 45^\circ$ . Учитывая вращение Земли, определить и нарисовать все силы, действующие на тело в момент его падения на Землю.

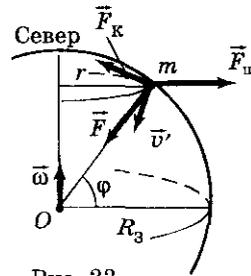


Рис. 22

Дано:

$$\begin{aligned}
 m &= 1 \text{ кг} \\
 t &= 4 \text{ с} \\
 \varphi &= 45^\circ \\
 G &= 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2) \\
 R_3 &= 6,37 \cdot 10^6 \text{ м} \\
 M_3 &= 5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}
 \end{aligned}$$

$F$  — ?

Решение:

$$1) \vec{F}_T = G \frac{mM_3}{R_3^3} \vec{R}_3, \quad F_T = G \frac{mM_3}{R_3^2}.$$

$$2) \vec{F}_ц = -m\omega^2 \vec{r}, \quad F_ц = m\omega^2 r, \quad \omega = \frac{2\pi}{T},$$

$$r = R_3 \cos \varphi, \quad F_ц = \frac{m \cdot 4\pi^2 R_3 \cos \varphi}{T^2}.$$

$$3) \vec{F}_К = 2m[\vec{v}'\vec{\omega}], \quad F_К = 2mv'\omega \sin(\vec{v}', \vec{\omega}),$$

$$v' = gt, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \sin(\vec{v}', \vec{\omega}) = \cos \varphi,$$

$$F_К = 2mv' \frac{2\pi}{T} \cos \varphi = \frac{4m\pi gt \cos \varphi}{T}.$$

Ответ:  $F = 9,83$  Н;  $F_ц = 23,8$  мН;  $F_К = 4,04$  мН.

### Задачи для самостоятельного решения

63. Считая плотности Земли постоянной, определите глубину, на которой ускорение свободного падения составляет 25 % от ускорения свободного падения на поверхности Земли.

64. Определите, в какой точке (считается от Земли) на прямой, соединяющей центры Земли и Луны, напряженность поля тяготения равна нулю. Расстояние между центрами Земли и Луны равно  $R$ , масса Земли в 81 раз больше массы Луны.

65. Через блок перекинута нерастяжимая нить, к концу которой прикреплены грузы массами  $m_1 = 2$  кг и  $m_2 = 0,5$  кг. Вся система находится в лифте, поднимающемся с ускорением  $a_0 = 2,1$  м/с<sup>2</sup>, направленным вверх. Считая нить и блок невесомыми, определите силу давления блока на ось.

66. Самолет, летящий со скоростью  $v = 360$  км/ч, описывает вертикальную петлю Нестерова радиусом  $R = 360$  м. Определите силу,

прижимающую летчика ( $m = 80$  кг) к сиденью: 1) в нижней точке этой петли; 2) в верхней точке этой петли.

67. Мотоциклист в цирке едет вдоль внутренней поверхности вертикального цилиндра радиусом  $r = 15$  м. Центр масс мотоцикла с человеком отстоит на  $h = 1$  м от места соприкосновения колес с поверхностью цилиндра. Коэффициент трения шин о стенки  $f = 0,5$ . Определите: 1) минимальную скорость  $v_{\text{мин}}$ , с которой должен ехать мотоциклист; 2) угол  $\alpha$  наклона мотоциклиста к горизонтальной поверхности при данной минимальной скорости.

---

ОТВЕТЫ: 63.  $h = 0,75R_3$ . 64.  $0,9 R$ . 65.  $F = \frac{4m_1m_2}{m_1 + m_2} (g + a_0) = 19$  Н.  
66. 1) 3 кН; 2) 1,44 кН. 67. 1) 17,1 м/с; 2)  $26^\circ 34'$ .

---

## 1.6. ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАНИКИ ЖИДКОСТЕЙ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Несжимаемая жидкость
- ◆ Давление жидкости
- ◆ Гидростатическое давление
- ◆ Закон Паскаля
- ◆ Закон Архимеда
- ◆ Течение
- ◆ Поток
- ◆ Линии тока
- ◆ Трубка тока
- ◆ Уравнение неразрывности
- ◆ Установившееся (стационарное) течение
- ◆ Уравнение Бернулли
- ◆ Вязкость (внутреннее трение)
- ◆ Ламинарное (слоистое) течение
- ◆ Турбулентное (вихревое) течение

### Основные формулы

Гидростатическое давление столба жидкости на глубине  $h$

$$p = \rho gh$$

[ $\rho$  — плотность жидкости;  $g$  — ускорение свободного падения].

Закон Архимеда

$$F_A = \rho g V$$

[ $F_A$  — выталкивающая сила;  $V$  — объем жидкости, вытесненной телом].

Уравнение неразрывности

$$Sv = \text{const}$$

[ $S$  — площадь поперечного сечения трубки тока;  $v$  — скорость жидкости].

Уравнение Бернулли для стационарного течения идеальной несжимаемой жидкости — выражение закона сохранения механической энергии применительно к установившемуся течению идеальной жидкости:

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const}$$

[ $p$  — статическое давление жидкости для определенного сечения трубки тока;  $v$  — скорость жидкости для этого же сечения;  $\frac{\rho v^2}{2}$  — динамическое давление жидкости для этого же сечения;  $h$  — высота, на которой расположено сечение;  $\rho gh$  — гидростатическое давление].

Для трубки тока, расположенной горизонтально,

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = \text{const}$$

[ $p + \frac{\rho v^2}{2}$  — полное давление].

Формула Торричелли, позволяющая определить скорость истечения жидкости из малого отверстия в открытом широком сосуде:

$$v = \sqrt{2gh}$$

[ $h$  — глубина, на которой находится отверстие относительно уровня жидкости в сосуде].

Сила внутреннего трения между слоями текущей жидкости

$$F = \eta \left| \frac{\Delta v}{\Delta x} \right| S$$

[ $\eta$  — динамическая вязкость жидкости;  $\Delta v/\Delta x$  — градиент скорости;  $S$  — площадь соприкасающихся слоев].

Постоянная (число) Рейнольдса, определяющая характер движения жидкости,

$$\text{Re} = \rho \langle v \rangle \frac{d}{\eta}$$

[ $\rho$  — плотность жидкости;  $\langle v \rangle$  — средняя по сечению трубы скорость жидкости;  $d$  — характерный линейный размер, например диаметр трубы;  $\eta$  — динамическая вязкость].

Формула Стокса, позволяющая определить силу сопротивления, действующую на медленно движущийся в вязкой среде шарик:

$$F = 6\pi\eta rv$$

[ $r$  — радиус шарика;  $v$  — его скорость;  $\eta$  — динамическая вязкость].

Формула Пуазейля, позволяющая определить объем жидкости, протекающий за время  $t$  через капиллярную трубку длиной  $l$ :

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8Vl}$$

[ $R$  — радиус трубки;  $\Delta p$  — разность давлений на концах трубки;  $V$  — объем вытекающей жидкости].

### Лобовое сопротивление

$$R_x = C_x \rho v^2 \frac{S}{2}$$

[ $C_x$  — безразмерный коэффициент сопротивления;  $\rho$  — плотность среды;  $v$  — скорость движения тела;  $S$  — площадь наибольшего поперечного сечения тела].

### Подъемная сила

$$R_y = C_y \rho v^2 \frac{S}{2}$$

[ $C_y$  — безразмерный коэффициент подъемной силы;  $\rho$  — плотность среды;  $v$  — скорость движения тела;  $S$  — площадь наибольшего поперечного сечения тела].

### Примеры решения задач

68. Водомер представляет собой горизонтальную трубу переменного сечения, в которую впаяны две вертикальные манометрические трубки одинакового сечения (рис. 23). По трубе протекает вода. Пре-

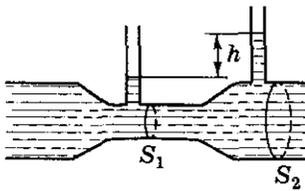


Рис. 23

небрегая вязкостью воды, определить ее массовый расход (массу воды, протекающей через сечение за единицу времени), если разность уровней в манометрических трубках  $\Delta h = 8$  см, а сечения трубы у оснований манометрических трубок соответственно равны  $S_1 = 6$  см<sup>2</sup> и  $S_2 = 12$  см<sup>2</sup>. Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>.

Дано:

$$\begin{aligned} \Delta h &= 8 \text{ см} = 0,08 \text{ м} \\ S_1 &= 6 \text{ см}^2 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \\ S_2 &= 12 \text{ см}^2 = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \\ \rho &= 1 \text{ г/см}^3 = 10^3 \text{ кг/м}^3 \\ Q &= ? \end{aligned}$$

Решение:

$$Q = \frac{m}{\Delta t} = \frac{\rho v_2 S_2 \Delta t}{\Delta t} = \rho v_2 S_2,$$

$$v_1 S_1 = v_2 S_2, \quad h_1 = h_2,$$

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}, \quad p_2 - p_1 = \rho g \Delta h,$$

$$v_2 = S_1 \sqrt{\frac{2g \Delta h}{S_2^2 - S_1^2}}, \quad Q = \rho S_1 S_2 \sqrt{\frac{2g \Delta h}{S_2^2 - S_1^2}}.$$

Ответ:  $Q = 0,868$  кг/с.

69. Пренебрегая вязкостью жидкости, определить скорость истечения жидкости из малого отверстия в стенке сосуда, если высота  $h$  уровня жидкости над отверстием составляет 1,5 м (рис. 24).

Дано:

$$h = 1,5 \text{ м}$$

$$v_2 = ?$$

Решение:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2,$$

$$S_1 \gg S_2, \quad v_1 S_1 = v_2 S_2,$$

$$v_1 \ll v_2, \quad \frac{\rho v_1^2}{2} \ll \frac{\rho v_2^2}{2},$$

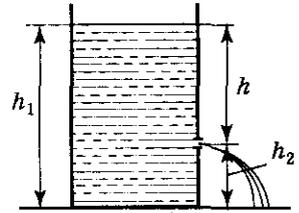


Рис. 24

$$\rho g h_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2, \quad v_2^2 = 2g(h_1 - h_2) = 2gh, \quad v_2 = \sqrt{2gh}.$$

Ответ:  $v_2 = 5,42 \text{ м/с}$ .

70. Свинцовые дробинки ( $\rho = 11,3 \text{ г/см}^3$ ), диаметр которых 4 мм и 2 мм, одновременно опускают в широкий сосуд глубиной  $h = 1,5 \text{ м}$  с глицерином ( $\rho' = 1,26 \text{ г/см}^3$ ) (рис. 25). Динамическая вязкость глицерина  $\eta = 1,48 \text{ Па} \cdot \text{с}$ . Определить, на сколько больше времени требуется дробинкам меньшего размера, чтобы достичь дна сосуда.

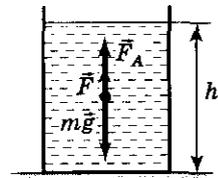


Рис. 25

Дано:

$$\rho = 11,3 \text{ г/см}^3 = 11,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$d_1 = 4 \text{ мм} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$d_2 = 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$h = 1,5 \text{ м}$$

$$\rho' = 1,26 \text{ г/см}^3 = 1,26 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$\eta = 1,48 \text{ Па} \cdot \text{с}$$

Решение:

$$v \approx \text{const}, \quad t = \frac{h}{v}, \quad r = \frac{d}{2},$$

$$mg = F_A + F,$$

$$mg = \rho g V = \frac{4}{3} \rho g \pi r^3,$$

$$F_A = \rho' g V = \frac{4}{3} \rho' g \pi r^3, \quad F = 6\pi \eta r v,$$

$$\frac{4}{3} \rho g \pi r^3 = \frac{4}{3} \rho' g \pi r^3 + 6\pi \eta r v,$$

$\Delta t = ?$

$$v = \frac{2gr^2(\rho - \rho')}{9\eta} = \frac{gd^2(\rho - \rho')}{18\eta}, \quad v_1 = \frac{gd_1^2(\rho - \rho')}{18\eta}, \quad v_2 = \frac{gd_2^2(\rho - \rho')}{18\eta},$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{h}{v_2} - \frac{h}{v_1} = h \left( \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) = \frac{18h\eta}{g(\rho - \rho_1)} \left( \frac{1}{d_2^2} - \frac{1}{d_1^2} \right).$$

Ответ:  $\Delta t = 76,1 \text{ с}$ .

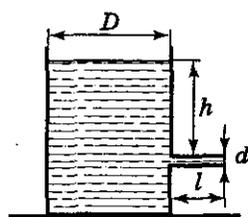


Рис. 26

71. В боковую поверхность цилиндрического сосуда диаметром  $D$  вставлен капилляр внутренним диаметром  $d$  и длиной  $l$  (рис. 26). В сосуд налита жидкость с динамической вязкостью  $\eta$ . Определить зависимость скорости  $v$  понижения уровня жидкости в сосуде от высоты  $h$  этого уровня над капилляром.

Дано:

Решение:

$D$ $d$ $l$ $\eta$ $h$	$V = \frac{\pi r^4 \Delta p t}{8 \eta l}, \quad \Delta p = \rho g h, \quad r = \frac{d}{2}, \quad R = \frac{D}{2}, \quad S_1 = \pi r^2,$
$v(h) - ?$	$S = \pi R^2, \quad V = S_1 v_1 t = \pi r^2 v_1 t, \quad \frac{\pi r^4 \rho g h t}{8 \eta l} = \pi r^2 v_1 t,$
$v = \frac{d^2 \rho g h \cdot d^2}{4 \cdot 8 \eta l \cdot D^2} = \frac{\rho g h d^4}{32 \eta l D^2}.$	$v_1 = \frac{r^2 \rho g h}{8 \eta l}, \quad v_1 S_1 = v S, \quad v = v_1 \frac{S_1}{S}, \quad \frac{S_1}{S} = \frac{d^2}{D^2},$

Ответ:  $v(h) = \frac{\rho g d^4}{32 \eta l D^2} h.$

72. Парашют ( $m_1 = 32$  кг) пилота ( $m_2 = 65$  кг) в раскрытом состоянии имеет форму полусферы диаметром  $d = 12$  м, обладая коэффициентом сопротивления  $C_x = 1,3$ . Определите максимальную скорость, развиваемую пилотом, при плотности воздуха  $1,29$  кг/м<sup>3</sup>.

Дано:

Решение:

$m_1 = 32$ кг $m_2 = 65$ кг $d = 12$ м $C_x = 1,3$ $\rho = 1,29$ кг/м <sup>3</sup>	$(m_1 + m_2)g = R_x + F_A, \quad R_x = C_x \frac{\rho v^2}{2} S,$
$v_{\max} - ?$	$F_A \ll (m_1 + m_2)g, \quad C_x \frac{\rho v_{\max}^2 \pi d^2}{2 \cdot 4} = (m_1 + m_2)g,$
$v_{\max} = \sqrt{\frac{8(m_1 + m_2)g}{C_x \pi d^2 \rho}}.$	

Ответ:  $v_{\max} = 3,17$  м/с.

## Задачи для самостоятельного решения

73. По горизонтальной трубе переменного сечения (рис. 27) течет вода. Площади поперечных сечений трубы на разных ее участках соответственно равны  $S_1 = 10 \text{ см}^2$  и  $S_2 = 20 \text{ см}^2$ . Разность уровней  $\Delta h$  воды в вертикальных трубках одинакового сечения составляет 20 см. Определите объем воды, проходящей за 1 с сквозь сечение трубы.

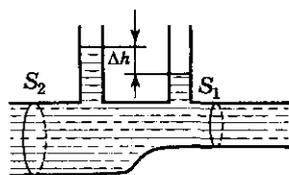


Рис. 27

74. Стальной шарик ( $\rho_1 = 9 \text{ г/см}^3$ ) падает с постоянной скоростью в сосуде с глицерином ( $\rho_2 = 1,26 \text{ г/см}^3$ , динамическая вязкость  $\eta = 1,48 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ). Считая, что при числе Рейнольдса  $Re \leq 0,5$  выполняется закон Стокса, определите предельный диаметр шарика.

**ОТВЕТЫ:** 73.  $V = v_1 t S_1 = S_1 t \sqrt{\frac{2g\Delta h}{1 - S_1^2/S_2^2}} = 2,29 \cdot 10^3 \text{ см}^3$ . 74.  $d_{\text{max}} =$

$$= \frac{\eta Re_{\text{кр}}}{\rho_2 v} = \sqrt[3]{\frac{18\eta^2 Re_{\text{кр}}}{(\rho_1 - \rho_2)\rho_2 g}} = 5,91 \text{ мм}.$$

## 1.7. ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ (ЧАСТНОЙ) ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- |   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Постулаты специальной теории относительности</li> <li>◆ Преобразования Лоренца</li> <li>◆ Относительность одновременности</li> <li>◆ Длительность событий в разных системах отсчета</li> <li>◆ Длина тел в разных системах отсчета</li> <li>◆ Релятивистский закон сложения скоростей</li> <li>◆ Интервал между событиями</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Основной закон релятивистской динамики</li> <li>◆ Релятивистский импульс частицы</li> <li>◆ Закон сохранения релятивистского импульса</li> <li>◆ Полная и кинетическая энергия релятивистской частицы</li> <li>◆ Закон сохранения энергии в релятивистской механике</li> <li>◆ Энергия покоя</li> </ul> |
|---|--|

## Основные формулы

### Преобразования Лоренца

$$\begin{cases} x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \frac{t - (vx)/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{cases}$$

[система отсчета  $K'$  движется со скоростью  $v$  в положительном направлении оси  $X$  системы отсчета  $K$ , причем оси  $X'$  и  $X$  совпадают, а оси  $Y'$  и  $Y$ ,  $Z$  и  $Z'$  параллельны;  $c$  — скорость распространения света в вакууме].

### Релятивистское замедление хода часов

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

[ $\tau$  — промежуток времени между двумя событиями, отсчитанный движущимися вместе с телом часами;  $\tau'$  — промежуток времени между теми же событиями, отсчитанный покоящимися часами].

### Релятивистское (лоренцево) сокращение длины

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

[ $l_0$  — длина стержня, измеренная в системе отсчета, относительно которой стержень покоится (собственная длина);  $l$  — длина стержня, измеренная в системе отсчета, относительно которой он движется со скоростью  $v$ ].

### Релятивистский закон сложения скоростей

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - vu_x/c^2}, \quad u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2}, \quad u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2}.$$

Система отсчета  $K'$  движется со скоростью  $v$  в положительном направлении оси  $X$  системы отсчета  $K$ , причем оси  $X'$  и  $X$  совпадают, оси  $Y'$  и  $Y$ ,  $Z$  и  $Z'$  параллельны:

$$u = \frac{u' + v}{1 + vu'/c}, \quad u' = \frac{u - v}{1 - uv/c}.$$

### Интервал между событиями

$$s_{12} = \sqrt{c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2}$$

[ $t_{12}$  — промежуток времени между событиями 1 и 2;  $l_{12}$  — расстояние между точками, где произошли события].

Релятивистский импульс частицы

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

[ $m$  — масса частицы;  $v$  — скорость частицы].

Основной закон релятивистской динамики

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

[ $\vec{p}$  — релятивистский импульс частицы].

Энергия покоя частицы

$$E_0 = mc^2$$

[ $m$  — масса частицы;  $c$  — скорость распространения света в вакууме].

Полная и кинетическая энергии релятивистской частицы

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad T = E - E_0 = mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1 \right)$$

[ $m$  — масса частицы;  $v$  — ее скорость].

Связь между энергией и импульсом релятивистской частицы

$$E^2 = m^2c^4 + p^2c^2, \quad pc = \sqrt{T(T + 2mc^2)}$$

[ $m$  — масса частицы;  $E$  — полная энергия;  $T$  — кинетическая энергия;  $p$  — релятивистский импульс].

### Примеры решения задач

75. Две нестабильные частицы движутся в системе отсчета  $K$  в одном направлении вдоль одной прямой с одинаковой скоростью  $v = 0,6c$ . Расстояние между частицами в системе  $K$  равно 64 м. Обе частицы распались одновременно в системе  $K'$ , которая связана с ними. Определить промежуток времени между распадом частиц в системе  $K$ .

Дано:

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta x = 64 \text{ м} \\ \Delta t = 0 \\ v = 0,6c \\ \hline \Delta t' = ? \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Delta t' = t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - vx_2/c^2 - (t_1 - vx_1/c^2)}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \\ = \frac{(t_2 - t_1) + v\Delta x/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{v\Delta x}{c^2\sqrt{1-v^2/c^2}}. \end{array}$$

Ответ:  $\Delta t' = 0,16$  мкс.

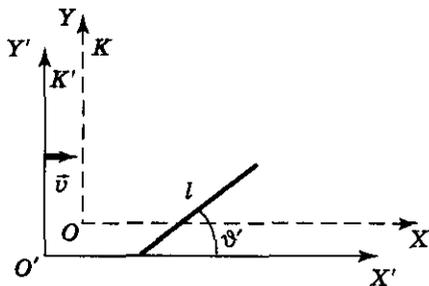


Рис. 28

76. В системе  $K'$  покоится стержень (собственная длина  $l_0 = 1,5$  м), ориентированный под углом  $\vartheta' = 30^\circ$  к оси  $OX'$  (рис. 28). Система  $K'$  движется относительно системы  $K$  со скоростью  $v = 0,6c$ . Определить в системе  $K$ : 1) длину  $l$  стержня; 2) соответствующий угол  $\vartheta$ .

Дано:

$$\begin{array}{l} l_0 = 1,5 \text{ м} \\ \vartheta' = 30^\circ \\ v = 0,6c \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1) l - ? \\ 2) \vartheta - ? \end{array}$$

Решение:

$$\begin{aligned} l_{0x} &= l_0 \cos \vartheta', & l_{0y} &= l_0 \sin \vartheta', & l_x &= l_{0x} \sqrt{1 - v^2/c^2}, \\ l_y &= l_{0y}, & l &= \sqrt{l_x^2 + l_y^2}, \\ l &= \sqrt{l_0^2 (\cos \vartheta')^2 (1 - v^2/c^2) + l_0^2 (\sin \vartheta')^2}, \\ \operatorname{tg} \vartheta &= \frac{l_y}{l_x} = \frac{l_{0y}}{l_{0x} \sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{\operatorname{tg} \vartheta'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \end{aligned}$$

Ответ: 1)  $l = 1,28$  м; 2)  $\vartheta = 35,8^\circ$ .

77. Ионизированный атом, вылетев из ускорителя со скоростью  $0,8c$ , испустил фотон в направлении своего движения. Определить скорость фотона относительно ускорителя.

Дано:

$$\begin{array}{l} u' = 0,8c \\ u - ? \end{array}$$

Решение:

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2}, \quad v = c, \quad u = \frac{0,8c + c}{1 + 0,8c \cdot c^2} = c.$$

Ответ:  $u = c$ .

78. Кинетическая энергия частицы оказалась равной ее энергии покоя. Определить скорость частицы.

Дано:

$$\begin{array}{l} E_0 = mc^2 \\ T = E_0 \\ v - ? \end{array}$$

Решение:

$$\begin{aligned} T &= E - E_0, & E &= \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, & T &= mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right), \\ T &= E_0 = mc^2, & 1 &= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1, \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 2, \quad 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{4}, \quad \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4}, \quad v = c \sqrt{\frac{3}{4}} = 0,866c.$$

Ответ:  $v = 260$  Мм/с.

79. Определить, какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы его продольные размеры уменьшились в два раза.

Дано:

Решение:

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ $l = l_0/2$	$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}, \quad l = l_0/2, \quad \sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{1}{2},$ $T = eU, \quad T = m_e c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right),$ $U = \frac{T}{e} = \frac{m_e c^2}{e} (2 - 1) = \frac{m_e c^2}{e}.$
$U = ?$	

Ответ:  $U = 512 \text{ кВ}.$

#### Задача для самостоятельного решения

80. Определите, во сколько раз увеличивается время жизни нестабильной частицы (по часам неподвижного наблюдателя), если она начинает двигаться со скоростью, равной  $0,9c$ .

Ответ: В 2,29 раза.



# ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ

## 2.1. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Идеальный газ
- ◆ Термодинамическая температура
- ◆ Изотермический процесс
- ◆ Закон Бойля—Мариотта
- ◆ Изобарный процесс
- ◆ Изохорный процесс
- ◆ Закон Гей-Люссака
- ◆ Закон Дальтона
- ◆ Парциальное давление
- ◆ Молярный объем
- ◆ Молярная газовая постоянная
- ◆ Молярная масса
- ◆ Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона—Менделеева)
- ◆ Количество вещества
- ◆ Постоянная Авогадро
- ◆ Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа
- ◆ Средняя квадратичная скорость молекул
- ◆ Закон Максвелла о распределении молекул идеального газа по скоростям и энергиям теплового движения
- ◆ Наиболее вероятная скорость молекул
- ◆ Средняя арифметическая скорость молекул
- ◆ Барометрическая формула
- ◆ Распределение Больцмана во внешнем потенциальном поле
- ◆ Среднее число столкновений молекул
- ◆ Средняя длина свободного пробега молекул
- ◆ Явления переноса
- ◆ Теплопроводность
- ◆ Закон теплопроводности Фурье
- ◆ Диффузия
- ◆ Закон диффузии Фика
- ◆ Внутреннее трение (вязкость)
- ◆ Закон Ньютона для внутреннего трения

### Основные формулы

#### Закон Бойля—Мариотта

$$pV = \text{const} \quad (T = \text{const}, m = \text{const})$$

[ $p$  — давление газа;  $V$  — объем газа;  $T$  — термодинамическая температура;  $m$  — масса газа].

#### Закон Гей-Люссака

$$V = V_0 (1 + \alpha t) \quad \text{или} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (p = \text{const}, m = \text{const});$$

$$p = p_0 (1 + \alpha t) \quad \text{или} \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (V = \text{const}, m = \text{const})$$

[ $t$  — температура газа по шкале Цельсия;  $V_0$  и  $p_0$  — соответственно объем и давление при  $0^\circ\text{C}$ ; коэффициент  $\alpha = \frac{1}{273} \text{K}^{-1}$ ; индексы 1 и 2 относятся к произвольным состояниям газа].

**Закон Дальтона для давления смеси  $n$  идеальных газов**

$$p = \sum_{i=1}^n p_i$$

[ $p_i$  — парциальное давление  $i$ -го компонента смеси].

**Молярная масса**

$$M = m_0 N_A$$

[ $m_0$  — масса молекулы;  $N_A$  — постоянная Авогадро].

**Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона—Менделеева)**

$$pV_m = RT \text{ (для 1 моль газа),}$$

$$pV = \frac{m}{M} RT \text{ (для произвольной массы газа)}$$

[ $V_m$  — молярный объем;  $R$  — молярная газовая постоянная;  $M$  — молярная масса газа;  $m$  — масса газа;  $m/M = \nu$  — количество вещества].

**Зависимость давления газа от концентрации  $n$  молекул и температуры  $T$**

$$p = nkT$$

[ $k = R/N_A$  — постоянная Больцмана;  $N_A$  — постоянная Авогадро;  $R$  — молярная газовая постоянная].

**Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов**

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2$$

или

$$pV = \frac{2}{3} N \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{2} = \frac{2}{3} E,$$

или

$$pV = \frac{1}{3} N m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 = \frac{1}{3} m \langle v_{\text{кв}} \rangle^2$$

[ $\langle v_{\text{кв}} \rangle$  — средняя квадратичная скорость молекул;  $E$  — суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул газа;  $n$  — концентрация молекул;  $m_0$  — масса одной молекулы;  $m = Nm_0$  — масса газа;  $N$  — число молекул в объеме  $V$  газа].

Средняя квадратичная скорость молекул

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

[ $T$  — термодинамическая температура;  $m_0$  — масса одной молекулы;  $k = R/N_A$  — постоянная Больцмана].

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы идеального газа

$$\langle \epsilon_0 \rangle = \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{2} = \frac{3}{2} kT$$

[ $m_0$  — масса молекулы;  $\langle v_{\text{кв}} \rangle$  — ее средняя квадратичная скорость;  $k$  — постоянная Больцмана].

Закон Максвелла о распределении молекул идеального газа по скоростям

$$f(v) = \frac{dN(v)}{N dv} = 4\pi \left( \frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-m_0 v^2 / (2kT)}$$

[функция  $f(v)$  распределения молекул по скоростям определяет относительное число молекул  $dN(v)/N$  из общего числа  $N$  молекул, скорости которых лежат в интервале от  $v$  до  $v + dv$ ].

Наиболее вероятная скорость молекул

$$v_{\text{в}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$$

[ $m_0$  — масса молекулы;  $M$  — молярная масса;  $R$  — молярная газовая постоянная;  $k = R/N_A$  — постоянная Больцмана;  $T$  — термодинамическая температура].

Средняя (средняя арифметическая) скорость молекул

$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} v f(v) dv = \int_0^{\infty} 4\pi \left( \frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^3 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}},$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}.$$

Закон Максвелла о распределении молекул идеального газа по энергиям теплового движения

$$f(\epsilon) = \frac{dN(\epsilon)}{N d\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \epsilon^{1/2} e^{-\epsilon/(kT)}$$

[функция  $f(\epsilon)$  распределения молекул по энергиям теплового движения определяет относительное число молекул  $dN(\epsilon)/N$  из общего числа  $N$  молекул, которые имеют кинетическую энергию  $\epsilon = m_0 v^2 / 2$ , заключенную в интервале от  $\epsilon$  до  $\epsilon + d\epsilon$ ].

## Барометрическая формула

$$p_h = p_0 e^{-Mg(h-h_0)/(RT)}$$

[ $p_h$  и  $p_0$  — давления газа на высоте  $h$  и  $h_0$  соответственно;  $M$  — молярная масса;  $g$  — ускорение свободного падения;  $R$  — молярная газовая постоянная;  $T$  — термодинамическая температура].

## Распределение Больцмана во внешнем потенциальном поле

$$n = n_0 e^{-\Pi/(kT)}$$

[ $n$  и  $n_0$  — концентрация молекул на высоте  $h$  и  $h = 0$ ;  $\Pi = m_0gh$  — потенциальная энергия молекулы в поле тяготения;  $k$  — постоянная Больцмана;  $T$  — термодинамическая температура;  $m_0$  — масса одной молекулы].

## Среднее число соударений, испытываемых молекулой газа за 1 с,

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle$$

[ $d$  — эффективный диаметр молекулы;  $n$  — концентрация молекул;  $\langle v \rangle$  — средняя арифметическая скорость молекул].

## Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle l \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}$$

[ $d$  — эффективный диаметр молекулы;  $n$  — концентрация молекул;  $\langle z \rangle$  — среднее число столкновений молекулы за 1 с;  $\langle v \rangle$  — средняя арифметическая скорость молекул].

## Закон теплопроводности Фурье

$$j_E = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

[ $j_E$  — плотность теплового потока;  $\lambda$  — теплопроводность (коэффициент теплопроводности);  $\frac{dT}{dx}$  — градиент температуры].

## Теплопроводность

$$\lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$$

[ $c_V$  — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме;  $\rho$  — плотность газа;  $\langle v \rangle$  — средняя арифметическая скорость теплового движения его молекул;  $\langle l \rangle$  — средняя длина свободного пробега молекул].

## Закон диффузии Фика

$$j_m = -D \frac{dp}{dx}$$

[ $j_m$  — плотность потока массы;  $D$  — диффузия (коэффициент диффузии);  $\frac{dp}{dx}$  — градиент плотности].

**Диффузия (коэффициент диффузии)**

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle$$

[ $\langle l \rangle$  — средняя длина свободного пробега;  $\langle v \rangle$  — средняя арифметическая скорость молекул].

**Закон Ньютона для внутреннего трения (вязкости)**

$$j_p = -\eta \frac{dv}{dx}$$

[ $j_p$  — плотность потока импульса;  $\eta$  — динамическая вязкость;  $\frac{dv}{dx}$  — градиент скорости].

**Динамическая вязкость**

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$$

[ $\rho$  — плотность газа;  $\langle v \rangle$  — средняя арифметическая скорость молекул;  $\langle l \rangle$  — средняя длина свободного пробега].

**Связь между коэффициентами теплопроводности ( $\lambda$ ), диффузии ( $D$ ) и динамической вязкостью  $\eta$**

$$\eta = \rho D, \quad \frac{\lambda}{\eta c_V} = 1$$

[ $\rho$  — плотность газа;  $c_V$  — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме].

### Примеры решения задач

**81.** Определить плотность смеси газов водорода массой  $m_1 = 8$  г и кислорода массой  $m_2 = 64$  г при температуре  $T = 290$  К и при давлении  $0,1$  МПа. Газы считать идеальными.

*Дано:*

$$\begin{aligned} m_1 &= 8 \text{ г} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \\ M_1 &= 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} \\ m_2 &= 64 \text{ г} = 64 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \\ M_2 &= 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} \\ T &= 290 \text{ К} \\ p &= 0,1 \text{ МПа} = 10^5 \text{ Па} \\ R &= 8,31 \text{ Дж/(К} \cdot \text{моль)} \end{aligned}$$

$\rho$  — ?

*Решение:*

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad m = m_1 + m_2,$$

$$pV = \left( \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) RT, \quad V = \left( \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{p},$$

$$\rho = \frac{(m_1 + m_2)p}{\left( \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) RT}.$$

*Ответ:*  $\rho = 0,498$  кг/м<sup>3</sup>.

82. В сосуде вместимостью 1 л находится кислород массой 1 г. Определить концентрацию молекул кислорода в сосуде.

Дано:

$$\begin{array}{l} V = 1 \text{ л} = 10^{-3} \text{ м}^3 \\ M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} \\ m = 1 \text{ г} = 10^{-3} \text{ кг} \\ \hline n - ? \end{array}$$

Решение:

$$\begin{array}{l} p = nkT, \quad n = \frac{p}{kT}, \quad pV = \frac{m}{M}RT, \\ \frac{p}{T} = \frac{mR}{MV}, \quad n = \frac{mR}{MkV}. \end{array}$$

Ответ:  $n = 1,88 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ .

83. Определить среднюю арифметическую скорость молекул идеального газа, плотность которого при давлении 35 кПа составляет  $0,3 \text{ кг/м}^3$ .

Дано:

$$\begin{array}{l} p = 35 \text{ кПа} = 3,5 \cdot 10^4 \text{ Па} \\ \rho = 0,3 \text{ кг/м}^3 \\ \hline \langle v \rangle - ? \end{array}$$

Решение:

$$\begin{array}{l} p = \frac{1}{3} nm_0 \langle v_{\text{KB}} \rangle^2, \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}, \\ \langle v_{\text{KB}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8}{3\pi}} \langle v_{\text{KB}} \rangle, \end{array}$$

$$p = \frac{m}{V} = \frac{Nm_0}{V} = nm_0, \quad p = \frac{1}{3} \rho \langle v_{\text{KB}} \rangle^2, \quad \langle v_{\text{KB}} \rangle = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}, \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8p}{\pi\rho}}.$$

Ответ:  $\langle v \rangle = 545 \text{ м/с}$ .

84. Используя закон распределения молекул идеального газа по скоростям, найти закон, выражающий распределение молекул по относительным скоростям  $u$  ( $u = v/v_B$ ).

Дано:

$$\begin{array}{l} f(v) = 4\pi \left( \frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \\ u = \frac{v}{v_B} \\ \hline f(u) - ? \end{array}$$

Решение:

$$\begin{array}{l} v_B = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}, \quad v = v_B u, \quad dv = v_B du, \\ \frac{dN_v}{N} = f(v) dv, \quad \frac{dN_u}{N} = f(u) du, \\ f(u) = f(v) \frac{dv}{du} = f(v) v_B, \end{array}$$

$$\begin{aligned} f(u) &= 4\pi \left( \frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v_B^2 u^2 e^{-\frac{m_0 v_B^2 u^2}{2kT}} v_B = \\ &= 4\pi \left( \frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} \frac{2kT}{m_0} u^2 e^{-\frac{m_0 \cdot 2kT u^2}{2kT m_0}} \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2}. \end{aligned}$$

Ответ:  $f(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2}$ .

85. На какой высоте давление воздуха составляет 60% от давления на уровне моря? Считать, что температура воздуха везде одинакова и равна 10 °С.

Дано:

$$p = 0,6 p_0$$

$$t = 10 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$M = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$h = ?$$

Решение:

$$p = p_0 e^{-\frac{Mg(h-h_0)}{RT}}, \quad h_0 = 0, \quad \frac{p}{p_0} = e^{-\frac{Mgh}{RT}},$$

$$\frac{Mgh}{RT} = -\ln \frac{p}{p_0}, \quad h = -\frac{RT}{Mg} \ln \frac{p}{p_0}.$$

Ответ:  $h = 4,22 \text{ км.}$

86. Определить среднюю продолжительность  $\langle \tau \rangle$  свободного пробега молекул водорода при температуре 27 °С и давлении 5 кПа. Эффективный диаметр молекулы водорода принять равным 0,28 нм.

Дано:

$$M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$t = 27 \text{ }^\circ\text{C}, \quad T = 300 \text{ К}$$

$$p = 0,5 \text{ кПа} = 5 \cdot 10^2 \text{ Па}$$

$$d = 0,28 \text{ нм} = 2,8 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$\langle \tau \rangle = ?$$

Решение:

$$\langle \tau \rangle = \frac{1}{\langle z \rangle}, \quad \langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle,$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \quad p = nkT, \quad n = \frac{p}{kT},$$

$$\langle \tau \rangle = \frac{kT \sqrt{\pi M}}{\sqrt{2} \pi d^2 p \sqrt{8RT}} = \frac{k \sqrt{TM}}{4 \sqrt{\pi} R d^2 p}.$$

Ответ:  $\langle \tau \rangle = 13,3 \text{ нс.}$

87. Определить, во сколько раз отличаются коэффициенты динамической вязкости  $\eta$  углекислого газа и азота, если оба газа находятся при одинаковых температуре и давлении. Эффективные диаметры молекул этих газов считать равными.

Дано:

$$M_1 = 44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$M_2 = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$T_1 = T_2$$

$$p_1 = p_2$$

$$d_1 = d_2$$

$$\eta_1/\eta_2 = ?$$

Решение:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle, \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \quad \langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n},$$

$$p = nkT, \quad pV = \frac{m}{M} RT, \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT},$$

$$\eta_1 = \frac{1}{3} \frac{p_1 M_1}{RT_1} \sqrt{\frac{8RT_1}{\pi M_1}} \frac{1}{\sqrt{2} \pi d_1^2 n_1},$$

$$\eta_2 = \frac{1}{3} \frac{p_2 M_2}{RT_2} \sqrt{\frac{8RT_2}{\pi M_2}} \frac{1}{\sqrt{2} \pi d_2^2 n_2},$$

$$p_1 = p_2, \quad T_1 = T_2, \quad d_1 = d_2, \quad n_1 = n_2, \quad \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{M_1 \sqrt{M_2}}{M_2 \sqrt{M_1}} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}}.$$

Ответ:  $\eta_1/\eta_2 = 1,25.$

88. Определить коэффициент теплопроводности  $\lambda$  азота, если коэффициент динамической вязкости  $\eta$  для него при тех же условиях равен  $10 \text{ мкПа} \cdot \text{с}$ .

Дано:

Решение:

$\eta = 10 \text{ мкПа} \cdot \text{с} = 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$ $M = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/> $\lambda = ?$	$\lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \langle v \rangle \langle l \rangle, \quad \eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle,$ $\lambda = c_V \eta, \quad c_V = \frac{i R}{2M}, \quad \lambda = \frac{i R}{2M} \eta,$ $i = 5.$
---	--

Ответ:  $\lambda = 7,42 \text{ мВт/(м} \cdot \text{К)}$ .

### Задачи для самостоятельного решения

89. В закрытом сосуде при температуре  $300 \text{ К}$  и давлении  $0,1 \text{ МПа}$  находятся  $10 \text{ г}$  водорода и  $16 \text{ г}$  гелия. Считая газы идеальными, определите удельный объем смеси.

90. В сосуде вместимостью  $5 \text{ л}$  при нормальных условиях находится азот. Определите: 1) количество вещества  $\nu$ ; 2) массу  $m$  кислорода; 3) концентрацию  $n$  его молекул в сосуде.

91. При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул кислорода больше их наиболее вероятной скорости на  $100 \text{ м/с}$ ?

92. Используя закон распределения молекул идеального газа по скоростям, найдите формулу наиболее вероятной скорости  $v_B$ .

93. Определите отношение давления воздуха на высоте  $1 \text{ км}$  к давлению на дне скважины глубиной  $1 \text{ км}$ . Воздух у поверхности Земли находится при нормальных условиях, и его температура не зависит от высоты.

94. При температуре  $300 \text{ К}$  и некотором давлении средняя длина свободного пробега  $\langle l \rangle$  молекул кислорода равна  $0,1 \text{ мкм}$ . Чему равно среднее число  $\langle z \rangle$  столкновений, испытываемых молекулами в  $1 \text{ с}$ , если сосуд откачать до  $0,1$  первоначального давления? Температуру газа считать постоянной.

95. Азот находится под давлением  $100 \text{ кПа}$  при температуре  $290 \text{ К}$ . Определите коэффициенты диффузии  $D$  и внутреннего трения  $\eta$ . Эффективный диаметр молекул азота принять равным  $0,38 \text{ нм}$ .

ОТВЕТЫ: 89.  $v_{\text{см}} = \frac{V}{m_1 + m_2} = \frac{(m_1/M_1 + m_2/M_2)RT}{(m_1 + m_2)p} = 8,63 \text{ м}^3/\text{кг}.$

90. 1)  $\nu = 0,223 \text{ моль}$ ; 2)  $m = 6,24 \text{ г}$ ; 3)  $n = 2,69 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ . 91.  $381 \text{ К}$ .

92.  $v_B = \sqrt{2kT/m_0}$ . 93.  $0,778$ . 94.  $4,45 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$ . 95.  $D = 9,74 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ;  
 $\eta = 1,13 \cdot 10^{-5} \text{ кг/(м} \cdot \text{с)}$ .

## 2.2. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Термодинамическая система
- ◆ Термодинамические параметры
- ◆ Термодинамическое равновесие
- ◆ Температура
- ◆ Температурные шкалы (Цельсия и Кельвина)
- ◆ Термодинамический процесс
- ◆ Внутренняя энергия термодинамической системы
- ◆ Число степеней свободы молекул
- ◆ Работа газа при изменении его объема
- ◆ Равновесные процессы
- ◆ Закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул
- ◆ Первое начало термодинамики
- ◆ Теплоемкость
- ◆ Удельная теплоемкость
- ◆ Молярная теплоемкость
- ◆ Уравнение Майера
- ◆ Применение первого начала термодинамики к изопроцессам
- ◆ Адиабатный процесс
- ◆ Уравнение адиабатного процесса (уравнение Пуассона)
- ◆ Политропный процесс
- ◆ Круговой процесс (цикл)
- ◆ Прямой цикл
- ◆ Обратный цикл
- ◆ Обратимый процесс
- ◆ КПД для кругового процесса
- ◆ Второе начало термодинамики
- ◆ Приведенное количество теплоты
- ◆ Энтропия
- ◆ Неравенство Клаузиуса
- ◆ Принцип возрастания энтропии
- ◆ Тепловой двигатель
- ◆ Холодильная машина
- ◆ Цикл Карно

### Основные формулы

Средняя кинетическая энергия поступательного движения, приходящаяся на одну степень свободы молекулы,

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{2} kT$$

[ $k$  — постоянная Больцмана;  $T$  — термодинамическая температура].

Средняя энергия молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT$$

[ $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{колеб}}$  — сумма числа поступательных, числа вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы].

Внутренняя энергия идеального газа

$$U_m = \frac{i}{2} kT N_A = \frac{i}{2} RT \quad (\text{для 1 моль газа}),$$

$$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT = \nu \frac{i}{2} RT \quad (\text{для произвольной массы газа})$$

[ $i$  — число степеней свободы;  $k$  — постоянная Больцмана;  $T$  — термодинамическая температура;  $N_A$  — постоянная Авогадро;  $R$  — молярная газовая постоянная;  $m$  — масса газа;  $M$  — молярная масса;  $\nu = m/M$  — количество вещества].

Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A$$

[ $Q$  — количество теплоты, сообщенное системе или отданное ею;  $\Delta U$  — изменение внутренней энергии системы;  $\delta A$  — работа системы против внешних сил].

Первое начало термодинамики для малого изменения системы

$$\delta Q = dU + \delta A$$

[ $dU$  — бесконечно малое изменение внутренней энергии;  $\delta A$  — элементарная работа;  $\delta Q$  — бесконечно малое количество теплоты].

Молярная и удельная теплоемкости

$$C_m = \frac{dQ}{\nu dT}, \quad c = \frac{dQ}{m dT}.$$

Связь между молярной  $C_m$  и удельной  $c$  теплоемкостями газа

$$C_m = cM$$

[ $M$  — молярная масса газа].

Молярная теплоемкость газа при постоянном объеме

$$C_V = \frac{i}{2} R$$

[ $i$  — число степеней свободы].

Молярная теплоемкость газа при постоянном давлении

$$C_p = \frac{i+2}{2} R.$$

Уравнение Майера

$$C_p = C_V + R.$$

Элементарная работа газа при изменении его объема

$$dA = p dV$$

[ $p$  — давление].

Полная работа при изменении объема газа

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

[ $V_1$  и  $V_2$  — соответственно начальный и конечный объемы газа].

Изменение внутренней энергии идеального газа

$$dU = \frac{m}{M} C_V dT$$

[ $m$  — масса газа,  $M$  — его молярная масса,  $C_V$  — молярная теплоемкость газа при постоянном объеме].

### Работа газа:

- при изобарном процессе

$$A = p(V_2 - V_1), \quad A = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1),$$

- при изотермическом процессе

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}, \quad A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

### Уравнение адиабатного процесса (уравнение Пуассона)

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const}$$

$[\gamma = C_p/C_V = (i+2)/i$  — показатель адиабаты;  $i$  — число степеней свободы].

### Работа газа в адиабатном процессе

$$A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2),$$
$$A = \frac{RT_1 m}{\gamma-1 M} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = \frac{p_1 V_1}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]$$

$[T_1, T_2$  — начальная и конечная температуры газа;  $V_1$  и  $V_2$  — начальный и конечный объемы газа соответственно;  $\gamma$  — показатель адиабаты;  $m$  — масса газа;  $M$  — его молярная масса;  $R$  — молярная газовая постоянная].

### Уравнение политропного процесса

$$pV^n = \text{const}$$

$\left[ n = \frac{C - C_p}{C - C_V} \right]$  — показатель политропы].

Термический коэффициент полезного действия для кругового процесса (цикла)

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

$[Q_1$  — количество теплоты, полученное системой;  $Q_2$  — количество теплоты, отданное системой;  $A$  — работа, совершаемая за цикл].

### Неравенство Клаузиуса

$$\Delta S \geq 0$$

$[\Delta S > 0$  в необратимых процессах,  $\Delta S = 0$  в обратимых процессах].

Изменение энтропии при равновесном переходе системы из состояния 1 в состояние 2

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \frac{m}{M} \left( C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right).$$

## Формула Больцмана

$$S = k \ln W$$

[ $S$  — энтропия;  $k$  — постоянная Больцмана;  $W$  — термодинамическая вероятность состояния].

Термический коэффициент полезного действия цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

[ $T_1$  — температура нагревателя;  $T_2$  — температура холодильника].

## Примеры решения задач

**96.** Кислород массой  $m = 1$  кг находится при температуре  $T = 320$  К. Определить: 1) внутреннюю энергию молекул кислорода; 2) среднюю кинетическую энергию вращательного движения молекул кислорода. Газ считать идеальным.

Дано:

Решение:

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$T = 320 \text{ К}$$

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$1) U \text{ — ?}$$

$$2) \langle E_{\text{вр}} \rangle \text{ — ?}$$

$$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT, \quad i = 5, \quad \langle E_{\text{вр}} \rangle = \langle \epsilon_{\text{вр}} \rangle N,$$

$$\langle \epsilon_{\text{вр}} \rangle = i_{\text{вр}} \frac{kT}{2}, \quad N = \frac{mN_A}{M},$$

$$\langle E_{\text{вр}} \rangle = i_{\text{вр}} \frac{kT}{2} \frac{mN_A}{M}, \quad i_{\text{вр}} = 2.$$

Ответ: 1)  $U = 208$  кДж; 2)  $\langle E_{\text{вр}} \rangle = 83,1$  кДж.

**97.** Азот массой  $m = 280$  г расширяется в результате изобарного процесса при давлении  $p = 1$  МПа. Определить: 1) работу расширения; 2) конечный объем газа, если на расширение затрачена теплота  $Q = 5$  кДж, а начальная температура азота  $T_1 = 290$  К.

Дано:

Решение:

$$m = 280 \text{ г} = 0,28 \text{ кг}$$

$$M = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$p = \text{const}$$

$$p = 1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}$$

$$Q = 5 \text{ кДж} = 5 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

$$T_1 = 290 \text{ К}$$

$$1) A \text{ — ?}$$

$$2) V_2 \text{ — ?}$$

$$A = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1), \quad Q = \frac{m}{M} C_p(T_2 - T_1),$$

$$\frac{A}{Q} = \frac{R}{C_p}, \quad C_p = \frac{i+2}{2} R, \quad i = 5,$$

$$A = \frac{QR \cdot 2}{(i+2)R} = \frac{2Q}{i+2},$$

$$A = p(V_2 - V_1), \quad pV_1 = \frac{m}{M} RT_1,$$

$$V_2 = \frac{A}{p} + V_1 = \frac{1}{p} \left( A + \frac{m}{M} RT_1 \right).$$

Ответ: 1)  $A = 1,43$  Дж; 2)  $V_2 = 0,026$  м<sup>3</sup>.

98. Работа расширения некоторого двухатомного идеального газа составляет  $A = 2$  кДж. Определить количество подведенной к газу теплоты, если процесс протекал (рис. 29): 1) изотермически; 2) изобарно.

Дано:

Решение:

$A = 2 \text{ кДж} = 2 \cdot 10^3 \text{ Дж}$ $i = 5$ 1) $T = \text{const}$ 2) $p = \text{const}$	$Q_1 = \Delta U + A, T = \text{const}, p \uparrow$ $\Delta U = 0, Q_1 = A,$ $p = \text{const}, A = p\Delta V,$ $p\Delta V = \frac{m}{M} R\Delta T,$ $A = \frac{m}{M} R\Delta T, \Delta T = \frac{MA}{mR},$
1) $Q_1 - ?$ 2) $Q_2 - ?$	

$$\Delta U = \frac{m}{M} C_V \Delta T = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \cdot \frac{MA}{mR} = \frac{iA}{2},$$

$$Q_2 = \Delta U + A = \frac{i}{2} A + A = A \left( \frac{i}{2} + 1 \right).$$

Ответ: 1)  $Q_1 = 2$  кДж; 2)  $Q_2 = 7$  кДж.

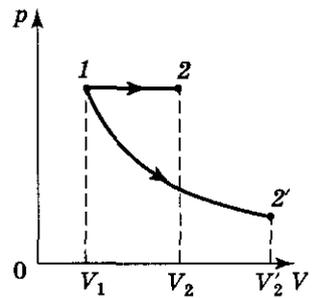


Рис. 29

99. Идеальный двухатомный газ ( $\nu = 3$  моль), занимающий объем  $V_1 = 5$  л и находящийся под давлением  $p_1 = 1$  МПа, подвергаются изохорному нагреванию до  $T_2 = 500$  К. После этого газ подвергли изотермическому расширению до начального давления, а затем он в результате изобарного сжатия возвращен в первоначальное состояние. Построить график цикла и определить термодинамический КПД цикла.

Дано:

Решение:

$\nu = 3 \text{ моль}$ $i = 5$ $V_1 = 5 \text{ л} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ $p_1 = 1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}$ $T_2 = 500 \text{ К}$ $\eta - ?$	График цикла представлен на рис. 30: $1 \rightarrow 2 \quad V_1 = \text{const},$ $A_{12} = 0, \quad Q_{12} = \Delta U_{12},$ $\Delta U_{12} = \nu \frac{i}{2} R(T_2 - T_1),$ $p_1 V_1 = \nu R T_1,$
--	---

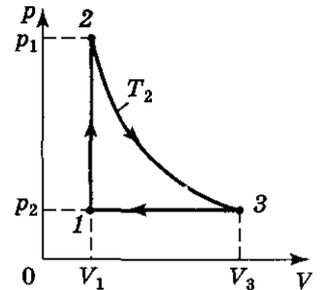


Рис. 30

$$2 \rightarrow 3 \quad T_2 = \text{const}, \quad \Delta U_{23} = 0, \quad Q_{23} = A_{23}, \quad A_{23} = \nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_2},$$

$$V_2 = V_1, \quad p_3 = p_1, \quad p_3 V_3 = \nu R T_3, \quad V_3 = \frac{\nu R T_3}{p_3} = \frac{\nu R T_2}{p_1}, \quad Q_{23} = \nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_1};$$

$$\boxed{3 \rightarrow 1} \quad p_1 = \text{const}, \quad Q_{31} = \nu \frac{i+2}{2} R(T_1 - T_2), \quad \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

$$Q_1 = |Q_{12} + Q_{23}|, \quad Q_2 = |Q_{31}|, \quad \eta = 1 - \frac{|Q_{31}|}{|Q_{12} + Q_{23}|}.$$

Ответ:  $\eta = 13,3\%$ .

**100.** Многоатомный идеальный газ совершает цикл Карно (рис. 31), при этом в процессе адиабатного расширения объем газа увеличивается в  $n = 4$  раза. Определить термический КПД цикла.

Дано:

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} V_3 = nV_2 \\ n = 4 \\ i = 6 \\ \eta = ? \end{array} \right\} \begin{array}{l} \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_2}, \quad \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \\ T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1}, \end{array}$$

$$\gamma = \frac{i+2}{2}, \quad \eta = 1 - \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} = 1 - \left(\frac{1}{n}\right)^{\gamma-1}.$$

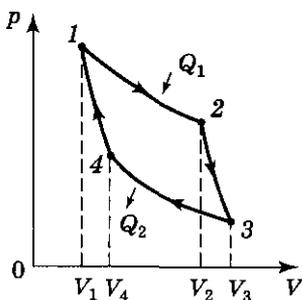


Рис. 31

Ответ:  $\eta = 37\%$ .

**101.** Азот массой 28 г адиабатно расширили в  $n = 2$  раза, а затем изобарно сжали до первоначального объема (рис. 32). Определить изменение энтропии газа в ходе указанных процессов.

Дано:

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} M = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} \\ m = 28 \text{ г} = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \\ i = 5 \\ n = \frac{V_2}{V_1} = 2 \\ \Delta S = ? \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Delta S = \Delta S_{12} + \Delta S_{23}, \\ \Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{dQ_{12}}{T}, \\ dQ_{12} = 0, \quad \Delta S_{12} = 0, \end{array}$$

$$\Delta S_{23} = \int_2^3 \frac{m C_p dT}{M T} = \frac{m}{M} C_p \int_{T_2}^{T_3} \frac{dT}{T} = \frac{m}{M} C_p \ln \frac{T_3}{T_2},$$

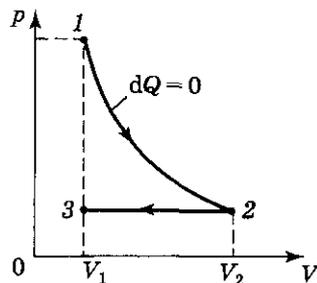


Рис. 32

$$\boxed{p = \text{const}} \quad \frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{n}, \quad C_p = \frac{i+2}{2} R, \quad \Delta S = \Delta S_{23} = \frac{m}{M} \frac{i+2}{2} R \ln \frac{1}{n}.$$

Ответ:  $\Delta S = -20,2 \text{ Дж/К}$ .

## Задачи для самостоятельного решения

**102.** Считая азот идеальным газом, определите его удельную теплоемкость: 1) для изобарного процесса; 2) для изохорного процесса.

**103.** Определите количество теплоты, сообщенное газу, если в процессе изохорного нагревания кислорода объемом  $V = 20$  л его давление изменилось на  $\Delta p = 100$  кПа.

**104.** Двухатомный идеальный газ занимает объем  $V_1 = 1$  л и находится под давлением  $p_1 = 0,1$  МПа. После адиабатного сжатия газ характеризуется объемом  $V_2$  и давлением  $p_2$ . В результате последующего изохорного процесса газ охлаждается до первоначальной температуры, а его давление  $p_3 = 0,2$  МПа. Определите: 1) объем  $V_2$ ; 2) давление  $p_2$ . Начертите графики этих процессов.

**105.** Азот массой 500 г, находящийся под давлением  $p_1 = 1$  МПа при температуре  $t_1 = 127$  °С, подвергли изотермическому расширению, в результате которого давление газа уменьшилось в  $n = 3$  раза. После этого газ подвергли адиабатному сжатию до начального давления, а затем он был изобарно сжат до начального объема. Постройте график цикла и определите работу, совершенную газом за цикл.

---

**ОТВЕТЫ:** 102. 1)  $c_p = 1,04$  кДж/(кг · К); 2)  $c_V = 742$  Дж/(кг · К).  
103.  $Q = iV\Delta p/2 = 5$  Дж. 104. 1) 0,5 л; 2) 264 кПа. 105. -11,5 кДж.

---

## 2.3. РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ И ЖИДКОСТИ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- |  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| ◆ Реальный газ   | ◆ Внутренняя энергия реального газа |
| ◆ Силы межмолекулярного взаимодействия                           | ◆ Поверхностная энергия             |
| ◆ Внутреннее давление  | ◆ Поверхностное натяжение           |
| ◆ Уравнение состояния реальных газов (уравнение Ван-дер-Ваальса) | ◆ Смачивание                        |
| ◆ Изотермы Ван-дер-Ваальса                                       | ◆ Формула Лапласа                   |
|  | ◆ Капиллярность                     |

### Основные формулы

Уравнение состояния реального газа (уравнение Ван-дер-Ваальса)

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT \text{ (для 1 моль газа),}$$

$$\left(p + \frac{v^2 a}{V^2}\right)\left(\frac{V}{v} - b\right) = RT,$$

$$\left(p + \frac{v^2 a}{V^2}\right)(V - vb) = vRT \text{ (для произвольной массы газа)}$$

[ $V_m$  — молярный объем;  $a$  и  $b$  — постоянные Ван-дер-Ваальса, различные для разных газов;  $v = m/M$  — количество вещества;  $V = vV_m$ ].

**Внутреннее давление газа**

$$p' = \frac{a}{V_m^2}$$

[ $a$  — постоянная Ван-дер-Ваальса, характеризующая силы межмолекулярного притяжения;  $V_m$  — молярный объем].

**Связь критических параметров (объем, давление и температура) с постоянными  $a$  и  $b$  Ван-дер-Ваальса**

$$V_{кр} = 3b, \quad p_{кр} = \frac{a}{27b^2}, \quad T_{кр} = \frac{8a}{27Rb}$$

[ $R$  — молярная газовая постоянная].

**Внутренняя энергия реального газа**

$$U_m = C_V T - \frac{a}{V_m} \quad (\text{для 1 моль газа}),$$

$$U = \frac{m}{M} \left( C_V T - \frac{a}{V_m} \right) \quad (\text{для произвольной массы газа})$$

[ $C_V$  — молярная теплоемкость газа при постоянном объеме;  $a$  — постоянная Ван-дер-Ваальса;  $V_m$  — молярный объем;  $m/M$  — количество вещества].

**Энтальпия системы**

$$U_1 + p_1 V_1 = U_2 + p_2 V_2$$

[индексы 1 и 2 соответствуют начальному и конечному состояниям системы].

**Поверхностное натяжение**

$$\sigma = \frac{F}{l}, \quad \sigma = \frac{\Delta E}{\Delta S}$$

[ $F$  — сила поверхностного натяжения, действующая на контур  $l$ , ограничивающий поверхность жидкости;  $\Delta E$  — поверхностная энергия, связанная с площадью  $\Delta S$  поверхности пленки].

**Формула Лапласа, позволяющая определить избыточное давление для произвольной поверхности жидкости двойкой кривизны:**

$$\Delta p = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

[ $R_1$  и  $R_2$  — радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных нормальных сечений поверхности жидкости; радиус кривизны положителен, если центр кривизны находится внутри жидкости (выпуклый мениск), и отрицателен, если центр кривизны — вне жидкости (вогнутый мениск);  $\sigma$  — поверхностное натяжение].

### Избыточное давление в случае сферической поверхности

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}.$$

### Высота подъема жидкости в капиллярной трубке

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho g r}$$

[ $\theta$  — краевой угол;  $r$  — радиус капилляра;  $\rho$  — плотность жидкости;  $g$  — ускорение свободного падения;  $\sigma$  — поверхностное натяжение].

### Примеры решения задач

**106.** Углекислый газ массой 6,6 кг при давлении 0,1 МПа занимает объем 3,75 м<sup>3</sup>. Определить температуру газа, если: 1) газ реальный; 2) газ идеальный. Поправки  $a$  и  $b$  принять равными соответственно 0,361 Н·м<sup>4</sup>/моль<sup>2</sup> и  $4,28 \cdot 10^{-5}$  м<sup>3</sup>/моль.

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned} M &= 44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} \\ m &= 6,6 \text{ кг} \\ p &= 0,1 \text{ МПа} = 10^5 \text{ Па} \\ V &= 3,75 \text{ м}^3 \\ a &= 0,361 \text{ Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2 \\ b &= 4,28 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль} \end{aligned}$$

$$\left(p + \frac{v^2 a}{V^2}\right) \left(\frac{V}{v} - b\right) = RT_1, \quad v = \frac{m}{M},$$

$$T_1 = \frac{M \left(p + \frac{m^2 a}{M^2 V^2}\right) \left(V - \frac{m}{M} b\right)}{mR},$$

$$pV = \frac{m}{M} RT_2,$$

$$T_2 = \frac{MpV}{mR}.$$

1)  $T_1$  — ?

2)  $T_2$  — ?

Ответ: 1)  $T_1 = 302$  К; 2)  $T_2 = 301$  К.

**107.** Азот ( $\nu = 3$  моль) расширяется в вакуум, в результате чего объем газа увеличивается от  $V_1 = 1$  л до  $V_2 = 5$  л. Какое количество теплоты  $Q$  необходимо сообщить газу, чтобы его температура осталась неизменной? Поправку  $a$  принять равной 0,135 Н·м<sup>4</sup>/моль<sup>2</sup>.

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned} \nu &= 3 \text{ моль} \\ V_1 &= 1 \text{ л} = 10^{-3} \text{ м}^3 \\ V_2 &= 5 \text{ л} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \\ a &= 0,135 \text{ Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2 \\ Q &= ? \end{aligned}$$

$$dQ = dU + dA,$$

$$dU = 0, \quad dA = p' dV = \frac{v^2 a}{V^2} dV,$$

$$Q = A, \quad Q = \int_{V_1}^{V_2} \frac{v^2 a}{V^2} dV = v^2 a \left( \frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right).$$

Ответ:  $Q = 972$  Дж.

**108.** Азот ( $\nu = 2$  моль) адиабатно расширяется в вакуум. Температура газа при этом уменьшается на 1 К. Определить работу, совершаемую газом против межмолекулярных сил притяжения.

Дано:

Решение:

$\nu = 2$ моль $i = 5$ $\Delta T = -1$ К <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> $A_1 = ?$	$Q = \Delta U + A, \quad Q = 0, \quad A = 0,$ $\Delta U = U_2 - U_1 = 0, \quad U_1 = U_2,$ $U_1 = \nu \left( C_V T_1 - \frac{a\nu}{V_1} \right), \quad U_2 = \nu \left( C_V T_2 - \frac{a\nu}{V_2} \right),$ $\Delta T = T_2 - T_1 = -\frac{a\nu}{C_V} \left( \frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right), \quad \frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} = -\frac{C_V \Delta T}{\nu a},$
---	---

$$dA = p' dV, \quad p' = \frac{\nu^2 a}{V^2}, \quad A_1 = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu^2 a}{V^2} dV = \nu^2 a \left( \frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) = -\nu \Delta T C_V = -\frac{\nu i}{2} R \Delta T.$$

Ответ:  $A_1 = 83,1$  Дж.

**109.** Считая процесс образования мыльного пузыря изотермическим, определить работу  $A$ , которую надо совершить, чтобы увеличить его диаметр от  $d_1 = 6$  мм до  $d_2 = 60$  мм. Поверхностное натяжение мыльного раствора принять равным 40 мН/м.

Дано:

Решение:

$T = \text{const}$ $d_1 = 6$ мм = $6 \cdot 10^{-3}$ м $d_2 = 60$ мм = $6 \cdot 10^{-2}$ м $\sigma = 40$ мН/м = $4 \cdot 10^{-2}$ Н/м <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> $A = ?$	$\sigma = \frac{\Delta E}{\Delta S}, \quad \Delta E = A, \quad \Delta S = 2S_2 - 2S_1,$ $S_2 = \pi d_2^2, \quad S_1 = \pi d_1^2,$ $T = \text{const}, \quad \sigma = \text{const},$ $A = \sigma \cdot 2\pi(d_2^2 - d_1^2).$
--	---

Ответ:  $A = 896$  мкДж.

**110.** Воздушный пузырек диаметром  $d = 0,02$  мм находится на глубине  $h = 25$  см под поверхностью воды. Определить давление воздуха в этом пузырьке. Атмосферное давление принять нормальным. Поверхностное натяжение воды  $\sigma = 73$  мН/м, а ее плотность  $\rho = 0,8$  г/см<sup>3</sup>.

Дано:

Решение:

$d = 0,02$ мм = $2 \cdot 10^{-3}$ м $h = 25$ см = $0,25$ м $p_0 = 1,01 \cdot 10^5$ Па $\sigma = 73$ мН/м = $73 \cdot 10^{-3}$ Н/м $\rho = 1$ г/см <sup>3</sup> = $10^3$ кг/м <sup>3</sup> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> $p = ?$	$p = p_0 + p_1 + \Delta p, \quad p_1 = \rho gh,$ $\Delta p = \frac{2\sigma}{r} = \frac{4\sigma}{d},$ $p = p_0 + \rho gh + \frac{4\sigma}{d}.$
--	---

Ответ:  $p = 118$  кПа.

111. Капилляр, имеющий внутренний радиус 0,5 мм, опущен в жидкость. Определить массу жидкости, поднявшейся в капилляре, если ее поверхностное натяжение равно 60 мН/м.

Дано:

$$\begin{aligned} r &= 0,5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м} \\ \sigma &= 60 \text{ мН/м} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м} \\ \hline m &= ? \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned} P &= F, & P &= mg, \\ F &= \sigma l, & l &= 2\pi r, \\ m &= \frac{2\pi r \sigma}{g}. \end{aligned}$$

Ответ:  $m = 1,92 \cdot 10^{-5}$  кг.

### Задачи для самостоятельного решения

112. Плотность азота  $\rho = 140 \text{ кг/м}^3$ , его давление  $p = 10 \text{ МПа}$ . Определите температуру газа, если: 1) газ реальный; 2) газ идеальный. Поправки  $a$  и  $b$  принять равными соответственно  $0,135 \text{ Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2$  и  $3,86 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$ .

113. Углекислый газ массой 88 г занимает при температуре 290 К объем  $1000 \text{ см}^3$ . Определите внутреннюю энергию газа, если: 1) газ идеальный; 2) газ реальный. Поправку  $a$  принять равной  $0,361 \text{ Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2$ .

114. Определите радиус  $R$  капли спирта, вытекающей из узкой вертикальной трубки  $r = 1 \text{ мм}$ . Считать, что в момент отрыва капля сферическая. Поверхностное натяжение спирта  $\sigma = 22 \text{ мН/м}$ , а его плотность  $\rho = 0,8 \text{ г/см}^3$ .

115. В капилляре диаметром  $d = 100 \text{ мкм}$  вода поднимается на высоту  $h = 30 \text{ см}$ . Определите поверхностное натяжение  $\sigma$  воды, если ее плотность  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ .

---

ОТВЕТЫ: 112. 1) 260 К; 2) 241 К. 113. 1) 14,5 кДж; 2) 13 кДж. 114.  $R = 1,61 \text{ мм}$ . 115.  $\sigma = 73 \text{ мН/м}$ .

# 3

## ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

### 3.1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

#### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Электрический заряд
- ◆ Точечный заряд
- ◆ Пробный точечный положительный заряд
- ◆ Электрическое поле
- ◆ Электростатическое поле
- ◆ Напряженность электростатического поля
- ◆ Линии напряженности электростатического поля
- ◆ Поток вектора напряженности
- ◆ Электрический диполь
- ◆ Электрический момент диполя
- ◆ Плотность заряда: линейная, поверхностная, объемная
- ◆ Циркуляция вектора напряженности электростатического поля
- ◆ Потенциал электростатического поля
- ◆ Объемная плотность энергии электростатического поля
- ◆ Эквипотенциальная поверхность
- ◆ Типы диэлектриков
- ◆ Поляризация диэлектриков
- ◆ Связанные заряды
- ◆ Поляризованность диэлектрика
- ◆ Диэлектрическая проницаемость
- ◆ Электрическое смещение
- ◆ Сегнетоэлектрики
- ◆ Электростатическая индукция
- ◆ Емкость уединенного проводника
- ◆ Конденсаторы
- ◆ Пробивное напряжение
- ◆ Пробой
- ◆ Закон сохранения заряда
- ◆ Закон Кулона
- ◆ Принцип суперпозиции электростатических полей
- ◆ Теорема Гаусса

#### Основные формулы

**Закон сохранения заряда в замкнутой системе**

$$\sum_i Q_i = \text{const.}$$

**Закон Кулона**

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q_1||Q_2|}{r^2} \quad (\text{в вакууме}), \quad F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q_1||Q_2|}{\epsilon r^2} \quad (\text{в среде})$$

[ $F$  — сила взаимодействия двух точечных зарядов  $Q_1$  и  $Q_2$ ;  $r$  — расстояние между зарядами;  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м — электрическая постоянная;  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды].

## Напряженность электростатического поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}$$

[ $\vec{F}$  — сила, действующая на точечный положительный заряд  $Q_0$ , помещенный в данную точку поля].

Напряженность электростатического поля точечного заряда  $Q$  на расстоянии  $r$  от заряда

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}.$$

Поток вектора напряженности электростатического поля

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E_n dS \text{ (сквозь площадку } dS),$$

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S E_n dS \text{ (сквозь поверхность } S),$$

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E_n dS \text{ (сквозь замкнутую поверхность } S)$$

[ $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$  — вектор, модуль которого равен  $dS$ , а направление совпадает с нормалью  $\vec{n}$  к площадке;  $E_n$  — проекция вектора  $\vec{E}$  на нормаль  $\vec{n}$  к площадке  $dS$ ].

Принцип суперпозиции электростатических полей

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

[ $\vec{E}_i$  — напряженность поля, создаваемого зарядом  $Q_i$ ].

Плотность зарядов (линейная, поверхностная, объемная):

$$\tau = \frac{dQ}{dl}, \quad \sigma = \frac{dQ}{dS}, \quad \rho = \frac{dQ}{dV}.$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме:

- в случае дискретного распределения зарядов

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n Q_i;$$

- в случае непрерывного распределения зарядов

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

[ $\sum_{i=1}^n Q_i$  — алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности  $S$ ;  $n$  — число зарядов;  $\rho$  — объемная плотность зарядов].

**Напряженность** поля, создаваемого равномерно заряженной бесконечной плоскостью,

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

[ $\sigma$  — поверхностная плотность заряда].

**Напряженность** поля, создаваемого двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями,

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

[ $\sigma$  — поверхностная плотность заряда].

**Напряженность** поля, создаваемого равномерно заряженной сферической поверхностью радиусом  $R$  с общим зарядом  $Q$  на расстоянии  $r$  от центра сферы,

$$E = 0 \quad \text{при } r < R \text{ (внутри сферы),}$$
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad \text{при } r \geq R \text{ (вне сферы).}$$

**Напряженность** поля, создаваемого объемно заряженным шаром радиусом  $R$  с общим зарядом  $Q$  на расстоянии  $r$  от центра шара,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^3} r \quad \text{при } r \leq R \text{ (внутри шара),}$$
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad \text{при } r \geq R \text{ (вне шара).}$$

**Напряженность** поля, создаваемого равномерно заряженным бесконечным цилиндром радиусом  $R$  на расстоянии  $r$  от оси цилиндра,

$$E = 0 \quad \text{при } r < R \text{ (внутри цилиндра),}$$
$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r} \quad \text{при } r \geq R \text{ (вне цилиндра)}$$

[ $\tau$  — линейная плотность заряда].

**Циркуляция** вектора напряженности электростатического поля вдоль замкнутого контура

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \oint_L E_l dl = 0$$

[ $E_l$  — проекция вектора  $\vec{E}$  на направление элементарного перемещения  $d\vec{l}$ . Интегрирование производится по любому замкнутому пути  $L$ ].

Потенциальная энергия заряда  $Q_0$  в поле заряда  $Q$  на расстоянии  $r$  от него

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r}.$$

Потенциал электростатического поля

$$\varphi = \frac{U}{Q_0}, \quad \varphi = \frac{A_\infty}{Q_0}$$

[ $Q_0$  — точечный положительный заряд, помещенный в данную точку поля;  $U$  — потенциальная энергия заряда  $Q_0$ ;  $A_\infty$  — работа перемещения заряда  $Q_0$  из данной точки поля за его пределы].

Потенциал электростатического поля точечного заряда на расстоянии  $r$  от заряда

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}.$$

Связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi, \quad \vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right)$$

[ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  — единичные векторы координатных осей. Знак минус определяется тем, что вектор  $\vec{E}$  поля направлен в сторону убывания потенциала].

В случае поля, обладающего центральной или осевой симметрией,

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда  $Q_0$  из точки 1 в точку 2,

$$A_{12} = Q_0(\varphi_1 - \varphi_2), \quad A_{12} = Q_0 \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = Q_0 \int_1^2 E_l dl$$

[ $E_l$  — проекция вектора  $\vec{E}$  на направление элементарного перемещения  $d\vec{l}$ ].

Разность потенциалов между двумя точками 1 и 2 в электростатическом поле

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{Q_0} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = \int_1^2 E_l dl$$

[ $A_{12}$  — работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда  $Q_0$  из точки 1 в точку 2;  $E_l$  — проекция вектора  $\vec{E}$  на направление элементарного перемещения  $d\vec{l}$ ; интегрирование

производится вдоль любой линии, соединяющей начальную и конечную точки, так как работа сил электростатического поля не зависит от траектории перемещения].

**Разность потенциалов между точками, находящимися на расстоянии  $x_1$  и  $x_2$  от равномерно заряженной бесконечной плоскости,**

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} dx = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (x_2 - x_1)$$

[ $\sigma$  — поверхностная плотность заряда].

**Разность потенциалов между бесконечными разноименно заряженными плоскостями, расстояние между которыми равно  $d$ ,**

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\epsilon_0} dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d.$$

**Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях  $r_1$  и  $r_2$  от центра равномерно заряженной сферической поверхности (объемно заряженного шара) радиусом  $R$  с общим зарядом  $Q$ , причем  $r_1 > R$ ,  $r_2 > R$ ,  $r_2 > r_1$ ,**

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} Q dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

**Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях  $r_1$  и  $r_2$  от центра объемно заряженного шара радиуса  $R$  с общим зарядом  $Q$ , причем  $r_1 < R$ ,  $r_2 < R$ ,  $r_2 > r_1$ ,**

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R^3} Q dr = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R^3} (r_2^2 - r_1^2).$$

**Разность потенциалов между двумя точками, находящимися на расстояниях  $r_1$  и  $r_2$  от оси равномерно заряженного с линейной плотностью  $\tau$  бесконечного цилиндра радиусом  $R$ , причем  $r_1 > R$ ,  $r_2 > R$ ,  $r_2 > r_1$ ,**

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

**Поляризованность диэлектрика**

$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{V}$$

[ $V$  — объем диэлектрика;  $\vec{p}_i$  — дипольный момент  $i$ -й молекулы].

Связь между поляризованностью диэлектрика и напряженностью электростатического поля

$$\vec{P} = \varkappa \varepsilon_0 \vec{E}$$

[ $\varkappa$  — диэлектрическая восприимчивость вещества;  $\varepsilon_0$  — электрическая постоянная].

Связь диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  с диэлектрической восприимчивостью  $\varkappa$

$$\varepsilon = 1 + \varkappa.$$

Связь между напряженностью  $E$  поля в диэлектрике и напряженностью  $E_0$  внешнего поля

$$E = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0}, \quad E = \frac{E_0}{\varepsilon}$$

[ $P$  — поляризованность,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость].

Связь между векторами электрического смещения  $\vec{D}$ , напряженности электростатического поля  $\vec{E}$  и поляризованности  $\vec{P}$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}.$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

$$\oint_S \vec{D} \, d\vec{S} = \oint_S D_n \, dS = \sum_{i=1}^n Q_i$$

$\left[ \sum_{i=1}^n Q_i \right.$  — алгебраическая сумма заключенных внутри замкнутой поверхности  $S$  свободных электрических зарядов;  $D_n$  — проекция вектора  $\vec{D}$  на нормаль  $\vec{n}$  к площадке  $d\vec{S}$ ;  $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$  — вектор, модуль которого равен  $dS$ , а направление совпадает с нормалью  $\vec{n}$  к площадке  $\left. \right]$ .

Условия на границе раздела диэлектрических сред (проницаемость которых  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ ) при отсутствии на границе свободных зарядов:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \quad D_{1n} = D_{2n}, \quad \frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}, \quad \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

[ $E_\tau$ ,  $D_\tau$  и  $E_n$ ,  $D_n$  — тангенциальные и нормальные составляющие векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$  соответственно].

Напряженность электростатического поля у поверхности проводника

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$$

[ $\sigma$  — поверхностная плотность зарядов,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды, окружающей проводник].

Емкость уединенного проводника

$$C = \frac{Q}{\phi}$$

[ $Q$  — заряд, сообщенный проводнику;  $\phi$  — потенциал проводника].

Электроемкость шара радиусом  $R$   
 $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R$ .

Электроемкость конденсатора  
 $C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2}$

[ $Q$  — заряд, накопленный в конденсаторе;  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  — разность потенциалов между его пластинами].

Электроемкость плоского конденсатора  
 $C = \frac{\epsilon_0\epsilon S}{d}$

[ $S$  — площадь каждой пластины конденсатора;  $d$  — расстояние между пластинами].

Электроемкость сферического конденсатора  
 $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$

[ $r_1$  и  $r_2$  — радиусы концентрических сфер].

Электроемкость цилиндрического конденсатора  
 $C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\ln(r_2/r_1)}$

[ $l$  — длина пластин конденсатора;  $r_1$  и  $r_2$  — радиусы полых коаксиальных цилиндров].

Соединение конденсаторов:

	параллельное	последовательное
Схема		
Сохраняющаяся величина	$U = U_1 = U_2 = \dots = U_n = \text{const}$	$Q = Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n = \text{const}$
Суммарная величина	$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$	$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$
Результующая электроемкость	$C = \sum_{i=1}^n C_i$	$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$

## Энергия уединенного заряженного проводника

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

[ $C$ ,  $Q$ ,  $\varphi$  — емкость, заряд и потенциал проводника соответственно].

## Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{Q\Delta\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

[ $Q$  — заряд конденсатора;  $C$  — его емкость;  $\Delta\varphi$  — разность потенциалов между пластинами].

Сила притяжения между двумя разноименно заряженными обкладками конденсатора

$$|F| = \frac{Q^2}{2\epsilon_0\epsilon S} = \frac{\sigma^2 S}{2\epsilon_0\epsilon} = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2 S}{2}$$

[ $Q$  — заряд конденсатора;  $\sigma$  — поверхностная плотность заряда;  $S$  — площадь пластины конденсатора;  $E$  — напряженность электростатического поля;  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная;  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость].

## Энергия электростатического поля плоского конденсатора

$$W = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2} Sd = \frac{\epsilon_0\epsilon SU^2}{2d} = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2} V$$

[ $S$  — площадь одной пластины;  $U$  — разность потенциалов между пластинами;  $V = Sd$  — объем конденсатора].

## Объемная плотность энергии электростатического поля

$$w = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}$$

[ $E$  — напряженность электростатического поля;  $D$  — электрическое смещение].

## Примеры решения задач

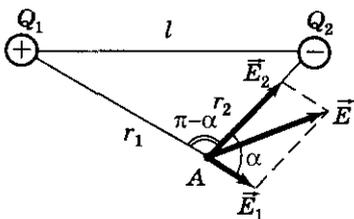


Рис. 33

116. Расстояние  $l$  между двумя точечными зарядами  $Q_1 = 2$  нКл и  $Q_2 = -3$  нКл, расположенными в вакууме, равно 20 см (рис. 33). Определить: 1) напряженность  $E$ ; 2) потенциал  $\varphi$  поля, создаваемого этими зарядами в точке, удаленной от первого заряда на расстояние  $r_1 = 15$  см и от второго заряда на  $r_2 = 10$  см.

Дано:

$$l = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$$

$$Q_1 = 2 \text{ нКл} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$Q_2 = -3 \text{ нКл} = -3 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$r_1 = 15 \text{ см} = 0,15 \text{ м}$$

$$r_2 = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$$1) E - ?$$

$$2) \varphi - ?$$

Решение:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2,$$

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}, \quad E_2 = \frac{|Q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_2^2},$$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos\alpha},$$

$$\cos\alpha = \frac{l^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2} = 0,25,$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{2|Q_1||Q_2|}{r_1^2 r_2^2} \cos\alpha + \frac{Q_2^2}{r_2^4}},$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2, \quad \varphi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1}, \quad \varphi_2 = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2}, \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} \right).$$

Ответ: 1)  $E = 3 \text{ кВ/м}$ ; 2)  $\varphi = -150 \text{ В}$ .

117. Электростатическое поле создается положительно заряженной бесконечной нитью с постоянной линейной плотностью  $\tau = 1 \text{ нКл/см}$ . Какую скорость приобретет электрон, приблизившись под действием поля к нити вдоль линии напряженности с расстояния  $r_1 = 1,5 \text{ см}$  до  $r_2 = 1 \text{ см}$ ?

Дано:

$$\tau = 1 \text{ нКл/см} = 10^{-7} \text{ Кл/м}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$r_1 = 1,5 \text{ см} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$r_2 = 1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м}$$

$$v - ?$$

Решение:

$$A = T = \frac{mv^2}{2}, \quad v = \sqrt{\frac{2A}{m}},$$

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}, \quad dA = F dr,$$

$$F = -eE = -\frac{e\tau}{2\pi\epsilon_0 r},$$

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F dr = -\frac{e\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{e\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_1}{r_2}, \quad v = \sqrt{\frac{e\tau}{\pi\epsilon_0 m} \ln \frac{r_1}{r_2}}.$$

Ответ:  $v = 16 \text{ Мм/с}$ .

118. Определить линейную плотность бесконечно длинной заряженной нити, если работа сил поля по перемещению заряда  $Q = 1$  нКл с расстояния  $r_1 = 5$  см до  $r_2 = 2$  см в направлении, перпендикулярном нити, равно 50 мкДж.

Дано:

$$\begin{aligned} Q &= 1 \text{ нКл} = 10^{-9} \text{ Кл} \\ r_1 &= 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ r_2 &= 2 \text{ см} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ A &= 50 \text{ мкДж} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Дж} \\ \tau &= ? \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned} dA &= Q d\varphi, & E &= \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}, \\ d\varphi &= -E dr, & A &= -Q \int_{r_1}^{r_2} E dr, \end{aligned}$$

$$A = -Q \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau dr}{2\pi\epsilon_0 r} = -\frac{Q\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{Q\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_1}{r_2}, \quad \tau = \frac{2\pi\epsilon_0 A}{Q \ln \frac{r_1}{r_2}}.$$

Ответ: 3,03 мкКл/м.

119. Электростатическое поле создается сферой радиусом  $R = 5$  см, равномерно заряженной с поверхностной плотностью  $\sigma = 1$  нКл/м<sup>2</sup>. Определить разность потенциалов между двумя точками, находящимися на расстояниях  $r_1 = 10$  см и  $r_2 = 15$  см от центра сферы.

Дано:

$$\begin{aligned} R &= 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ \sigma &= 1 \text{ нКл/м}^2 = 10^{-9} \text{ Кл/м}^2 \\ r_1 &= 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м} \\ r_2 &= 15 \text{ см} = 0,15 \text{ м} \\ \varphi_1 - \varphi_2 &= ? \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned} \varphi_1 - \varphi_2 &= \int_{r_1}^{r_2} E dr, & E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}, \\ Q &= \sigma \cdot 4\pi R^2, \end{aligned}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\sigma R^2 dr}{\epsilon_0 r^2} = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0} \left( -\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Ответ:  $\varphi_1 - \varphi_2 = 0,94$  В.

120. Электростатическое поле создается шаром радиусом  $R = 10$  см, равномерно заряженным с объемной плотностью  $\rho = 20$  нКл/м<sup>3</sup>. Определить разность потенциалов между точками, находящимися внутри шара на расстояниях  $r_1 = 2$  см и  $r_2 = 8$  см от его центра.

Дано:

$$R = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$$\rho = 20 \text{ нКл/м}^3 = 2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}^3$$

$$r_1 = 2 \text{ см} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$r_2 = 8 \text{ см} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = ?$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\rho r}{3\epsilon_0} dr = \frac{\rho(r_2^2 - r_1^2)}{3\epsilon_0 \cdot 2} = \frac{\rho}{6\epsilon_0} (r_2^2 - r_1^2).$$

Ответ:  $\varphi_1 - \varphi_2 = 2,26 \text{ В}$ .

Решение:

$$\oint_S E_n dS = \frac{Q}{\epsilon_0}, \quad E_n = E, \quad r < R,$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\rho}{\epsilon_0} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3, \quad E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0},$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1} E dr,$$

121. Свободные заряды равномерно распределены с объемной плотностью  $\rho = 5 \text{ нКл/м}^3$  по шару радиусом  $R = 10 \text{ см}$  из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью  $\epsilon = 5$ . Определить напряженности электростатического поля на расстояниях  $r_1 = 5 \text{ см}$  и  $r_2 = 15 \text{ см}$  от центра шара (рис. 34).

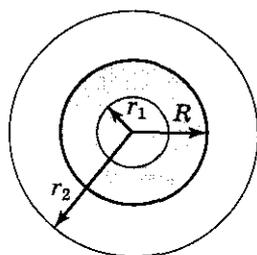


Рис. 34

Дано:

$$\rho = 5 \text{ нКл/м}^3 = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}^3$$

$$R = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$$\epsilon = 5$$

$$r_1 = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}$$

$$r_2 = 15 \text{ см} = 0,15 \text{ м}$$

$$E_1 = ?$$

$$E_2 = ?$$

Решение:

$$\oint_S D_n dS = \int_V \rho dV,$$

$$\boxed{r_1 < R} \quad D_1 \cdot 4\pi r_1^2 = \frac{4}{3} \pi r_1^3 \rho, \quad D_1 = \frac{\rho r_1}{3},$$

$$D_1 = \epsilon_0 \epsilon E_1, \quad E_1 = \frac{\rho r_1}{3\epsilon \epsilon_0},$$

$$\boxed{r_2 > R} \quad D_2 \cdot 4\pi r_2^2 = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho, \quad D_2 = \frac{\rho R^3}{3r_2^2},$$

$$D_2 = \epsilon_0 E_2, \quad E_2 = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r_2^2}.$$

Ответ:  $E_1 = 1,88 \text{ В/м}$ ;  $E_2 = 8,37 \text{ В/м}$ .

122. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено стеклом ( $\epsilon = 7$ ). Расстояние между пластинами  $d = 5 \text{ мм}$ , разность потенциалов  $U = 1 \text{ кВ}$ . Определить: 1) напряженность поля в стекле; 2) поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора; 3) поверхностную плотность связанных зарядов на стекле.

Дано:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 7 \\ d &= 5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ U &= 1 \text{ кВ} = 10^3 \text{ В} \end{aligned}$$

- 1)  $E$  — ?
- 2)  $\sigma$  — ?
- 3)  $\sigma'$  — ?

Решение:

$$U = Ed, \quad E = \frac{U}{d},$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}, \quad \sigma = \varepsilon\varepsilon_0 E,$$

$$\sigma' = P = D - \varepsilon_0 E = \varepsilon\varepsilon_0 E - \varepsilon_0 E = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E.$$

Ответ: 1)  $E = 200$  кВ/м; 2)  $\sigma = 12,4$  мкКл/м<sup>2</sup>; 3)  $\sigma' = 10,6$  мкКл/м<sup>2</sup>.

123. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов  $U_1 = 500$  В. Площадь пластин  $S = 200$  см<sup>2</sup>, расстояние между ними  $d = 1,5$  мм. После отключения конденсатора от источника напряжения в пространство между пластинами внесли парафин ( $\varepsilon = 2$ ). Определить разность потенциалов  $U_2$  между пластинами после внесения диэлектрика. Определить также емкости конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$  до и после внесения диэлектрика.

Дано:

$$\begin{aligned} U_1 &= 500 \text{ В} \\ S &= 200 \text{ см}^2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2 \\ d &= 1,5 \text{ мм} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ \varepsilon &= 2 \end{aligned}$$

- $U_2$  — ?
- $C_1$  — ?
- $C_2$  — ?

Решение:

$$Q_1 = Q_2 = Q = \text{const}, \quad \sigma = \frac{Q}{S} = \text{const},$$

$$E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, \quad E_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon},$$

$$U_1 = E_1 d, \quad U_2 = E_2 d, \quad U_2 = \frac{U_1}{\varepsilon},$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}, \quad C_2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} = \varepsilon C_1.$$

Ответ:  $U_2 = 250$  В;  $C_1 = 118$  пФ;  $C_2 = 236$  пФ.

124. Две концентрические проводящие сферы радиусами  $R_1 = 20$  см и  $R_2 = 50$  см (рис. 35) заряжены соответственно одинаковыми зарядами  $Q = 100$  нКл. Определить энергию электростатического поля, заключенного между этими сферами.

Дано:

$$\begin{aligned} R_1 &= 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м} \\ R_2 &= 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м} \\ Q &= 100 \text{ нКл} = 10^{-7} \text{ Кл} \\ W &= ? \end{aligned}$$

Решение:

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} \Big|_{\varepsilon=1} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2},$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2},$$

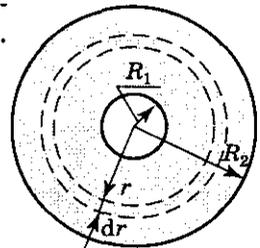


Рис. 35

$$W = \int w dV, \quad dV = 4\pi r^2 dr, \quad W = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\varepsilon_0 Q^2 \cdot 4\pi r^2 dr}{2 \cdot (4\pi\varepsilon_0)^2 r^4} = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

Ответ:  $W = 135$  мкДж.

125. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов  $U_1 = 500$  В. Площадь пластин  $S = 200$  см<sup>2</sup>, расстояние между ними  $d_1 = 1,5$  мм. Пластины раздвинули до расстояния  $d_2 = 15$  мм. Найти энергии  $W_1$  и  $W_2$  конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник тока перед раздвижением: 1) отключался; 2) не отключался.

Дано:

$$\begin{aligned} U_1 &= 500 \text{ В} \\ S &= 200 \text{ см}^2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2 \\ d_1 &= 1,5 \text{ мм} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ d_2 &= 15 \text{ мм} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ 1) Q &= \text{const} \\ 2) U &= \text{const} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) W_1, \quad W_2 & \text{ — ?} \\ 2) W'_1, \quad W'_2 & \text{ — ?} \end{aligned}$$

Решение:

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d_1}, \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d_2},$$

$$1) \boxed{Q = \text{const}} \quad C_1 U_1 = C_2 U_2,$$

$$W_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2} = \frac{\epsilon_0 S U_1^2}{2 d_1},$$

$$W_2 = \frac{C_2 U_2^2}{2} = \frac{\epsilon_0 S d_2^2 U_1^2}{2 d_2 d_1^2} = W_1 \frac{d_2}{d_1};$$

$$2) \boxed{U = \text{const}} \quad Q_1 = C_1 U_1, \quad Q_2 = C_2 U_1,$$

$$W'_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2} = \frac{\epsilon_0 S U_1^2}{2 d_1}, \quad W'_2 = \frac{C_2 U_1^2}{2} = \frac{\epsilon_0 S U_1^2 d_1}{2 d_2 d_1} = W_1 \frac{d_1}{d_2}.$$

Ответ: 1)  $W_1 = 14,8$  мкДж,  $W_2 = 148$  мкДж;

2)  $W'_1 = 14,8$  мкДж,  $W'_2 = 1,48$  мкДж.

126. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено слюдой ( $\epsilon = 7$ ). Площадь пластин конденсатора составляет 50 см<sup>2</sup>. Определить поверхностную плотность связанных зарядов на слюде, если пластины конденсатора притягивают друг друга с силой 1 мН.

Дано:

$$\begin{aligned} \epsilon &= 7 \\ S &= 50 \text{ см}^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \\ F &= 1 \text{ мН} = 10^{-3} \text{ Н} \\ \sigma' & \text{ — ?} \end{aligned}$$

Решение:

$$Q = \sigma S, \quad |F| = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 \epsilon S} = \frac{\sigma^2 S}{2\epsilon_0 \epsilon},$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 \epsilon F}{S}}, \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon} = \sqrt{\frac{2F}{\epsilon_0 \epsilon S}},$$

$$\sigma' = \epsilon_0 (\epsilon - 1) E = (\epsilon - 1) \sqrt{\frac{2\epsilon_0 F}{\epsilon S}}.$$

Ответ:  $\sigma' = 4,27$  мкКл/м<sup>2</sup>.

### Задачи для самостоятельного решения

127. Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускаются в керосин плотностью  $\rho_k = 0,8 \text{ г/см}^3$ . Чему должна быть равна плотность  $\rho$  материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и в керосине был одинаковым? Диэлектрическая проницаемость керосина  $\epsilon = 2$ .

128. Определите напряженность электростатического поля в точке  $A$ , расположенной вдоль прямой, соединяющей заряды  $Q_1 = 10 \text{ нКл}$  и  $Q_2 = -8 \text{ нКл}$  и находящейся на расстоянии  $r = 8 \text{ см}$  от отрицательного заряда. Расстояние между зарядами  $l = 20 \text{ см}$ .

129. Поле создано двумя равномерно заряженными концентрическими сферами, радиусы которых  $R_1 = 5 \text{ см}$  и  $R_2 = 8 \text{ см}$ . Заряды сфер соответственно равны  $Q_1 = 2 \text{ нКл}$  и  $Q_2 = -1 \text{ нКл}$ . Определите напряженность электростатического поля в точках, лежащих от центра сфер на расстояниях: 1)  $r_1 = 3 \text{ см}$ ; 2)  $r_2 = 6 \text{ см}$ ; 3)  $r_3 = 10 \text{ см}$ . Постройте график зависимости  $E(r)$ .

130. Электростатическое поле создается бесконечной плоскостью, равномерно заряженной с поверхностной плотностью  $\sigma = 1 \text{ нКл/м}^2$ . Определите разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстоянии  $x_1 = 20 \text{ см}$  и  $x_2 = 50 \text{ см}$  от плоскости.

131. Между пластинами плоского конденсатора помещено два слоя диэлектрика — слюда ( $\epsilon_1 = 7$ ) толщиной  $d_1 = 0,5 \text{ м}$  и парафин ( $\epsilon_2 = 2$ ) толщиной  $d_2 = 0,5 \text{ мм}$ . Определите: 1) напряженности электростатического поля в слоях диэлектрика; 2) электрическое смещение, если разность потенциалов между пластинами конденсатора  $U = 500 \text{ В}$ .

132. Расстояние между пластинами плоского конденсатора  $d = 5 \text{ мм}$ , разность потенциалов  $U = 1,2 \text{ кВ}$ . Определите: 1) поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора; 2) поверхностную плотность связанных зарядов на диэлектрике, если известно, что диэлектрическая восприимчивость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами,  $\kappa = 1$ .

133. Шар, погруженный в масло ( $\epsilon = 2,2$ ), имеет поверхностную плотность заряда  $\sigma = 1 \text{ мкКл/м}^2$  и потенциал  $\phi = 500 \text{ В}$ . Определите: 1) радиус шара; 2) заряд шара; 3) емкость шара; 4) энергию шара.

134. В однородное электростатическое поле напряженностью  $E_0 = 700 \text{ В/м}$  перпендикулярно линиям напряженности поместили стеклянную пластину ( $\epsilon = 7$ ) толщиной  $d = 1,5 \text{ мм}$  и площадью  $200 \text{ см}^2$ . Определите: 1) поверхностную плотность связанных зарядов на стекле; 2) энергию электростатического поля, сосредоточенную в пластине.

**135.** Плоский воздушный конденсатор емкостью  $C = 10$  пФ заряжен до разности потенциалов  $U_1 = 500$  В. После отключения конденсатора от источника напряжения расстояние между пластинами конденсатора было увеличено в 3 раза. Определите: 1) разность потенциалов на пластинах конденсатора после их раздвижения; 2) работу внешних сил по раздвижению пластин.

**136.** Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора  $U = 100$  В. Площадь каждой пластины  $S = 200$  см<sup>2</sup>, расстояние между пластинами  $d = 0,5$  мм, пространство между ними заполнено парафином ( $\epsilon = 2$ ). Определите силу притяжения  $F$  пластин друг к другу.

**ОТВЕТЫ:** 127.  $\rho = \frac{\epsilon \rho_k}{\epsilon - 1} = 1,6$  г/см<sup>3</sup>. 128. 10,1 кВ/м. 129. 1) 0; 2) 5 кВ/м;

3) 0,9 кВ/м. 130.  $\phi_1 - \phi_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (x_2 - x_1) = 16,9$  В. 131. 1)  $E_1 = 182$  кВ/м;

$E_2 = 637$  кВ/м; 2)  $D = 11,3$  мкКл/м<sup>2</sup>. 132. 1) 4,24 мкКл/м<sup>2</sup>;

2) 2,12 мкКл/м<sup>2</sup>. 133. 1) 9,74 мм; 2) 1,19 нКл; 3) 2,38 пФ;

4) 0,3 мкДж. 134. 1) 5,31 нКл/м<sup>2</sup>; 2) 9,29 пДж. 135. 1) 1,5 кВ;

2) 2,5 мкДж. 136.  $F = \frac{\epsilon_0 \epsilon S U^2}{2d^2} = 7,08$  мН.

## 3.2. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Электрический ток
- ◆ Постоянный ток
- ◆ Сила тока
- ◆ Плотность тока
- ◆ Сторонние силы
- ◆ Электродвижущая сила, действующая в цепи
- ◆ Напряжение
- ◆ Разность потенциалов
- ◆ Электрическая постоянная
- ◆ Закон Ома для однородного участка цепи
- ◆ Закон Ома для неоднородного участка цепи
- ◆ Закон Ома для замкнутой цепи
- ◆ Закон Ома в дифференциальной форме
- ◆ Закон Джоуля—Ленца
- ◆ Закон Джоуля—Ленца в дифференциальной форме
- ◆ Узел электрической цепи
- ◆ Правила Кирхгофа

## Основные формулы

Сила тока

$$I = \frac{dQ}{dt}.$$

Плотность тока в проводнике

$$j = \frac{I}{S}, \quad \vec{j} = ne\langle\vec{v}\rangle$$

[ $S$  — площадь поперечного сечения проводника;  $\langle\vec{v}\rangle$  — средняя скорость упорядоченного движения зарядов в проводнике;  $n$  — концентрация зарядов].

Электродвижущая сила, действующая в цепи,

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{Q_0}$$

[ $A_{\text{ст}}$  — работа сторонних сил;  $Q_0$  — единичный положительный заряд],

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l} \text{ (замкнутая цепь),}$$

$$\mathcal{E}_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l} \text{ (участок цепи 1—2)}$$

[ $E_{\text{ст}}$  — напряженность поля сторонних сил].

Разность потенциалов между двумя точками цепи

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = \int_1^2 E_l dl$$

[ $\vec{E}$  — напряженность электростатического поля;  $E_l$  — проекция вектора  $\vec{E}$  на направление элементарного перемещения  $d\vec{l}$ ].

Напряжение на участке 1—2 цепи

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}$$

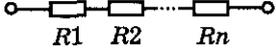
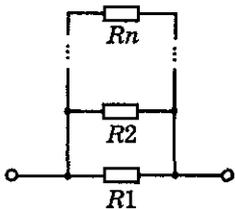
[ $(\varphi_1 - \varphi_2)$  — разность потенциалов между точками цепи;  $\mathcal{E}_{12}$  — ЭДС, действующая на участке 1—2 цепи].

Сопротивление однородного линейного проводника, проводимость  $G$  проводника и удельная электрическая проводимость  $\gamma$  вещества проводника:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad G = \frac{1}{R}, \quad \gamma = \frac{1}{\rho}$$

[ $\rho$  — удельное электрическое сопротивление;  $S$  — площадь поперечного сечения проводника;  $l$  — его длина].

## Соединение проводников:

	последовательное	параллельное
Схема		
Постоянная величина	$I = I_1 = I_2 = \dots = I_n = \text{const}$	$U = U_1 = U_2 = \dots = U_n = \text{const}$
Суммарная величина	$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$	$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$
Полное сопротивление	$R = \sum_{i=1}^n R_i$	$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$

### Закон Ома

$$I = \frac{U}{R} \quad (\text{для однородного участка цепи}),$$

$$I = \frac{\Phi_1 - \Phi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R} \quad (\text{для неоднородного участка цепи}),$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} \quad (\text{для замкнутой цепи})$$

[ $U$  — напряжение на участке цепи;  $R$  — сопротивление цепи (участка цепи);  $(\Phi_1 - \Phi_2)$  — разность потенциалов на концах участка цепи;  $\mathcal{E}_{12}$  — ЭДС источников тока, входящих в участок;  $\mathcal{E}$  — ЭДС всех источников тока цепи].

Зависимость удельного сопротивления  $\rho$  и сопротивления  $R$  от температуры

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \quad R = R_0(1 + \alpha t)$$

[ $\rho$  и  $\rho_0$ ,  $R$  и  $R_0$  — соответственно удельное сопротивление и сопротивление проводника при  $t$  и  $0$  °С;  $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления, для чистых металлов (при не очень низкой температуре) близкий к  $\frac{1}{273}$  К<sup>-1</sup>].

Закон Ома в дифференциальной форме

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

[ $\vec{j}$  — плотность тока;  $\vec{E}$  — напряженность электростатического поля;  $\gamma$  — удельная электрическая проводимость вещества проводника].

### Работа тока

$$dA = U dQ = IU dt = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt$$

[ $U$  — напряжение, приложенное к концам однородного проводника;  $I$  — сила тока в проводнике;  $R$  — сопротивление проводника;  $dQ$  — заряд, переносимый через сечение проводника за промежуток времени  $dt$ ].

### Мощность тока

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

[ $U$  — напряжение, приложенное к концам однородного проводника;  $I$  — сила тока в проводнике;  $R$  — его сопротивление].

### Закон Джоуля—Ленца

$$dQ = IU dt = I^2 R dt$$

[ $dQ$  — количество теплоты, выделяющееся в участке цепи за промежуток времени  $dt$ ;  $U$  — напряжение, приложенное к концам участка цепи;  $I$  — сила тока в цепи;  $R$  — сопротивление участка].

### Закон Джоуля—Ленца в дифференциальной форме

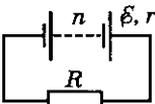
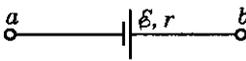
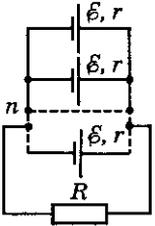
$$w = jE = \gamma E^2$$

[ $w$  — удельная тепловая мощность тока;  $j$  — плотность тока;  $E$  — напряженность электростатического поля;  $\gamma$  — удельная электрическая проводимость вещества].

### Правила Кирхгофа

$$\sum_k I_k = 0, \quad \sum_i I_i R_i = \sum_k \mathcal{E}_k.$$

Соединение  $n$  одинаковых элементов (источников тока) электрической цепи постоянного тока:

Схема электрической цепи	Закон Ома
	$I = \frac{n\mathcal{E}}{R + nr}$
	$I = \frac{\mathcal{E} - U_{ab}}{r}$
	$I = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{n}}$

[ $r$  — внутреннее сопротивление каждого источника;  $R$  — внешнее сопротивление цепи;  $\mathcal{E}$  — ЭДС источника].

### Примеры решения задач

137. Сила тока в проводнике равномерно нарастает от  $I_0 = 0$  до  $I = 2$  А в течение времени  $t = 5$  с. Определить заряд, прошедший в проводнике.

Дано:

Решение:

$I_0 = 0$ $I = 2$ А $\tau = 5$ с <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> $Q = ?$	$dQ = I dt, \quad I = kt, \quad k = \frac{I - I_0}{\tau} = \frac{I}{\tau},$  $dQ = kt dt, \quad Q = \int_0^{\tau} kt dt = \frac{k\tau^2}{2} = \frac{I\tau}{2}.$
---	---

Ответ:  $Q = 5$  Кл.

138. По медному проводнику сечением  $0,8$  мм<sup>2</sup> течет ток  $80$  мА. Найти среднюю скорость упорядоченного движения электронов вдоль проводника, предполагая, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон. Плотность меди  $\rho = 8,9$  г/см<sup>3</sup>.

Дано:

Решение:

$S = 0,8$ мм <sup>2</sup> = $0,8 \cdot 10^{-6}$ м <sup>2</sup> $I = 80$ мА = $8 \cdot 10^{-2}$ А $\rho = 8,9$ г/см <sup>3</sup> = $8,9 \cdot 10^3$ кг/м <sup>3</sup> $M = 63,5 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> $\langle v \rangle = ?$	$j = \frac{I}{S}, \quad j = ne\langle v \rangle,$  $n = n' = \frac{N_A}{V_m} = \frac{N_A \rho}{M},$  $\frac{I}{S} = \frac{N_A \rho}{M} e\langle v \rangle, \quad \langle v \rangle = \frac{MI}{N_A \rho e S}.$
---	--

Ответ:  $\langle v \rangle = 7,4$  мкм/с.

139. В цепи на рис. 36 амперметр показывает силу тока  $I = 1,5$  А. Сила тока через сопротивление  $R_1$  равна  $I_1 = 0,5$  А. Сопротивление  $R_2 = 2$  Ом,  $R_3 = 6$  Ом. Определить сопротивление  $R_1$ , а также силы токов  $I_2$  и  $I_3$ , протекающих через сопротивления  $R_2$  и  $R_3$ .

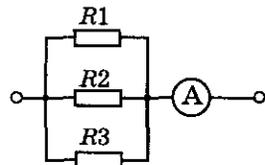


Рис. 36

Дано:

$$\begin{aligned}
 I &= 1,5 \text{ А} \\
 I_1 &= 0,5 \text{ А} \\
 R_2 &= 2 \text{ Ом} \\
 R_3 &= 6 \text{ Ом}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_1 &= ? \\
 I_2 &= ? \\
 I_3 &= ?
 \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned}
 I &= I_1 + I_2 + I_3 \quad \boxed{U = \text{const}} \\
 I_1 R_1 &= (I_2 + I_3) \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}, \quad I_2 + I_3 = I - I_1, \\
 R_1 &= \frac{(I - I_1) R_2 R_3}{I_1 (R_2 + R_3)}, \\
 I_2 &= \frac{U}{R_2} = \frac{I_1 R_1}{R_2}, \quad I_3 = \frac{I_1 R_1}{R_3}.
 \end{aligned}$$

Ответ:  $R_1 = 3 \text{ Ом}$ ;  $I_2 = 0,75 \text{ А}$ ,  $I_3 = 0,25 \text{ А}$ .

140. По алюминиевому проводу сечением  $S = 0,2 \text{ мм}^2$  течет ток  $I = 0,2 \text{ А}$ . Определить силу, действующую на отдельные свободные электроны со стороны электрического поля. Удельное сопротивление алюминия  $\rho = 26 \text{ нОм} \cdot \text{м}$ .

Дано:

$$\begin{aligned}
 S &= 0,2 \text{ мм}^2 = 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \\
 I &= 0,2 \text{ А} \\
 \rho &= 26 \text{ нОм} \cdot \text{м} = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м} \\
 e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}
 \end{aligned}$$

$$F = ?$$

Решение:

$$\begin{aligned}
 F &= eE, \quad j = \gamma E = \frac{E}{\rho}, \quad j = \frac{I}{S}, \\
 \frac{I}{S} &= \frac{E}{\rho}, \quad E = \frac{I\rho}{S}, \quad F = e \frac{I\rho}{S}.
 \end{aligned}$$

Ответ:  $F = 4,16 \cdot 10^{-21} \text{ Н}$ .

141. Сила тока в проводнике сопротивлением  $R = 50 \text{ Ом}$  равномерно растет от  $I_0 = 0$  до  $I_{\text{max}} = 3 \text{ А}$  за время  $t = 6 \text{ с}$ . Определить количество теплоты, выделившееся в проводнике за это время.

Дано:

$$\begin{aligned}
 R &= 50 \text{ Ом} \\
 I_0 &= 0 \\
 I_{\text{max}} &= 3 \text{ А} \\
 t &= 6 \text{ с}
 \end{aligned}$$

$$Q = ?$$

Решение:

$$\begin{aligned}
 dQ &= I^2 R dt, \quad I = kt, \quad k = \frac{I_{\text{max}} - I_0}{t} = \text{const}, \\
 dQ &= k^2 R t^2 dt, \\
 Q &= \int_0^{\tau} k^2 R t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R t^3 = \frac{1}{3} \frac{(I_{\text{max}} - I_0)^2}{t^2} R t^3 = \\
 &= \frac{1}{3} (I_{\text{max}} - I_0)^2 R t.
 \end{aligned}$$

Ответ:  $Q = 900 \text{ Дж}$ .

142. Определить: 1) ЭДС  $\mathcal{E}$ ; 2) внутреннее сопротивление  $r$  источника тока, если во внешней цепи при силе тока 4 А развивается мощность 10 Вт, а при силе 2 А — мощность 8 Вт.

Дано:

Решение:

$$I_1 = 4 \text{ А}$$

$$P_1 = 10 \text{ Вт}$$

$$I_2 = 2 \text{ А}$$

$$P_2 = 8 \text{ Вт}$$

$$1) \mathcal{E} - ?$$

$$2) r - ?$$

$$P = \mathcal{E}I, \quad \mathcal{E} = I(R + r),$$

$$P_1 = \mathcal{E}I_1 - I_1^2 r, \quad r = \frac{\mathcal{E}I_1 - P_1}{I_1^2}, \quad P_2 = \mathcal{E}I_2 - I_2^2 r,$$

$$P_2 = \mathcal{E}I_2 - \frac{I_2^2}{I_1^2}(\mathcal{E}I_1 - P_1), \quad P_2 = \mathcal{E}I_2 - \mathcal{E}\frac{I_2^2}{I_1} + P_1\frac{I_2^2}{I_1^2},$$

$$\mathcal{E} = \left( P_2 - P_1\frac{I_2^2}{I_1^2} \right) \left/ \left( I_2 - \frac{I_2^2}{I_1} \right) \right., \quad r = \frac{\mathcal{E}}{I_1} - \frac{P_1}{I_1^2}.$$

Ответ: 1)  $\mathcal{E} = 5,5 \text{ В}$ ; 2)  $r = 0,75 \text{ Ом}$ .

143. В плоский конденсатор, расстояние между пластинами которого  $d = 5 \text{ мм}$ , вдвигают стеклянную пластину ( $\epsilon = 7$ ) с постоянной скоростью  $v = 50 \text{ мм/с}$  (рис. 37). Ширина пластины  $b = 4,5 \text{ мм}$ , ЭДС батареи  $\mathcal{E} = 220 \text{ В}$ . Определить силу тока в цепи батареи.

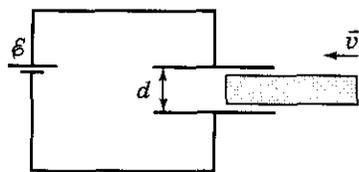


Рис. 37

Дано:

Решение:

$$d = 5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\epsilon = 7$$

$$v = 50 \text{ мм/с} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$$

$$b = 4,5 \text{ мм} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\mathcal{E} = 220 \text{ В}$$

$$I - ?$$

$$I = \frac{dQ}{dt}, \quad dQ = \sigma' v b dt,$$

$$\sigma' = \epsilon_0 \kappa E, \quad \kappa = \epsilon - 1, \quad E = \frac{\mathcal{E}}{d},$$

$$dQ = \epsilon_0 (\epsilon - 1) v b dt, \quad I = \epsilon_0 (\epsilon - 1) \frac{\mathcal{E}}{d} v b.$$

Ответ:  $I = 526 \text{ пА}$ .

144. На рис. 38, а  $\mathcal{E} = 2 \text{ В}$ ,  $R_1 = 60 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 40 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = R_4 = 20 \text{ Ом}$  и  $R_G = 100 \text{ Ом}$ . Определить силу тока  $I_G$ , протекающего через гальванометр.

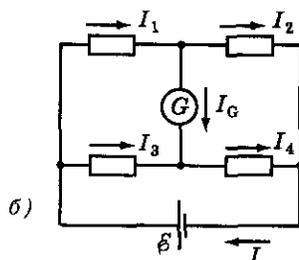
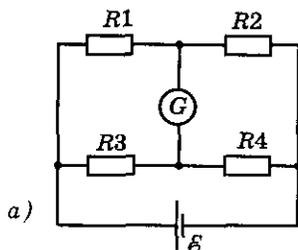


Рис. 38

Дано:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= 2 \text{ В} \\ R_1 &= 60 \text{ Ом} \\ R_2 &= 40 \text{ Ом} \\ R_3 &= R_4 = 20 \text{ Ом} \\ R_G &= 100 \text{ Ом} \\ \hline I_G &= ? \end{aligned}$$

Решение:

Из рис. 38, б имеем:

$$\begin{cases} I = I_1 + I_3, \\ I_1 = I_2 + I_G, \\ I_2 + I_4 = I, \\ I_3 + I_G = I_4; \end{cases} \quad \begin{cases} I_1 R_1 + I_2 R_2 = \mathcal{E}, \\ I_3 R_3 + I_4 R_4 = \mathcal{E}, \\ I_1 R_1 + I_G R_G + I_4 R_4 = \mathcal{E}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6I_1 + 4I_2 = 0,2, \\ 2I_3 + 2I_4 = 0,2, \\ 6I_1 + 10I_G + 2I_4 = 0,2; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6I_1 + 4(I_1 - I_G) = 0,2, \\ 2(I_4 - I_G) + 2I_4 = 0,2, \\ 6I_1 + 10I_G + 2I_4 = 0,2; \end{cases}$$

$$10I_1 - 4I_G = 0,2 \Rightarrow I_1 = \frac{0,2 + 4I_G}{10}, \quad 4I_4 - 2I_G = 0,2 \Rightarrow I_4 = \frac{0,2 + 2I_G}{4},$$

$$6I_1 + 10I_G + 2I_4 = 0,2, \quad 6\left(\frac{0,2 + 4I_G}{10}\right) + 10I_G + 2\left(\frac{0,2 + 2I_G}{4}\right) = 0,2,$$

$$1,2 + 24I_G + 100I_G + 1 + 10I_G = 2, \quad 134I_G = -0,2,$$

$$I_G = -1,49 \cdot 10^{-3} \text{ А.}$$

Ответ:  $I_G = 1,49$  мА, ток течет в направлении, противоположном первоначально выбранному (см. Правила Кирхгофа).

### Задачи для самостоятельного решения

145. Определите плотность тока, если за 2 с через проводник сечением  $1,6 \text{ мм}^2$  прошло  $2 \cdot 10^{19}$  электронов.

146. Определите суммарный импульс электронов в прямом проводе длиной  $l = 500$  м, по которому течет ток  $I = 20$  А.

147. Вольтметр, включенный в сеть последовательно с сопротивлением  $R_1$ , показал напряжение  $U_1 = 198$  В, а при включении последовательно с сопротивлением  $R_2 = 2R_1$  — напряжение  $U_2 = 180$  В. Определите сопротивление  $R_1$  и напряжение  $U$  в сети, если сопротивление вольтметра  $r = 900$  Ом.

148. Определите напряженность  $E$  электрического поля в алюминиевом проводнике объемом  $V = 10 \text{ см}^3$ , если при прохожде-

нии по нему постоянного тока за время  $t = 5$  мин выделилось количество теплоты  $Q = 2,3$  кДж. Удельное сопротивление алюминия  $\rho = 26$  нОм · м.

149. На рис. 39  $R_1 = R_2 = 50$  Ом,  $R_3 = 100$  Ом,  $C = 50$  нФ. Определите ЭДС источника, пренебрегая его внутренним сопротивлением, если заряд на конденсаторе  $Q = 2,2$  мкКл.

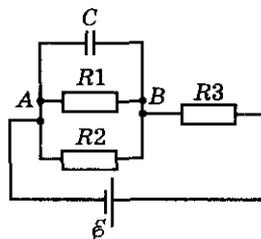


Рис. 39

150. Два источника тока с ЭДС  $\mathcal{E}_1 = 2$  В и  $\mathcal{E}_2 = 1,5$  В и внутренними сопротивлениями  $r_1 = 0,5$  Ом и  $r_2 = 0,4$  Ом включены параллельно сопротивлению  $R = 2$  Ом (рис. 40). Определите силу тока  $I$  через сопротивление.

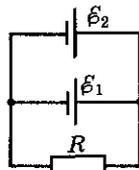


Рис. 40

ОТВЕТЫ: 145.  $1 \text{ А/мм}^2$ .

146.  $5,69 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ .

147.  $R_1 = \frac{(U_1 - U_2)r}{2U_2 - U_1} = 100 \text{ Ом};$

$U = U_1 \left( \frac{R_1}{r} + 1 \right) = 220 \text{ В}.$

148.  $E = \sqrt{\frac{Q\rho}{Vt}} = 0,141 \text{ В/м}.$  149.  $\mathcal{E} = \frac{Q}{C} \left( 1 + \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 R_2} \right) = 220 \text{ В}.$

150.  $I = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_2 r_1}{R r_1 + r_1 r_2 + R r_2} = 0,775 \text{ А}.$

### 3.3. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

#### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Магнитное поле
- ◆ Магнитная индукция
- ◆ Линии магнитной индукции
- ◆ Магнитная проницаемость среды
- ◆ Принцип суперпозиции магнитных полей
- ◆ Закон Био—Савара—Лапласа
- ◆ Закон Ампера
- ◆ Магнитная постоянная
- ◆ Магнитное поле движущегося заряда
- ◆ Сила Лоренца
- ◆ Движение заряженных частиц в магнитном поле
- ◆ Эффект Холла
- ◆ Циркуляция вектора  $\vec{B}$
- ◆ Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$ )
- ◆ Соленоид и его магнитное поле
- ◆ Торойд и его магнитное поле
- ◆ Поток вектора магнитной индукции
- ◆ Теорема Гаусса для поля  $\vec{B}$

## Основные формулы

Механический момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле,

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]$$

$[\vec{B}$  — магнитная индукция;  $\vec{p}_m$  — магнитный момент контура с током].

Модуль механического момента

$$M = p_m B \sin \alpha$$

$[\alpha$  — угол между нормалью к плоскости контура и вектором  $\vec{B}$ ].

Магнитный момент контура с током

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}$$

$[S$  — площадь контура с током;  $\vec{n}$  — единичный вектор нормали к поверхности контура].

Связь между магнитной индукцией  $\vec{B}$  и напряженностью  $\vec{H}$  магнитного поля

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$$

$[\mu_0$  — магнитная постоянная;  $\mu$  — магнитная проницаемость среды].

Закон Био—Савара—Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu I [d\vec{l}, \vec{r}]}{4\pi r^3}$$

$[d\vec{B}$  — магнитная индукция поля, создаваемая элементом длины  $d\vec{l}$  проводника с током  $I$ ;  $\vec{r}$  — радиус-вектор, проведенный от  $d\vec{l}$  к точке, в которой определяется магнитная индукция].

Модуль вектора  $d\vec{B}$

$$dB = \frac{\mu_0 \mu I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}$$

$[\alpha$  — угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ ].

Принцип суперпозиции (наложения) магнитных полей

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i$$

$[\vec{B}$  — магнитная индукция результирующего поля;  $\vec{B}_i$  — магнитные индукции складываемых полей].

Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током,

$$B = \frac{\mu_0 \mu 2I}{4\pi R}$$

$[R$  — расстояние от оси проводника;  $I$  — сила тока в проводнике].

**Магнитная индукция в центре кругового проводника с током**

$$B = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}$$

[ $R$  — радиус проводника;  $I$  — сила тока в проводнике].

**Закон Ампера**

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}]$$

[ $d\vec{F}$  — сила, действующая на элемент длины  $d\vec{l}$  проводника с током  $I$ , помещенный в магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$ ].

Модуль вектора  $d\vec{F}$

$$dF = IB dl \sin \alpha$$

[ $\alpha$  — угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{B}$ ].

**Сила взаимодействия двух прямых бесконечных прямолинейных параллельных проводников с токами  $I_1$  и  $I_2$**

$$dF = \frac{\mu_0 \mu 2I_1 I_2}{4\pi R} dl$$

[ $R$  — расстояние между проводниками;  $dl$  — отрезок проводника].

**Магнитная индукция поля точечного заряда  $Q$ , свободно движущегося с нерелятивистской скоростью  $\vec{v}$ ,**

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu Q [\vec{v}\vec{r}]}{4\pi r^3}$$

[ $\vec{r}$  — радиус-вектор, проведенный от заряда к точке, в которой определяется индукция].

Модуль вектора  $\vec{B}$

$$B = \frac{\mu_0 \mu Q v}{4\pi r^2} \sin \alpha$$

[ $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{r}$ ].

**Сила Лоренца**

$$\vec{F} = Q [\vec{v}\vec{B}]$$

[ $\vec{F}$  — сила, действующая на заряд  $Q$ , движущийся в магнитном поле  $\vec{B}$  со скоростью  $\vec{v}$ ].

Модуль вектора  $\vec{F}$

$$F = QvB \sin \alpha$$

[ $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ ].

**Формула Лоренца**

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q [\vec{v}\vec{B}]$$

[ $\vec{F}$  — результирующая сила, действующая на движущийся заряд  $Q$ , если на него действуют электрическое поле напряженностью  $\vec{E}$  и магнитное поле индукцией  $\vec{B}$ ].

### Холловская поперечная разность потенциалов

$$\Delta\varphi = R \frac{IB}{d}$$

[ $B$  — магнитная индукция;  $I$  — сила тока;  $d$  — толщина пластинки;  $R = 1/(en)$  — постоянная Холла ( $n$  — концентрация электронов)].

**Закон полного тока** для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$ )

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k$$

[ $d\vec{l}$  — вектор элементарной длины контура, направленный вдоль обхода контура;  $B_l = B \cos\alpha$  — составляющая вектора  $\vec{B}$  в направлении касательной контура  $L$  произвольной формы (с учетом выбранного направления обхода);  $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{B}$  и  $d\vec{l}$ ;  $\sum_{k=1}^n I_k$  — алгебраическая сумма  $n$  токов, охватываемых контуром].

**Магнитная индукция** поля внутри соленоида (в вакууме), имеющего  $N$  витков,

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l}$$

[ $I$  — сила тока в соленоиде;  $l$  — длина соленоида].

**Магнитная индукция** поля внутри тороида (в вакууме)

$$B = \mu_0 \frac{NI}{2\pi r}$$

[ $N$  — число витков тороида;  $I$  — сила тока;  $r$  — внутренний радиус тороида].

**Поток** вектора магнитной индукции (магнитный поток):

$$d\Phi_B = \vec{B} d\vec{S} = B_n dS \text{ (сквозь площадку } dS),$$

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS \text{ (сквозь поверхность } S),$$

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS \text{ (сквозь замкнутую поверхность } S)$$

[ $d\vec{S} = dS \vec{n}$  — вектор, модуль которого равен  $dS$ , а направление совпадает с нормалью  $\vec{n}$  к площадке;  $B_n$  — проекция вектора  $\vec{B}$  на направление нормали к площадке].

**Элементарная работа** по перемещению проводника с током в магнитном поле

$$dA = I d\Phi$$

[ $d\Phi$  — магнитный поток, пересекаемый движущимся проводником].

**Работа** по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле

$$dA = I d\Phi'$$

[ $d\Phi'$  — изменение магнитного потока, сцепленного с контуром].

## Примеры решения задач

**151.** По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам, расстояние между которыми  $d = 15$  см, текут токи  $I_1 = 70$  А и  $I_2 = 50$  А в противоположных направлениях. Определить магнитную индукцию  $B$  в точке  $A$ , удаленной на  $r_1 = 20$  см от первого и на  $r_2 = 30$  см от второго проводника (рис. 41).

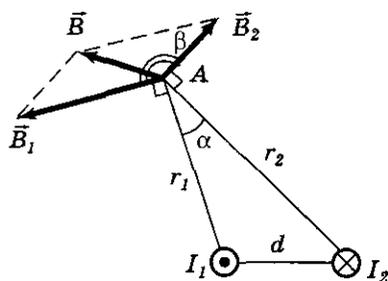


Рис. 41

*Дано:*

$d = 15 \text{ см} = 0,15 \text{ м}$	$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2,$	$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1},$	$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2},$
$I_1 = 70 \text{ А}$	$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 B_2 \cos \beta},$	$\beta = 180^\circ - \alpha, \quad d^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos \alpha,$	
$I_2 = 50 \text{ А}$	$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2},$		
$r_1 = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$			
$r_2 = 30 \text{ см} = 0,3 \text{ м}$			
$B - ?$			

*Решение:*

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - 2B_1 B_2 \cos \alpha} = \frac{\mu_0}{2\pi} \sqrt{\frac{I_1^2}{r_1^2} + \frac{I_2^2}{r_2^2} - \frac{I_1 I_2}{r_1 r_2} (r_1^2 + r_2^2 - d^2)}.$$

*Ответ:*  $B = 42,8$  мкТл.

**152.** По двум параллельным прямым проводникам длиной  $l = 2$  м каждый, находящимся в вакууме на расстоянии  $d = 10$  см друг от друга, в противоположном направлении течет ток  $I_1 = 50$  А и  $I_2 = 100$  А (рис. 42). Определить силу взаимодействия токов.

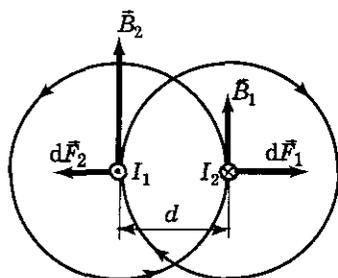


Рис. 42

*Дано:*

$l = 2 \text{ м}$	$dF_1 = I_2 B_1 dl,$	$dF_2 = I_1 B_2 dl,$
$d = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$	$B_1 = \mu_0 \frac{I_1}{2\pi d},$	$B_2 = \mu_0 \frac{I_2}{2\pi d},$
$I_1 = 50 \text{ А}$	$dF_1 = dF_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl = dF,$	
$I_2 = 100 \text{ А}$	$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int_0^l dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}.$	
$F - ?$		

*Решение:*

*Ответ:*  $F = 20$  мН.

153. По прямому горизонтально расположенному проводу пропускают ток  $I_1 = 10$  А. Под ним на расстоянии  $R = 1,5$  см находится параллельный ему алюминиевый провод, по которому пропускают ток  $I_2 = 1,5$  А. Определить, чему равна площадь поперечного сечения алюминиевого провода, при которой он будет удерживаться незакрепленным. Плотность алюминия  $\rho = 2,7$  г/см<sup>3</sup>.

Дано:

$$\begin{array}{l} I_1 = 10 \text{ А} \\ R = 1,5 \text{ см} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ I_2 = 1,5 \text{ А} \\ \mu = 1 \\ \rho = 2,7 \text{ г/см}^3 = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \\ \hline S - ? \end{array}$$

Решение:

$$\begin{array}{l} \frac{F}{l} = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2}{2\pi R} \Big|_{\mu=1} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R}, \\ F = mg, \quad \frac{mg}{l} = \frac{\rho V g}{l} = \rho S g, \\ \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R} = \rho S g, \quad S = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R \rho g}. \end{array}$$

Ответ:  $S = 7,55 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2$ .

154. Согласно теории Бора, электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите радиусом  $r = 52,8$  пм. Определить магнитную индукцию  $B$  поля, создаваемого электроном в центре круговой орбиты.

Дано:

$$\begin{array}{l} r = 52,8 \text{ пм} = 5,28 \cdot 10^{-11} \text{ м} \\ \hline B - ? \end{array}$$

Решение:

$$\begin{array}{l} \vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Q[\vec{v}\vec{r}]}{r^3}, \quad (\vec{v}, \vec{r}) = \frac{\pi}{2}, \quad \mu = 1, \\ |Q| = e, \quad B = \frac{\mu_0 e v}{4\pi r^2}, \quad \frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}, \end{array}$$

$$v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r m}}, \quad B = \frac{\mu_0 e^2}{8\pi r^2 \sqrt{\pi\epsilon_0 r m}}.$$

Ответ:  $B = 1,25 \cdot 10^{-23} \text{ Тл}$ .

155. Электрон, влетев в однородное магнитное поле с магнитной индукцией  $B = 2$  мТл, движется по круговой орбите радиусом  $R = 15$  см. Определить магнитный момент  $p_m$  эквивалентного кругового тока.

Дано:

$$\begin{array}{l} B = 2 \text{ мТл} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Тл} \\ R = 15 \text{ см} = 0,15 \text{ м} \\ \hline p_m - ? \end{array}$$

Решение:

$$\begin{array}{l} p_m = IS, \quad S = \pi R^2, \quad I = \frac{e}{T}, \quad T = \frac{2\pi R}{v}, \\ evB = \frac{mv^2}{R}, \quad v = \frac{eBR}{m}, \quad p_m = \frac{ev}{2\pi R} = \frac{e^2 BR^2}{2m}. \end{array}$$

Ответ:  $p_m = 0,632 \text{ пА} \cdot \text{м}^2$ .

156. Через сечение медной пластинки толщиной  $d = 0,2$  мм пропускается ток  $I = 6$  А. Пластика помещается в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 1$  Тл, перпендикулярное ребру пластинки и направлению тока (рис. 43). Считая концентрацию электронов проводимости равной концентрации атомов, определить возникающую в пластинке поперечную (холловскую) разность потенциалов. Плотность меди  $\rho = 8,93$  г/см<sup>3</sup>.

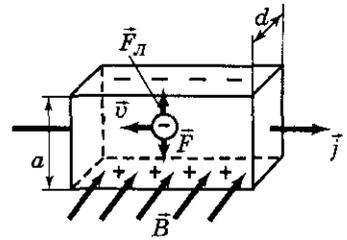


Рис. 43

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned} d &= 0,2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м} \\ I &= 6 \text{ А} \\ B &= 1 \text{ Тл} \\ \rho &= 8,93 \text{ г/см}^3 = 8930 \text{ кг/м}^3 \\ n &= n' \\ M &= 63,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} \\ \hline \Delta\varphi &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} eE_B &= e \frac{\Delta\varphi}{a} = evB, & \Delta\varphi &= vBa, \\ I &= jS = nev \cdot ad, & S &= ad, \\ \Delta\varphi &= \frac{IBa}{nead} = \frac{1}{en} \frac{IB}{d}, \\ n &= n' = \frac{N_A}{V_m} = \frac{\rho N_A}{M}, & \Delta\varphi &= \frac{MIB}{e\rho N_A d}. \end{aligned}$$

Ответ:  $\Delta\varphi = 2,21$  мкВ.

157. По прямому бесконечно длинному проводнику течет ток  $I = 10$  А. Определить, пользуясь теоремой о циркуляции вектора  $\vec{B}$ , магнитную индукцию  $B$  в точке, расположенной на расстоянии  $r = 10$  см от проводника (рис. 44).

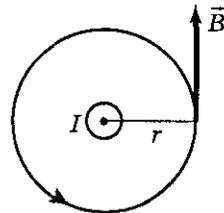


Рис. 44

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned} I &= 10 \text{ А} \\ r &= 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м} \\ \hline B &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \oint_L B_l dl &= \mu_0 \sum_i I_i, & B_l &= B, \\ B \cdot 2\pi r &= \mu_0 I, & B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \end{aligned}$$

Ответ:  $B = 20$  мкТл.

158. Определить, пользуясь теоремой о циркуляции вектора  $\vec{B}$ , индукцию и напряженность магнитного поля на оси тороида без сердечника, если по обмотке тороида, содержащей 200 витков, проте-

кает ток 2 А. Внешний диаметр тороида  $D_1 = 60$  см, внутренний  $D_2 = 40$  см (рис. 45).

Дано:

$$\begin{aligned} N &= 200 \\ I &= 2 \text{ А} \\ D_1 &= 60 \text{ см} = 0,6 \text{ м} \\ D_2 &= 40 \text{ см} = 0,4 \text{ м} \\ \hline B &= ? \\ H &= ? \end{aligned}$$

Решение:

$$\oint_L B_i dl = \mu_0 \sum I_i,$$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI,$$

$$B = \mu_0 \frac{NI}{2\pi r}, \quad H = \frac{B}{\mu_0}.$$

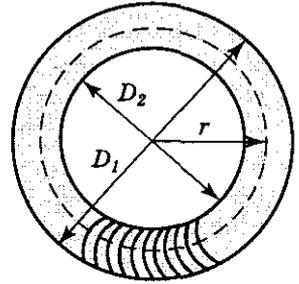


Рис. 45

Ответ:  $B = 0,32$  мТл;  $H = 255$  А/м.

### Задачи для самостоятельного решения

**159.** В однородное магнитное поле с индукцией  $B = 0,1$  Тл помещена квадратная рамка площадью  $S = 25$  см<sup>2</sup>. Нормаль к плоскости рамки составляет с направлением магнитного поля угол  $60^\circ$ . Определите вращающий момент, действующий на рамку, если по ней течет ток  $I = 1$  А.

**160.** В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,2$  Тл находится прямой проводник длиной  $l = 15$  см, по которому течет ток  $I = 5$  А. На проводник действует сила  $F = 0,13$  Н. Определите угол  $\alpha$  между направлением тока и вектором магнитной индукции.

**161.** Электрон движется прямолинейно с постоянной скоростью  $v = 0,2$  Мм/с. Определите магнитную индукцию  $B$  поля, создаваемого электроном в точке, находящейся на расстоянии  $r = 2$  нм от электрона и лежащей на прямой, проходящей через мгновенное положение электрона и составляющей угол  $\alpha = 45^\circ$  со скоростью движения электрона.

**162.** Электрон, обладая скоростью  $v = 10$  Мм/с, влетел в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Индукция магнитного поля  $B = 0,1$  мТл. Определите нормальное и тангенциальное ускорения электрона.

**163.** В случае эффекта Холла для натриевого проводника при плотности тока  $j = 150$  А/см<sup>2</sup> и магнитной индукции  $B = 2$  Тл напряженность поперечного электрического поля  $E = 0,75$  мВ/м. Определите концентрацию электронов проводимости, а также ее отношение к концентрации атомов в этом проводнике. Плотность натрия  $\rho = 0,97$  г/см<sup>3</sup>.

164. Соленоид длиной  $l = 0,5$  м содержит  $N = 1000$  витков. Определите магнитную индукцию  $B$  поля внутри соленоида, если сопротивление его обмотки  $R = 120$  Ом, а напряжение на ее концах  $U = 60$  В.

165. Поток магнитной индукции сквозь поперечное сечение соленоида (без сердечника) равен  $\Phi = 1$  мкВб. Длина соленоида  $l = 12,5$  см. Определите магнитный момент  $p_m$  соленоида.

**ОТВЕТЫ:** 159.  $217 \text{ мкН} \cdot \text{м}$ . 160.  $60^\circ$ . 161.  $566 \text{ мкТл}$ .  
 162.  $a_n = \text{const} = 1,76 \cdot 10^{14} \text{ м/с}^2$ ;  $a_\tau = 0$ . 163.  $2,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ ;  $0,984$ .  
 164.  $1,26 \text{ мТл}$ . 165.  $0,1 \text{ А} \cdot \text{м}^2$ .

### 3.4. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

#### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- |  |                           |
|--|---------------------------|
| ◆ Электромагнитная индукция                      | ◆ Самоиндукция            |
| ◆ Индукционный ток                               | ◆ Экстратоки самоиндукции |
| ◆ Закон Фарадея                                  | ◆ Время релаксации        |
| ◆ Правило Ленца                                  | ◆ Взаимная индукция       |
| ◆ Электродвижущая сила электромагнитной индукции | ◆ Трансформаторы          |
| ◆ Индуктивность контура                          | ◆ Энергия магнитного поля |

#### Основные формулы

##### Закон Фарадея

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$[\mathcal{E}_i$  — ЭДС электромагнитной индукции].

ЭДС индукции, возникающая в рамке площадью  $S$  при вращении рамки с угловой скоростью  $\omega$  в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ ,

$$\mathcal{E}_i = BS\omega \sin\omega t$$

$[\omega t$  — мгновенное значение угла между вектором  $\vec{B}$  и вектором нормали  $\vec{n}$  к плоскости рамки].

Магнитный поток, создаваемый током  $I$  в контуре,

$$\Phi = LI$$

$[L$  — индуктивность контура].

Закон Фарадея применительно к самоиндукции

$$\mathcal{E}_s = -L\frac{dI}{dt}$$

$[L$  — индуктивность контура].

## Индуктивность соленоида

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l}$$

$[\mu_0$  — магнитная постоянная,  $\mu$  — магнитная проницаемость среды,  $N$  — число витков соленоида;  $l$  — его длина;  $S$  — площадь поперечного сечения].

Сила тока при размыкании и замыкании цепи, содержащей источник тока, резистор сопротивлением  $R$  и катушку индуктивностью  $L$ ,

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-t/\tau} \quad (\text{размыкание}),$$

$$I = I_0 \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) = I_0 (1 - e^{-t/\tau}) \quad (\text{замыкание})$$

$[I_0$  — установившаяся сила тока;  $\tau = \frac{L}{R}$  — время релаксации].

## ЭДС взаимной индукции

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

$[L$  — взаимная индуктивность контуров].

Взаимная индуктивность двух катушек (с числом витков  $N_1$  и  $N_2$ ), намотанных на общий тороидальный сердечник,

$$L = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2 S}{l}$$

$[l$  — длина сердечника по средней линии;  $S$  — площадь поперечного сечения сердечника].

## Коэффициент трансформации

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{I_1}{I_2}$$

$[N, \mathcal{E}, I$  — число витков, ЭДС и сила тока в обмотках трансформатора соответственно].

Энергия магнитного поля, создаваемого током в замкнутом контуре индуктивностью  $L$ , по которому течет ток  $I$ ,

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Объемная плотность энергии однородного магнитного поля длинного соленоида

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}$$

$[W$  — энергия однородного магнитного поля;  $V$  — объем соленоида;  $B$  — магнитная индукция;  $H$  — напряженность магнитного поля].

### Примеры решения задач

**166.** В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,2$  Тл равномерно вращается катушка, содержащая  $N = 600$  витков, с частотой  $n = 6$  с<sup>-1</sup>. Площадь  $S$  поперечного сечения катушки  $100$  см<sup>2</sup>. Ось вращения перпендикулярна оси катушки и направлению магнитного поля. Определить максимальную ЭДС индукции вращающейся катушки.

Дано:

$$\begin{aligned} B &= 0,2 \text{ Тл} \\ N &= 600 \\ n &= 6 \text{ с}^{-1} \\ S &= 100 \text{ см}^2 = 10^{-2} \text{ м}^2 \end{aligned}$$

$$\mathcal{E}_{i \text{ max}} \text{ --- ?}$$

Решение:

$$\mathcal{E}_i = -N \frac{d\Phi}{dt}, \quad \Phi = BS \cos \omega t, \quad \omega = 2\pi n,$$

$$\Phi = BS \cos 2\pi n t,$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_i &= -NBS \cdot 2\pi n (-\sin 2\pi n t) = \\ &= 2\pi n NBS \sin 2\pi n t, \end{aligned}$$

$$\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_{i \text{ max}} \quad \text{при } \sin 2\pi n t = 1,$$

$$\mathcal{E}_{i \text{ max}} = 2\pi n NBS.$$

Ответ:  $\mathcal{E}_{i \text{ max}} = 45,2$  В.

**167.** Кольцо из алюминиевого провода ( $\rho = 26$  нОм · м) помещено в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Диаметр кольца  $D = 30$  см, диаметр провода  $d = 2$  мм. Определить скорость изменения магнитного поля, если сила тока в кольце  $I = 1$  А.

Дано:

$$\begin{aligned} \rho &= 26 \text{ нОм} \cdot \text{м} = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м} \\ D &= 30 \text{ см} = 0,3 \text{ м} \\ d &= 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ I &= 1 \text{ А} \end{aligned}$$

$$\frac{dB}{dt} \text{ --- ?}$$

Решение:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad l = \pi D, \quad S = \frac{\pi d^2}{4},$$

$$\mathcal{E}_i = IR,$$

$$|\mathcal{E}_i| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} (BS) = S \frac{dB}{dt} =$$

$$= \frac{\pi D^2}{4} \frac{dB}{dt},$$

$$\left| \frac{dB}{dt} \right| = \frac{4\mathcal{E}_i}{\pi D^2} = \frac{4IR}{\pi D^2} = \frac{16I\rho}{\pi d^2 D}.$$

Ответ:  $\frac{dB}{dt} = 0,11$  Тл/с.

168. В катушке длиной  $l = 0,5$  м, диаметром  $d = 5$  см и числом витков  $N = 1500$  сила тока равномерно увеличивается на  $0,2$  А за  $1$  с. На катушку надето кольцо из медной проволоки ( $\rho = 17$  нОм · м) площадью сечения  $S_k = 3$  мм<sup>2</sup>. Определить силу тока в кольце.

Дано:

$$\begin{aligned}
 l &= 0,5 \text{ м} \\
 d &= 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м} \\
 N &= 1500 \\
 \frac{dI}{dt} &= 0,2 \text{ А/с} \\
 \rho &= 17 \text{ нОм} \cdot \text{м} = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м} \\
 S_k &= 3 \text{ мм}^2 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \\
 I_k &= ?
 \end{aligned}$$

Решение:

$$\mathcal{E}_{is} = -L \frac{dI}{dt}, \quad L = \frac{\mu_0 \mu N^2 S}{l},$$

$$|\mathcal{E}_{is}| = \mu_0 \mu \frac{N^2 \pi d^2}{4l} \left| \frac{dI}{dt} \right|,$$

$$|\mathcal{E}_k| = \frac{|\mathcal{E}_{is}|}{N} = \mu_0 \mu \frac{N \pi d^2}{4l} \frac{dI}{dt},$$

$$I_k = \frac{|\mathcal{E}_k|}{R}, \quad R = \frac{\rho I_k}{S_k}, \quad I_k = \pi d,$$

$$I_k = \frac{|\mathcal{E}_k| S_k}{\pi \rho d}, \quad I_k = \mu_0 \mu \frac{N S_k d}{4l \rho} \frac{dI}{dt}.$$

Ответ:  $I_k = 1,66$  мА.

169. Определить, сколько витков проволоки, вплотную прилегающих друг к другу, диаметром  $d = 0,5$  мм с изоляцией ничтожной толщины надо намотать на картонный цилиндр диаметром  $D = 1,5$  см, чтобы получить однослойную катушку индуктивностью  $L = 100$  мкГн?

Дано:

$$\begin{aligned}
 d &= 0,5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м} \\
 D &= 1,5 \text{ см} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\
 L &= 100 \text{ мкГн} = 10^{-4} \text{ Гн} \\
 \mu &= 1 \\
 N &= ?
 \end{aligned}$$

Решение:

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l}, \quad S = \frac{\pi D^2}{4}, \quad l = Nd,$$

$$L = \frac{\mu_0 \mu N \pi D^2}{4d}, \quad N = \frac{4dL}{\mu_0 \mu \pi D^2}.$$

Ответ:  $N = 225$ .

170. Катушка индуктивностью  $L = 1,5$  Гн и сопротивлением  $R_1 = 15$  Ом и резистор сопротивлением  $R_2 = 150$  Ом соединены параллельно и подключены к источнику, электродвижущая сила ко-

того  $\mathcal{E} = 60 \text{ В}$ , через ключ  $K$  (рис. 46). Определить напряжения на зажимах катушки через  $t_1 = 0,01 \text{ с}$  и  $t_2 = 0,1 \text{ с}$  после размыкания цепи.

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned} L &= 1,5 \text{ Гн} \\ R_1 &= 15 \text{ Ом} \\ R_2 &= 150 \text{ Ом} \\ \mathcal{E} &= 60 \text{ В} \\ t_1 &= 0,01 \text{ с} \\ t_2 &= 0,1 \text{ с} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_1 &= ? \\ U_2 &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_0 &= \frac{\mathcal{E}}{R_1}, \quad I = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}}, \quad R = R_1 + R_2, \\ U &= IR_2, \quad U_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1} R_2 e^{-\frac{R}{L}t_1}, \\ U_2 &= \frac{\mathcal{E}}{R_1} R_2 e^{-\frac{R}{L}t_2}. \end{aligned}$$

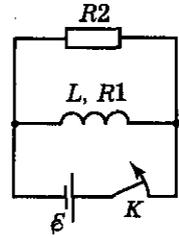


Рис. 46

Ответ:  $U_1 = 200 \text{ В}$ ;  $U_2 = 0,01 \text{ В}$ .

171. Трансформатор с коэффициентом трансформации  $0,15$  понижает напряжение с  $220$  до  $6 \text{ В}$ . При этом сила тока во вторичной обмотке равна  $6 \text{ А}$ . Пренебрегая потерями энергии в первичной обмотке, определить сопротивление вторичной обмотки трансформатора.

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned} N_2/N_1 &= 0,15 \\ U_1 &= 220 \text{ В} \\ U_2 &= 6 \text{ В} \\ I_2 &= 6 \text{ А} \end{aligned}$$

$$R_2 = ?$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= U_1, \quad \frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{N_2}{N_1}, \quad \mathcal{E}_2 = \frac{N_2}{N_1} U_1, \\ \mathcal{E}_2 &= I_2 R_2 + U_2, \quad R_2 = \frac{\mathcal{E}_2 - U_2}{I_2}, \\ R_2 &= \frac{N_2 U_1 / N_1 - U_2}{I_2}. \end{aligned}$$

Ответ:  $R_2 = 4,5 \text{ Ом}$ .

172. Соленоид без сердечника с однослойной обмоткой из проволоки диаметром  $d = 0,5 \text{ мм}$  имеет длину  $l = 0,4 \text{ м}$  и поперечное сечение  $S = 50 \text{ см}^2$ . Какой ток течет по обмотке при напряжении  $U = 10 \text{ В}$ , если за время  $t = 0,5 \text{ мс}$  в обмотке выделяется количество теплоты, равное энергии поля внутри соленоида? Поле считать однородным.

Дано:

Решение:

$$\begin{array}{l}
 N = 1 \\
 d = 0,5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м} \\
 l = 0,4 \text{ м} \\
 S = 50 \text{ см}^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \\
 U = 10 \text{ В} \\
 t = 0,5 \text{ мс} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ с} \\
 Q = W \\
 \hline
 I = ?
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 Q = W, \quad Q = IUt, \quad W = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} V \Big|_{\mu=1} = \frac{B^2}{2\mu_0} V, \\
 V = Sl, \quad l = Nd, \quad N = \frac{l}{d}, \quad B = \mu_0 \frac{NI}{d} = \mu_0 \frac{I}{d}, \\
 W = \frac{\mu_0^2 I^2 S l}{d^2 \cdot 2\mu_0} = \frac{\mu_0 I^2 S l}{2d^2}, \quad IUt = \frac{\mu_0 I^2 S l}{2d^2}, \quad I = \frac{2Ut d^2}{\mu_0 S l}.
 \end{array}$$

Ответ:  $I = 995 \text{ мА}$ .

173. Тороид с воздушным сердечником содержит 20 витков на 1 см. Определить объемную плотность энергии в тороиде, если по его обмотке протекает ток 3 А.

Дано:

Решение:

$$\begin{array}{l}
 N/l = 20 \text{ см}^{-1} = 2 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1} \\
 I = 3 \text{ А} \\
 \hline
 w = ?
 \end{array}$$

$$w = \frac{W}{V}, \quad W = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} V \Big|_{\mu=1} = \frac{B^2}{2\mu_0},$$

$$\oint_L B_l dl = \mu_0 NI, \quad Bl = \mu_0 NI, \quad B = \mu_0 \frac{N}{l} I,$$

$$w = \frac{\mu_0^2 N^2 I^2}{2\mu_0 l^2} = \frac{\mu_0 (N/l)^2}{2} I^2.$$

Ответ:  $w = 22,6 \text{ Дж/м}^3$ .

### Задачи для самостоятельного решения

174. В магнитное поле, изменяющееся по закону  $B = B_0 \cos \omega t$  ( $B_0 = 0,1 \text{ Тл}$ ,  $\omega = 4 \text{ с}^{-1}$ ), помещена квадратная рамка со стороной  $a = 50 \text{ см}$ , причем нормаль к рамке образует с направлением поля угол  $\alpha = 45^\circ$ . Определите ЭДС индукции, возникающую в рамке в момент времени  $t = 5 \text{ с}$ .

175. В однородном магнитном поле ( $B = 0,2 \text{ Тл}$ ) равномерно с частотой  $n = 600 \text{ мин}^{-1}$  вращается рамка, содержащая  $N = 1200$  витков, плотно прилегающих друг к другу. Площадь рамки  $S = 100 \text{ см}^2$ . Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определите максимальную ЭДС, индуцируемую в рамке.

176. Катушка длиной  $l = 50 \text{ см}$  и диаметром  $d = 5 \text{ см}$  содержит  $N = 200$  витков. Сила тока, текущего по катушке,  $I = 1 \text{ А}$ . Определите: 1) индуктивность катушки; 2) магнитный поток, пронизывающий площадь ее поперечного сечения.

177. Имеется катушка индуктивностью  $L = 0,1$  Гн и сопротивлением  $R = 0,8$  Ом. Определите, во сколько раз уменьшится сила тока в катушке через  $t = 30$  мс, если источник тока отключить и катушку замкнуть накоротко.

178. Трансформатор, понижающий напряжение с 220 до 12 В, содержит в первичной обмотке  $N_1 = 2000$  витков. Сопротивление вторичной обмотки  $R_2 = 0,15$  Ом. Пренебрегая сопротивлением первичной обмотки, определите число витков во вторичной обмотке, если во внешнюю цепь (в сети пониженного напряжения) передают мощность  $P = 20$  Вт.

179. Обмотка электромагнита, находясь под постоянным напряжением, имеет сопротивление  $R = 15$  Ом и индуктивность  $L = 0,3$  Гн. Определите промежуток времени, в течение которого в обмотке выделится количество теплоты, равное энергии магнитного поля в сердечнике.

180. Два соленоида ( $L_1 = 0,64$  Гн,  $L_2 = 1$  Гн) одинаковой длины и равного сечения вставлены один в другой. Определите взаимную индуктивность соленоида.

181. Индуктивность соленоида при длине 1 м и площади поперечного сечения  $20 \text{ см}^2$  равна  $0,4$  мГн. Определите силу тока в соленоиде, при которой объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида равна  $0,1$  Дж/м<sup>3</sup>.

---

ОТВЕТЫ: 174.  $\mathcal{E}_i = B_0 a^2 \omega \cos \alpha \sin \omega t = 64$  мВ. 175.  $\mathcal{E}_{i \max} = 2\pi n N B S = 151$  В. 176. 1) 197 мкГн; 2) 985 нВб. 177. В 1,27 раза.

178.  $N_2 = \left( \frac{P R_2}{U_2} + U_2 \right) \frac{N_1}{U_1} = 111$ . 179. 0,01 с. 180.  $L_{12} = \sqrt{L_1 L_2} = 0,8$  Гн.

181.  $I = \sqrt{2w S l / L} = 1$  А.

---

### 3.5. МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

#### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Магнитные моменты электронов и атомов
- ◆ Гиромагнитное отношение орбитальных моментов
- ◆ Гиромагнитное отношение спиновых моментов
- ◆ Магнетики
- ◆ Диамагнетики
- ◆ Парамагнетики
- ◆ Намагниченность
- ◆ Магнитное поле в веществе
- ◆ Магнитная восприимчивость вещества
- ◆ Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора  $\vec{H}$ )
- ◆ Теорема о циркуляции вектора  $\vec{H}$
- ◆ Ферромагнетики

## Основные формулы

Связь между орбитальным магнитным  $\vec{p}_m$  и орбитальным механическим  $\vec{L}_l$  моментами электрона

$$\vec{p}_m = -\frac{e}{2m} \vec{L}_l = g \vec{L}_l$$

[ $g = e/(2m)$  — гиромагнитное отношение орбитальных моментов].

**Намагниченность**

$$\vec{J} = \frac{\vec{p}_m}{V} = \frac{\sum \vec{p}}{V}$$

[ $\vec{p}_m = \sum \vec{p}$  — магнитный момент магнетика, равный векторной сумме магнитных моментов отдельных молекул].

Связь между намагниченностью и напряженностью магнитного поля

$$\vec{J} = \chi \vec{H}$$

[ $\chi$  — магнитная восприимчивость вещества].

Связь между векторами  $\vec{B}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{J}$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J}) = \mu_0(\vec{H} + \chi \vec{H}) = \mu_0(1 + \chi)\vec{H}.$$

Связь между магнитной проницаемостью и магнитной восприимчивостью вещества

$$\mu = 1 + \chi.$$

**Закон полного тока** для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$ )

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0(I + I')$$

[ $d\vec{l}$  — вектор элементарной длины контура, направленный вдоль обхода контура;  $B_l$  — составляющая вектора  $\vec{B}$  в направлении касательной к контуру  $L$  произвольной формы;  $I$  и  $I'$  — соответственно алгебраические суммы макроток (токов проводимости) и микроток (молекулярных токов), охватываемых заданным контуром].

**Теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля**

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I$$

[ $I$  — алгебраическая сумма токов проводимости, охватываемых контуром  $L$ ].

**Условия на границе раздела двух магнетиков при отсутствии на границе тока проводимости:**

$$\begin{aligned} H_{1\tau} &= H_{2\tau}, & \frac{B_{1n}}{B_{2n}} &= \frac{\mu_1}{\mu_2}, \\ B_{1n} &= B_{2n}, & \frac{H_{n1}}{H_{n2}} &= \frac{\mu_2}{\mu_1} \end{aligned}$$

[ $H_\tau$ ,  $B_\tau$  и  $H_n$ ,  $B_n$  — соответственно тангенциальные и нормальные составляющие векторов  $\vec{H}$  и  $\vec{B}$ ;  $\mu_1$  и  $\mu_2$  — магнитные проницаемости].

### Примеры решения задач

182. Соленоид длиной  $l = 20$  см, площадью поперечного сечения  $S = 10$  см<sup>2</sup> и общим числом витков  $N = 400$  находится в диамагнитной среде. Определить силу тока в обмотках соленоида, если его индуктивность  $L = 1$  мГн, а намагниченность  $J$  внутри соленоида равна 20 А/м.

Дано:

$$\begin{aligned} l &= 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м} \\ S &= 10 \text{ см}^2 = 10^{-3} \text{ м}^2 \\ N &= 400 \\ L &= 1 \text{ мГн} = 10^{-3} \text{ Гн} \\ J &= 20 \text{ А/м} \end{aligned}$$

$I = ?$

Решение:

$$\begin{aligned} J &= \chi H, \quad \mu = 1 + \chi, \quad J = (\mu - 1)H, \\ \oint_L \vec{H} d\vec{l} &= \oint_L H_l dl = \sum_k I_k, \quad Hl = NI, \\ H &= \frac{NI}{l}, \quad L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l}, \quad \mu = \frac{LI}{\mu_0 N^2 S}, \\ J &= \left( \frac{Ll}{\mu_0 N^2 S} - 1 \right) \frac{NI}{l}, \quad I = \frac{Jl}{N \left( \frac{Ll}{\mu_0 N^2 S} - 1 \right)}. \end{aligned}$$

Ответ:  $I = 2,09$  А.

183. На железный сердечник в виде тора со средним диаметром  $d = 70$  мм намотана обмотка с общим числом витков  $N = 600$ . В сердечнике сделана узкая поперечная прорезь шириной  $b = 1,5$  мм (рис. 47). Магнитная проницаемость железа для данных условий  $\mu = 500$ . При силе тока через обмотку  $I = 4$  А магнитная индукция в прорези  $B_0 = 1,5$  Тл. Пренебрегая рассеянием поля на краях прорези, определить напряженность магнитного поля для данных условий.

Дано:

$$\begin{aligned} d &= 70 \text{ мм} = 7 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ N &= 600 \\ b &= 1,5 \text{ мм} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ I &= 4 \text{ А} \\ \mu &= 500 \\ B_0 &= 1,5 \text{ Тл} \end{aligned}$$

1)  $H = ?$

2)  $H_0 = ?$

Решение:

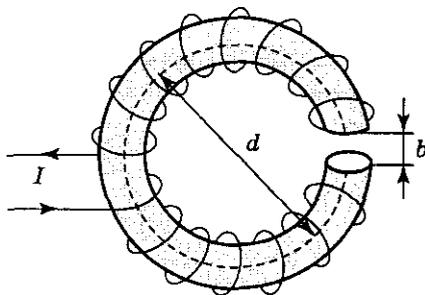


Рис. 47

$$\begin{aligned} \oint_L H_l dl &= NI, \quad H_l = H, \quad H(\pi d - b) + H_0 b = NI, \quad B = B_0, \quad B = \mu_0 \mu H, \\ B_0 &= \mu_0 H_0, \quad \mu_0 \mu H = \mu_0 H_0, \quad H_0 = \mu H, \quad (\pi d - b)H + b\mu H = NI, \\ H &= \frac{NI}{(\pi d - b) + \mu b}, \quad H_0 = \frac{\mu NI}{(\pi d - b) + \mu b}. \end{aligned}$$

Ответ: 1)  $H = 2,48$  кА/м; 2)  $H_0 = 1,24$  МА/м.

## Задачи для самостоятельного решения

**184.** Принимая, что электрон в невозбужденном атоме водорода движется по круговой орбите радиусом  $r = 52,8$  пм, определите: 1) магнитный момент  $p_m$  эквивалентного кругового тока; 2) орбитальный механический момент  $L_l$  электрона; 3) исходя из полученных числовых значений, гиромагнитное отношение орбитальных моментов, доказав, что оно совпадает со значением, определяемым универсальными постоянными.

**185.** По обмотке соленоида индуктивностью  $L = 3$  мГн, находящегося в диамагнитной среде, течет ток  $I = 0,4$  А. Соленоид имеет длину  $l = 45$  см, площадь поперечного сечения  $S = 10$  см<sup>2</sup> и число витков  $N = 1000$ . Определите внутри соленоида: 1) магнитную индукцию; 2) намагниченность.

---

**ОТВЕТЫ:** 184. 1)  $p_m = \frac{e^2}{4} \sqrt{\frac{r}{\pi \epsilon_0 m}} = 9,25 \cdot 10^{-24}$  А · м<sup>2</sup>; 2)  $L_l = \frac{e}{2} \sqrt{\frac{m r}{\pi \epsilon_0}} = 1,05 \cdot 10^{-34}$  кг · м<sup>2</sup>/с; 3)  $g = 87,8$  Гкл/кг. 185. 1)  $B = \frac{LI}{NS} = 1,2$  мТл; 2)  $J = \left( \frac{Ll}{N^2 S \mu_0} - 1 \right) \frac{NI}{l} = 66$  А/м.

---

## 3.6. ОСНОВЫ ТЕОРИИ МАКСВЕЛЛА

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И УРАВНЕНИЯ

- ◆ Вихревое электрическое поле
- ◆ Ток смещения
- ◆ Плотность тока смещения
- ◆ Полный ток
- ◆ Плотность полного тока
- ◆ Обобщенная теорема о циркуляции вектора  $\vec{H}$  в интегральной и дифференциальной формах
- ◆ Уравнения Максвелла в интегральной форме для стационарных полей

### Основные формулы

Циркуляция вектора напряженности  $\vec{E}_B$  поля, возбуждаемого переменным магнитным полем,

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}.$$

Плотность тока смещения

$$\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$$

$[\vec{D}$  — электрическое смещение;  $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  — плотность тока смещения в вакууме;  $\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$  — плотность тока поляризации].

Плотность полного тока

$$\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$[\vec{j}$  — плотность тока проводимости;  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  — плотность тока смещения].

Обобщенная теорема о циркуляции вектора  $\vec{H}$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$$

$[\vec{j}$  — плотность тока проводимости;  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  — плотность тока смещения;

$S$  — поверхность, натянутая на замкнутый контур  $L$ ].

Уравнения Максвелла

• в интегральной форме

$$\begin{aligned} \oint_L \vec{E} d\vec{l} &= - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}, & \oint_S \vec{D} d\vec{S} &= \int_V \rho dV, \\ \oint_L \vec{H} d\vec{l} &= \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}, & \oint_S \vec{B} d\vec{S} &= 0; \end{aligned}$$

• в дифференциальной форме

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & \text{div } \vec{D} &= \rho, \\ \text{rot } \vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, & \text{div } \vec{B} &= 0, \\ \vec{D} &= \epsilon_0 \epsilon \vec{E}, & \vec{B} &= \mu_0 \mu \vec{H}, & \vec{j} &= \gamma \vec{E} \end{aligned}$$

$[\epsilon_0$  и  $\mu_0$  — соответственно электрическая и магнитная постоянные;  $\epsilon$  и  $\mu$  — диэлектрическая и магнитная проницаемости;  $\gamma$  — удельная проводимость вещества].

Уравнения Максвелла для стационарных полей в интегральной форме

$$\begin{aligned} \oint_L \vec{E} d\vec{l} &= 0, & \oint_S \vec{D} d\vec{S} &= Q, \\ \oint_L \vec{H} d\vec{l} &= I, & \oint_S \vec{B} d\vec{S} &= 0. \end{aligned}$$



# Колебания и волны

## 4.1. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И УРАВНЕНИЯ

- ◆ Колебания
- ◆ Свободные (собственные) колебания
- ◆ Гармонические колебания
- ◆ Период колебаний
- ◆ Период гармонических колебаний
- ◆ Уравнение гармонических колебаний
- ◆ Дифференциальное уравнение гармонических колебаний
- ◆ Метод вращающегося вектора амплитуды
- ◆ Гармонический осциллятор
- ◆ Пружинный маятник
- ◆ Физический маятник
- ◆ Математический маятник
- ◆ Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты
- ◆ Биения
- ◆ Сложение взаимно перпендикулярных колебаний
- ◆ Добротность колебательной системы
- ◆ Затухающие колебания
- ◆ Декремент затухания
- ◆ Логарифмический декремент затухания
- ◆ Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний
- ◆ Автоколебания
- ◆ Вынужденные колебания
- ◆ Дифференциальное уравнение вынужденных механических колебаний
- ◆ Резонанс

### Основные формулы

#### Уравнение гармонических колебаний

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

[ $x$  — смещение колеблющейся величины от положения равновесия;  $A$  — амплитуда колебаний;  $\omega_0 = 2\pi/T = 2\pi\nu$  — круговая (циклическая) частота;  $\nu = 1/T$  — частота;  $T$  — период колебаний;  $\varphi_0$  — начальная фаза].

Скорость и ускорение точки, совершающей гармонические колебания,

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi/2),$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi)$$

[ $A$  — амплитуда колебаний;  $\omega_0$  — круговая частота;  $\varphi$  — начальная фаза].

Сила, действующая на колеблющуюся материальную точку массой  $m$ ,

$$F = -m\omega_0^2 x$$

$[\omega_0$  — круговая частота;  $x$  — смещение точки из положения равновесия].

Кинетическая энергия точки, совершающей прямолинейные гармонические колебания,

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{mA^2\omega_0^2}{4} [1 - \cos 2(\omega_0 t + \varphi)]$$

$[m$  — масса материальной точки;  $v$  — ее скорость;  $A$  — амплитуда колебаний;  $\omega_0$  — круговая частота;  $\varphi$  — начальная фаза].

Потенциальная энергия точки, совершающей гармонические колебания под действием упругой силы  $F$ ,

$$\begin{aligned} \Pi &= -\int_0^x F dx = \int_0^x m\omega_0^2 x dx = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi) = \\ &= \frac{mA^2\omega_0^2}{4} [1 + \cos 2(\omega_0 t + \varphi)] \end{aligned}$$

$[m$  — масса материальной точки;  $\omega_0$  — круговая частота;  $x$  — смещение точки от положения равновесия;  $A$  — амплитуда колебаний;  $\varphi$  — начальная фаза].

**Механическая энергия**

$$E = T + \Pi = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}.$$

**Дифференциальное уравнение гармонических колебаний материальной точки массой  $m$**

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0 \quad \text{или} \quad \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$[x$  — смещение материальной точки из положения равновесия;  $k$  — упругость;  $\omega_0$  — циклическая частота].

Решение этого уравнения

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$[A$  — амплитуда колебаний;  $\varphi$  — начальная фаза].

**Период колебаний математического маятника**

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$[l$  — длина маятника;  $g$  — ускорение свободного падения].

Период колебаний пружинного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

[ $m$  — масса пружинного маятника;  $k$  — жесткость пружины].

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

[ $J$  — момент инерции маятника относительно оси колебаний;  $l$  — расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника;  $L = J/(ml)$  — приведенная длина физического маятника;  $g$  — ускорение свободного падения].

Амплитуда  $A$  результирующего колебания, получающегося при сложении двух гармонических колебаний одинакового направления и одинаковой частоты,

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Начальная фаза результирующего колебания

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

[ $A_1$  и  $A_2$  — амплитуды двух складываемых колебаний;  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — начальные фазы колебаний].

Период биений

$$T_6 = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$$

[ $\Delta\omega$  — разность частот складываемых колебаний,  $\Delta\omega \ll \omega$ ].

Уравнение траектории движения точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях одинаковой частоты (уравнение эллипса),

$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \varphi + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2 \varphi$$

[ $A$  и  $B$  — амплитуды складываемых колебаний;  $\varphi$  — разность фаз обоих колебаний].

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний и его решение

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad x = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi)$$

[ $x$  — смещение колеблющегося тела из положения равновесия;

$\delta = \frac{r}{2m}$  — коэффициент затухания;  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  — собственная частота

той же колебательной системы;  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$  — частота затухающих колебаний;  $A_0 e^{-\delta t}$  — амплитуда затухающих колебаний].

### Декремент затухания

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\delta T}$$

[ $A(t)$  и  $A(t+T)$  — амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период].

### Логарифмический декремент затухания

$$\Theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e}$$

[ $A(t)$  и  $A(t+T)$  — амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период;  $\delta$  — коэффициент затухания;  $T$  — период затухающих колебаний;  $\tau$  — время релаксации;  $N_e$  — число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в  $e$  раз].

### Добротность колебательной системы

$$Q = \frac{\pi}{\Theta} = \frac{\omega_0}{2\delta}$$

[ $\Theta$  — логарифмический декремент затухания;  $\omega_0$  — циклическая частота свободных незатухающих колебаний той же колебательной системы;  $\delta$  — коэффициент затухания].

Дифференциальное уравнение вынужденных механических колебаний и его решение для установившихся колебаний

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t, \quad x = A \cos(\omega t - \varphi)$$

[ $x$  — смещение колеблющегося тела из положения равновесия;  $F_0$  — амплитуда вынуждающей силы;  $m$  — масса тела];

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}}, \quad \varphi = \arctg \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

[ $\omega_0$  — собственная частота той же колебательной системы;  $\omega$  — частота внешней вынуждающей силы;  $\delta$  — коэффициент затухания].

### Резонансная частота и резонансная амплитуда

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}, \quad A_{\text{рез}} = \frac{F_0/m}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$$

[ $\omega_0$  — собственная частота колебательной системы;  $\delta$  — коэффициент затухания;  $F_0$  — амплитуда внешней вынуждающей силы;  $m$  — масса тела].

### Примеры решения задач

186. Материальная точка совершает гармонические колебания с амплитудой  $A = 4$  см и периодом  $T = 2$  с. Написать уравнение движения точки, если ее движение начинается из положения  $x_0 = 2$  см.

Дано:

$$A = 4 \text{ см} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$T = 2 \text{ с}$$

$$x_0 = 2 \text{ см} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$x(t) \text{ — ?}$$

Решение:

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad t = 0, \quad x_0 = A \cos \varphi,$$

$$\cos \varphi = \frac{x_0}{A} = 0,5, \quad \varphi = \frac{\pi}{3}, \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi,$$

$$x = 0,04 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right), \text{ м.}$$

Ответ:  $x(t) = 0,04 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ , м.

187. Материальная точка массой  $m = 10$  г совершает гармонические колебания с частотой  $\nu = 0,2$  Гц. Амплитуда колебаний равна 5 см. Определить: 1) максимальную силу, действующую на точку; 2) полную энергию колеблющейся точки.

Дано:

$$m = 10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг}$$

$$\nu = 0,2 \text{ Гц}$$

$$A = 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$1) F_{\max} \text{ — ?}$$

$$2) E \text{ — ?}$$

Решение:

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi),$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

$$F = ma = -A\omega_0^2 m \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

$$F = F_{\max} \text{ при } \cos(\omega_0 t + \varphi) = \pm 1, \quad \omega_0 = 2\pi\nu,$$

$$F_{\max} = A\omega_0^2 m = 4\pi^2\nu^2 Am, \quad E = T_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} = 2\pi^2 m \nu^2 A^2.$$

Ответ: 1)  $F_{\max} = 0,8$  мН; 2)  $E = 19,7$  мкДж.

188. Полная энергия  $E$  гармонически колеблющейся точки равна 10 мкДж, а максимальная сила  $F_{\max}$ , действующая на точку, равна  $-0,5$  мН. Написать уравнение движения этой точки, если период колебаний  $T = 4$  с, а начальная фаза  $\varphi = \pi/6$ .

Дано:

$$E = 10 \text{ мкДж} = 10^{-5} \text{ Дж}$$

$$F_{\text{max}} = -0,5 \text{ мН}$$

$$T = 4 \text{ с}$$

$$\varphi = \pi/6$$

$x(t)$  — ?

Решение:

$$E = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}, \quad |F_{\text{max}}| = mA\omega_0^2,$$

$$\frac{E}{|F_{\text{max}}|} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2mA\omega_0^2} = \frac{A}{2}, \quad A = \frac{2E}{F_{\text{max}}},$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}, \quad x = A \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

Ответ:  $x(t) = 0,04 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right)$ , м.

189. На горизонтальной пружине жесткостью  $k = 800 \text{ Н/м}$  укреплен шар массой  $M = 4 \text{ кг}$ , лежащий на гладком столе, по которому он может скользить без трения (рис. 48). Пуля массой  $m = 10 \text{ г}$ , летящая с горизонтальной скоростью  $v_0 = 600 \text{ м/с}$  и имеющая в момент удара скорость, направленную вдоль оси пружины, попала в шар и застряла в нем. Пренебрегая массой пружины и сопротивлением воздуха, определить: 1) амплитуду колебаний шара; 2) период колебаний шара.

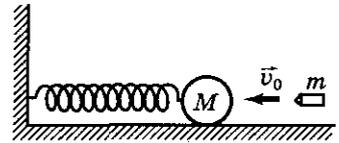


Рис. 48

Дано:

$$k = 800 \text{ Н/м}$$

$$M = 4 \text{ кг}$$

$$m = 10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг}$$

$$v_0 = 600 \text{ м/с}$$

1)  $A$  — ?  
2)  $T$  — ?

Решение:

$$mv_0 = (M + m)v, \quad v = \frac{mv_0}{M + m},$$

$$\frac{(M + m)v^2}{2} = \frac{kA^2}{2}, \quad A = \sqrt{\frac{m^2v_0^2}{(M + m)k}} = \frac{mv_0}{\sqrt{(M + m)k}},$$

$$\frac{(M + m)A^2\omega^2}{2} = \frac{kA^2}{2}, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{M + m}},$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{M + m}{k}}.$$

Ответ: 1)  $A = 10 \text{ см}$ ; 2)  $T = 0,419 \text{ с}$ .

190. Однородный диск радиусом  $R = 20 \text{ см}$  колеблется около горизонтальной оси, проходящей на расстоянии  $l = 15 \text{ см}$  от центра диска. Определить период  $T$  колебаний диска относительно оси.

Дано:

$$R = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$$

$$l = 15 \text{ см} = 0,15 \text{ м}$$

$T$  — ?

Решение:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}, \quad J = \frac{mR^2}{2} + ml^2,$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mR^2 + 2ml^2}{2mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{R^2 + 2l^2}{2gl}}.$$

Ответ:  $T = 1,07 \text{ с}$ .

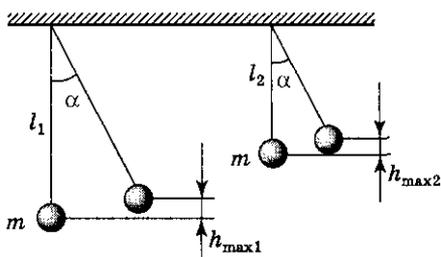


Рис. 49

191. Два математических маятника (рис. 49) имеют одинаковые массы. Длины маятников отличаются в  $n = 1,5$  раза. Маятники колеблются с одинаковой угловой амплитудой. Определить, какой маятник обладает большей энергией и во сколько раз.

Дано:

$$\begin{array}{l} m_1 = m_2 = m \\ \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha \\ l_1 = 1,5l_2 \\ \hline E_1/E_2 = ? \end{array}$$

Решение:

$$E = \Pi_{\max}, \quad \Pi_{\max} = mgh_{\max},$$

$$h_{\max} = l - l \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha),$$

$$E_1 = mgl_1(1 - \cos \alpha), \quad E_2 = mgl_2(1 - \cos \alpha), \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{l_1}{l_2}.$$

Ответ:  $E_1/E_2 = 1,5$ .

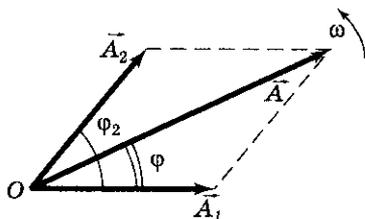


Рис. 50

192. Складываются два гармонических колебания одного направления, описываемые уравнениями

$$x_1 = 3 \cos 2\pi t, \text{ см,}$$

$$x_2 = 3 \cos(2\pi t + \pi/4), \text{ см.}$$

Определить для результирующего колебания (рис. 50): 1) амплитуду; 2) начальную фазу. Записать уравнение результирующего колебания и представить векторную диаграмму сложения амплитуд.

Дано:

$$\begin{array}{l} x_1 = 3 \cos 2\pi t, \text{ см} \\ x_2 = 3 \cos(2\pi t + \pi/4), \text{ см} \\ \hline 1) A = ? \\ 2) \varphi = ? \\ x(t) = ? \end{array}$$

Решение:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2),$$

$$\omega = 2\pi, \quad A_1 = A_2 = 3 \text{ см,} \quad \varphi_1 = 0, \quad \varphi_2 = \frac{\pi}{4},$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{4}, \quad x = A \cos(\omega t + \varphi),$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2}{\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2} = \frac{\sin 0 + \sin \frac{\pi}{4}}{\cos 0 + \cos \frac{\pi}{4}} = 0,414, \quad \varphi = \frac{\pi}{8},$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi} = A_1 \sqrt{2(1 + \cos \Delta\varphi)} = 5,54 \text{ см,}$$

$$x = 5,54 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{8}\right), \text{ см.}$$

Ответ: 1)  $A = 5,54$  см, 2)  $\varphi = \frac{\pi}{8}$ ;  $x(t) = 5,54 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{8}\right)$ , см.

**193.** Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями  $x = \cos \pi t$  и  $y = \cos \frac{\pi}{2} t$ . Определить уравнение траектории точки.

Дано:

$$\left. \begin{array}{l} x = \cos \pi t \\ y = \cos \frac{\pi}{2} t \\ y(t) = ? \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{По условию задачи,} \\ \left\{ \begin{array}{l} x = \cos \pi t, \\ y = \cos \frac{\pi}{2} t, \end{array} \right. \end{array}$$

$$\cos \pi t = \cos^2 \frac{\pi}{2} t - \sin^2 \frac{\pi}{2} t = \cos^2 \frac{\pi}{2} t - (1 - \cos^2 \frac{\pi}{2} t) = 2 \cos^2 \frac{\pi}{2} t - 1 = 2y^2 - 1, \\ y = \sqrt{(x+1)/2}.$$

Ответ:  $y(x) = \sqrt{(x+1)/2}$  — парабола.

**194.** Тело массой  $m = 0,6$  кг, подвешенное к спиральной пружине жесткостью  $k = 30$  Н/м, совершает в некоторой среде упругие колебания. Логарифмический декремент колебаний  $\Theta = 0,01$ . Определить: 1) время, за которое амплитуда колебаний уменьшится в 3 раза; 2) число полных колебаний гири, при котором амплитуда колебаний также уменьшилась в 3 раза.

Дано:

$$\left. \begin{array}{l} m = 0,6 \text{ кг} \\ k = 30 \text{ Н/м} \\ \Theta = 0,01 \\ A_1/A_2 = 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi), \quad \frac{A_1}{A_2} = e^{\delta t_1}, \quad \ln \frac{A_1}{A_2} = \delta t_1, \\ t_1 = \frac{1}{\delta} \ln \frac{A_1}{A_2}, \quad \delta = \frac{\Theta}{T}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \\ t_1 = \frac{2\pi}{\Theta} \sqrt{\frac{m}{k}} \ln \frac{A_1}{A_2}, \quad N_1 = \frac{t_1}{T} = \frac{1}{\Theta} \ln \frac{A_1}{A_2}. \end{array}$$

Ответ: 1)  $t_1 = 97,6$  с; 2)  $N_1 = 110$ .

**195.** Определить резонансную частоту колебательной системы, если собственная частота колебаний  $\nu_0 = 300$  Гц, а логарифмический декремент колебаний  $\Theta = 0,2$ .

Дано:

$$\left. \begin{array}{l} \nu_0 = 300 \text{ Гц} \\ \Theta = 0,2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}, \quad \delta = \frac{\Theta}{T} = \frac{\Theta \omega_0}{2\pi}, \quad \omega_{\text{рез}} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{\Theta^2}{2\pi^2}}, \\ \nu_{\text{рез}} = \frac{\omega_{\text{рез}}}{2\pi} = \frac{\omega_0}{2\pi} \sqrt{1 - \frac{\Theta^2}{2\pi^2}} = \nu_0 \sqrt{1 - \frac{\Theta^2}{2\pi^2}}. \end{array}$$

Ответ:  $\nu_{\text{рез}} = 299,7$  Гц.

**196.** Гиря массой  $m = 0,5$  кг, подвешенная на спиральной пружине жесткостью  $k = 50$  Н/м, совершает колебания в вязкой среде с коэффициентом сопротивления  $r = 0,5$  кг/с. На верхний конец пружины действует вынуждающая сила, изменяющаяся по закону  $F = 0,1 \cos \omega t$ , Н. Определить для данной колебательной системы: 1) коэффициент затухания  $\delta$ ; 2) резонансную амплитуду  $A_{\text{рез}}$ .

Дано:

$$\begin{aligned} m &= 0,5 \text{ кг} \\ k &= 50 \text{ Н/м} \\ r &= 0,5 \text{ кг/с} \\ F &= 0,1 \cos \omega t, \text{ Н} \end{aligned}$$

- 1)  $\delta$  — ?  
2)  $A_{\text{рез}}$  — ?

Решение:

$$m \ddot{x} = -kx - r \dot{x} + F_0 \cos \omega t,$$

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t, \quad \delta = \frac{r}{2m},$$

$$A_{\text{рез}} = \frac{F_0}{2\delta m \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}, \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad F_0 = 0,1 \text{ Н},$$

$$A_{\text{рез}} = \frac{F_0}{2\left(\frac{r}{2m}\right)m \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}} = \frac{F_0}{r \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}}.$$

Ответ: 1)  $\delta = 0,5 \text{ с}^{-1}$ ; 2)  $A_{\text{рез}} = 2 \text{ см}$ .

### Задачи для самостоятельного решения

**197.** Материальная точка совершает гармонические колебания согласно уравнению  $x = 0,02 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ , м. Определите: 1) амплитуду колебаний; 2) период колебаний; 3) начальную фазу колебаний; 4) максимальную скорость точки; 5) максимальное ускорение точки; 6) через какой промежуток времени после начала отсчета точка пройдет через положение равновесия.

**198.** Груз, подвешенный к спиральной пружине, колеблется по вертикали с амплитудой  $A = 8$  см. Определите жесткость  $k$  пружины, если известно, что максимальная кинетическая энергия  $T_{\text{max}}$  груза составляет  $0,8$  Дж.

**199.** Спиральная пружина обладает жесткостью  $k = 25$  Н/м. Определите массу  $m$  тела, подвешенного к пружине, если за  $t = 1$  мин оно совершает  $25$  колебаний.

**200.** Тонкий обруч радиусом  $R = 50$  см, подвешенный на вбитый в стену гвоздь, колеблется в плоскости, параллельной стене. Определите период  $T$  колебаний обруча.

**201.** Два математических маятника, длины которых отличаются на  $\Delta l = 16$  см, за одно и то же время совершают: один  $10$  колебаний, другой  $6$  колебаний. Определите длину каждого маятника.

**202.** Разность фаз двух одинаково направленных гармонических колебаний одинакового периода  $T = 4$  с и одинаковой амплитуды  $A = 5$  см составляет  $\pi/4$ . Напишите уравнение движения, получающегося в результате сложения этих колебаний, если начальная фаза одного из них равна нулю.

**203.** Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях и описываемых уравнениями  $x = A\sin\omega t$  и  $y = B\cos\omega t$ , где  $A$ ,  $B$  и  $\omega$  — положительные постоянные. Определите уравнение траектории точки, вычертите ее с нанесением масштаба, указав направление ее движения по этой траектории.

**204.** Амплитуда затухающих колебаний маятника за  $t = 2$  мин уменьшилась в 2 раза. Определите коэффициент затухания  $\delta$ .

**205.** Собственная частота  $\nu_0$  колебаний некоторой системы составляет 500 Гц. Определите частоту  $\nu$  затухающих колебаний этой системы, если резонансная частота  $\nu_{\text{рез}} = 499$  Гц.

**ОТВЕТЫ:** 197. 1) 2 см; 2) 2 с; 3)  $\frac{\pi}{2}$ ; 4) 6,28 см/с; 5) 19,7 см/с<sup>2</sup>; 6)  $t = 0$ ,

1 с, 2 с, ... . 198. 250 Н/м. 199.  $m = \frac{kt^2}{4\pi^2 N^2} = 3,65$  кг. 200. 2 с. 201. 9 см;

25 см. 202.  $x = 9,24\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{8}\right)$ , см. 203.  $\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$ , по часовой стрелке. 204.  $5,78 \cdot 10^{-3}$  с<sup>-1</sup>. 205. 499,5 Гц.

## 4.2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И УРАВНЕНИЯ

- ◆ Колебательный контур
- ◆ Свободные электромагнитные колебания
- ◆ Гармонические электромагнитные колебания
- ◆ Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний заряда в контуре
- ◆ Собственная частота контура
- ◆ Формула Томсона
- ◆ Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний в контуре
- ◆ Вынужденные колебания
- ◆ Дифференциальное уравнение вынужденных электромагнитных колебаний
- ◆ Переменный ток
- ◆ Переменный ток, текущий через резистор сопротивлением  $R$
- ◆ Переменный ток, текущий через катушку индуктивностью  $L$
- ◆ Реактивное индуктивное сопротивление
- ◆ Переменный ток, текущий через конденсатор электроемкостью  $C$
- ◆ Реактивное емкостное сопротивление
- ◆ Цепь переменного тока, содержащая последовательно включенные резистор, катушку индуктивности и конденсатор
- ◆ Полное сопротивление
- ◆ Реактивное сопротивление
- ◆ Мощность, выделяемая в цепи переменного тока
- ◆ Действующие значения силы тока и напряжения

## Основные формулы

Собственная частота колебательного контура

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

[ $L$  — индуктивность катушки;  $C$  — емкость конденсатора].

Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний заряда в контуре и его решение:

$$\ddot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0, \quad Q = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

[ $Q_m$  — амплитуда колебаний заряда конденсатора;  $\omega_0$  — собственная частота контура].

Формула Томсона, устанавливающая связь между периодом  $T$  собственных колебаний в контуре без активного сопротивления, индуктивностью  $L$  и емкостью контура  $C$ ,

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Сила тока в колебательном контуре и напряжение на конденсаторе в случае гармонических электромагнитных колебаний:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \dot{Q} = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) = I_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right),$$

$$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{Q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

[ $I_m = \omega_0 Q_m$  — амплитуда силы тока;  $U_m = \frac{Q_m}{C}$  — амплитуда напряжения;  $\omega_0$  — собственная частота контура].

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний в контуре и его решение

$$\ddot{Q} + 2\delta\dot{Q} + \omega_0^2 Q = 0, \quad Q = Q_m e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi)$$

[ $Q_m e^{-\delta t}$  — амплитуда затухающих колебаний заряда конденсатора;  $Q_m$  — начальная амплитуда; частота  $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ ].

Добротность колебательного контура с активным сопротивлением  $R$ , индуктивностью  $L$  и емкостью контура  $C$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Дифференциальное уравнение вынужденных электромагнитных колебаний и его решение:

$$\ddot{Q} + 2\delta\dot{Q} + \omega_0^2 Q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t, \quad Q = Q_m \cos(\omega t - \alpha)$$

$$Q_m = \frac{U_m}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}; \alpha \text{ — сдвиг по фазе между зарядом и приложенным напряжением } U = U_m \cos \omega t; R, L \text{ и } C \text{ — соответственно активное сопротивление, индуктивность и емкость колебательного контура}.$$

**Резонансная частота и резонансная амплитуда заряда в случае электрического резонанса:**

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}, \quad (Q_m)_{\text{рез}} = \frac{U_m/L}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$$

$[\omega_0$  — собственная частота контура;  $\delta$  — коэффициент затухания;  $R, L$  и  $C$  — соответственно активное сопротивление, индуктивность и емкость колебательного контура;  $U_m$  — амплитуда внешнего приложенного напряжения].

**Резонансная частота и резонансная амплитуда силы тока в случае электрического резонанса:**

$$\omega_{\text{рез}} = \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}, \quad (I_m)_{\text{рез}} = \frac{U_m}{R}$$

$[\omega_0$  — собственная частота контура;  $R, L$  и  $C$  — соответственно активное сопротивление, индуктивность и емкость колебательного контура;  $U_m$  — амплитуда внешнего приложенного напряжения].

**Реактивное индуктивное сопротивление (индуктивное сопротивление)**

$$R_L = \omega L$$

$[\omega$  — частота переменного напряжения, подаваемого на концы цепи;  $L$  — индуктивность].

**Реактивное емкостное сопротивление (емкостное сопротивление)**

$$R_C = \frac{1}{\omega C}$$

$[\omega$  — частота переменного напряжения, подаваемого на концы цепи;  $C$  — емкость].

**Полное сопротивление цепи переменного тока, содержащей последовательно включенные резистор сопротивлением  $R$ , катушку индуктивностью  $L$  и конденсатор емкостью  $C$ ,**

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}$$

$[R_L = \omega L$  — реактивное индуктивное сопротивление;  $R_C = 1/(\omega C)$  — реактивное емкостное сопротивление].

## Реактивное сопротивление

$$X = R_L - R_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

$[R_L = \omega L$  — реактивное индуктивное сопротивление;  $R_C = 1/(\omega C)$  — реактивное емкостное сопротивление].

Действующие (эффективные) значения силы тока и напряжения:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

$[I_m$  и  $U_m$  — амплитудные значения силы тока и напряжения].

Средняя мощность, выделяемая в цепи переменного тока,

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_m U_m \cos \varphi$$

$[I_m$  и  $U_m$  — амплитудные значения силы тока и напряжения].

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2}}$$

$[R$  — активное сопротивление цепи;  $\omega L$  — реактивное индуктивное сопротивление;  $\frac{1}{\omega C}$  — реактивное емкостное сопротивление].

## Примеры решения задач

**206.** Колебательный контур содержит соленоид (длина  $l = 5$  см, площадь поперечного сечения  $S_1 = 1,5$  см<sup>2</sup>, число витков  $N = 500$ ) и плоский конденсатор (расстояние между пластинами  $d = 1,5$  мм, площадь пластин  $S_2 = 100$  см). Определить частоту  $\omega_0$  собственных колебаний контура.

Дано:

$$\begin{aligned} l &= 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м} \\ S_1 &= 1,5 \text{ см}^2 = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \\ N &= 500 \\ d &= 1,5 \text{ мм} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ S_2 &= 100 \text{ см}^2 = 10^{-4} \text{ м}^2 \\ \mu &= 1 \\ \varepsilon &= 1 \end{aligned}$$

$$\omega_0 = ?$$

Решение:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \sqrt{\frac{1}{LC}}, \quad L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S_1}{l} \Big|_{\mu=1} = \mu_0 \frac{N^2 S_1}{l}, \\ C &= \varepsilon_0 \varepsilon \frac{S_2}{d} \Big|_{\varepsilon=1} = \frac{\varepsilon_0 S_2}{d}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{ld}{\varepsilon_0 \mu_0 N^2 S_1 S_2}}, \\ c &= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}, \quad \omega_0 = \frac{c}{N} \sqrt{\frac{ld}{S_1 S_2}}. \end{aligned}$$

Ответ:  $\omega_0 = 4,24 \cdot 10^6$  рад/с.

207. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью  $L = 0,1$  Гн и конденсатора электроемкостью  $C = 39,5$  мкФ. Заряд конденсатора  $Q_m = 3$  мкКл. Пренебрегая сопротивлением контура, записать: 1) уравнение изменения силы тока в цепи в зависимости от времени; 2) уравнение изменения напряжения на конденсаторе в зависимости от времени.

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned} L &= 0,1 \text{ Гн} \\ C &= 39,5 \text{ мкФ} = 3,95 \cdot 10^{-5} \text{ Ф} \\ Q_m &= 3 \text{ мкКл} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} \\ R &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \sqrt{\frac{1}{LC}}, & Q &= Q_m \cos \omega_0 t, \\ I &= \frac{dQ}{dt} = -Q_m \omega_0 \sin \omega_0 t = \\ &= Q_m \omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right), \\ U_C &= \frac{Q}{C} = \frac{Q_m}{C} \cos \omega_0 t. \end{aligned}$$

- 1)  $I(t) - ?$   
2)  $U_C(t) - ?$

Ответ: 1)  $I = 1,5 \cos\left(160\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ , мА; 2)  $U_C = 76 \cos(160\pi t)$ , мВ.

208. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью  $L = 10$  мГн, конденсатора электроемкостью  $C = 0,1$  мкФ и резистора сопротивлением  $R = 20$  Ом. Определить, через сколько полных колебаний амплитуда силы тока в контуре уменьшится в  $e$  раз.

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned} L &= 10 \text{ мГн} = 10^{-2} \text{ Гн} \\ C &= 0,1 \text{ мкФ} = 10^{-7} \text{ Ф} \\ R &= 20 \text{ Ом} \\ I_{m0}/I_{mN} &= e \\ N &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{I_{m0}}{I_{mN}} &= e^{\delta t}, & \frac{I_{m0}}{I_{mN}} &= e^1, & \delta t &= 1, & \delta &= \frac{R}{2L}, \\ t &= \frac{1}{\delta} = \frac{2L}{R}, & t &= NT, \\ T &= \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\omega_0^2 - \delta^2}, \end{aligned}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}, \quad T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}, \quad N = \frac{t}{T} = \frac{L}{\pi R} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Ответ:  $N = 5$ .

**209.** Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью  $L = 25$  мГн, конденсатора электроемкостью  $C = 10$  мкФ и резистора сопротивлением  $R = 1$  Ом. Заряд конденсатора  $Q_m = 1$  мКл. Определить: 1) период колебаний контура; 2) логарифмический декремент затухания колебаний; 3) уравнение зависимости изменения напряжения на пластинах конденсатора от времени.

*Дано:*

$$\begin{aligned} L &= 25 \text{ мГн} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ Гн} \\ C &= 10 \text{ мкФ} = 10^{-5} \text{ Ф} \\ R &= 1 \text{ Ом} \\ Q_m &= 1 \text{ мКл} = 10^{-3} \text{ Кл} \end{aligned}$$

- 1)  $T$  — ?  
2)  $\Theta$  — ?  
3)  $U(t)$  — ?

*Решение:*

$$\delta = \frac{R}{2L}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}, \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2},$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}, \quad \Theta = \delta T,$$

$$U(t) = \frac{Q_m}{C} e^{-\delta t} \cos \omega t.$$

*Ответ:* 1)  $T = 3,14$  мс; 2)  $\Theta = 0,063$ ; 3)  $U(t) = 100e^{-20t} \cos 637\pi t$ , В.

**210.** Определить логарифмический декремент затухания, при котором энергия колебательного контура за  $N = 5$  полных колебаний уменьшается в  $n = 8$  раз.

*Дано:*

$$\begin{aligned} N &= 5 \\ n &= \frac{W_0}{W_N} = 8 \\ \Theta &= ? \end{aligned}$$

*Решение:*

$$W = \frac{LI^2}{2}, \quad I = \sqrt{\frac{2W}{L}}, \quad \frac{I_0}{I_N} = \sqrt{\frac{W_0}{W_N}} = \sqrt{n},$$

$$\Theta = \delta T, \quad \ln \frac{I_0}{I_N} = \delta NT, \quad \ln \sqrt{n} = N\Theta, \quad \Theta = \frac{\ln \sqrt{n}}{N}.$$

*Ответ:*  $\Theta = 0,21$ .

**211.** В цепь колебательного контура, содержащего катушку индуктивностью  $L = 0,2$  Гн и активным сопротивлением  $R = 9,7$  Ом, а также конденсатор электроемкостью  $C = 40$  мкФ, подключено внешнее переменное напряжение с амплитудным значением  $U_m = 180$  В и частотой  $\omega = 314$  рад/с. Определить: 1) амплитудное значение силы тока  $I_m$  в цепи; 2) разность фаз  $\phi$  между силой тока и внешним напряжением; 3) амплитудное значение напряжения  $U_{L_m}$  на катушке; 4) амплитудное значение напряжения  $U_{C_m}$  на конденсаторе.

Дано:

$$\begin{aligned}
 L &= 0,2 \text{ Гн} \\
 R &= 9,7 \text{ Ом} \\
 C &= 40 \text{ мкФ} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ Ф} \\
 U_m &= 180 \text{ В} \\
 \omega &= 314 \text{ рад/с}
 \end{aligned}$$

- 1)  $I_m$  — ?
- 2)  $\varphi$  — ?
- 3)  $U_{L_m}$  — ?
- 4)  $U_{C_m}$  — ?

Решение:

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2}},$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R},$$

$$\boxed{C \rightarrow \infty} \quad U_{L_m} = I_m \sqrt{R^2 + (\omega L)^2},$$

$$\boxed{L \rightarrow 0, \quad R \rightarrow 0}$$

$$U_{C_m} = I_m \sqrt{[1/(\omega C)]^2} = I_m \frac{1}{\omega C}.$$

Ответ: 1)  $I_m = 9,27 \text{ А}$ ; 2)  $\varphi = -60^\circ$ , сила тока опережает напряжение; 3)  $U_{L_m} = 589 \text{ В}$ ; 4)  $U_{C_m} = 738 \text{ В}$ .

**212.** Колебательный контур содержит конденсатор электроемкостью  $C = 5 \text{ нФ}$  и катушку индуктивностью  $L = 5 \text{ мкГн}$  и активным сопротивлением  $R = 0,1 \text{ Ом}$ . Определить среднюю мощность  $\langle P \rangle$ , потребляемую колебательным контуром, при поддержании в нем незатухающих гармонических колебаний с амплитудным значением напряжения на конденсаторе  $U_{m_c} = 10 \text{ В}$ .

Дано:

$$\begin{aligned}
 C &= 5 \text{ нФ} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Ф} \\
 L &= 5 \text{ мкГн} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Гн} \\
 R &= 0,1 \text{ Ом} \\
 U_{m_c} &= 10 \text{ В}
 \end{aligned}$$

$\langle P \rangle$  — ?

Решение:

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_m^2 R, \quad I_m = \frac{U_{m_c}}{R_C}, \quad R_C = \frac{1}{\omega C},$$

$$I_m = U_{m_c} \omega C, \quad \omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}},$$

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} U_{m_c}^2 \omega^2 C^2 R, \quad \langle P \rangle = \frac{1}{2} \frac{R C U_{m_c}^2}{L}.$$

Ответ:  $\langle P \rangle = 5 \text{ мВт}$ .

**213.** В сеть переменного тока с действующим значением напряжения  $120 \text{ В}$  последовательно включены проводник с активным сопротивлением  $10 \text{ Ом}$  и катушка индуктивностью  $0,1 \text{ Гн}$ . Определить частоту  $\nu$  тока, если амплитудное значение силы тока в цепи равно  $5 \text{ А}$ .

Дано:

$$\begin{aligned}
 U &= 120 \text{ В} \\
 R &= 10 \text{ Ом} \\
 L &= 0,1 \text{ Гн} \\
 I_m &= 5 \text{ А} \\
 \nu &= ?
 \end{aligned}$$

Решение:

$$I_m = \frac{U_m}{Z}, \quad U_m = U \sqrt{2}, \quad Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}, \quad \omega = 2\pi\nu,$$

$$I_m = \frac{\sqrt{2}U}{\sqrt{R^2 + (2\pi\nu L)^2}}, \quad \nu = \frac{1}{2\pi L} \sqrt{\frac{2U^2}{I_m^2} - R^2} = 51,6 \text{ Гц}.$$

Ответ:  $\nu = 51,6 \text{ Гц}$ .

## Задачи для самостоятельного решения

**214.** Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью  $L = 1$  мГн и конденсатора электроемкостью  $C = 2$  нФ. Пренебрегая сопротивлением контура, определите, на какую длину волны этот контур настроен.

**215.** Конденсатор электроемкостью  $C$  зарядили до напряжения  $U_m$  и замкнули на катушку индуктивностью  $L$ . Пренебрегая сопротивлением контура, определите амплитудное значение силы тока в данном колебательном контуре.

**216.** В цепь колебательного контура, содержащего последовательно соединенные резистор сопротивлением  $R = 40$  Ом, катушку индуктивностью  $L = 0,36$  Гн и конденсатор электроемкостью  $C = 28$  мкФ, подключено внешнее переменное напряжение с амплитудным значением  $U_m = 180$  В и частотой  $\omega = 314$  рад/с. Определите: 1) амплитудное значение силы тока  $I_m$  в цепи; 2) сдвиг  $\varphi$  по фазе между силой тока и внешним напряжением.

---

**ОТВЕТЫ:** 214.  $2,67 \cdot 10^3$  м. 215.  $I_m = U_m \sqrt{C/L}$ . 216. 1)  $I_m = 4,5$  А; 2)  $\varphi = -1^\circ$ .

---

## 4.3. УПРУГИЕ ВОЛНЫ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И УРАВНЕНИЯ

- ◆ Волновой процесс (волна)
- ◆ Упругие (или механические) волны
- ◆ Продольные волны
- ◆ Поперечные волны
- ◆ Упругая гармоническая волна
- ◆ Длина волны
- ◆ Волновой фронт
- ◆ Волновая поверхность
- ◆ Плоская волна
- ◆ Уравнение плоской волны
- ◆ Сферическая волна
- ◆ Уравнение сферической волны
- ◆ Волновое уравнение
- ◆ Бегущие волны
- ◆ Вектор плотности потока энергии
- ◆ Принцип суперпозиции (наложения) волн
- ◆ Фазовая скорость
- ◆ Дисперсия волн
- ◆ Диспергирующая среда
- ◆ Волновой пакет
- ◆ Групповая скорость
- ◆ Когерентность
- ◆ Когерентные волны
- ◆ Интерференция волн
- ◆ Стоячие волны
- ◆ Уравнение стоячей волны
- ◆ Звуковые (или акустические) волны
- ◆ Эффект Доплера

## Основные формулы

Связь между длиной волны  $\lambda$ , периодом  $T$  колебаний и частотой  $\nu$

$$\lambda = \nu T, \quad \nu = \lambda \nu$$

[ $\nu$  — скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость)].

**Волновое число**

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\nu T} = \frac{\omega}{v}$$

[ $\lambda$  — длина волны;  $\nu$  — фазовая скорость;  $T$  — период колебаний].

Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси  $X$ ,

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

[ $\xi(x, t)$  — смещение точек среды с координатой  $x$  в момент времени  $t$ ;  $A$  — амплитуда волны;  $\omega$  — циклическая (круговая) частота;  $k$  — волновое число,  $\varphi_0$  — начальная фаза колебаний].

Уравнение сферической волны

$$\xi(r, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0)$$

[ $\xi(r, t)$  — смещение точек среды на расстоянии  $r$  от центра волны в момент времени  $t$ ;  $A_0$  — постоянная величина;  $\omega$  — циклическая частота;  $k$  — волновое число;  $\varphi_0$  — начальная фаза колебаний].

**Волновое уравнение**

$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

[ $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  — оператор Лапласа;  $\nu$  — фазовая скорость].

Волновое уравнение для плоской волны, распространяющейся вдоль оси  $X$ ,

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

**Фазовая ( $\nu$ ) и групповая ( $u$ ) скорости и связь между ними:**

$$\nu = \frac{\omega}{k}, \quad u = \frac{d\omega}{dk}, \quad u = \nu - \lambda \frac{d\nu}{d\lambda}$$

[ $\omega$  — циклическая частота;  $k$  — волновое число;  $\lambda$  — длина волны].

Связь между разностью фаз  $\delta$  и разностью хода волн  $\Delta$ :

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$$

Условия максимума и минимума амплитуды при интерференции волн

$$\Delta_{\max} = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad \Delta_{\min} = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$$

[ $m = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\lambda$  — длина волны].

Уравнение стоячей волны

$$\xi(x, t) = 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t = 2A \cos kx \cos \omega t.$$

Координаты пучностей и узлов стоячей волны

$$x_{\text{п}} = \pm m \frac{\lambda}{2}, \quad x_{\text{у}} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Эффект Доплера в акустике

$$\nu = \frac{(\nu \pm v_{\text{пр}}) \nu_0}{v \mp v_{\text{ист}}}$$

[ $\nu$  — частота звука, воспринимаемая движущимся приемником;  $\nu_0$  — частота звука, посылаемая источником;  $v_{\text{пр}}$  — скорость движения приемника;  $v_{\text{ист}}$  — скорость движения источника;  $v$  — скорость распространения звука. Верхний знак берется, если при движении источника или приемника происходит их сближение, нижний знак — в случае их взаимного удаления].

### Примеры решения задач

**217.** Плоская синусоидальная волна распространяется вдоль прямой, совпадающей с положительным направлением оси  $X$  в среде, не поглощающей энергию, со скоростью  $v = 10$  м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях  $x_1 = 7$  м и  $x_2 = 10$  м от источника колебаний, колеблются с разностью фаз  $\Delta\varphi = 3\pi/5$ . Амплитуда волны  $A = 5$  см. Определить: 1) длину волны  $\lambda$ ; 2) уравнение волны; 3) смещение  $\xi_2$  второй точки в момент времени  $t = 2$  с.

Дано:

$$\begin{aligned} v &= 10 \text{ м/с} \\ x_1 &= 7 \text{ м} \\ x_2 &= 10 \text{ м} \\ \Delta\varphi &= 3\pi/5 \\ A &= 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м} \\ t &= 2 \text{ с} \end{aligned}$$

Решение:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (x_2 - x_1), \quad \lambda = \frac{2\pi}{\Delta\varphi} (x_2 - x_1),$$

$$\xi(x, t) = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v}\right),$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad T = \frac{\lambda}{v}, \quad \omega = \frac{2\pi v}{\lambda},$$

$$\xi_2 = A \cos \left(\omega t_2 - \frac{x_2}{\lambda}\right).$$

- 1)  $\lambda$  — ?  
2)  $\xi(x, t)$  — ?  
3)  $\xi_2$  — ?

Ответ: 1)  $\lambda = 10$  м; 2)  $\xi(x, t) = 0,05 \cos \left(2\pi t - \frac{\pi}{5} x\right)$ , м; 3)  $\xi_2 = 5$  см.

218. Определить разность фазовой и групповой скоростей для частоты  $\nu = 800$  Гц, если фазовая скорость задается выражением  $v = a_0/\sqrt{\nu + b}$ , где  $a_0 = 24 \text{ м} \cdot \text{с}^{-3/2}$ ,  $b = 100$  Гц.

Дано:

$$\begin{array}{l} \nu = 800 \text{ Гц} \\ v = a_0/\sqrt{\nu + b} \\ a_0 = 24 \text{ м} \cdot \text{с}^{-3/2} \\ b = 100 \text{ Гц} \\ \hline u - ? \end{array}$$

Решение:

$$u = \frac{d\omega}{dk} = 2\pi \frac{d\nu}{dk} = \frac{d\nu}{d\left(\frac{1}{\lambda}\right)}, \quad \lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{a_0}{\nu\sqrt{\nu + b}},$$

$$d\left(\frac{1}{\lambda}\right) = \frac{1,5\nu + b}{a_0\sqrt{\nu + b}} d\nu,$$

$$u = \frac{d\nu}{d\left(\frac{1}{\lambda}\right)} = \frac{d\nu a_0\sqrt{\nu + b}}{(1,5\nu + b)d\nu} = \frac{a_0\sqrt{\nu + b}}{1,5\nu + b}.$$

Ответ:  $u = 0,55 \text{ м/с}$ .

219. Два когерентных источника колеблются в одинаковых фазах с частотой  $\nu = 400$  Гц. Скорость распространения колебаний в среде  $v = 1 \text{ км/с}$ . Определить, при какой наименьшей разности хода будет наблюдаться: 1) максимальное усиление колебаний; 2) максимальное ослабление колебаний.

Дано:

$$\begin{array}{l} \nu = 400 \text{ Гц} \\ v = 1 \text{ км/с} = 10^3 \text{ м/с} \\ \hline \Delta_{\max} - ? \\ \Delta_{\min} - ? \end{array}$$

Решение:

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu},$$

$$\Delta_{\max} = 2m\frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, \quad \Delta_{\max} = \frac{v}{\nu},$$

$$\Delta_{\min} = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, \quad \Delta_{\min} = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2\nu}.$$

Ответ: 1)  $\Delta_{\max} = 2,5 \text{ м}$ ; 2)  $\Delta_{\min} = 1,25 \text{ м}$ .

220. Два динамика расположены на расстоянии  $d = 2,5 \text{ м}$  друг от друга и воспроизводят один и тот же музыкальный тон на определенной частоте, который регистрируется приемником, находящимся на расстоянии  $l = 3,5 \text{ м}$  от центра динамиков (рис. 51). Если приемник передвинуть от центральной линии параллельно динамикам на расстояние  $x = 1,55 \text{ м}$ , то он фиксирует первый интерференционный минимум. Скорость звука  $v = 340 \text{ м/с}$ . Определить частоту звука.

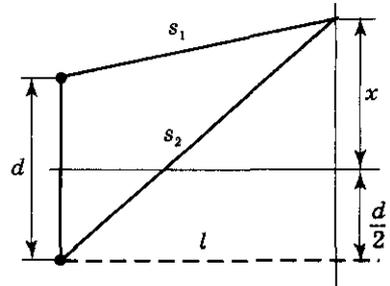


Рис. 51

Дано:

Решение:

$$\begin{array}{l}
 d = 2,5 \text{ м} \\
 l = 3,5 \text{ м} \\
 x = 1,55 \text{ м} \\
 v = 340 \text{ м/с}
 \end{array}$$

$$\Delta_{\min} = s_1 - s_2 = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, \quad \Delta_{\min} = \frac{\lambda}{2},$$

$$s_1 = \sqrt{l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2}, \quad s_2 = \sqrt{l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2},$$

$v = ?$

$$v = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2(s_2 - s_1)}, \quad v = \frac{v}{2\left(\sqrt{l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} + \sqrt{l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2}\right)}.$$

Ответ:  $v = 175$  Гц.

**221.** Один конец упругого стержня соединен с источником гармонических колебаний, подчиняющихся закону  $\xi = A \cos \omega t$ , а другой его конец жестко закреплен. Учитывая, что отражение в месте закрепления стержня происходит от более плотной среды, определите характер колебаний в любой точке стержня.

Дано:

Решение:

$$\begin{array}{l}
 \xi = A \cos \omega t \\
 \text{среда более плотная}
 \end{array}$$

$$\xi_1 = A \cos \omega \left( t - \frac{x}{v} \right),$$

$\xi(x, t) = ?$

$$\xi_2 = A \cos \left[ \omega \left( t + \frac{x}{v} \right) + \pi \right] = -A \cos \omega \left( t + \frac{x}{v} \right),$$

$$\xi(x, t) = \xi_1 + \xi_2 = A \cos \left( \omega t - \frac{\omega x}{v} \right) - A \cos \left( \omega t + \frac{\omega x}{v} \right) =$$

$$= A \left[ \cos \omega t \cos \frac{\omega x}{v} + \sin \omega t \sin \frac{\omega x}{v} - \cos \omega t \cos \frac{\omega x}{v} + \sin \omega t \sin \frac{\omega x}{v} \right] =$$

$$= 2A \sin \frac{\omega x}{v} \sin \omega t, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \lambda = vT, \quad \frac{\omega x}{v} = \frac{2\pi T}{T \lambda} x = \frac{2\pi}{\lambda} x,$$

$$\xi(x, t) = 2A \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \omega t \text{ — уравнение стоячей волны.}$$

При  $x = \pm m \frac{\lambda}{2}$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ) — узлы.

При  $x = \pm \left( m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2}$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ) — пучности.

**222.** Наблюдатель, стоящий на станции, слышит гудок проходящего электровоза. Когда электровоз приближается, частота звуковых колебаний гудка равна  $v_1$ , а когда удаляется —  $v_2$ . Принимая, что скорость  $v$  звука известна, определить: 1) скорость  $v_{\text{ист}}$  электровоза; 2) собственную частоту  $v_0$  колебаний гудка.

Дано:

Решение:

$v_1$	$v = \frac{(v \pm v_{\text{пр}})v_0}{v \mp v_{\text{ист}}}, \quad v_{\text{пр}} = 0, \quad v = \frac{v v_0}{v \mp v_{\text{ист}}},$ $v_1 = \frac{v v_0}{v - v_{\text{ист}}}, \quad v_2 = \frac{v v_0}{v + v_{\text{ист}}}, \quad v_{\text{ист}} = \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} v,$ $v_1 = \frac{v v_0}{v - \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} v} = \frac{v_0(v_1 + v_2)}{2v_2}, \quad v_0 = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}.$
$v_2$	
$v$	
1) $v_{\text{ист}} - ?$	
2) $v_0 - ?$	

Ответ: 1)  $v_{\text{ист}} = \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} v$ , 2)  $v_0 = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$ .

**223.** Два катера движутся навстречу друг другу. С первого катера, движущегося со скоростью  $v_1 = 10$  м/с, посылается ультразвуковой сигнал частотой  $\nu_1 = 50$  кГц, который распространяется в воде. После отражения от второго катера сигнал принят первым катером с частотой  $\nu_2 = 52$  кГц. Принимая скорость распространения звуковых колебаний в воде равной 1,54 км/с, определить скорость движения второго катера.

Дано:

Решение:

$v_1 = 10$ м/с	$\nu'_1 = \frac{v + v_2}{v - v_1} \nu_1, \quad \nu_2 = \frac{v + v_1}{v - v_2} \nu'_1,$ $\nu_2 = \frac{v + v_1}{v - v_2} \frac{v + v_2}{v - v_1} \nu_1, \quad \frac{v + v_2}{v - v_2} = \frac{v - v_1}{v + v_1} \frac{\nu_2}{\nu_1},$ $\frac{v - v_1}{v + v_1} \frac{\nu_2}{\nu_1} = b, \quad v_2 = \frac{b - 1}{b + 1} v.$
$\nu_1 = 50$ кГц = $5 \cdot 10^4$ Гц	
$\nu_2 = 52$ кГц = $5,2 \cdot 10^4$ Гц	
$v = 1,54$ км/с = 1540 м/с	
$v_2 - ?$	

Ответ:  $v_2 = 20,2$  м/с.

### Задачи для самостоятельного решения

**224.** Две точки лежат на луче и находятся от источника колебаний на расстояниях  $x_1 = 4$  м и  $x_2 = 7$  м. Период колебаний  $T = 20$  мс и скорость  $v$  распространения волны равна 300 м/с. Определите разность фаз колебаний этих точек.

**225.** Два когерентных источника посылают поперечные волны в одинаковых фазах. Периоды колебаний  $T = 0,2$  с, скорость распространения волн в среде  $v = 800$  м/с. Определите, при какой разности хода в случае наложения волн будет наблюдаться: 1) ослабление колебаний; 2) усиление колебаний.

**226.** Определите длину волны  $\lambda$ , если расстояние  $\Delta l$  между первым и четвертым узлами стоячей волны равно 30 см.

**227.** Один конец упругого стержня соединен с источником гармонических колебаний, подчиняющихся закону  $\xi = A \cos \omega t$ , а другой его конец жестко закреплен. Учитывая, что отражение в месте закрепления стержня происходит от менее плотной среды, определите характер колебаний в любой точке стержня.

**228.** Электропоезд проходит со скоростью 72 км/ч мимо неподвижного приемника и дает гудок, частота которого 300 Гц. Принимая скорость звука равной 340 м/с, определите скачок частоты, воспринимаемый приемником.

---

**ОТВЕТЫ:** 224.  $\Delta\phi = \pi$ , точки колеблются в противоположных фазах.

225. 1)  $\pm 80(2m + 1)$ , м ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ); 2)  $\pm 160m$ , м ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ).

226. 20 см. 227.  $\xi = 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t$  — уравнение стоячей волны;

если  $x = \pm m \frac{\lambda}{2}$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ) — пучности; если  $x = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ) — узлы. 228. 34,5 Гц.

---

## 4.4. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И УРАВНЕНИЯ

- ◆ Электромагнитные волны
- ◆ Поперечность электромагнитных волн
- ◆ Фазовая скорость электромагнитных волн в среде
- ◆ Волновое уравнение электромагнитной волны
- ◆ Уравнение плоской электромагнитной волны
- ◆ Объемная плотность энергии электромагнитного поля
- ◆ Вектор плотности потока электромагнитной энергии (вектор Умова—Пойнтинга)
- ◆ Шкала электромагнитных волн

### Основные формулы

**Фазовая скорость** распространения электромагнитных волн в среде

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

[ $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$  — скорость распространения света в вакууме;  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  — соответственно электрическая и магнитная постоянные;  $\epsilon$  и  $\mu$  — соответственно электрическая и магнитная проницаемость среды].

Связь между мгновенными значениями напряженностей электрического ( $E$ ) и магнитного ( $H$ ) полей электромагнитной волны

$$\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H.$$

**Волновое уравнение электромагнитной волны**

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad \Delta \vec{H} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

[ $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  — оператор Лапласа;  $v$  — фазовая скорость электромагнитных волн;  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  — соответственно векторы напряженностей электрического и магнитного полей электромагнитной волны].

**Уравнения плоской электромагнитной волны**

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi), \quad \vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

[ $\vec{E}_0$  и  $\vec{H}_0$  — соответственно амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волны;  $\omega$  — круговая частота;  $k = \omega/v$  — волновое число;  $\varphi$  — начальная фаза колебаний в точке с координатой  $x = 0$ ].

**Объемная плотность энергии электромагнитного поля**

$$w = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}$$

[ $E$  — напряженность электрического поля волны;  $H$  — напряженность магнитного поля волны].

**Вектор плотности потока электромагнитной энергии — вектор Умова—Пойнтинга**

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]$$

[ $\vec{E}$  — вектор напряженности электрического поля электромагнитной волны;  $\vec{H}$  — вектор напряженности магнитного поля электромагнитной волны].

### Примеры решения задач

**229.** Электромагнитная волна с частотой  $\nu = 5$  МГц переходит из немагнитной среды с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 2$  в вакуум. Определить изменение ее длины волны.

Дано:

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} \nu = 5 \text{ МГц} = 5 \cdot 10^6 \text{ Гц} \\ \epsilon = 2 \\ \mu = 1 \\ \hline \Delta\lambda = ? \end{array} \right\} \begin{array}{l} \lambda_0 = \frac{c}{\nu}, \quad \lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{n\nu} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu\nu}}, \\ \Delta\lambda = \lambda_0 - \lambda = \frac{c}{\nu} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \right). \end{array}$$

Ответ:  $\Delta\lambda = 17,6$  м.

230. Определить длину электромагнитной волны в вакууме, на которую настроен колебательный контур, если максимальный заряд на пластинах конденсатора  $Q_m = 50$  нКл, а максимальная сила тока в контуре  $I_m = 1,5$  А. Активным сопротивлением контура пренебречь.

Дано:

$$Q_m = 50 \text{ нКл} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

$$I_m = 1,5 \text{ А}$$

$$\lambda - ?$$

Решение:

$$Q = Q_m \cos \omega t, \quad I = \frac{dQ}{dt} = -\omega Q_m \sin \omega t,$$

$$I_m = \omega Q_m, \quad \omega = 2\pi\nu,$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{2\pi c Q_m}{I_m}.$$

Ответ:  $\lambda = 62,8$  м.

231. Длина  $\lambda$  электромагнитной волны в вакууме, на которую настроен колебательный контур, равна 12 м. Пренебрегая активным сопротивлением контура, определить максимальный заряд  $Q_m$  на пластинах конденсатора, если максимальная сила тока в контуре  $I_m = 1$  А.

Дано:

$$\lambda = 12 \text{ м}$$

$$I_m = 1 \text{ А}$$

$$Q_m - ?$$

Решение:

$$\lambda = cT, \quad T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad \frac{Q_m^2}{2C} = \frac{LI_m^2}{2}, \quad LC = \frac{Q_m^2}{I_m^2},$$

$$T = 2\pi \frac{Q_m}{I_m}, \quad \lambda = c \cdot 2\pi \frac{Q_m}{I_m}, \quad Q = \frac{\lambda I_m}{2\pi c}.$$

Ответ:  $Q_m = 6,37$  Кл.

232. В вакууме вдоль оси  $X$  распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны равна 10 В/м. Определить амплитуду напряженности магнитного поля волны.

Дано:

$$\epsilon = 1$$

$$\mu = 1$$

$$E_0 = 10 \text{ В/м}$$

$$H_0 - ?$$

Решение:

$$\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H,$$

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx), \quad H = H_0 \cos(\omega t - kx).$$

$$\text{При } \epsilon = 1 \text{ и } \mu = 1 \quad \sqrt{\epsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu_0} H_0, \quad H_0 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0.$$

Ответ:  $H_0 = 26,5$  мА/м.

233. В вакууме вдоль оси  $X$  распространяется плоская электромагнитная волна и падает по нормали на поверхность тела, полностью ее поглощающего. Амплитуда напряженности магнитного поля волны равна  $0,15$  А/м. Определить давление, оказываемое волной на тело. Воспользуйтесь результатом теоремы Максвелла о том, что если тело полностью поглощает падающую на него энергию, то давление численно равно среднему значению объемной плотности энергии в падающей электромагнитной волне.

Дано:

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon = 1 \\ \mu = 1 \\ H_0 = 0,15 \text{ А/м} \\ p = \langle w \rangle \\ p - ? \end{array} \right| \begin{array}{l} \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H, \quad E = E_0 \cos(\omega t - kx), \\ H = H_0 \cos(\omega t - kx), \quad w_{\text{э}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}, \quad w_{\text{м}} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}, \\ w_{\text{э}} = w_{\text{м}}, \quad w = w_{\text{э}} + w_{\text{м}} = 2w_{\text{э}} = 2w_{\text{м}}, \\ w = 2w_{\text{м}} = \mu_0 \mu H^2 = \mu_0 \mu H_0^2 \cos^2(\omega t - kx), \end{array}$$

$$\langle w \rangle = \langle \mu_0 \mu H_0^2 \cos^2(\omega t - kx) \rangle,$$

$$\langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle = \frac{1}{2}, \quad p = \langle w \rangle = \frac{\mu_0 \mu H_0^2}{2}.$$

Ответ:  $p = 17,7$  нПа.

234. В вакууме вдоль оси  $X$  распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны составляет  $50$  мВ/м. Определить интенсивность волны  $I$ .

Дано:

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon = 1 \\ \mu = 1 \\ E_0 = 50 \text{ мВ/м} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ В/м} \\ I - ? \end{array} \right| \begin{array}{l} I = \langle S \rangle, \\ S = EH = E_0 H_0 \cos^2(\omega t - kx), \\ \langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle = \frac{1}{2}, \quad \langle S \rangle = \frac{1}{2} E_0 H_0, \end{array}$$

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E_0 = \sqrt{\mu_0 \mu} H_0, \quad H_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} E_0, \quad I = \langle S \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} E_0^2.$$

Ответ:  $I = 3,32$  мкВт/м<sup>2</sup>.

### Задачи для самостоятельного решения

**235.** Колебательный контур содержит конденсатор электроемкостью  $C = 0,5$  нФ и катушку индуктивностью  $L = 0,4$  мГн. Определите длину волны излучения, генерируемого контуром.

**236.** Скорость распространения электромагнитных волн в некоторой среде составляет  $v = 250$  Мм/с. Определите длину волны электромагнитных волн в этой среде, если их частота в вакууме  $\nu_0 = 1$  МГц.

**237.** В вакууме вдоль оси  $X$  распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности магнитного поля волны равна  $1$  мА/м. Определите амплитуду напряженности электрического поля волны.

**238.** В вакууме вдоль оси  $X$  распространяется плоская электромагнитная волна и падает по нормали на поверхность тела, полностью его поглощающего. Амплитуда напряженности электрического поля волны равна  $2$  В/м. Определите давление, оказываемое волной на тело.

---

**ОТВЕТЫ:** 235. 843 м. 236. 250 м. 237. 0,377 В/м. 238. 8,85 нПа.

# 5

## Оптика. Квантовая природа излучения

### 5.1. ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

#### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

- ◆ Световой луч
- ◆ Оптически однородная среда
- ◆ Относительный показатель преломления
- ◆ Абсолютный показатель преломления
- ◆ Полное отражение
- ◆ Параксиальные лучи
- ◆ Оптическая сила линзы
- ◆ Фазовая скорость
- ◆ Линза, тонкая линза
- ◆ Главная оптическая ось
- ◆ Оптический центр линзы
- ◆ Побочная оптическая ось
- ◆ Фокальная плоскость линзы
- ◆ Фокус линзы
- ◆ Фокусное расстояние
- ◆ Формула тонкой линзы

#### Основные формулы

**Абсолютный показатель преломления**

$$n = \frac{c}{v}$$

[ $c$  — скорость электромагнитных волн в вакууме;  $v$  — фазовая скорость электромагнитных волн в среде].

**Относительный показатель преломления второй среды относительно первой**

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$$

[ $n_1$  и  $n_2$  — абсолютные показатели преломления первой и второй сред].

**Закон отражения света**

$$i'_1 = i_1.$$

**Закон преломления света**

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21}$$

[ $i_1$  — угол падения;  $i'_1$  — угол отражения;  $i_2$  — угол преломления;  $n_{21}$  — относительный показатель преломления второй среды относи-

тельно первой;  $n_1$  и  $n_2$  — абсолютные показатели преломления первой и второй сред].

**О**птическая сила тонкой линзы

$$\Phi = \frac{1}{f} = (N - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

[ $f$  — фокусное расстояние линзы;  $N = n/n_1$  — относительный показатель преломления ( $n$  и  $n_1$  — соответственно абсолютные показатели преломления линзы и окружающей среды);  $R_1$  и  $R_2$  — радиусы кривизны поверхностей линзы ( $R > 0$  для выпуклой поверхности,  $R < 0$  для вогнутой)].

**Ф**ормула тонкой линзы

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

[ $f$  — фокусное расстояние линзы;  $a$  — расстояние от линзы до предмета;  $b$  — расстояние от линзы до изображения предмета].

### Примеры решения задач

**239.** На плоскопараллельную стеклянную ( $n = 1,5$ ) пластинку толщиной  $d = 5$  см падает под углом  $i_1 = 30^\circ$  луч света (рис. 52). Определить боковое смещение луча, прошедшего сквозь эту пластинку.

*Дано:*

$$n = 1,5$$

$$d = 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$i_1 = 30^\circ$$

$$x = ?$$

*Решение:*

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21},$$

$$\sin i_2 = \frac{\sin i_1}{n},$$

$$x = ED = CD \sin(90^\circ - i_1),$$

$$BD = \frac{d}{\operatorname{tg}(90^\circ - i_1)}, \quad BC = d \operatorname{tg} i_2,$$

$$x = \left( \frac{d}{\operatorname{tg}(90^\circ - i_1)} - d \operatorname{tg} i_2 \right) \sin(90^\circ - i_1), \quad x = d \sin i_1 \left( 1 - \frac{\cos i_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}} \right).$$

*Ответ:*  $x = 9,69$  мм.

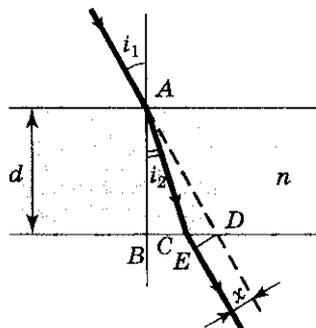


Рис. 52

240. Предельный угол полного отражения на границе стекло — жидкость  $i_{\text{пр}} = 65^\circ$ . Определить показатель преломления жидкости, если показатель преломления стекла  $n = 1,5$ .

Дано:

Решение:

$i_{\text{пр}} = 65^\circ$ $n = 1,5$	$\sin i_{\text{пр}} = \frac{n_{\text{ж}}}{n}, \quad n_{\text{ж}} = \sin i_{\text{пр}}$
$n_{\text{ж}} = ?$	

Ответ:  $n_{\text{ж}} = 1,36$ .

241. Необходимо изготовить плосковыпуклую линзу с оптической силой  $\Phi = 4$  дптр. Определить радиус кривизны выпуклой поверхности линзы, если показатель преломления материала линзы равен 1,6.

Дано:

Решение:

$\Phi = 4$ дптр $n = 1,6$	$\frac{1}{f} = (N - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), \quad \text{где } N = \frac{n}{n_1}, \quad n_1 = 1, \quad N = n,$
$R = ?$	$\frac{1}{f} = \Phi, \quad R_1 = \infty, \quad R_2 = R, \quad \Phi = (n - 1) \frac{1}{R}, \quad R = \frac{n - 1}{\Phi}.$

Ответ:  $R = 15$  см.

242. Определить расстояние  $a$  от двояковыпуклой линзы до предмета, при котором расстояние от предмета до действительного изображения будет минимальным (рис. 53).

Дано:

Решение:

$l = l_{\text{мин}}$ $a = ?$	$l = a + b, \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$ $\frac{a + b}{ab} = \frac{1}{f}, \quad b = l - a,$
---------------------------------	---

$$lf = al - a^2, \quad l = \frac{a^2}{a - f}, \quad \frac{dl}{da} = 0 \text{ (условие min):}$$

$$\frac{dl}{da} = \frac{2a(a - f) - a^2}{(a - f)^2} = 0, \quad 2a(a - f) - a^2 = 0, \quad a = 2f.$$

Ответ:  $a = 2f$ .

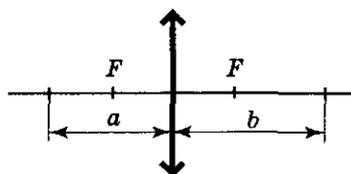


Рис. 53

### Задачи для самостоятельного решения

243. На горизонтальном дне бассейна глубиной  $h = 1,5$  м лежит плоское зеркало. Луч света входит в воду под углом  $i_1 = 45^\circ$ . Определите расстояние  $s$  от места вхождения луча в воду до места выхода его на поверхность воды после отражения от зеркала. Показатель преломления воды  $n = 1,33$ .

244. Луч света выходит из стекла в вакуум. Предельный угол  $i_{\text{пр}} = 42^\circ$ . Определите скорость света в стекле.

245. Двояковыпуклая линза с показателем преломления  $n = 1,5$  имеет одинаковые радиусы кривизны поверхностей, равные 10 см. Изображение предмета с помощью этой линзы оказывается в 5 раз больше предмета. Определите расстояние от предмета до изображения.

---

**ОТВЕТЫ:** 243. 1,88 м. 244. 201 Мм/с. 245. 72 см.

---

## 5.2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

- ◆ Волновой цуг
- ◆ Время когерентности
- ◆ Длина когерентности
- ◆ Временная когерентность
- ◆ Пространственная когерентность
- ◆ Радиус когерентности
- ◆ Интерференция света
- ◆ Оптическая длина пути
- ◆ Оптическая разность хода
- ◆ Условие интерференционного максимума
- ◆ Условие интерференционного минимума
- ◆ Ширина интерференционной полосы
- ◆ Полосы равного наклона
- ◆ Полосы равной толщины
- ◆ Кольца Ньютона

### Основные формулы

Скорость света в среде

$$v = \frac{c}{n}$$

[ $c$  — скорость распространения света в вакууме;  $n$  — абсолютный показатель преломления среды].

Оптическая длина пути

$$L = ns$$

[ $s$  — геометрическая длина пути световой волны в среде;  $n$  — показатель преломления этой среды].

**О**птическая разность хода двух световых волн

$$\Delta = L_2 - L_1$$

[ $L_1$  и  $L_2$  — соответственно оптические длины, проходимые волнами путей].

**Р**азность фаз двух когерентных волн

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta$$

[ $\lambda_0$  — длина волны в вакууме;  $\Delta$  — оптическая разность хода двух световых волн].

**У**словие интерференционных максимумов

$$\Delta = \pm m\lambda_0$$

[ $m = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\lambda_0$  — длина волны в вакууме].

**У**словие интерференционных минимумов

$$\Delta = \pm(2m + 1)\frac{\lambda_0}{2}$$

[ $m = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\lambda_0$  — длина волны в вакууме].

**Ш**ирина интерференционной полосы

$$b = \frac{l}{d}\lambda_0$$

[ $d$  — расстояние между двумя когерентными источниками, находящимися на расстоянии  $l$  от экрана ( $l \gg d$ )].

**У**словия максимумов и минимумов при интерференции света, отраженного от верхней и нижней поверхностей тонкой плоскопараллельной пленки, находящейся в воздухе ( $n_0 = 1$ ),

$$2dncosr \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0,$$

$$2dncosr \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = (2m + 1)\frac{\lambda_0}{2}$$

[ $d$  — толщина пленки;  $n$  — ее показатель преломления;  $i$  — угол падения;  $r$  — угол преломления;  $m = 0, 1, 2, \dots$ ].

В общем случае слагаемое  $\pm \frac{\lambda_0}{2}$  обусловлено потерей полуволны при отражении света от границы раздела].

**Р**адиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете (или темных в проходящем свете)

$$r_m = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda_0 R}$$

[ $m = 1, 2, 3, \dots$  — номер кольца;  $R$  — радиус кривизны линзы;  $\lambda_0$  — длина волны в вакууме].

Радиусы темных колец Ньютона в отраженном свете (или светлых в проходящем свете)

$$r_m^* = \sqrt{m\lambda_0 R}$$

[ $m = 0, 1, 2, \dots$  — номер кольца;  $R$  — радиус кривизны линзы;  $\lambda_0$  — длина волны в вакууме].

В случае просветления оптики интерферирующие лучи в отраженном свете гасят друг друга при условии

$$n = \sqrt{n_c}, \quad nd = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{4}$$

[ $n_c$  — показатель преломления стекла;  $n$  — показатель преломления пленки;  $nd$  — оптическая толщина пленки;  $m = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\lambda_0$  — длина волны в вакууме].

### Примеры решения задач

246. В опыте Юнга расстояние  $l$  от щелей до экрана равно 3 м (рис. 54). Определить угловое расстояние между соседними светлыми полосами, если третья светлая полоса на экране отстоит от центра интерференционной картины на расстоянии 4,5 мм.

Дано:

$$\begin{aligned} l &= 3 \text{ м} \\ m &= 3 \\ x &= 4,5 \text{ мм} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ \Delta\alpha &= ? \end{aligned}$$

Решение:

$$\text{max: } \Delta = \pm m\lambda$$

$$\Delta = \frac{xd}{l},$$

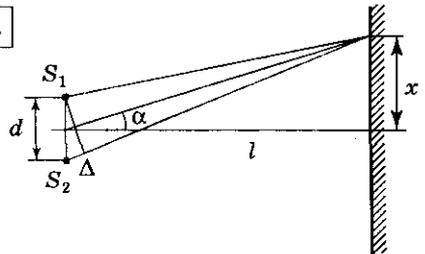


Рис. 54

$$m\lambda = \frac{xd}{l} \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

$$\alpha \approx \text{tg} \alpha = \frac{x}{l} = \frac{m\lambda}{d}, \quad \Delta\alpha = \frac{m\lambda}{d} - \frac{(m-1)\lambda}{d} = \frac{\lambda}{d} = \frac{x}{ml}.$$

Ответ:  $\Delta\alpha = 5 \cdot 10^{-4}$  рад.

247. Если в опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей поместить перпендикулярно этому лучу тонкую стеклянную пластинку ( $n = 1,5$ ), то центральная светлая полоса смещается в положение, первоначально занимаемое пятой светлой полосой. Длина волны  $\lambda = 0,5$  мкм. Определить толщину пластинки.

Дано:

$$n = 1,5$$

$$m = 5$$

$$\lambda = 0,5 \text{ мкм} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$d = ?$

Решение:

$$\Delta = nd - d = d(n - 1),$$

$$\Delta = m\lambda, \quad m\lambda = d(n - 1),$$

$$d = \frac{m\lambda}{n - 1}.$$

Ответ:  $d = 5 \text{ мкм}$ .

248. На плоскопараллельную пленку с показателем преломления  $n = 1,33$  под углом  $i = 45^\circ$  падает параллельный пучок белого света (рис. 55). Определить, при какой наименьшей толщине пленки зеркально отраженный свет наиболее сильно окрасится в желтый свет ( $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$ ).

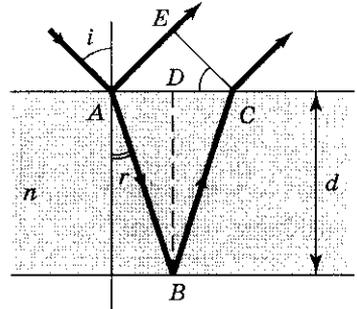


Рис. 55

Дано:

$$n = 1,33$$

$$i = 45^\circ$$

$$\lambda = 0,6 \text{ мкм} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$d = ?$

Решение:

$$\max: \Delta = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

$$\Delta = (AC + BC)n - \left( AE - \frac{\lambda}{2} \right),$$

$$AB = BC = \frac{d}{\cos r}, \quad AD = d \operatorname{tgr},$$

$$AE = 2d \operatorname{tgr} \sin i,$$

$$\Delta = \frac{2dn}{\cos r} - 2d \operatorname{tgr} \sin i + \frac{\lambda}{2}, \quad \frac{\sin i}{\sin r} = n, \quad \operatorname{tgr} = \frac{\sin r}{\cos r},$$

$$\frac{2d}{\cos r} (n - \sin r \sin i) + \frac{\lambda}{2} = \lambda \quad (m = 1),$$

$$\frac{2d}{\cos r} \left( n - \sin^2 r \frac{\sin i}{\sin r} \right) = \frac{\lambda}{2}, \quad \frac{2dn}{\cos r} (1 - \sin^2 r) = \frac{\lambda}{2},$$

$$2dn \cos r = \frac{\lambda}{2}, \quad d = \frac{\lambda}{4n \cos r},$$

$$\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 i}, \quad d = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}.$$

Ответ:  $d = 133 \text{ нм}$ .

249. На стеклянный клин ( $n = 1,5$ ) с преломляющим углом  $\alpha = 40''$  нормально падает монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 600$  нм (рис. 56). Определить в интерференционной картине расстояние между двумя соседними минимумами.

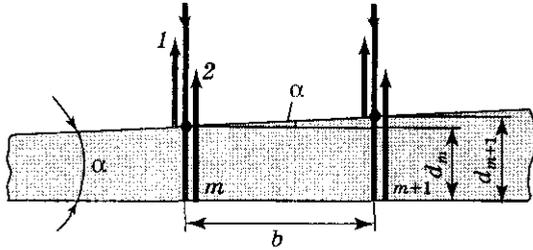


Рис. 56

Дано:

$$n = 1,5$$

$$\alpha = 40'' = 1,94 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$$

$$\lambda = 600 \text{ нм} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$b = ?$

$$\alpha = \frac{(m+1)\lambda - m\lambda}{2bn} = \frac{\lambda}{2bn},$$

Решение:

$$\boxed{\text{min}} \quad 2dncosr + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$(m = 0, 1, 2, \dots), \quad r = 0, \quad 2dn = m\lambda,$$

$$d = \frac{m\lambda}{2n}, \quad \sin\alpha = \frac{d_{m+1} - d_m}{b}, \quad \sin\alpha \approx \alpha,$$

$$b = \frac{\lambda}{2n\alpha} \quad (\alpha \text{ — в радианах}).$$

Ответ:  $b = 1,03$  мм.

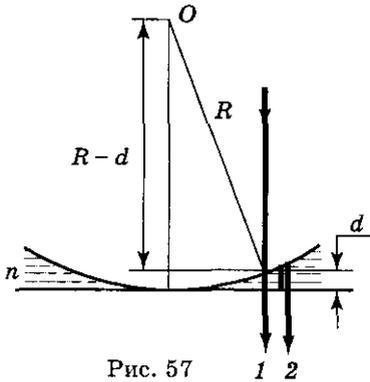


Рис. 57

250. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм, падающим нормально (рис. 57). Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью, и наблюдение ведется в проходящем свете. Радиус кривизны линзы  $R = 4$  м. Определить показатель преломления жидкости, если радиус второго светлого кольца  $r = 1,8$  мм.

Дано:

$$\lambda = 0,6 \text{ мкм} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$R = 4 \text{ м}$$

$$m = 2$$

$$r = 1,8 \text{ мм} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$n = ?$

Решение:

$$r = \sqrt{R^2 - (R-d)^2} \approx \sqrt{2Rd}, \quad d = \frac{r^2}{2R},$$

$$\Delta = 2dn, \quad n = \frac{\Delta}{2d}, \quad \boxed{\text{max: } \Delta = m\lambda}$$

$$2dn = m\lambda, \quad n = \frac{m\lambda}{2d}, \quad n = \frac{m\lambda \cdot 2R}{2r^2} = \frac{m\lambda R}{r^2}.$$

Ответ:  $n = 1,48$ .

251. Для уменьшения потерь света из-за отражения от поверхности стекла осуществляют «просветление оптики»: на свободную поверхность линз наносят тонкую пленку с показателем преломления  $n = \sqrt{n_c}$ . В этом случае амплитуды отраженных лучей 1', 2' (рис. 58) от обеих поверхностей такой пленки одинаковы. Определить толщину  $d$  слоя, при которой отражение для света с длиной волны  $\lambda$  от стекла в направлении нормали равно нулю.

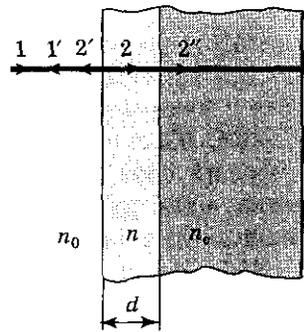


Рис. 58

Дано:

Решение:

$n = \sqrt{n_c}$ $\lambda$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> $d - ?$	$\Delta = 2dn,$	$\min: \Delta = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$	$2dn = (2m + 1)\frac{\lambda}{2},$
	$d = \frac{(2m + 1)\lambda}{4n} = \frac{(2m + 1)\lambda}{4\sqrt{n_c}}.$		

Ответ:  $d = \frac{(2m + 1)\lambda}{4\sqrt{n_c}}$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ).

252. На рис. 59 показана схема интерференционного рефрактометра, применяемого для измерения показателя преломления прозрачных веществ.  $S$  — узкая щель, освещаемая монохроматическим светом с длиной волны  $\lambda = 589$  нм; 1 и 2 — кюветы длиной  $l = 10$  см, которые заполнены воздухом ( $n_0 = 1,000277$ ). При замене в одной из кювет воздуха на аммиак интерференционная картина на экране сместилась на  $m = 17$  полос. Определить показатель преломления аммиака.

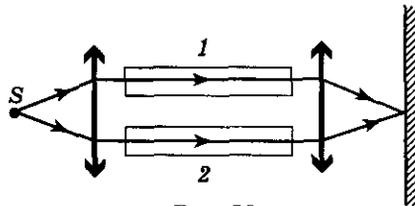


Рис. 59

Дано:

Решение:

$\lambda = 589 \text{ нм} = 5,89 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ $l = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$ $n_0 = 1,000277$ $m = 17$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> $n - ?$	$\Delta = ln - ln_0 = l(n - n_0), \quad \Delta = m\lambda,$ $l(n - n_0) = m\lambda, \quad n = \frac{m\lambda}{l} + n_0.$
---	---

Ответ:  $n = 1,000377.$

### Задачи для самостоятельного решения

253. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга  $d = 0,5$  мм ( $\lambda = 0,6$  мкм). Определите расстояние  $l$  от щелей до экрана, если ширина  $b$  интерференционных полос равна 1,2 мм.

254. На стеклянный клин ( $n = 1,5$ ) нормально падает монохроматический свет ( $\lambda = 698$  нм). Определите угол между поверхностями клина, если расстояние  $b$  между двумя соседними интерференционными минимумами в отраженном свете равно 2 мм.

255. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим нормально. При заполнении пространства между линзой и стеклянной пластинкой прозрачной жидкостью радиусы темных колец в отраженном свете уменьшились в 1,21 раза. Определите показатель преломления жидкости.

256. Для измерения показателя преломления аммиака в одно из плеч интерферометра Майкельсона помещена закрытая с обеих сторон откачанная до высокого вакуума стеклянная трубка длиной  $l = 15$  см. При заполнении трубки аммиаком интерференционная картина для длины волны  $\lambda = 589$  нм сместилась на 192 полосы. Определите показатель преломления аммиака.

257. На пути лучей интерференционного рефрактометра помещаются трубки длиной  $l = 2$  см с плоскопараллельными стеклянными основаниями, наполненные воздухом ( $n_0 = 1,000277$ ). Одну трубку заполнили хлором, при этом интерференционная картина сместилась на  $m = 20$  полос. Определите показатель преломления хлора, если наблюдение производится в монохроматическом свете с длиной волны  $\lambda = 589$  нм.

---

**ОТВЕТЫ:** 253.  $l = db/\lambda = 1$  м. 254.  $\alpha = \lambda/(2nb)$ ,  $\alpha = 24''$ . 255. 1,46.  
256.  $n = \frac{m\lambda}{2l} + 1 = 1,000377$ . 257. 1,000866.

---

## 5.3. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Дифракция света
- ◆ Принцип Гюйгенса
- ◆ Принцип Гюйгенса—Френеля
- ◆ Метод зон Френеля
- ◆ Дифракция Френеля
- ◆ Дифракция на круглом отверстии
- ◆ Дифракция на диске
- ◆ Дифракция Фраунгофера
- ◆ Дифракция Фраунгофера на щели
- ◆ Одномерная дифракционная решетка
- ◆ Дифракция Фраунгофера на одномерной дифракционной решетке
- ◆ Пространственная дифракционная решетка
- ◆ Дифракция на пространственной решетке
- ◆ Критерий Рэлея
- ◆ Разрешающая способность спектрального прибора
- ◆ Разрешающая способность дифракционной решетки

## Основные формулы

Радиус внешней границы  $m$ -й зоны Френеля для сферической волны

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}$$

[ $m$  — номер зоны Френеля;  $\lambda$  — длина волны;  $a$  и  $b$  — соответственно расстояния диафрагмы с круглым отверстием от точечного источника и от экрана, на котором дифракционная картина наблюдается].

Условия дифракционных максимумов и минимумов от одной щели, на которую свет падает нормально:

$$a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

[ $a$  — ширина щели;  $\varphi$  — угол дифракции;  $m$  — порядок спектра;  $\lambda$  — длина волны].

Постоянная (период) дифракционной решетки

$$d = a + b, \quad d = \frac{1}{N_0}$$

[ $a$  — ширина каждой щели решетки;  $b$  — ширина непрозрачных участков между щелями;  $N_0$  — число щелей, приходящихся на единицу длины дифракционной решетки].

Условия главных максимумов и дополнительных минимумов дифракционной решетки, на которую свет падает нормально:

$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots);$$

$$d \sin \varphi = \pm m' \frac{\lambda}{N} \quad (m' = 1, 2, 3, \dots, \text{ кроме } 0, N, 2N, \dots)$$

[ $d$  — период дифракционной решетки;  $N$  — число штрихов решетки].

Формула Вульфа—Брэггов (условие дифракционных максимумов от пространственной дифракционной решетки)

$$2d \sin \vartheta = m \lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

[ $d$  — расстояние между атомными плоскостями кристалла;  $\vartheta$  — угол скольжения;  $\lambda$  — длина волны рентгеновского излучения].

Угловая дисперсия дифракционной решетки

$$D_\varphi = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}$$

[ $\varphi$  — угол дифракции;  $m$  — порядок спектра;  $d$  — период решетки].

**Разрешающая способность спектрального прибора**

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

[ $\delta\lambda$  — минимальная разность длин волн двух соседних спектральных линий, при которой эти линии регистрируются раздельно].

**Разрешающая способность дифракционной решетки**

$$R_{\text{диф. реш}} = mN$$

[ $m$  — порядок спектра;  $N$  — общее число штрихов решетки].

**Примеры решения задач**

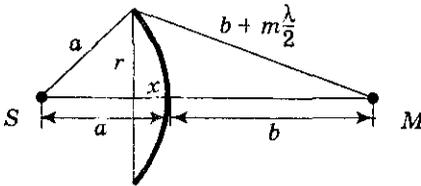


Рис. 60

**258.** Точечный источник света  $S$  ( $\lambda = 0,5$  мкм) расположен на расстоянии  $a = 1$  м перед диафрагмой с круглым отверстием диаметра  $d = 2$  мм (рис. 60). Определить расстояние  $b$  от диафрагмы до точки наблюдения, если отверстие открывает три зоны Френеля.

Дано:

$$\begin{aligned} \lambda &= 0,5 \text{ мкм} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м} \\ a &= 1 \text{ м} \\ d &= 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ m &= 3 \\ b &= ? \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned} r^2 &= a^2 - (a - x)^2, \quad \lambda \ll a, \quad \lambda \ll b, \\ r^2 &= \left(b + m\frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + x)^2, \quad x = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}, \\ r^2 &= \frac{ab}{a+b} m\lambda - \frac{b^2}{4(a+b)^2} m^2\lambda^2. \end{aligned}$$

Слагаемое  $\frac{b^2}{4(a+b)^2} m^2\lambda^2$  пренебрежимо мало,  $r^2 = \frac{ab}{a+b} m\lambda$ ,  $b = \frac{ar^2}{am\lambda - r^2}$ ,  
 $r = \frac{d}{2}$ ,  $b = \frac{ad^2}{4am\lambda - d^2}$ .

Ответ:  $b = 2$  м.

**259.** Определить радиус третьей зоны Френеля для случая плоской волны. Расстояние  $b$  от волновой поверхности до точки наблюдения равно 1,5 м (рис. 61). Длина волны  $\lambda = 0,6$  мкм.

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned} m &= 3 \\ b &= 1,5 \text{ м} \\ \lambda &= 0,6 \text{ мкм} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м} \\ r &= ? \end{aligned}$$

$$r^2 + b^2 = \left(b + m\frac{\lambda}{2}\right)^2,$$

$$r^2 = bm\lambda + \frac{m^2\lambda^2}{4},$$

$$\lambda \ll b, \quad r = \sqrt{bm\lambda}.$$

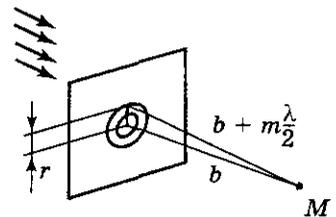


Рис. 61

Ответ:  $r = 1,64$  мм.

260. Дифракция наблюдается на расстоянии  $l$  от точечного источника монохроматического света ( $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$ ). Посередине между источником света и экраном находится непрозрачный диск диаметром 5 мм (рис. 62). Определить расстояние  $l$ , если диск закрывает только центральную зону Френеля.

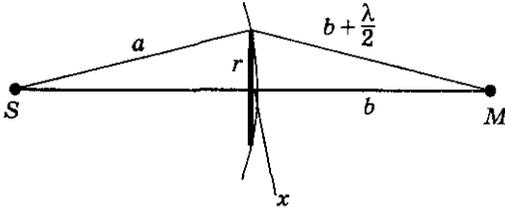


Рис. 62

Дано:

$$\begin{aligned} \lambda &= 0,5 \text{ мкм} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м} \\ d &= 5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ m &= 1 \\ a &= b = l/2 \\ \hline l &= ? \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned} a^2 &= (a - x)^2 + r^2, \\ a^2 &= a^2 - 2ax + x^2 + r^2, \\ \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 &= (b + x)^2 + r^2, \\ b^2 + bm\lambda + \frac{m^2\lambda^2}{4} &= b^2 + 2bx + x^2 + r^2, \end{aligned}$$

$x^2$  и  $\frac{m^2\lambda^2}{4}$  пренебрежимо малы,  $x = \frac{r^2}{2a} = \frac{d^2}{4l}$ ,  $bm\lambda = 2bx + r^2$ ,

$bm\lambda = 2b \frac{r^2}{2a}$ ,  $bm\lambda = 2r^2$ ,  $\frac{l}{2} m\lambda = \frac{d^2}{2}$ ,  $l = \frac{d^2}{m\lambda}$ .

Ответ:  $l = 50 \text{ м}$ .

261. На щель шириной  $a = 0,1 \text{ мм}$  падает нормально монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 500 \text{ нм}$ . Дифракционная картина проецируется на экран, параллельный плоскости щели, с помощью линзы, расположенной вблизи щели (рис. 63). Определить расстояние от экрана до линзы, если расстояние  $l$  между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны центрального максимума, равно 1 см.

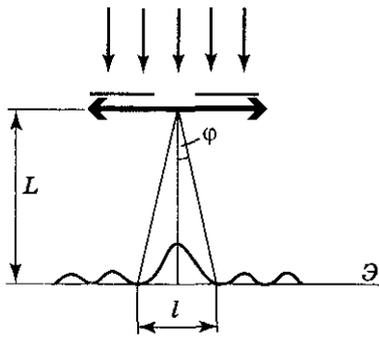


Рис. 63

Дано:

$$\begin{aligned}
 a &= 0,1 \text{ мм} = 10^{-4} \text{ м} \\
 \lambda &= 500 \text{ нм} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м} \\
 l &= 1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м} \\
 m &= 1 \\
 L &= ?
 \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned}
 a \sin \varphi &= \pm m \lambda \quad (m = 1, 2, \dots), \quad l = 2L \operatorname{tg} \varphi, \\
 \frac{l}{2} &\ll L, \quad \operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi, \quad l = 2L \sin \varphi, \\
 \sin \varphi &= \frac{l}{2L}, \quad a \frac{l}{2L} = m \lambda, \quad L = \frac{al}{2m\lambda}.
 \end{aligned}$$

Ответ:  $L = 1 \text{ м}$ .

262. На дифракционную решетку нормально к ее поверхности падает монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 550 \text{ нм}$ . На экран, находящийся от решетки на расстоянии  $L = 1 \text{ м}$ , с помощью линзы, расположенной вблизи решетки, проецируется дифракционная картина, причем первый главный максимум наблюдается на расстоянии  $l = 12 \text{ см}$  от центрального (рис. 64). Определить: 1) период дифракционной решетки; 2) число штрихов на 1 см ее длины; 3) общее число максимумов, даваемых решеткой; 4) угол дифракции, соответствующий последнему максимуму.

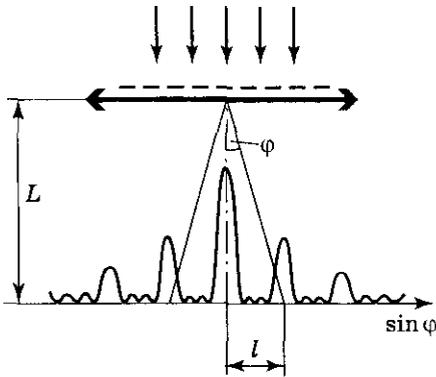


Рис. 64

Дано:

$$\begin{aligned}
 \lambda &= 550 \text{ нм} = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м} \\
 L &= 1 \text{ м} \\
 m &= 1 \\
 l &= 12 \text{ см} = 0,12 \text{ м} \\
 l' &= 1 \text{ см} = 0,01 \text{ м}
 \end{aligned}$$

- 1)  $d$  — ?
- 2)  $n$  — ?
- 3)  $N$  — ?
- 4)  $\varphi_{\max}$  — ?

Решение:

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda \quad (\text{по условию, } m = 1),$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{l}{L}, \quad l \ll L, \quad \operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi,$$

$$\frac{ld}{L} = m \lambda, \quad d = \frac{m \lambda L}{l}, \quad n = \frac{l'}{d},$$

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad m_{\max} \leq \frac{d}{\lambda} \quad (\sin \varphi_{\max} = 1),$$

$$N = 2m_{\max} + 1,$$

$$d \sin \varphi_{\max} = m_{\max} \lambda, \quad \varphi_{\max} = \arcsin \frac{m_{\max} \lambda}{d}.$$

Ответ: 1)  $d = 4,58 \text{ мкм}$ ; 2)  $n = 2,18 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$ ; 3)  $N = 17$ ;  
4)  $\varphi_{\max} = 73,9^\circ$ .

**263.** Дифракционная решетка длиной  $l = 5$  мм может разрешить в первом порядке две спектральные линии натрия ( $\lambda_1 = 589,0$  нм и  $\lambda_2 = 589,6$  нм). Определить, под каким углом в спектре третьего порядка будет наблюдаться свет с  $\lambda_3 = 600$  нм, падающий на решетку нормально.

*Дано:*

$$\begin{aligned}
 l &= 5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\
 \lambda_1 &= 589,0 \text{ нм} = 5,890 \cdot 10^{-7} \text{ м} \\
 \lambda_2 &= 589,6 \text{ нм} = 5,896 \cdot 10^{-7} \text{ м} \\
 \lambda_3 &= 600 \text{ нм} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м} \\
 m_1 &= 1 \\
 m_3 &= 3 \\
 \hline
 \varphi &= ?
 \end{aligned}$$

*Решение:*

$$\begin{aligned}
 d \sin \varphi &= m_3 \lambda_3, \quad \sin \varphi = \frac{m_3 \lambda_3}{d}, \\
 d &= \frac{l}{N}, \quad R = m_1 N = \frac{\lambda_1}{\Delta \lambda} \\
 (\Delta \lambda &= \lambda_2 - \lambda_1), \quad N = \frac{\lambda_1}{m_1 \Delta \lambda}, \\
 d &= \frac{m_1 l \Delta \lambda}{\lambda_1}, \quad \sin \varphi = \frac{m_3 \lambda_3 \lambda_1}{m_1 l \Delta \lambda}, \\
 \varphi &= \arcsin \frac{m_3 \lambda_3 \lambda_1}{m_1 l \Delta \lambda}.
 \end{aligned}$$

*Ответ:*  $\varphi = 20^\circ 42'$ .

### Задачи для самостоятельного решения

**264.** Посередине между точечным источником монохроматического света  $\lambda = 550$  нм и экраном находится диафрагма с круглым отверстием. Дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном на расстоянии 5 м от источника. Определите радиус отверстия, при котором центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет наиболее темным.

**265.** Определите радиус четвертой зоны Френеля, если радиус второй зоны Френеля для плоского волнового фронта равен 2 мм.

**266.** Дифракция наблюдается на расстоянии 1 м от точечного источника монохроматического света ( $\lambda = 0,5$  мкм). Посередине между источником света и экраном находится диафрагма с круглым отверстием. Определите радиус отверстия, при котором центр дифракционных колец на экране является наиболее темным.

**267.** На щель шириной  $a = 0,1$  мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 0,5$  мкм. Дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном параллельно щели. Определите расстояние  $l$  от щели до экрана, если ширина центрального дифракционного максимума  $b = 1$  см.

**268.** На дифракционную решетку длиной  $l = 1,5$  мм, содержащую  $N = 3000$  штрихов, падает нормально монохроматический свет

с длиной волны  $\lambda = 550$  нм. Определите: 1) число максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решетки; 2) угол, соответствующий последнему максимуму.

**269.** На дифракционную решетку нормально падает мономатематический свет с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм. Угол дифракции для пятого максимума равен  $30^\circ$ , а минимальная разрешаемая решеткой разность  $\delta\lambda$  длин волн составляет  $0,2$  нм. Определите: 1) постоянную дифракционной решетки; 2) длину дифракционной решетки.

**270.** Постоянная  $d$  дифракционной решетки длиной  $l = 2,5$  см равна  $5$  мкм. Определите разность длин волн, разрешаемую этой решеткой, для света с длиной волны  $\lambda = 0,5$  мкм в спектре второго порядка.

---

**ОТВЕТЫ:** 264.  $1,17$  мм. 265.  $2,83$  мм. 266.  $0,5$  мм. 267.  $1$  м.  
268. 1)  $18$ ; 2)  $81^\circ 54'$ . 269. 1)  $6$  мкм; 2)  $3,6$  мм. 270.  $50$  пм.

---

## 5.4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН С ВЕЩЕСТВОМ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Дисперсия света
- ◆ Дисперсия света в призме
- ◆ Дисперсия вещества
- ◆ Нормальная и аномальная дисперсия
- ◆ Электронная теория дисперсии света
- ◆ Поглощение (абсорбция) света
- ◆ Закон Бугера
- ◆ Эффект Доплера для электромагнитных волн в вакууме
- ◆ Продольный и поперечный эффекты Доплера
- ◆ Красное и фиолетовое смещения
- ◆ Эффект Вавилова—Черенкова

### Основные формулы

Связь между углом  $\varphi$  отклонения лучей призмой и преломляющим углом  $A$  призмы

$$\varphi = A(n - 1)$$

[ $n$  — показатель преломления призмы].

Уравнение вынужденных колебаний оптического электрона под

действием электрической составляющей поля электромагнитной волны (простейшая задача дисперсии)

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{eE_0}{m} \cos \omega t$$

[ $eE_0$  — амплитудное значение силы, действующей на электрон со стороны поля волны;  $\omega_0$  — собственная частота колебаний электрона;  $\omega$  — частота внешнего поля;  $m, e$  — масса и заряд электрона].

**Зависимость показателя преломления вещества  $n$  от частоты  $\omega$  внешнего поля, согласно элементарной электронной теории дисперсии,**

$$n^2 = 1 + \frac{n_{0i}}{\epsilon_0} \sum \frac{e^2/m}{\omega_{0i}^2 - \omega^2}$$

[ $\epsilon_0$  — электрическая постоянная;  $n_{0i}$  — концентрация электронов;  $m$  — масса электрона;  $e$  — заряд электрона].

**Закон Бугера (закон ослабления интенсивности света в веществе)**

$$I = I_0 e^{-\alpha x}$$

[ $I_0$  и  $I$  — интенсивности плоской монохроматической световой волны соответственно на входе и выходе слоя поглощающего вещества толщиной  $x$ ;  $\alpha$  — коэффициент поглощения].

**Эффект Доплера для электромагнитных волн в вакууме**

$$v = v_0 \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + (v/c) \cos \theta}$$

[ $v_0$  и  $v$  — соответственно частоты электромагнитного излучения, испускаемого источником и воспринимаемого приемником;  $v$  — скорость источника электромагнитного излучения относительно приемника;  $c$  — скорость света в вакууме;  $\theta$  — угол между вектором скорости  $\vec{v}$  и направлением наблюдения, измеряемый в системе отсчета, связанной с наблюдателем].

**Продольный эффект Доплера ( $\theta = 0$ )**

$$v = v_0 \frac{\sqrt{1 - v/c}}{\sqrt{1 + v/c}}$$

**Поперечный эффект Доплера ( $\theta = \pi/2$ )**

$$v = v_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

**Эффект Вавилова—Черенкова**

$$\cos \vartheta = \frac{c}{nv}$$

[ $\vartheta$  — угол между направлением распространения излучения и вектором скорости частицы;  $n$  — показатель преломления среды].

### Примеры решения задач

**271.** Луч света выходит из стеклянной призмы ( $n = 1,5$ ) под тем же углом, что и входит в нее. Определить угол отклонения  $\varphi$  луча призмой, если ее преломляющий угол  $A = 60^\circ$  (рис. 65).

Дано:

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} n = 1,5 \\ \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha \\ A = 60^\circ \\ \varphi - ? \end{array} \right\} \begin{array}{l} \beta_1 = \beta_2 = \beta = \frac{A}{2}, \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n, \\ \sin \alpha = n \sin \beta = n \sin \left( \frac{A}{2} \right), \\ \alpha = \arcsin \left( n \sin \left( \frac{A}{2} \right) \right), \end{array}$$

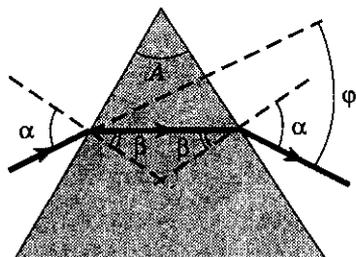


Рис. 65

$$\varphi = 2\alpha - A = 2\arcsin \left( n \sin \left( \frac{A}{2} \right) \right) - A.$$

Ответ:  $\varphi = 37^\circ 11''$ .

**272.** Определить максимальную скорость вынужденных колебаний свободного электрона, если в точке его нахождения радиопередатчик, работающий на частоте 500 кГц, создает поле электромагнитного излучения  $E_0 = 10$  мВ/см.

Дано:

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \\ m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \\ \nu = 500 \text{ кГц} = 5 \cdot 10^5 \text{ Гц} \\ E_0 = 10 \text{ мВ/см} = 1 \text{ В/м} \\ v_{\max} - ? \end{array} \right\} \begin{array}{l} \ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_{\text{вын}}}{m} \cos \omega t, \quad \omega = 2\pi\nu, \\ \omega_0 = 0, \quad F_{\text{вын}} = eE_0, \quad \dot{x} = \frac{eE_0}{m} \cos \omega t, \\ \dot{x} = v = \frac{eE_0}{m\omega} \sin \omega t, \quad v_{\max} = \frac{eE_0}{m\omega} = \frac{eE_0}{2m\pi\nu}. \end{array}$$

Ответ:  $v_{\max} = 55,9$  км/с.

**273.** Определить концентрацию  $n_0$  свободных электронов ионосферы, если для радиоволн с частотой  $\nu = 97$  МГц ее показатель преломления  $n = 0,91$ .

Дано:

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} \nu = 97 \text{ МГц} = 97 \cdot 10^6 \text{ Гц} \\ n = 0,91 \\ e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \\ m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \\ n_0 - ? \end{array} \right\} \begin{array}{l} n = \sqrt{\epsilon\mu}, \quad \mu = 1, \quad n = \sqrt{\epsilon}, \quad \epsilon = 1 + \kappa, \\ P = \kappa\epsilon_0 E_0, \quad P = n_0 e x_{\max}, \\ n^2 = \epsilon = 1 + \kappa = 1 + \frac{P}{\epsilon_0 E_0} = 1 + \frac{n_0 e}{\epsilon_0 E_0} x_{\max}, \\ n^2 = (n^2 - 1) \frac{\epsilon_0 E_0}{e x_{\max}}, \end{array}$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{eE_0}{m} \cos \omega t, \quad \omega = 2\pi\nu, \quad x = A \cos \omega t, \quad A = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)},$$

$$\omega_0 = 0, \quad x_{\max} = A, \quad x_{\max} = -\frac{eE_0}{m\omega^2},$$

$$n_0 = (1 - n^2) \frac{\varepsilon_0 E_0 m \omega^2}{e^2 E_0} = (1 - n^2) \frac{4\pi^2 \nu^2 \varepsilon_0 m}{e^2}.$$

Ответ:  $n_0 = 2,01 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$ .

**274.** Свет падает нормально поочередно на две пластинки, изготовленные из одного и того же вещества, имеющие соответственно толщины  $x_1 = 5 \text{ мм}$  и  $x_2 = 10 \text{ мм}$ . Определить коэффициент поглощения этого вещества, если интенсивность света, прошедшего через первую пластинку, составляет 82%, а через вторую — 67%.

Дано:

Решение:

$x_1 = 5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ $x_2 = 10 \text{ мм} = 10^{-2} \text{ м}$ $I_1 = 0,82I_0$ $I_2 = 0,67I_0$	$I_1 = I_0 e^{-\alpha x_1}, \quad I_2 = I_0 e^{-\alpha x_2},$ $\frac{I_1}{I_2} = e^{\alpha(x_2 - x_1)}, \quad \alpha = \frac{\ln(I_1/I_2)}{x_2 - x_1}.$
$\alpha - ?$	

Ответ:  $\alpha = 0,404 \text{ см}^{-1}$ .

**275.** В спектральных линиях, излучаемых астрономическими объектами — квазарами, наблюдалось красное смещение, отвечающее трехкратному уменьшению частоты. Определить, с какой скоростью при этом должен был бы удаляться квазар.

Дано:

Решение:

$v = v_0/3$ $\vartheta = 0$	$v = v_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c} \cos \vartheta}, \quad \vartheta = 0, \quad \cos \vartheta = 1, \quad v = v_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}$
$v - ?$	

$$\frac{v}{v_0} = \frac{1}{3}, \quad \frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2, \quad 1 + \frac{v}{c} = 9\left(1 - \frac{v}{c}\right), \quad 10\frac{v}{c} = 8, \quad v = 0,8c.$$

Ответ:  $v = 0,8c$ .

276. Вывести выражение для уширения  $\Delta\lambda/\lambda$  спектральных линий в случае поперечного эффекта Доплера.

Дано:

Решение:

$$\frac{\vartheta = \pi/2}{\Delta\lambda/\lambda - ?} \quad \left| \quad v' = v \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c} \cos \vartheta}, \quad \cos \vartheta = \cos \frac{\pi}{2} = 0, \quad \lambda = \frac{c}{v}, \quad \lambda' = \frac{c}{v'},$$

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}, \quad \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v^2}{c^2}\right) + \frac{3}{8} \left(\frac{v^4}{c^4}\right) + \dots,$$

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v^2}{c^2}\right), \quad \lambda' = \lambda + \Delta\lambda, \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v^2}{2c^2}.$$

Ответ:  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v^2}{2c^2}.$

277. Определить доплеровское смещение  $\Delta\lambda$  для спектральной линии атомарного водорода ( $\lambda = 486,1$  нм), если ее наблюдать под прямым углом к пучку атомов водорода с кинетической энергией  $T = 100$  кэВ.

Дано:

Решение:

$$\frac{\lambda = 486,1 \text{ нм} = 486,1 \cdot 10^{-9} \text{ м}}{\vartheta = \pi/2}{T = 100 \text{ кэВ} = 1,6 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}}{\left. \begin{array}{l} m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \\ c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \end{array} \right| \Delta\lambda - ?} \quad \left| \quad v' = v \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c} \cos \vartheta}, \quad \cos \vartheta = 0,$$

$$v' = v \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad v = \frac{c}{\lambda}, \quad v' = \frac{c}{\lambda'},$$

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}, \quad \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v^2}{c^2}\right) + \frac{3}{8} \left(\frac{v^4}{c^4}\right) + \dots,$$

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v^2}{c^2}\right), \quad \lambda' = \lambda + \Delta\lambda, \quad \frac{\lambda + \Delta\lambda}{\lambda} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v^2}{c^2}\right), \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v^2}{2c^2},$$

$$T = \frac{mv^2}{2}, \quad v^2 = \frac{2T}{m}, \quad \Delta\lambda = \lambda \frac{T}{mc^2}.$$

Ответ:  $\Delta\lambda = \lambda \frac{T}{mc^2}.$

278. Определить минимальную ускоряющую разность потенциалов  $U_{\min}$ , которую должен пройти электрон, чтобы в среде с показателем преломления  $n = 1,5$  возникло черенковское излучение.

Дано:

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \\ n = 1,5 \\ \hline U_{\min} - ? \end{array} \right| \begin{array}{l} \cos \vartheta = \frac{c}{nv}, \quad v = \frac{c}{n \cos \vartheta}, \quad v_{\min} = \frac{c}{n} \quad (\cos \vartheta = 0), \\ T_{\min} = mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{[1 - v_{\min}^2]/c^2}} - 1 \right), \end{array}$$

$$T_{\min} = mc^2 \left( \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} - 1 \right), \quad T_{\min} = |e| U_{\min}, \quad U_{\min} = \frac{mc^2}{|e|} \left( \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} - 1 \right).$$

Ответ:  $U_{\min} = 175 \text{ кВ}$ .

279. Определить минимальный импульс, которым должен обладать электрон, чтобы эффект Вавилова—Черенкова наблюдался в среде с показателем преломления  $n = 1,5$ .

Дано:

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \\ n = 1,5 \\ \hline p_{\min} - ? \end{array} \right| \begin{array}{l} \cos \vartheta = \frac{c}{nv}, \quad v = \frac{c}{n \cos \vartheta}, \quad v_{\min} = \frac{c}{n} \quad (\cos \vartheta = 1), \\ p_{\min} = \frac{mc}{n \sqrt{1 - \left(\frac{v_{\min}}{c}\right)^2}} = \frac{mc}{n \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}}, \end{array}$$

$$p_{\min} = \frac{mc}{\sqrt{n^2 - 1}}.$$

Ответ:  $p_{\min} = 2,44 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ .

### Задачи для самостоятельного решения

280. Докажите, что если монохроматический пучок света падает на грань призмы с показателем преломления  $n$  под малым углом, то при малом преломляющем угле  $A$  призмы угол отклонения  $\varphi$  лучей призмой не зависит от угла падения и равен  $A(n - 1)$ .

281. Электромагнитная волна с частотой  $\omega$  распространяется в разреженной плазме. Концентрация свободных электронов в плазме равна  $n_0$ . Определите зависимость диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  плазмы от частоты  $\omega$ . Взаимодействием волны с ионами плазмы пренебречь.

**282.** При прохождении в некотором веществе пути  $x$  интенсивность света уменьшилась в 3 раза. Определите, во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении пути  $2x$ .

**283.** Коэффициент поглощения некоторого вещества для монохроматического света определенной длины волны  $\alpha = 0,1 \text{ см}^{-1}$ . Определите толщину слоя вещества, которая необходима для ослабления света: 1) в 2 раза; 2) в 5 раз. Потери на отражение света не учитывать.

**284.** Источник монохроматического света с длиной волны  $\lambda_0 = 0,5 \text{ мкм}$  движется по направлению к наблюдателю со скоростью  $0,15c$  ( $c$  — скорость света в вакууме). Определите длину волны, которую зарегистрирует приемник наблюдателя.

**285.** Известно, что при удалении от нас некоторой туманности линия излучения водорода ( $\lambda = 656,3 \text{ нм}$ ) в ее спектре смещена в красную сторону на  $\Delta\lambda = 2,5 \text{ нм}$ . Определите скорость удаления туманности.

**286.** Определите кинетическую энергию протонов, которые в среде с показателем преломления  $n = 1,6$  излучают свет под углом  $\vartheta = 20^\circ$  к направлению своего движения. Ответ выразите в электронвольтах.

---

**ОТВЕТЫ:** 281.  $\epsilon = 1 - n_0 e^2 / (\epsilon_0 m \omega^2)$ . 282. В 9 раз. 283. 1) 6,93 см; 2) 16,1 см. 284. 430 нм. 285. 1,14 Мм/с. 286. 0,319 ГэВ.

---

## 5.5. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Световой вектор
- ◆ Естественный свет
- ◆ Поляризованный свет
- ◆ Частично поляризованный свет
- ◆ Плоскополяризованный свет
- ◆ Эллиптически поляризованный свет
- ◆ Циркулярно поляризованный свет
- ◆ Плоскость поляризации
- ◆ Степень поляризации
- ◆ Закон Малюса
- ◆ Закон Брюстера
- ◆ Двойное лучепреломление
- ◆ Оптическая ось кристалла
- ◆ Главная плоскость (главное сечение) кристалла
- ◆ Одноосные кристаллы (положительные и отрицательные)
- ◆ Призмы поляризационные и двоякопреломляющие
- ◆ Получение эллиптически поляризованного света
- ◆ Пластинки  $\frac{\lambda}{4}$ ,  $\frac{\lambda}{2}$ ,  $\lambda$
- ◆ Анализ поляризованного света
- ◆ Вращение плоскости поляризации

## Основные формулы

Степень поляризации света

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

[ $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  — соответственно максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, пропускаемого анализатором].

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

[ $I$  и  $I_0$  — интенсивности плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор и падающего на анализатор;  $\alpha$  — угол между плоскостями поляризатора и анализатора].

Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21}$$

[ $i_B$  — угол падения, при котором отраженный от диэлектрика луч является плоскополяризованным;  $n_{21}$  — относительный показатель преломления среды].

Оптическая разность хода для кристаллической пластинки:

- в четверть длины волны

$$(n_o - n_e) d = \pm(m + \frac{1}{4}) \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

- в полдлины волны

$$(n_o - n_e) d = \pm(m + \frac{1}{2}) \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

- в целую длину волны

$$(n_o - n_e) d = \pm m \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

[знак плюс соответствует отрицательным одноосным кристаллам, минус — положительным;  $\lambda$  — длина волны;  $d$  — толщина пластинки;  $d$  — соответственно показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в направлении, перпендикулярном оптической оси].

Угол поворота плоскости поляризации:

- для оптически активных кристаллов и чистых жидкостей

$$\varphi = \alpha d,$$

- для оптически активных растворов

$$\varphi = [\alpha] C d$$

[ $d$  — длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;  $\alpha_0$ [ $\alpha$ ] — удельное вращение;  $C$  — массовая концентрация оптически активного вещества в растворе].

### Примеры решения задач

**287.** Определить степень поляризации  $P$  света, который представляет собой смесь естественного света с плоскополяризованным, если интенсивность поляризованного света равна интенсивности естественного.

Дано:

$$\left. \begin{array}{l} I_{\text{п}} = I_{\text{ест}} \\ P = ? \end{array} \right\}$$

Решение:

$$P = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}}, \quad I_{\text{max}} = I_{\text{п}} + \frac{1}{2} I_{\text{ест}} = I_{\text{п}} + \frac{1}{2} I_{\text{п}} = \frac{3}{2} I_{\text{п}},$$

$$I_{\text{min}} = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} = \frac{1}{2} I_{\text{п}}, \quad P = \frac{\frac{3}{2} I_{\text{п}} - \frac{1}{2} I_{\text{п}}}{\frac{3}{2} I_{\text{п}} + \frac{1}{2} I_{\text{п}}} = \frac{I_{\text{п}}}{2 I_{\text{п}}} = 0,5.$$

Ответ:  $P = 0,5$ .

**288.** Определить, во сколько раз ослабится интенсивность света, прошедшего через два николя, расположенных так, что угол между их главными плоскостями  $\alpha = 60^\circ$ , а в каждом из николей теряется 8% интенсивности падающего на него света (рис. 66).

Дано:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 60^\circ \\ k = 0,08 \\ I_0/I_2 = ? \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{2} I_0 (1 - k), \\ I_2 &= I_1 (1 - k) \cos^2 \alpha, \\ I_2 &= \frac{1}{2} I_0 (1 - k)^2 \cos^2 \alpha, \end{aligned}$$

Решение:

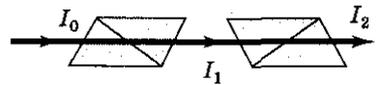


Рис. 66

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - k)^2 \cos^2 \alpha}.$$

Ответ:  $I_0/I_2 = 9,45$ .

**289.** Предельный угол полного отражения для пучка света на границе кристалла каменной соли с воздухом равен  $40,5^\circ$ . Определить угол Брюстера при падении света из воздуха на поверхность этого кристалла.

Дано:

$$\left. \begin{array}{l} i_{\text{нр}} = 40,5^\circ \\ i_{\text{Б}} = ? \end{array} \right\}$$

Решение:

$$\begin{aligned} \frac{\sin i_{\text{нр}}}{\sin(\pi/2)} &= \frac{n_1}{n_2}, & \frac{n_2}{n_1} &= \frac{1}{\sin i_{\text{нр}}}, & \text{tg } i_{\text{Б}} &= \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{\sin i_{\text{нр}}}, \\ i_{\text{Б}} &= \arctg\left(\frac{1}{\sin i_{\text{нр}}}\right). \end{aligned}$$

Ответ:  $i_{\text{Б}} = 57^\circ$ .

290. Плоскополяризованный свет, длина волны которого в вакууме  $\lambda = 589$  нм, падает на пластинку исландского шпата перпендикулярно его оптической оси  $OO'$  (рис. 67). Принимая показатели преломления исландского шпата для обыкновенного и необыкновенного лучей соответственно  $n_o = 1,66$  и  $n_e = 1,49$ , определить длины волн этих лучей в кристалле.

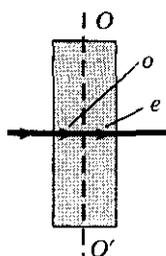


Рис. 67

Дано:

$$\lambda = 589 \text{ нм} = 5,89 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$n_o = 1,66$$

$$n_e = 1,49$$

$$\lambda_o = ?$$

$$\lambda_e = ?$$

Решение:

$$\lambda = cT, \quad \lambda_o = v_o T, \quad \lambda_e = v_e T,$$

$$v_o = \frac{c}{n_o}, \quad v_e = \frac{c}{n_e}, \quad \lambda_o = \frac{\lambda}{n_o}, \quad \lambda_e = \frac{\lambda}{n_e}.$$

Ответ:  $\lambda_o = 355$  нм;  $\lambda_e = 395$  нм.

291. Определить наименьшую толщину кристаллической пластинки в четверть длины волны для  $\lambda = 530$  нм, если для данной длины волны разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей  $n_o - n_e = 0,01$ .

Дано:

$$\lambda = 530 \text{ нм} = 5,3 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$n_o - n_e = 0,01$$

$$\Delta = \lambda/4$$

$$d_{\min} = ?$$

Решение:

$$(n_o - n_e)d = \pm \left(m + \frac{1}{4}\right)\lambda,$$

$$(n_o - n_e)d_{\min} = \frac{\lambda}{4}$$

(кристалл отрицательный,  $m = 0$ ),

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4(n_o - n_e)}.$$

Ответ:  $d_{\min} = 13,3$  мкм.

292. Пластинка кварца толщиной  $d_1 = 2$  мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси кристалла, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света определенной длины волны на угол  $\phi_1 = 30^\circ$ . Определить толщину  $d_2$  кварцевой пластинки, помещенной между параллельными николями, чтобы данный монохроматический свет гасился полностью.

Дано:

$$d_1 = 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\varphi_1 = 30^\circ$$

$$\varphi_2 = 90^\circ$$

---

$$d_2 = ?$$

Решение:

$$\varphi_1 = \alpha d_1, \quad \varphi_2 = \alpha d_2,$$

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{d_1}{d_2}, \quad d_2 = \frac{d_1 \varphi_2}{\varphi_1}.$$

Ответ:  $d_2 = 6 \text{ мм}$ .

**293.** Определить массовую концентрацию  $C$  сахарного раствора, если при прохождении света через слой раствора  $l = 20 \text{ см}$  плоскость поляризации света поворачивается на угол  $\varphi = 10^\circ$ . Удельное вращение  $[\alpha]$  сахара равно  $1,17 \cdot 10^{-2} \text{ рад} \cdot \text{м}^2/\text{кг}$ .

Дано:

$$l = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$$

$$\varphi = 10^\circ$$

$$[\alpha] = 1,17 \cdot 10^{-2} \text{ рад} \cdot \text{м}^2/\text{кг}$$

---

$$C = ?$$

Решение:

$$\varphi = [\alpha]Cl, \quad C = \frac{\varphi}{[\alpha]l},$$

$$1^\circ = 1,75 \cdot 10^{-2} \text{ рад}.$$

Ответ:  $C = 74,8 \text{ кг/м}^3$ .

### Задачи для самостоятельного решения

**294.** Степень поляризации частично поляризованного света составляет  $0,75$ . Определите отношение максимальной интенсивности света, пропускаемого анализатором, к минимальной.

**295.** Определите, во сколько раз уменьшится интенсивность света, прошедшего через два николя, главные плоскости которых образуют угол  $60^\circ$ , если каждый из николей как поглощает, так и отражает  $5\%$  падающего на них света.

**296.** Определите показатель преломления стекла, если при отражении от него света отраженный луч полностью поляризован при угле преломления  $35^\circ$ .

**297.** Параллельный пучок света падает нормально на пластинку из исландского шпата толщиной  $50 \text{ мкм}$ , вырезанную параллельно оптической оси. Принимая показатели преломления исландского шпата для обыкновенного и необыкновенного лучей соответственно  $n_o = 1,66$  и  $n_e = 1,49$ , определите разность хода этих лучей, прошедших через пластинку.

**298.** Кристаллическая пластинка из исландского шпата с наименьшей толщиной  $d = 0,86 \text{ мкм}$  служит пластинкой в четверть

волны для  $\lambda = 0,59$  мкм. Определите разность  $\Delta n$  показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей.

299. Определите наименьшую толщину кристаллической пластинки в целую длину волны для  $\lambda = 530$  нм, если разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей для данной длины волны  $n_e - n_o = 0,01$ .

300. Раствор глюкозы с массовой концентрацией  $C_1 = 0,21$  г/см<sup>3</sup>, находящийся в стеклянной трубке, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света, проходящего через раствор, на угол  $\varphi_1 = 24^\circ$ . Определите массовую концентрацию  $C_2$  глюкозы в другом растворе в трубке такой же длины, если он поворачивает плоскость поляризации на угол  $\varphi_2 = 18^\circ$ .

---

ОТВЕТЫ: 294.  $I_{\max}/I_{\min} = 7$ . 295. В 9,88 раза. 296. 1,43.  
297. 8,5 мкм. 298. 0,171. 299. 53 мкм. 300. 0,157 г/см<sup>3</sup>.

---

## 5.6. КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Квантовая гипотеза Планка
- ◆ Тепловое излучение
- ◆ Энергетическая светимость тела
- ◆ Спектральная плотность энергетической светимости тела
- ◆ Спектральная поглощательная способность тела
- ◆ Черное тело
- ◆ Серое тело
- ◆ Оптическая пирометрия
- ◆ Радиационная температура
- ◆ Закон Кирхгофа
- ◆ Закон Стефана—Больцмана
- ◆ Закон смещения Вина
- ◆ Формула Рэлея—Джинса
- ◆ Формула Планка
- ◆ Внешний фотоэффект
- ◆ Внутренний фотоэффект
- ◆ Вентильный фотоэффект
- ◆ Вольт-амперная характеристика фотоэффекта
- ◆ Многофотонный фотоэффект
- ◆ Фотоны
- ◆ Давление излучения
- ◆ Эффект Комптона
- ◆ Корпускулярно-волновой дуализм свойств электромагнитного излучения
- ◆ Законы внешнего фотоэффекта
- ◆ Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

### Основные формулы

Энергия кванта (фотона)

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

[ $h$  — постоянная Планка;  $\nu$  — частота;  $c$  — скорость распространения света в вакууме;  $\lambda$  — длина волны].

## Закон Кирхгофа

$$\frac{R_{\nu, T}}{A_{\nu, T}} = r_{\nu, T}$$

$[R_{\nu, T}$  — спектральная плотность энергетической светимости тела;  $A_{\nu, T}$  — спектральная поглощательная способность тела;  $r_{\nu, T}$  — спектральная плотность энергетической светимости черного тела].

Энергетическая светимость черного тела

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu = \int_0^{\infty} r_{\lambda, T} d\lambda$$

$[r_{\nu, T} (r_{\lambda, T})$  — спектральная плотность энергетической светимости].

Закон Стефана—Больцмана

$$R_e = \sigma T^4$$

$[R_e$  — энергетическая светимость черного тела;  $\sigma$  — постоянная Стефана—Больцмана;  $T$  — термодинамическая температура].

Энергетическая светимость серого тела

$$R_T^c = A_T R_e = A_T \sigma T^4$$

$[A_T$  — поглощательная способность серого тела;  $R_e$  — энергетическая светимость черного тела;  $\sigma$  — постоянная Стефана—Больцмана;  $T$  — термодинамическая температура].

Закон смещения Вина

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$$

$[\lambda_{\max}$  — длина волны, соответствующая максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости черного тела;  $b$  — постоянная Вина;  $T$  — термодинамическая температура].

Зависимость максимальной спектральной плотности энергетической светимости черного тела от температуры

$$(r_{\lambda, T})_{\max} = CT^5$$

$[C = 1,30 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)]$ .

Формула Рэлея—Джинса для спектральной плотности энергетической светимости черного тела

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT$$

$[kT$  — средняя энергия осциллятора с собственной частотой  $\nu$  ( $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — термодинамическая температура);  $c$  — скорость распространения света в вакууме].

## Формула Планка

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1},$$
$$r_{\lambda, T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(kT\lambda)} - 1}$$

$[r_{\nu, T}, r_{\lambda, T}$  — спектральные плотности энергетической светимости черного тела соответственно как функция частоты  $\nu$  и длины волны  $\lambda$ ].

## Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$h\nu = A + \frac{m v_{\max}^2}{2} \quad \text{или} \quad eU_0 = h(\nu - \nu_0)$$

$[\nu$  — частота падающего фотона;  $h$  — постоянная Планка;  $A$  — работа выхода электрона из металла;  $\frac{m v_{\max}^2}{2}$  — максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона;  $U_0$  — задерживающее напряжение;  $\nu_0$  — красная граница фотоэффекта].

## Красная граница фотоэффекта

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A}, \quad \nu_0 = \frac{A}{h}$$

$[\lambda_0$  — максимальная длина волны излучения ( $\nu_0$  — соответственно минимальная частота), при которой фотоэффект еще возможен;  $A$  — работа выхода электрона из металла].

## Импульс фотона

$$p = \frac{h\nu}{c}$$

$[h\nu$  — энергия фотона].

**Давление**, производимое светом при нормальном падении на поверхность,

$$p = \frac{E_e}{c} (1 + \rho) = w(1 + \rho)$$

$[E_e = N h \nu$  — облученность поверхности;  $\rho$  — коэффициент отражения;  $w$  — объемная плотность энергии излучения].

**Изменение длины волны излучения при комптоновском рассеянии (комптоновский сдвиг)**

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos\vartheta) = \frac{2h}{mc} \sin^2 \frac{\vartheta}{2} = 2\lambda_C \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$$

$[\lambda$  и  $\lambda'$  — длина волн падающего и рассеянного излучения;  $m$  — масса электрона;  $\vartheta$  — угол рассеяния;  $\lambda_C = h/(mc)$  — комптоновская длина волны ( $\lambda_C = 2,43$  пм)].

### Примеры решения задач

**301.** Температура внутренней поверхности муфельной печи при открытом отверстии площадью  $30 \text{ см}^2$  равна  $1,3 \text{ кК}$ . Принимая, что отверстие печи излучает как черное тело, определить, какая часть мощности рассеивается стенками, если потребляемая печью мощность составляет  $1,5 \text{ кВт}$ .

*Дано:*

$$\begin{aligned} S &= 30 \text{ см}^2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \\ T &= 1,3 \text{ кК} = 1,3 \cdot 10^3 \text{ К} \\ P &= 1,5 \text{ кВт} = 1,5 \cdot 10^3 \text{ Вт} \end{aligned}$$

---


$$\frac{P_{\text{рас}}}{P} \text{ — ?}$$

*Решение:*

$$P_{\text{изл}} = R_e S = \sigma T^4 S,$$

$$P_{\text{рас}} = P - P_{\text{изл}} = P - \sigma T^4 S,$$

$$\frac{P_{\text{рас}}}{P} = 1 - \frac{\sigma T^4 S}{P}.$$

*Ответ:* 0,676.

**302.** Принимая Солнце за черное тело и учитывая, что его максимальной спектральной плотности энергетической светимости соответствует длина волны  $\lambda = 500 \text{ нм}$ , определить: 1) температуру поверхности Солнца; 2) энергию, излучаемую Солнцем в виде электромагнитных волн за  $10 \text{ мин}$ ; 3) массу, теряемую Солнцем за это время за счет излучения.

*Дано:*

$$\begin{aligned} \lambda &= 500 \text{ нм} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м} \\ t &= 10 \text{ мин} = 600 \text{ с} \\ R_C &= 6,95 \cdot 10^8 \text{ м} \\ m_C &= 1,98 \cdot 10^{30} \text{ кг} \end{aligned}$$

---


$$1) T \text{ — ?}$$

$$2) W \text{ — ?}$$

$$3) m \text{ — ?}$$

*Решение:*

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T}, \quad T = \frac{b}{\lambda_{\text{max}}},$$

$$W = R_e S t = \sigma T^4 \cdot 4\pi R_C^2 t, \quad m = \frac{W}{c^2}.$$

*Ответ:* 1)  $T = 5,8 \text{ кК}$ ; 2)  $W = 2,34 \cdot 10^{29} \text{ Дж}$ ; 3)  $m = 2,6 \cdot 10^{12} \text{ кг}$ .

**303.** Определить, какая длина волны соответствует максимальной спектральной плотности энергетической светимости  $(r_{\nu, T})_{\text{max}}$ , равной  $1,3 \cdot 10^{11} \text{ Вт/м}^3$ .

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned} (r_{\nu, T})_{\max} &= 1,3 \cdot 10^{11} \text{ Вт/м}^3 \\ C &= 1,3 \cdot 10^5 \text{ Вт/(м}^3 \cdot \text{К}^5) \\ \lambda_{\max} &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (r_{\lambda, T})_{\max} &= CT^5, \quad \lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \\ T &= \frac{b}{\lambda_{\max}}, \quad (r_{\lambda, T})_{\max} = C \left( \frac{b}{\lambda_{\max}} \right)^2, \end{aligned}$$

$$(r_{\lambda, T})_{\max} \lambda_{\max}^5 = Cb^5, \quad \lambda_{\max} = b \sqrt[5]{\frac{C}{(r_{\lambda, T})_{\max}}}$$

Ответ:  $\lambda_{\max} = 183 \text{ мкм}$ .

**304.** Пользуясь формулой Планка  $r_{\nu, T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1}$ , доказать, что в области малых частот ( $h\nu \ll kT$ ) она совпадает с формулой Рэлея—Джинса.

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned} r_{\nu, T} &= \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1} \\ h\nu &\ll kT \\ r_{\nu, T} &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h\nu \ll kT, \quad e^{h\nu/(kT)} &\approx 1 + \frac{h\nu}{kT}, \\ e^{h\nu/(kT)} - 1 &\approx \frac{h\nu}{kT}, \end{aligned}$$

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{h\nu/(kT)} = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} kT \quad (\text{формула Рэлея—Джинса}).$$

**305.** Пользуясь формулой Планка  $r_{\nu, T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1}$ , выведи из нее закон Стефана—Больцмана.

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned} r_{\nu, T} &= \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1} \\ R_e &= \sigma T^4? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_e &= \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu = \int_0^{\infty} \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1} d\nu, \\ x &= \frac{h\nu}{kT}, \quad dx = \frac{h d\nu}{kT}, \quad d\nu = \frac{kT}{h} dx, \end{aligned}$$

$$R_e = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \sigma T^4, \quad \text{где } \sigma = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3}, \quad \text{так как}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}.$$

Ответ:  $R_e = \sigma T^4$ .

306. Для вольфрамовой нити при температуре  $T = 3500$  К поглощательная способность  $A_T = 0,35$ . Определить радиационную температуру нити.

Дано:

Решение:

$T = 3500 \text{ К}$ $A_T = 0,35$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/> $T_p = ?$	$R_T = A_T \sigma T^4, \quad R_T = \sigma T_p^4, \quad A_T \sigma T^4 = \sigma T_p^4,$ $T_p^4 = A_T T^4, \quad T_p = T \sqrt[4]{A_T}.$
--	---

Ответ:  $T_p = 2,69$  кК.

307. Калий освещается монохроматическим светом с длиной волны  $400$  нм. Определить наименьшее задерживающее напряжение, при котором фототок прекратится. Работа выхода электронов из калия равна  $2,2$  эВ.

Дано:

Решение:

$\lambda = 400 \text{ нм} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ $A = 2,2 \text{ эВ} = 3,52 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/> $U_0 = ?$	$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}, \quad \frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_0,$ $\nu = \frac{c}{\lambda}, \quad \frac{hc}{\lambda} = A + eU_0, \quad U_0 = \frac{hc - A}{e}.$
---	--

Ответ:  $U_0 = 0,91$  В.

308. Задерживающее напряжение для платиновой пластинки (работа выхода  $6,3$  эВ) составляет  $3,7$  В. При тех же условиях для другой пластинки задерживающее напряжение равно  $5,3$  В. Определить работу выхода электронов (в эВ) из этой пластинки.

Дано:

Решение:

$A_1 = 6,3 \text{ эВ}$ $U_1 = 3,7 \text{ В}$ $U_2 = 5,3 \text{ В}$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/> $A_2 = ?$	$h\nu = A_1 + eU_1, \quad h\nu = A_2 + eU_2,$ $A_1 + eU_1 = A_2 + eU_2,$ $A_2 = A_1 + eU_1 - eU_2.$
--	---

Ответ:  $A_2 = 4,7$  эВ.

**309.** При освещении катода вакуумного фотоэлемента монохроматическим светом с длиной волны  $\lambda = 310$  нм фототок прекращается при некотором задерживающем напряжении. При увеличении длины волны на 25% задерживающее напряжение оказывается меньше на 0,8 В. Определить по этим экспериментальным данным постоянную Планка.

Дано:

$$\begin{aligned} \lambda &= 310 \text{ нм} = 3,1 \cdot 10^{-7} \text{ м} \\ \lambda_2 &= 1,25\lambda_1 \\ U_2 &= U_1 - \Delta U \\ \Delta U &= 0,8 \text{ В} \\ \hline h &= ? \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned} \frac{hc}{\lambda_1} &= A + eU_1, & \frac{hc}{\lambda_2} &= A + eU_2, \\ hc\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) &= e(U_1 - U_2), \\ hc\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{1,25\lambda_1}\right) &= e\Delta U, & h &= \frac{5e\lambda_1\Delta U}{c}. \end{aligned}$$

Ответ:  $h = 6,61 \cdot 10^{-34}$  Дж · с.

**310.** Определить длину волны фотона, импульс которого равен импульсу электрона, прошедшего разность потенциалов  $U = 9,8$  В.

Дано:

$$\begin{aligned} e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \\ U &= 9,8 \text{ В} \\ p_e &= p \\ \hline \lambda &= ? \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned} eU &= \frac{m_e v^2}{2}, & v &= \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}, & p_e &= m_e v = \sqrt{2m_e eU}, \\ p &= \frac{h}{\lambda}, & p &= p_e, & \lambda &= \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}}. \end{aligned}$$

Ответ:  $\lambda = 392$  нм.

**311.** Давление  $p$  монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 600$  нм на зачерненную поверхность, расположенную перпендикулярно падающему излучению, составляет 0,1 мкПа. Определить: 1) концентрацию  $n$  фотонов в световом пучке; 2) число  $N$  фотонов, падающих каждую секунду на  $1 \text{ м}^2$  поверхности.

Дано:

$$\begin{aligned} p &= 0,1 \text{ мкПа} = 10^{-7} \text{ Па} \\ \lambda &= 600 \text{ нм} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м} \\ \rho &= 0 \\ t &= 1 \text{ с} \\ S &= 1 \text{ м}^2 \\ \hline 1) n &= ? \\ 2) N &= ? \end{aligned}$$

Решение:

$$\begin{aligned} p &= \frac{E_e}{c}(1 + \rho) = w(1 + \rho), & n &= \frac{w}{\epsilon}, \\ w &= \frac{p}{1 + \rho}, & \epsilon &= h\nu = \frac{hc}{\lambda}, & n &= \frac{\lambda p}{hc(1 + \rho)}, \\ W &= E_e St = \frac{hc}{\lambda} N, & E_e &= \frac{pc}{1 + \rho}, \\ N &= \frac{E_e St \lambda}{hc} = \frac{pcSt\lambda}{(1 + \rho)hc} = \frac{pSt\lambda}{h(1 + \rho)}, & N &= ncSt. \end{aligned}$$

Ответ: 1)  $n = 3,02 \cdot 10^{11} \text{ м}^{-3}$ ; 2)  $N = 9,06 \cdot 10^{19}$ .

312. Фотон с энергией  $\varepsilon = 1,025$  МэВ рассеялся на первоначально покоившемся свободном электроне. Определить угол рассеяния фотона, если длина волны рассеянного фотона оказалась равной комптоновской длине волны  $\lambda_C = 2,43$  пм.

Дано:

$$\varepsilon = 1,025 \text{ МэВ} = 1,64 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$$

$$\lambda' = \lambda_C$$

$$\lambda_C = 2,43 \text{ пм} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$$

$$\vartheta - ?$$

Решение:

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad \lambda = \frac{hc}{\varepsilon},$$

$$\lambda' = \lambda + \lambda_C(1 - \cos\vartheta),$$

$$\lambda_C = \frac{hc}{\varepsilon} + \lambda_C(1 - \cos\vartheta),$$

$$\cos\vartheta = \frac{hc}{\lambda_C\varepsilon}, \quad \vartheta = \arccos\left(\frac{hc}{\lambda_C\varepsilon}\right).$$

Ответ:  $\vartheta = 60^\circ$ .

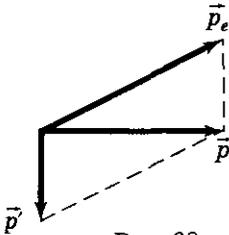


Рис. 68

313. Фотон с длиной волны  $\lambda = 5$  пм испытал комптоновское рассеяние под углом  $\vartheta = 90^\circ$  на первоначально покоившемся электроне (рис. 68). Определить: 1) изменение длины волны при рассеянии; 2) энергию электрона отдачи; 3) импульс электрона отдачи.

Дано:

$$\lambda = 5 \text{ пм} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ м}$$

$$\vartheta = 90^\circ$$

$$1) \Delta\lambda - ?$$

$$2) W_e - ?$$

$$3) p_e - ?$$

Решение:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_C(1 - \cos\vartheta) = \lambda_C(\cos\vartheta = 0),$$

$$W_e = \varepsilon - \varepsilon' = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = hc \frac{\Delta\lambda}{\lambda(\lambda + \Delta\lambda)},$$

$$\vec{p} = \vec{p}_e + \vec{p}', \quad (p_e)^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda + \Delta\lambda}\right)^2,$$

$$p_e = h \sqrt{\left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{1}{\lambda + \Delta\lambda}\right)^2}.$$

Ответ: 1)  $\Delta\lambda = 2,43$  пм; 2)  $W_e = 81,3$  кэВ; 3)  $p_e = 1,6 \cdot 10^{-22}$  кг · м/с.

### Задачи для самостоятельного решения

314. Черное тело находится при температуре  $T_1 = 3$  кК. При остывании тела длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на  $\Delta\lambda = 8$  мкм. Определите температуру  $T_2$ , до которой тело охладилось.

**315.** Черное тело нагрели от температуры  $T_1 = 600$  К до  $T_2 = 2400$  К. Определите: 1) во сколько раз увеличилась его энергетическая светимость; 2) как изменилась длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости.

**316.** Преобразуйте формулу Планка для спектральной плотности энергетической светимости черного тела от переменной  $\nu$  к переменной  $\lambda$ .

**317.** Определите максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности металла, если фототок прекращается при приложении задерживающего напряжения  $U_0 = 3,7$  В.

**318.** Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна 500 нм. Определите: 1) работу выхода электронов из этого металла; 2) максимальную скорость электронов, вырываемых из этого металла светом с длиной волны 400 нм.

**319.** Фотоны с энергией  $\epsilon = 5$  эВ вырывают фотоэлектроны из металла с работой выхода  $A = 4,7$  эВ. Определите максимальный импульс, передаваемый поверхности этого металла при вылете электрона.

**320.** Давление монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 500$  нм на зачерненную поверхность, расположенную перпендикулярно падающему излучению, равно 0,15 мкПа. Определите число фотонов, падающих на поверхность площадью 40 см<sup>2</sup> за 1 с.

**321.** Фотон с энергией  $\epsilon = 0,25$  МэВ рассеялся на первоначально покоившемся свободном электроне. Определите кинетическую энергию электрона отдачи, если длина волны рассеянного фотона изменилась на 20%.

---

**ОТВЕТЫ:** 314. 323 К. 315. 1) В 256 раз; 2) уменьшилась на 3,62 мкм. 317. 1,14 Мм/с. 318. 1) 2,49 эВ; 2) 468 км/с. 319.  $2,96 \cdot 10^{-25}$  кг · м/с. 320.  $4,52 \cdot 10^{17}$ . 321. 41,7 кэВ.

# 6

## Элементы квантовой механики

### 6.1. ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА МИКРОЧАСТИЦ

#### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

- ◆ Гипотеза де Бройля
- ◆ Скорость волн де Бройля (фазовая и групповая)
- ◆ Длина волны де Бройля
- ◆ Соотношения неопределенностей
- ◆ Плоская волна де Бройля

#### Основные формулы

Связь между длиной волны де Бройля частицы и ее импульсом  $p$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

[ $h$  — постоянная Планка].

- Для нерелятивистской частицы  $v \ll c$

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad \text{или} \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mT}}$$

[ $m$  — масса частицы;  $v$  — ее скорость;  $T$  — кинетическая энергия частицы].

- Для релятивистской частицы  $v \approx c$

$$\lambda = \frac{h}{mv \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{или} \quad \lambda = \frac{hc}{\sqrt{T(T + 2mc^2)}}$$

[ $m$  — масса частицы;  $v$  — ее скорость;  $c$  — скорость распространения света в вакууме;  $T$  — кинетическая энергия частицы].

**Фазовая скорость волны де Бройля**

$$v_{\Phi} = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{p} = \frac{c^2}{v}$$

[ $E = \hbar\omega$  — энергия частицы ( $\omega$  — циклическая частота);  $p = \hbar k$  — импульс ( $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  — волновое число),  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ].

Групповая скорость волны де Бройля

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp}.$$

Соотношения неопределенностей:

- для координаты и импульса частицы

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \quad \Delta y \Delta p_y \geq \hbar, \quad \Delta z \Delta p_z \geq \hbar$$

[\Delta x, \Delta y, \Delta z — неопределенности координат; \Delta p\_x, \Delta p\_y, \Delta p\_z — неопределенности соответствующих проекций импульса частицы на оси координат];

- для энергии и времени

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

[\Delta E — неопределенность энергии некоторого состояния системы; \Delta t — промежуток времени, в течение которого оно существует].

### Примеры решения задач

322. Определить длину волны де Бройля для нейтрона, движущегося со средней квадратичной скоростью при  $T = 290$  К.

Дано:

Решение:

$m = 1,675 \cdot 10^{-27}$ кг $T = 290$ К <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> $\lambda = ?$	$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m}},$ $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \langle v_{\text{кв}} \rangle} = \frac{h}{\sqrt{3kmT}}.$
---	--

Ответ:  $\lambda = 148$  пм.

323. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов  $U = 500$  В, имеет длину волны де Бройля  $\lambda = 1,282$  пм. Принимая заряд этой частицы равным заряду электрона, определить ее массу.

Дано:

Решение:

$U = 500$ В $\lambda = 1,282$ пм = $1,282 \cdot 10^{-12}$ м $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> $m = ?$	$eU = \frac{p^2}{2m}, \quad p = \sqrt{2meU},$ $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meU}}, \quad m = \frac{h^2}{2e\lambda^2 U}.$
--	---

Ответ:  $m = 1,672 \cdot 10^{-27}$  кг.

**324.** Вывести зависимость между длиной волны де Бройля релятивистской частицы и ее кинетической энергией.

Дано:

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda, T \\ \lambda(T) - ? \end{array} \right| \begin{array}{l} \lambda = \frac{h}{p}, \quad pc = \sqrt{T(T + 2mc^2)}, \quad p = \frac{\sqrt{T(T + 2mc^2)}}{c}, \\ \lambda = \frac{hc}{\sqrt{T(T + 2mc^2)}}. \end{array}$$

Ответ:  $\lambda = \frac{hc}{\sqrt{T(T + 2mc^2)}}$ .

**325.** Исходя из общей формулы для фазовой скорости ( $v_\Phi = \omega/k$ ), определить фазовую скорость волн де Бройля свободно движущейся с постоянной скоростью  $v$  частицы в случаях: 1) нерелятивистском; 2) релятивистском.

Дано:

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} v_\Phi = \omega/k \\ 1) v \ll c \\ 2) v \approx c \end{array} \right| \begin{array}{l} \omega = 2\pi\nu, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad v_{\Phi 1} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{E}{p}, \\ v \ll c, \quad E = \frac{p^2}{2m}, \quad v_{\Phi 1} = \frac{p^2}{2mp} = \frac{p}{2m} = \frac{mv}{2m} = \frac{v}{2}, \\ 1) v_{\Phi 1} - ? \\ 2) v_{\Phi 2} - ? \end{array} \left. \begin{array}{l} v \approx c, \quad E = mc^2, \\ v_{\Phi 2} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v}. \end{array} \right.$$

Ответ: 1)  $v_{\Phi 1} = \frac{v}{2}$ , 2)  $v_{\Phi 2} = \frac{c^2}{v}$ .

**326.** Определить связь между групповой и фазовой скоростями волн де Бройля.

Дано:

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} u, v_\Phi \\ u(v_\Phi) - ? \end{array} \right| \begin{array}{l} v_\Phi = \frac{\omega}{k}, \quad \omega = v_\Phi k, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad u = \frac{d\omega}{dk}, \\ u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk}(v_\Phi k) = v_\Phi + k \frac{dv_\Phi}{dk}, \end{array}$$

$$\frac{dv_\Phi}{dk} = \frac{dv_\Phi}{d\lambda} : \frac{dk}{d\lambda} = \frac{dv_\Phi}{d\lambda} : \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) = -\frac{\lambda^2}{2\pi} \frac{dv_\Phi}{d\lambda},$$

$$u = v_\Phi + k \frac{dv_\Phi}{dk} = v_\Phi + \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) \left( -\frac{\lambda^2}{2\pi} \right) \frac{dv_\Phi}{d\lambda} = v_\Phi - \lambda \frac{dv_\Phi}{d\lambda}.$$

Ответ:  $u = v_\Phi - \lambda \frac{dv_\Phi}{d\lambda}$ .

327. Учитывая для движущейся вдоль оси  $X$  микрочастицы соотношение неопределенностей для  $\Delta x$  и  $\Delta p_x$ , найти аналогичное соотношение для  $\Delta E$  и  $\Delta t$ , где  $\Delta E$  — неопределенность энергии,  $\Delta t$  — неопределенность промежутка времени, в течение которого изменяется энергия.

Решение:

$$\Delta x \Delta p_x \geq h, \quad E = \frac{mv_x^2}{2} = \frac{p_x^2}{2m},$$

$$\Delta E = \frac{2p_x \Delta p_x}{2m} = \frac{mv_x \Delta p_x}{m} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Delta p_x \quad \left( p_x = mv_x \text{ и } v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \right),$$

$$\Delta E \Delta t = \Delta x \Delta p_x, \quad \Delta E \Delta t \geq h.$$

328. Используя соотношение неопределенностей в форме  $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$ , оценить минимально возможную полную энергию электрона в атоме водорода. Принять неопределенность координаты равной радиусу атома. Сравнить полученный результат с теорией Бора.

Дано:

Решение:

$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$ $\Delta x = r$ $n = 1$ $Z = 1$ <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> $E_{\min} = ?$	$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \quad \frac{\Delta p_x}{p_x} \approx 1, \quad p_x \approx \Delta p_x = \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{\hbar}{r},$  $E = T + \Pi = \frac{p^2}{2m} + \left( -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right), \quad E = \frac{\hbar^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r},$  <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px;"> <math>r_{\min}: \frac{dE}{dr} = 0</math> </div> $\frac{dE}{dr} = -\frac{\hbar^2}{mr^3} + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2},$
--	---

$$\frac{1}{r^2} \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} - \frac{\hbar^2}{mr} \right) = 0, \quad r_{\min} = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2},$$

$$E_{\min} = \frac{\hbar^2}{2mr_{\min}^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{\min}} = -\frac{me^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2},$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}, \quad E_{\min} = -\frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2}.$$

Ответ:  $E_{\min} = -\frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2} = -13,6 \text{ эВ}.$

**329.** Длина волны  $\lambda$  излучаемого атомом фотона составляет 0,6 мкм. Принимая время жизни атома в возбужденном состоянии  $\Delta t = 10^{-8}$  с, определить отношение естественной ширины энергетического уровня, на который был возбужден электрон, к энергии, излученной атомом (рис. 69).

Дано:

$$\lambda = 0,6 \text{ мкм} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$\Delta t = 10^{-8} \text{ с}$$

$$\Delta E/E - ?$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{h \lambda}{\Delta t h c} = \frac{\lambda}{c \Delta t}$$

Решение:

$$\Delta E \Delta t \geq h,$$

$$\Delta E \Delta t = h, \quad \Delta E = \frac{h}{\Delta t},$$

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda},$$

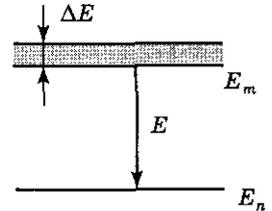


Рис. 69

Ответ:  $\frac{\Delta E}{E} = 2 \cdot 10^{-7}$ .

### Задачи для самостоятельного решения

**330.** Определите импульс и энергию: 1) рентгеновского фотона; 2) электрона, если длина волны того и другого равна  $10^{-10}$  м.

**331.** Определите, какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти протон, чтобы длина волны де Бройля для него была равна 1 нм.

**332.** Кинетическая энергия электрона равна 1 кэВ. Определите длину волны де Бройля.

**333.** Кинетическая энергия электрона равна 0,6 МэВ. Определите длину волны де Бройля.

**334.** Ширина следа электрона (обладающего кинетической энергией  $T = 1,5$  кэВ) на фотопластинке, полученного с помощью камеры Вильсона, составляет  $\Delta x = 1$  мкм. Определите, можно ли по данному следу обнаружить отклонение в движении электрона от законов классической механики.

**335.** Воспользовавшись соотношением неопределенностей, оцените размытость энергетического уровня в атоме водорода: 1) для основного состояния; 2) для возбужденного состояния (время его жизни равно  $10^{-8}$  с).

**ОТВЕТЫ:** 330. 1)  $p = 6,63 \cdot 10^{-24}$  кг · м/с;  $E = 12,4$  кэВ;

2)  $p = 6,63 \cdot 10^{-24}$  кг · м/с;  $E = 151$  эВ. 331. 0,822 мВ. 332. 38,8 пм.

333. 1,26 пм. 334.  $\frac{\Delta p_x}{p_x} = 10^{-4}$ ; нет. 335. 1) 0; 2) 414 нэВ.

## 6.2. УРАВНЕНИЕ ШРЁДИНГЕРА И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И УРАВНЕНИЯ

- ◆ Волновая функция и ее статистический смысл
- ◆ Плотность вероятности
- ◆ Условие нормировки вероятностей
- ◆ Принцип суперпозиции состояний
- ◆ Общее уравнение Шрёдингера
- ◆ Уравнение Шрёдингера для стационарных состояний
- ◆ Средние значения физических величин
- ◆ Движение свободной частицы
- ◆ Одномерная прямоугольная потенциальная яма с бесконечно высокими «стенками»
- ◆ Туннельный эффект
- ◆ Коэффициент прозрачности потенциального барьера
- ◆ Линейный гармонический осциллятор

### Основные формулы

**Вероятность нахождения частицы в объеме  $dV$**

$$dW = \Psi\Psi^* dV = |\Psi|^2 dV$$

[ $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$  — волновая функция, описывающая состояние частицы;  $\Psi^*$  — функция, комплексно сопряженная с  $\Psi$ ;  $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$  — квадрат модуля волновой функции].

*Для стационарных состояний*

$$dW = \psi\psi^* dV = |\psi|^2 dV$$

[ $\psi = \psi(x, y, z)$  — координатная (амплитудная) часть волновой функции].

**Плотность вероятности**

$$w = \frac{dW}{dV} = |\Psi|^2$$

[ $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$  — квадрат модуля волновой функции].

**Вероятность обнаружения частицы в объеме  $V$**

$$W = \int_V dW = \int_V |\Psi|^2 dV$$

[ $dW$  — вероятность обнаружения частицы в объеме  $dV$ ;  $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$  — волновая функция, описывающая состояние частицы].

**Условие нормировки вероятностей**

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dV = 1$$

[интегрирование производится по всему бесконечному пространству, т. е. по координатам  $x, y, z$  от  $-\infty$  до  $+\infty$ ].

Среднее значение физической величины  $L$ , характеризующей частицу, находящуюся в состоянии, описываемом волновой функцией  $\Psi$ ,

$$\langle L \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} L |\Psi|^2 dV = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^* L \Psi dV$$

[интегрирование производится по всему бесконечному пространству, т. е. по координатам  $x, y, z$  от  $-\infty$  до  $+\infty$ ].

Вероятность обнаружения частицы в интервале от  $x_1$  до  $x_2$

$$W = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx$$

$[\psi(x)$  — координатная часть волновой функции].

Общее уравнение Шрёдингера (временное уравнение Шрёдингера)

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(\vec{r}, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

$[\Psi = \Psi(x, y, z, t)$  — волновая функция, описывающая состояние частицы;  $\hbar = h/(2\pi)$ ;  $m$  — масса частицы;  $\Delta$  — оператор Лапласа

$(\Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2})$ ;  $i$  — мнимая единица;  $U(\vec{r}, t)$  — потенциальная функция частицы в силовом поле, в котором частица движется].

Уравнение Шрёдингера для стационарных состояний

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$$

$[\psi = \psi(x, y, z)$  — координатная часть волновой функции;  $\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-\frac{i}{\hbar} E t}$ ;  $U = U(x, y, z)$  — потенциальная энергия частицы;  $E$  — полная энергия частицы].

Волновая функция, описывающая одномерное движение свободной частицы,

$$\Psi(x, t) = A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - p_x x)}$$

$[A$  — амплитуда волны де Бройля;  $p_x = \hbar k$  — импульс частицы;  $E = \hbar \omega$  — энергия частицы].

Энергия свободно движущейся частицы

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{p_x^2}{2m}$$

$[p_x = \hbar k$  — импульс частицы;  $m$  — масса частицы].

Собственные значения энергии  $E_n$  частицы, находящейся в  $n$ -м энергетическом уровне в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими «стенками»,

$$E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

[ $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  — постоянная Планка;  $l$  — ширина ямы;  $m$  — масса частицы].

Собственная волновая функция, соответствующая вышеприведенному собственному значению энергии,

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Коэффициент прозрачности  $D$  прямоугольного потенциального барьера конечной ширины  $l$

$$D = D_0 \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)}l\right]$$

[ $D_0$  — множитель, который можно приравнять к единице;  $U$  — высота потенциального барьера;  $E$  — энергия частицы].

Уравнение Шрёдингера для линейного гармонического осциллятора в квантовой механике

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E - \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} \right) \psi = 0$$

$\left[ \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} = U \right.$  — потенциальная энергия осциллятора;  $\omega_0$  — собственная частота колебаний осциллятора;  $m$  — масса частицы  $\left. \right]$ .

Собственные значения энергии гармонического осциллятора

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

[ $\hbar$  — постоянная Планка;  $\omega_0$  — собственная частота колебаний осциллятора].

Энергия нулевых колебаний гармонического осциллятора

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_0.$$

### Примеры решения задач

**336.**  $\psi$ -Функция некоторой частицы имеет вид  $\psi = \frac{A}{r} e^{-r/a}$ , где  $r$  — расстояние этой частицы до силового центра (рис. 70);  $a$  — некоторая постоянная. Используя условие нормировки вероятностей, определите нормировочный коэффициент  $A$ .

Дано:

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} \psi = \frac{A}{r} e^{-r/a} \\ a = \text{const} \\ A - ? \end{array} \right\} \begin{array}{l} \int_V |\psi|^2 dV = 1, \quad dV = 4\pi r^2 dr, \\ \int_0^\infty \frac{A^2}{r^2} e^{-2r/a} \cdot 4\pi r^2 dr = 1, \end{array}$$

$$4\pi A^2 \int_0^\infty e^{-2r/a} dr = -\frac{4\pi}{2} A^2 a e^{-2r/a} \Big|_0^\infty = 2\pi A^2 a,$$

$$2\pi A^2 a = 1, \quad A = \sqrt{\frac{1}{2\pi a}}.$$

Ответ:  $A = \sqrt{\frac{1}{2\pi a}}$ .

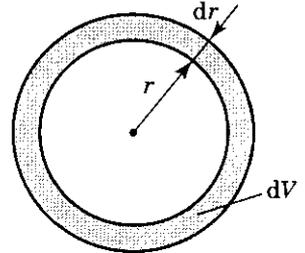


Рис. 70

**337.** Волновая функция, описывающая некоторую частицу, может быть представлена в виде  $\Psi(x, t) = \psi(x) e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$ . Показать, что плотность вероятности нахождения частицы определяется только координатной  $\psi$ -функцией.

Дано:

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} \Psi(x, t) = \psi(x) e^{-\frac{i}{\hbar}Et} \\ w - ? \end{array} \right\} \begin{array}{l} w = |\Psi(x, t)|^2, \quad |\Psi(x, t)|^2 = \Psi(x, t)\Psi^*(x, t), \\ w = \psi(x) e^{-\frac{i}{\hbar}Et} \psi^*(x) e^{\frac{i}{\hbar}Et} = \psi(x)\psi^*(x) = \\ = |\psi(x)|^2. \end{array}$$

Ответ:  $w = |\psi(x)|^2$ .

**338.** Волновая функция  $\psi = A \sin(2\pi x/l)$  определена только в области  $0 \leq x \leq l$ . Используя это условие нормировки, определить нормировочный коэффициент  $A$ .

Дано:

Решение:

$$\begin{array}{l} \psi = A \sin \frac{2\pi x}{l} \\ 0 \leq x \leq l \\ \hline A = ? \end{array} \left| \begin{array}{l} \int_0^l |\psi(x)|^2 dx = 1, \quad |\psi(x)|^2 = A^2 \sin^2 \frac{2\pi x}{l}, \\ \int_0^l |\psi(x)|^2 dx = \int_0^l A^2 \sin^2 \frac{2\pi x}{l} dx = A^2 \int_0^l \sin^2 \frac{2\pi x}{l} dx = \\ = A^2 \int_0^l \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \frac{4\pi x}{l} \right) dx = \frac{A^2}{2} \int_0^l dx - \frac{A^2}{2} \int_0^l \cos \frac{4\pi x}{l} dx = \\ = \frac{A^2}{2} x \Big|_0^l - \frac{A^2}{2} \frac{l}{4\pi} \sin \frac{4\pi x}{l} \Big|_0^l = \frac{A^2}{2} l, \quad \frac{A^2}{2} l = 1, \quad A = \sqrt{\frac{2}{l}}. \end{array} \right.$$

Ответ:  $A = \sqrt{\frac{2}{l}}$ .

339.  $\psi$ -Функция некоторой частицы имеет вид  $\psi = \frac{A}{r} e^{-r/a}$ , где  $r$  — расстояние этой частицы до силового центра;  $a$  — некоторая постоянная. Определить среднее расстояние  $\langle r \rangle$  частицы до силового центра.

Дано

Решение

$$\begin{array}{l} \psi = \frac{A}{r} e^{-r/a} \\ a = \text{const} \\ \hline \langle r \rangle = ? \end{array} \left| \begin{array}{l} \langle r \rangle = \int_0^{\infty} r |\psi|^2 dV = \int_0^{\infty} r \psi \psi^* dV, \quad dV = 4\pi r^2 dr, \\ A = \sqrt{\frac{1}{2\pi a}} \quad (\text{см. задачу 336}), \end{array} \right.$$

$$\langle r \rangle = \int_0^{\infty} \frac{1}{2\pi a r^2} e^{-2r/a} \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{2}{a} \int_0^{\infty} r e^{-2r/a} dr = \frac{2}{a} \frac{1}{\left(\frac{2}{a}\right)^2} = \frac{a}{2}.$$

Ответ:  $\langle r \rangle = \frac{a}{2}$ .

340. Волновая функция, описывающая основное состояние электрона в атоме водорода, имеет вид  $\psi = A e^{-r/a}$ , где  $r$  — расстояние электрона до ядра,  $a$  — первый боровский радиус. Определить наиболее вероятное расстояние  $r_B$  электрона до ядра.

Дано:

Решение:

$\psi = Ae^{-r/a}$	$dW =  \psi(r) ^2 dV, \quad dV = 4\pi r^2 dr$ (см. задачу 336), $dW = 4\pi A^2 r^2 e^{-2r/a} dr, \quad w = \frac{dW}{dr} = 4\pi A^2 r^2 e^{-2r/a},$
$a = \text{const}$	
$r_B = ?$	

$$\frac{dw}{dr} = 8\pi A^2 r e^{-2r/a} + 4\pi A^2 r^2 e^{-2r/a} \left(-\frac{2}{a}\right),$$

$\frac{dw}{dr} = 0$	$8\pi A^2 r e^{-2r/a} \left(1 - \frac{r}{a}\right) = 0, \quad 1 - \frac{r_B}{a} = 0, \quad r_B = a.$
---------------------	--

Ответ:  $r_B = a$ .

341. Определить длину волны фотона, испускаемого при переходе электрона в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками» шириной  $l = 0,2$  нм из состояния с  $n = 2$  в состояние с наименьшей энергией.

Дано:

Решение:

$l = 0,2$ нм = $2 \cdot 10^{-10}$ м	$h\nu = E_n - E_m, \quad \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{E_n - E_m},$ $E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$ $E_n - E_m = E_2 - E_1 = 4E_1 - E_1 = 3E_1.$
$n = 2$	
$m = 1$	
$\lambda = ?$	

$$\lambda = \frac{ch}{3E_1} = \frac{2chml^2}{3\pi^2 \hbar^2} = \frac{8cml^2}{3h}.$$

Ответ:  $\lambda = \frac{8cml^2}{3h}$

342. Волновая функция, описывающая состояние частицы в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками», имеет вид  $\psi(x) = A \sin kx$ . Определить: 1) вид собственной волновой функции  $\psi_n(x)$ ; 2) исходя из условия нормировки вероятностей, коэффициент  $A$ .

Дано:

Решение:

$\psi(x) = A \sin kx$	$\psi(0) = \psi(l) = 0, \quad \psi(l) = A \sin kl = 0, \quad kl = n\pi,$ $k = \frac{n\pi}{l}, \quad \psi_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{l}\right)x, \quad \int_0^l  \psi_n(x) ^2 dx = 1,$ $\int_0^l A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{l}x\right) dx = \frac{1}{2} A^2 l = 1.$
1) $\psi_n(x) = ?$	
2) $A = ?$	

Ответ: 1)  $\psi_n(x) = A \sin \frac{n\pi}{l} x$ ; 2)  $A = \sqrt{\frac{2}{l}}$ .

343. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $l$  с бесконечно высокими «стенками» (рис. 71). Определить вероятность  $W$  обнаружения электрона в средней трети «ямы», если электрон находится в возбужденном состоянии ( $n = 3$ ). Пояснить физический смысл полученного результата, изобразив графически плотность вероятности обнаружения электрона в данном состоянии.

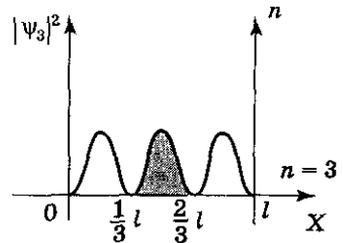


Рис. 71

Дано:

Решение:

$$\left. \begin{aligned} \psi_n(x) &= \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right) \\ n &= 3 \\ \frac{1}{3}l &\leq x \leq \frac{2}{3}l \\ W &= ? \end{aligned} \right\}$$

$$\psi_3(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{3\pi}{l}x\right),$$

$$W = \int_{l/3}^{2l/3} |\psi_3|^2 dx = \int_{l/3}^{2l/3} \frac{2}{l} \sin^2\left(\frac{3\pi}{l}x\right) dx =$$

$$= \frac{2}{l} \int_{l/3}^{2l/3} \frac{1}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{6\pi}{l}x\right)\right) dx = \frac{1}{l} \int_{l/3}^{2l/3} dx - \frac{1}{l} \int_{l/3}^{2l/3} \cos\left(\frac{6\pi}{l}x\right) dx =$$

$$= \frac{1}{l} x \Big|_{l/3}^{2l/3} - \frac{1}{l} \frac{l}{6\pi} \sin\left(\frac{6\pi}{l}x\right) \Big|_{l/3}^{2l/3} = \frac{1}{3} - \frac{1}{6\pi} \left( \sin\left(\frac{6\pi \cdot 2l}{l \cdot 3}\right) - \sin\left(\frac{6\pi l}{l \cdot 3}\right) \right) =$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{6\pi} (\sin 4\pi - \sin 2\pi) = \frac{1}{3}.$$

Ответ:  $W = \frac{1}{3}$ .

344. Протон с энергией  $E = 5$  эВ движется в положительном направлении оси  $X$ , встречая на своем пути прямоугольный потенциальный барьер высотой  $U = 10$  эВ и шириной  $l = 0,1$  нм. Определить: 1) вероятность прохождения протоном этого барьера; 2) во сколько раз надо сузить барьер, чтобы вероятность прохождения его протоном была такой же, как для электрона при вышеприведенных условиях.

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned}
 m_p &= 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \\
 E &= 5 \text{ эВ} = 8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \\
 U &= 10 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \\
 l &= 0,1 \text{ нм} = 10^{-10} \text{ м} \\
 m_e &= 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}
 \end{aligned}$$

$$W_p = D = \exp\left[-\frac{2l}{\hbar} \sqrt{2m_p(U-E)}\right],$$

$$W_e = \exp\left[-\frac{2l}{\hbar} \sqrt{2m_e(U-E)}\right],$$

1)  $W_p$  — ?

2)  $\frac{l}{l'}$  — ?

$$W'_p = W_e = \exp\left[-\frac{2l'}{\hbar} \sqrt{2m_p(U-E)}\right],$$

$$-\frac{2l'}{\hbar} \sqrt{2m_p(U-E)} = -\frac{2l}{\hbar} \sqrt{2m_e(U-E)}, \quad \frac{l}{l'} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}}.$$

Ответ: 1)  $W_p = 1,67 \cdot 10^{-43}$ ; 2)  $\frac{l}{l'} = 42,8$ .

**345.** Частица с энергией  $E$  движется в положительном направлении оси  $X$  и встречает на своем пути бесконечно широкий прямоугольный потенциальный барьер высотой  $U$ , причем  $E < U$  (рис. 72). Принимая  $A_1 = 1$  (как это обычно делается) и воспользовавшись условиями непрерывности волновой функции и ее первой производной на границе областей 1 и 2, определить плотность вероятности обнаружения частицы на расстоянии  $x$  от потенциального барьера.

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned}
 E &< U \\
 A_1 &= 1
 \end{aligned}$$

$$\psi_1(0) = \psi_2(0)$$

$$\psi'_1(0) = \psi'_2(0)$$

$$|\psi_2(x)|^2 \text{ — ?}$$

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar} E \psi_1 = 0,$$

$$\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar} (E - U) \psi_2 = 0,$$

$$\psi_1(x) = e^{ik_1x} + B_1 e^{-ik_1x},$$

$$k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}, \quad \psi_2(x) = A_2 e^{ik_2x}, \quad k_2 = \frac{\sqrt{2m(E-U)}}{\hbar},$$

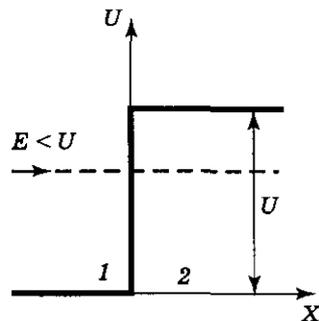


Рис. 72

$$\boxed{\psi_1(0) = \psi_2(0)} \quad 1 + B_1 = A_2,$$

$$\boxed{\psi'_1(0) = \psi'_2(0)} \quad k_1 - B_1 k_1 = k_2 A_2,$$

$$A_2 = \frac{2k_1}{k_1 + k_2}, \quad |\psi_2(x)|^2 = |A_2 e^{ik_2x}|^2 = \left| \frac{2k_1}{k_1 + k_2} \right|^2 e^{2ik_2x}, \quad k_2 = i\beta,$$

$$\beta = \frac{\sqrt{2m(U-E)}}{\hbar}, \quad |\psi_2(x)|^2 = \left| \frac{2k_1}{k_1 + i\beta} \right|^2 e^{-2\beta x}.$$

Ответ:  $|\psi_2(x)|^2 = \left| \frac{2k_1}{k_1 + i\beta} \right|^2 e^{-2\beta x}, \quad k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}, \quad \beta = \frac{\sqrt{2m(U-E)}}{\hbar}.$

**346.** Доказать, что волновая функция  $\psi(x) = A x e^{-\frac{\sqrt{mk}}{2\hbar} x^2}$  может быть решением уравнения Шрёдингера для гармонического осциллятора, масса которого  $m$  и постоянная квазиупругой силы  $k$ . Определить собственное значение полной энергии осциллятора.

Дано:

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} \psi(x) = A x e^{-\frac{\sqrt{mk}}{2\hbar} x^2} \\ m, k \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ E - ? \end{array} \right| \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar} \left( E - \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} \right) \psi = 0, \quad \frac{\sqrt{mk}}{2\hbar} = a, \\ \psi(x) = A x e^{-a x^2}, \\ \frac{\partial \psi}{\partial x} = A e^{-a x^2} - 2a A x^2 e^{-a x^2}, \end{array}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -2a A x e^{-a x^2} - 4a A x e^{-a x^2} + 4a^2 A x^3 e^{-a x^2} =$$

$$= -6a A x e^{-a x^2} + 4a^2 A x^3 e^{-a x^2},$$

$$-6a A x + 4a^2 A x^3 + \frac{2mEAx}{\hbar^2} - \frac{m^2\omega_0^2 A x^3}{\hbar^2} = 0,$$

$$-\frac{3\sqrt{mk}}{2\hbar} + \frac{2mk}{4\hbar^2} x^2 + \frac{mE}{\hbar^2} - \frac{m^2k}{m \cdot 2\hbar^2} x^2 = 0, \quad \frac{mE}{\hbar^2} = \frac{3\sqrt{mk}}{2\hbar},$$

$$E = \frac{3\hbar\sqrt{mk}}{2m} = \frac{3}{2} \hbar \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{3}{2} \hbar \omega_0.$$

Ответ:  $E = \frac{3}{2} \hbar \omega_0.$

### Задачи для самостоятельного решения

**347.** Используя условие нормировки вероятностей, определите нормировочный коэффициент волновой функции  $\psi(r) = A e^{-r^2/(2a^2)}$ , описывающей поведение некоторой частицы, где  $r$  — расстояние частицы от силового центра;  $a$  — некоторая постоянная.

**348.** Волновая функция, описывающая основное состояние электрона в атоме водорода, имеет вид  $\psi(r) = A e^{-r/a}$ , где  $r$  — расстояние электрона от ядра,  $a$  — первый боровский радиус. Определите среднее значение квадрата расстояния  $\langle r^2 \rangle$  электрона до ядра в основном состоянии.

**349.** Волновая функция, описывающая некоторую частицу, имеет вид  $\psi(r) = A e^{-r^2/(2a^2)}$ , где  $r$  — расстояние частицы от силового

центра;  $a$  — постоянная. Определите наиболее вероятное расстояние  $r_{\text{в}}$  частицы от силового центра.

**350.** Частица находится в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» шириной  $l$  с бесконечно высокими «стенками». Запишите уравнение Шрёдингера в пределах «ямы» ( $0 \leq x \leq l$ ) и решите его.

**351.** Известно, что нормированная собственная волновая функция, описывающая состояние электрона в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими «стенками», имеет вид  $\psi_n(x) = \sqrt{2/l} \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right)$ , где  $l$  — ширина ямы. Определите среднее значение координаты  $\langle x \rangle$  электрона.

**352.** Прямоугольный потенциальный барьер имеет ширину  $l = 0,1$  нм. Разность между высотой потенциального барьера и энергией движущегося в положительном направлении оси  $X$  электрона равна  $U - E = 5$  эВ. Определите, во сколько раз изменится коэффициент  $D$  прозрачности потенциального барьера для электрона, если разность  $U - E$  возрастет в 4 раза.

---

**ОТВЕТЫ:**    347.  $A = 1/\sqrt{\pi^{3/2}a^3}$ .    348.  $\langle r^2 \rangle = 3a^2$ .    349.  $r_{\text{в}} = a$ .  
350.  $\psi(x) = A \sin kx$ , где  $k = n\pi/l$ . 351.  $\langle x \rangle = l/2$ . 352. Уменьшится в 10 раз.

# 7

## ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ АТОМОВ И МОЛЕКУЛ

### 7.1. АТОМ ВОДОРОДА ПО БОРУ И ЕГО КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ

#### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

- ◆ Модель атома Резерфорда
- ◆ Линейчатый спектр атома водорода
- ◆ Радиусы разрешенных орбит в боровской теории атома водорода
- ◆ Энергия электрона в атоме водорода по Бору
- ◆ Энергия ионизации
- ◆ Энергия связи данного состояния
- ◆ Энергия возбуждения
- ◆ Спектр атома водорода по Бору
- ◆ Энергия электрона в атоме водорода при квантово-механическом описании
- ◆ Квантовые числа
- ◆ Спектр атома водорода при квантово-механическом описании
- ◆ 1s-состояние в атоме водорода

#### Основные формулы

Обобщенная формула Бальмера, описывающая серии в спектре излучения атома водорода,

$$\nu = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{или} \quad \frac{1}{\lambda} = R' \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

[ $\nu$  — частота спектральных линий в спектре атома водорода;  $R$  — постоянная Ридберга;  $\frac{1}{\lambda}$  — волновое число;  $m$  определяет серию ( $m = 1, 2, 3, \dots$ );  $n$  определяет отдельные линии соответствующей серии ( $n = m + 1, m + 2, \dots$ );  $m = 1$  (серия Лаймана),  $m = 2$  (серия Бальмера),  $m = 3$  (серия Пашена),  $m = 4$  (серия Брэкета),  $m = 5$  (серия Пфунда),  $m = 6$  (серия Хэмфри)].

**Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний)**

$$m_e v_n r_n = n \hbar \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

[ $m_e$  — масса электрона;  $v_n$  — скорость электрона по  $n$ -й орбите радиусом  $r_n$ ].

**Второй постулат Бора (правило частот)**

$$h\nu = E_n - E_m$$

[ $E_n$  и  $E_m$  — энергии стационарных состояний атома соответственно до и после излучения (поглощения)].

Радиус  $n$ -й стационарной орбиты в боровской модели атома водорода

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{m_e e^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$[\hbar$  — постоянная Планка;  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная;  $m_e$  — масса электрона;  $e$  — элементарный заряд].

Первый боровский радиус

$$r_1 = a = \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{m_e e^2} = 52,8 \text{ пм.}$$

Энергия электрона в атоме водорода по Бору

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ эВ} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$[\hbar$  — постоянная Планка;  $m_e$  — масса электрона;  $e$  — элементарный заряд].

Потенциальная энергия  $U(r)$  взаимодействия электрона с ядром в водородоподобном атоме

$$U = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$[r$  — расстояние между электроном и ядром;  $Z$  — порядковый номер элемента].

Собственное значение энергии  $E_n$  электрона в водородоподобном атоме

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Энергия электрона в атоме водорода при квантово-механическом описании

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Энергия ионизации атома водорода

$$E_i = -E_1 = \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2}.$$

Момент импульса (механический орбитальный момент) электрона

$$L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}$$

$[l$  — орбитальное квантовое число, принимающее при заданном  $n$  следующие значения:  $l = 0, 1, \dots, n-1$  (всего  $n$  значений)].

Проекция момента импульса на направление  $z$  внешнего магнитного поля

$$L_{lz} = \hbar m_l$$

[ $m_l$  — магнитное квантовое число, принимающее при заданном  $l$  следующие значения:  $m_l = 0, \pm 1, \dots, \pm l$  (всего  $2l + 1$  значений)].

Правила отбора для орбитального и магнитного чисел

$$\Delta l = \pm 1, \quad \Delta m_l = 0, \pm 1.$$

Нормированная волновая функция, отвечающая  $1s$ -состоянию (основному состоянию) электрона в атоме водорода,

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$$

[ $a = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2}$  — величина, совпадающая с первым боровским радиусом].

Вероятность обнаружить электрон в атоме водорода, находящемся в  $1s$ -состоянии, в интервале от  $r$  до  $r + dr$

$$dW = |\psi_{100}|^2 dV = |\psi_{100}|^2 \cdot 4\pi r^2 dr$$

[ $dV = 4\pi r^2 dr$  — элемент объема в виде сферического слоя радиусом  $r$  и толщиной  $dr$ ].

### Примеры решения задач

**353.** Максимальная длина волны спектральной водородной линии серии Лаймана  $\lambda_{\text{Л}} = 0,12$  мкм (рис. 73). Предполагая, что постоянная Ридберга неизвестна, определить максимальную длину волны линии серии Бальмера.

Дано:

$$\begin{aligned} Z &= 1 \\ \lambda_{\text{Л}} &= 0,12 \text{ мкм} = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ м} \\ m_{\text{Л}} &= 1 \\ m_{\text{Б}} &= 2 \\ \lambda_{\text{Б}} &= ? \end{aligned}$$

Решение:

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad \frac{1}{\lambda_{\text{Л}}} = R' \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right),$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda_{\text{Б}}} &= R' \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right), \\ \lambda_{\text{Б}} &= \lambda_{\text{Л}} \frac{\left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)}{\left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)}. \end{aligned}$$

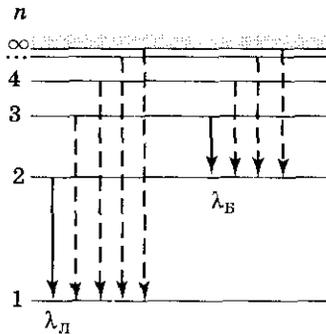


Рис. 73

Ответ:  $\lambda_{\text{Б}} = 0,648$  мкм.

**354.** Доказать, что энергетические уровни атома водорода могут быть описаны выражением  $E_n = -\frac{2\pi\hbar}{n^2} R$ , где  $R$  — постоянная Ридберга.

Дано:

Решение:

$$\begin{array}{l} Z = 1 \\ E_n = -\frac{2\pi\hbar}{n^2} R \text{ — ?} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} m_e v_n r_n = n\hbar, \quad \frac{m_e v_n^2}{r_n} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2}, \quad r_n = n^2 \frac{\hbar \cdot 4\pi\epsilon_0}{m_e e^2}, \\ E_n = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2}, \end{array} \right.$$

$$v = \frac{E_n - E_m}{h} = -\frac{m_e e^4}{h \cdot 8h^2 \epsilon_0^2} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad v = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad R = \frac{m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^2},$$

$$E_n = -\frac{2\pi\hbar}{n^2} R = -\frac{2\pi\hbar}{n^2} \frac{m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^2} = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2}.$$

**355.** Определить: 1) частоту  $f$  вращения электрона, находящегося на первой боровской орбите; 2) эквивалентную ей силу тока.

Дано:

Решение:

$$\begin{array}{l} n = 1 \\ r_1 = 52,8 \text{ пм} = \\ = 5,28 \cdot 10^{-11} \text{ м} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} mvr = n\hbar, \quad n = 1, \quad v_1 = \frac{\hbar}{mr_1}, \quad T = \frac{2\pi r_1}{v_1}, \\ f = \frac{1}{T}, \quad f = \frac{v_1}{2\pi r_1} = \frac{\hbar}{2\pi m r_1^2}, \quad I = \frac{e}{T} = ef. \end{array} \right.$$

1)  $f$  — ?  
2)  $I$  — ?

Ответ: 1)  $f = 6,58 \cdot 10^{15}$  Гц; 2)  $I = 1,05$  мА.

**356.** Основываясь на том, что первый потенциал возбуждения атома водорода  $\phi_1 = 10,2$  В, определить в электронвольтах энергию фотона, соответствующую второй линии серии Бальмера (рис. 74).

Дано:

Решение:

$$\begin{array}{l} \phi_1 = 10,2 \text{ В} \\ E_{4,2} \text{ — ?} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} e\phi_1 = hv_{1,2}, \\ hv_{1,2} = hR \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} hR, \end{array} \right.$$

$$e\phi_1 = \frac{3}{4} hR, \quad hR = \frac{4}{3} e\phi_1,$$

$$E_{4,2} = hR \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right) = \frac{3}{16} hR = \frac{1}{4} e\phi_1.$$

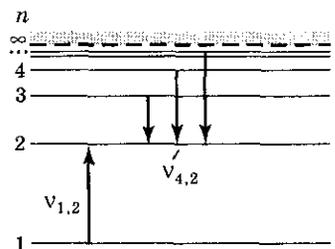


Рис. 74

Ответ:  $E_{4,2} = 2,55$  эВ.

357. Записать возможные значения орбитального квантового числа  $l$  и магнитного квантового числа  $m_l$  для главного квантового числа  $n = 4$ .

Решение:

$$\begin{aligned} n = 4, \quad l = 0, \quad m_l = 0. \\ l = 1, \quad m_l = 0, \pm 1. \\ l = 2, \quad m_l = 0, \pm 1, \pm 2. \\ l = 3, \quad m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3. \end{aligned}$$

358. Нормированная волновая функция, описывающая  $1s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид  $\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$ , где  $r$  — расстояние электрона от ядра;  $a$  — первый боровский радиус. Определить среднее значение потенциальной энергии электрона в поле ядра.

Дано:

Решение:

$$\begin{array}{l} \psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a} \\ a = \text{const} \\ \langle U \rangle = ? \end{array} \left| \begin{array}{l} U = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad \langle U \rangle = \int_V U \psi^* \psi dV, \quad dV = 4\pi r^2 dr, \\ \langle U \rangle = \int_0^\infty \left( -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \frac{1}{\pi a^3} e^{-2r/a} \cdot 4\pi r^2 dr = \\ = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a^3} \frac{4}{0} \int_0^\infty r e^{-2r/a} dr = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a^3} \frac{4}{(2/a)^2} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a^3} \frac{4}{4} a^2 = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a}. \end{array} \right.$$

Ответ:  $\langle U \rangle = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a}$ .

359. Нормированная волновая функция, описывающая  $1s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид  $\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$ , где  $r$  — расстояние электрона от ядра;  $a$  — первый боровский радиус. Определить вероятность  $W$  обнаружения электрона в атоме внутри сферы радиусом  $r = 0,05a$ .

Дано:

Решение:

$$\begin{array}{l} \psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a} \\ r = 0,05a \\ W = ? \end{array} \left| \begin{array}{l} dV = 4\pi r^2 dr, \\ dW = |\psi_{100}(r)|^2 dV = \left| \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a} \right|^2 4\pi r^2 dr, \\ W = \frac{4}{a^3} \int_0^{0,05a} r^2 e^{-2r/a} dr. \end{array} \right.$$

По условию задачи,  $r$  мало ( $r_{\max} = 0,05a$ ;  $a = 52,8$  пм), поэтому множитель  $e^{-2r/a}$  можно разложить в ряд:

$$e^{-2r/a} = 1 - \frac{2r}{a} + \frac{1}{2!} \left( \frac{2r}{a} \right)^2 - \dots;$$

$$\begin{aligned} W &= \frac{4}{a^3} \int_0^{0,05a} r^2 \left( 1 - \frac{2r}{a} \right) dr = \frac{4}{a^3} \left[ \int_0^{0,05a} r^2 dr - \frac{2}{a} \int_0^{0,05a} r^3 dr \right] = \\ &= \frac{4}{a^3} \left[ \frac{r^3}{3} \Big|_0^{0,05a} - \frac{2}{a} \frac{r^4}{4} \Big|_0^{0,05a} \right] = 1,54 \cdot 10^{-4}. \end{aligned}$$

Ответ:  $W = 1,54 \cdot 10^{-4}$ .

### Задачи для самостоятельного решения

**360.** Определите энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на второй.

**361.** Используя теорию Бора для атома водорода, определите: 1) радиус ближайшей к ядру орбиты (первый боровский радиус); 2) скорость движения электрона по этой орбите.

**362.** Определите скорость  $v$  электрона на третьей орбите атома водорода.

**363.** Основываясь на том, что энергия ионизации атома водорода  $E_i = 13,6$  эВ, определите в электронвольтах энергию фотона, соответствующую самой длинноволновой линии серии Бальмера.

**364.** Волновая функция  $\psi_{nlm_l}(r, \vartheta, \varphi)$ , описывающая атом водорода, определяется главным квантовым числом  $n$ , орбитальным квантовым числом  $l$  и магнитным квантовым числом  $m_l$ . Определить число различных состояний, соответствующих данному  $n$ .

**365.** Волновая функция, описывающая  $1s$ -состояние электрона в атоме водорода, имеет вид  $\psi = C e^{-r/a}$ , где  $r$  — расстояние электрона от ядра;  $a$  — первый боровский радиус. Определите нормированную волновую функцию, отвечающую этому состоянию.

---

**ОТВЕТЫ:** 360. 1,89 эВ. 361. 1) 52,8 пм; 2) 2,19 Мм/с. 362.  $v = e^2 / (n \cdot 4\pi\epsilon_0 \hbar) = 0,731$  Мм/с. 363. 1,89 эВ. 364.  $n^2$ . 365.  $\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}$ .

## 7.2. ЭЛЕМЕНТЫ СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКИ АТОМОВ И МОЛЕКУЛ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Моменты механические и магнитные орбитальные электронов и атомов
- ◆ Спин электрона
- ◆ Спиновое квантовое число
- ◆ Магнитное спиновое квантовое число
- ◆ Магнетон Бора
- ◆ Тождественные частицы
- ◆ Принцип неразличимости тождественных частиц
- ◆ Принцип Паули
- ◆ Электронные оболочки в атоме
- ◆ Рентгеновские спектры
- ◆ Сплошной (тормозной) рентгеновский спектр
- ◆ Характеристический рентгеновский спектр
- ◆ Закон Мозли

### Основные формулы

Спин (собственный механический момент импульса) электрона

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}$$

[ $s$  — спиновое квантовое число ( $s = 1/2$ ),  $\hbar \approx \frac{h}{2\pi}$ ].

Проекция спина на направление  $z$  внешнего магнитного поля

$$L_{sz} = \hbar m_s$$

[ $m_s$  — магнитное спиновое квантовое число ( $m_s = \pm 1/2$ )].

Принцип Паули

$$Z(n, l, m_l, m_s) = 0 \text{ или } 1$$

[ $Z(n, l, m_l, m_s)$  — число электронов, находящихся в квантовом состоянии, описываемом набором четырех квантовых чисел:  $n$  — главное,  $l$  — орбитальное,  $m_l$  — магнитное,  $m_s$  — магнитное спиновое].

Эти числа могут принимать следующие значения:

- главное  $n = 1, 2, 3, \dots$ ;
- орбитальное  $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ ;
- магнитное  $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ ;
- магнитное спиновое  $m_s = \pm 1/2$ .

Максимальное число электронов  $Z(n)$ , находящихся в состояниях, определяемых заданным главным квантовым числом  $n$ ,

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2$$

[ $l$  — орбитальное квантовое число].

### Коротковолновая граница сплошного рентгеновского спектра

$$\lambda_{\min} = \frac{ch}{eU}$$

[ $e$  — заряд электрона;  $U$  — разность потенциалов, приложенная к рентгеновской трубке].

**Закон Мозли**, определяющий частоты спектральных линий характеристического рентгеновского излучения:

$$\nu = R(Z - \sigma)^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

[ $R$  — постоянная Ридберга;  $Z$  — порядковый номер элемента в периодической системе;  $\sigma$  — постоянная экранирования;  $m$  определяет рентгеновскую серию ( $m = 1, 2, 3, \dots$ );  $n$  определяет отдельные линии соответствующей серии ( $n = m + 1, m + 2, \dots$ )].

**Закон Мозли для линии  $K_\alpha$**  ( $\sigma = 1$ )

$$\nu = R(Z - 1)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right).$$

### Примеры решения задач

**366.** Электрон в атоме находится в  $d$ -состоянии. Определить: 1) момент импульса (орбитальный)  $L_l$  электрона; 2) максимальное значение проекции момента импульса  $L_{lz\max}$  на направление внешнего магнитного поля.

*Дано:*

*Решение:*

$d$ -состояние $l = 2$	$L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad \boxed{l = 2}$
<hr style="border: none; border-top: 1px solid black;"/> 1) $L_l$ — ?	$L_l = \hbar \sqrt{6}, \quad \boxed{m_l = 0, \pm 1, \pm 2}$
2) $L_{lz\max}$ — ?	$m_{l\max} = 2, \quad L_{lz} = \hbar m_l, \quad L_{lz\max} = 2\hbar.$

*Ответ:* 1)  $L_l = 2,45\hbar$ ; 2)  $L_{lz\max} = 2\hbar$ .

**367.** Определить числовое значение: 1) собственного механического момента импульса (спина)  $L_s$ ; 2) проекции спина  $L_{sz}$  на направление внешнего магнитного поля.

*Решение:*

1)  $L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}, \quad s = \frac{1}{2}, \quad L_s = \hbar \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + 1 \right)} = \hbar \sqrt{\frac{3}{4}} = 9,09 \cdot 10^{-35} \text{ Дж} \cdot \text{с};$

2)  $L_{sz} = \hbar m_s, \quad m_s = \pm \frac{1}{2}, \quad L_{sz} = \pm \hbar \cdot \frac{1}{2} = \pm 5,25 \cdot 10^{-35} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$

368. Заполненной электронной оболочке соответствует главное квантовое число  $n = 3$ . Определить число электронов в этой оболочке, которые имеют одинаковые квантовые числа:  $m_s = -1/2$ ,  $m_l = 0$ ,  $m_l = -1$ ,  $m_s = 1/2$ .

Дано:

$$\left. \begin{array}{l} n = 3 \\ m_s = -1/2 \\ m_l = 0 \\ m_l = -1, m_s = 1/2 \\ \hline N - ? \end{array} \right\}$$

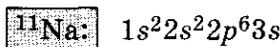
Решение:

$$\left. \begin{array}{l} l = 0, \quad m_l = 0, \quad m_s = \pm \frac{1}{2}; \\ l = 1, \quad m_l = 0, \pm 1, \quad m_s = \pm \frac{1}{2}; \\ l = 2, \quad m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \quad m_s = \pm \frac{1}{2}. \end{array} \right\}$$

Ответ:  $m_s = -\frac{1}{2}$ ,  $N = 9$ ;  $m_l = 0$ ,  $N = 6$ ;  $m_l = -1$ ,  $m_s = \frac{1}{2}$ ,  $N = 2$ .

369. Записать квантовые числа, определяющие внешний, или валентный, электрон в основном состоянии атома натрия.

Решение:



Валентный электрон:  $n = 3$ ,  $l = 0$ ,  $m_l = 0$ ,  $m_s = \pm \frac{1}{2}$ .

370. Определить длину волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра, если скорость  $v$  электронов, бомбардирующих анод рентгеновской трубки, составляет  $0,8c$ .

Дано:

$$\left. \begin{array}{l} v = 0,8c \\ m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \\ \hline \lambda_{\min} - ? \end{array} \right\}$$

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} eU = T, \quad T = mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1 \right), \quad eU = \frac{hc}{\lambda_{\min}}, \\ \frac{hc}{\lambda_{\min}} = mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1 \right), \end{array} \right\}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1 \right)} = \frac{h}{mc \left( \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1 \right)}$$

Ответ:  $\lambda_{\min} = 3,64 \text{ пм}$ .

371. Определить порядковый номер элемента в периодической системе элементов Менделеева, если длина волны  $\lambda$  линии  $K_\alpha$  характеристического рентгеновского излучения составляет  $72 \text{ пм}$ .

Дано:

$$\begin{array}{l} K_{\alpha}\text{-линия} \\ \sigma = 1 \\ \lambda = 72 \text{ пм} = 7,2 \cdot 10^{-11} \text{ м} \\ \hline Z = ? \end{array}$$

Решение:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} &= R'(Z - \sigma)^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \\ R' &= 1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}, \quad m = 1, \quad n = 2, \\ \frac{1}{\lambda} &= R'(Z - 1)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right), \quad (Z - 1)^2 = \frac{4}{3R'\lambda}, \\ Z &= \sqrt{\frac{4}{3R'\lambda}} + 1. \end{aligned}$$

Ответ:  $Z = 42$ , молибден.

372. Определить постоянную экранирования  $\sigma$  для  $L$ -серии рентгеновского излучения (рис. 75), если при переходе электрона в атоме вольфрама с  $M$ -оболочки на  $L$ -оболочку длина волны  $\lambda$  испущенного фотона составляет 140 пм.

Дано:

$$\begin{array}{l} Z = 74 \\ L \\ \lambda = 140 \text{ пм} = 1,4 \cdot 10^{-10} \text{ м} \\ L_{\alpha}\text{-линия} \\ \hline \sigma = ? \end{array}$$

Решение:

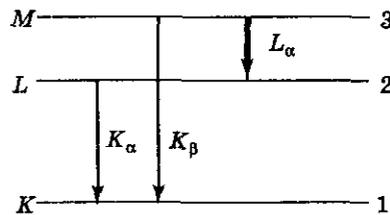


Рис. 75

$L_{\alpha}$ -линия:

$$\boxed{m = 2} \quad \boxed{n = 3} \quad \frac{1}{\lambda} = R'(Z - \sigma)^2 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right), \quad (Z - \sigma)^2 = \frac{36}{5R'\lambda},$$

$$\sigma = Z - \sqrt{\frac{36}{5R'\lambda}}.$$

Ответ:  $\sigma = 5,63$ .

### Задачи для самостоятельного решения

373. Электрон в атоме находится в  $f$ -состоянии. Определите возможные значения (в единицах  $\hbar$ ) проекции момента импульса  $L_{iz}$  орбитального движения электрона в атоме на направление внешнего магнитного поля.

374. Объясните, что лежит в основе классификации частиц на фермионы и бозоны, а также которые из них описываются симметричными волновыми функциями.

375. Исходя из принципа неразличимости тождественных частиц, дайте определение симметричной и антисимметричной волновых функций. Объясните, почему изменение знака волновой функции не влечет за собой изменение состояния.

376. Учитывая принцип Паули, определите максимальное число электронов, находящихся в состояниях, определяемых главным квантовым числом.

377. Заполненной электронной оболочке соответствует главное квантовое число  $n = 4$ . Определите число электронов на этой оболочке, которые имеют одинаковые следующие квантовые числа: 1)  $m_l = -3$ ; 2)  $m_s = 1/2$ ,  $l = 2$ ; 3)  $m_s = -1/2$ ,  $m_l = 1$ .

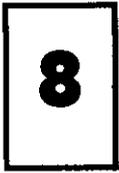
378. Электронная конфигурация некоторого элемента  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s$ . Определите этот элемент.

379. Определите длину волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра, если при увеличении напряжения на рентгеновской трубке в два раза она изменилась на 50 пм.

380. В атоме вольфрама электрон перешел с  $M$ -оболочки на  $L$ -оболочку. Принимая постоянную экранирования  $\sigma = 5,63$ , определите энергию испущенного фотона.

---

ОТВЕТЫ: 377. 1) 2; 2) 5; 3) 3. 379. 100 пм. 380. 8,88 кэВ.



# Элементы физики атомного ядра и элементарных частиц

## 8.1. ХАРАКТЕРИСТИКИ АТОМНОГО ЯДРА. ЯДЕРНЫЕ СИЛЫ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

- ◆ Атомное ядро и его состав
- ◆ Зарядовое число
- ◆ Заряд ядра
- ◆ Массовое число
- ◆ Изотопы
- ◆ Изобары
- ◆ Изотоны
- ◆ Радиус ядра
- ◆ Спин (собственный момент импульса) ядра
- ◆ Магнитный момент ядра
- ◆ Ядерный магнетон
- ◆ Энергия связи ядра
- ◆ Дефект массы ядра
- ◆ Удельная энергия связи ядра
- ◆ Ядерные силы
- ◆ Модели ядра

### Основные формулы

Радиус ядра атома

$$R = R_0 A^{1/3}$$

[ $R_0 = (1,3—1,7)$  фм;  $A$  — массовое число].

Энергия связи ядра атома

$$E_{\text{св}} = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}]c^2 = [Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m]c^2$$

[ $m_p$ ,  $m_n$ ,  $m_{\text{я}}$  — соответственно массы протона, нейтрона и ядра;  $Z$  — зарядовое число;  $A$  — массовое число;  $m_{\text{H}} = m_p + m_e$  — масса атома водорода ( ${}^1_1\text{H}$ );  $m$  — масса атома].

Дефект массы ядра

$$\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_{\text{я}} = [Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n] - m$$

[ $m_p$ ,  $m_n$ ,  $m_{\text{я}}$  — соответственно массы протона, нейтрона и ядра;  $Z$  — зарядовое число;  $A$  — массовое число;  $m_{\text{H}} = m_p + m_e$  — масса атома водорода ( ${}^1_1\text{H}$ );  $m$  — масса атома].

Удельная энергия связи

$$\delta E_{\text{св}} = \frac{E_{\text{св}}}{A}.$$

Спин (собственный момент импульса) ядра

$$L_{\text{я}} = \hbar \sqrt{I(I+1)}$$

[ $\hbar = h/(2\pi)$  — постоянная Планка;  $I$  — спиновое ядерное квантовое число ( $I = 0, 1/2, 1, 3/2, \dots$ )].

Связь между магнитным моментом  $\vec{p}_{\text{мя}}$  и собственным моментом импульса (спина)  $\vec{L}_{\text{я}}$  ядра

$$\vec{p}_{\text{мя}} = g_{\text{я}} \vec{L}_{\text{я}}$$

[ $g_{\text{я}}$  — ядерное гиромагнитное отношение].

Ядерный магнетон

$$\mu_{\text{я}} = \frac{e\hbar}{2m_p}$$

[ $e$  — заряд электрона;  $\hbar = h/(2\pi)$  — постоянная Планка;  $m_p$  — масса протона].

### Примеры решения задач

381. Определить удельную энергию связи  $\delta E_{\text{св}}$  (энергию связи, отнесенную к одному нуклону) для ядер: 1)  ${}^4_2\text{He}$ ; 2)  ${}^{12}_6\text{C}$ . Массы нейтральных атомов гелия и углерода соответственно равны  $6,6467 \cdot 10^{-27}$  кг и  $19,9272 \cdot 10^{-27}$  кг.

Дано:

Решение:

1) ${}^4_2\text{He}$	$E_{\text{св}} = \Delta mc^2, \quad E_{\text{св}} = [Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_{\text{n}} - m]c^2,$ $\delta E_{\text{св}} = \frac{[Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_{\text{n}} - m]c^2}{A},$ $m_{{}^4_2\text{He}} = 6,6467 \cdot 10^{-27} \text{ кг}, \quad m_{{}^{12}_6\text{C}} = 19,9272 \cdot 10^{-27} \text{ кг},$ $m_{\text{n}} = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}, \quad m_{\text{H}} = 1,6736 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$
2) ${}^{12}_6\text{C}$	
$\delta E_{\text{св}} = ?$	

Ответ: 1)  $\delta E_{\text{св}} = 7,1$  МэВ/нуклон; 2)  $\delta E_{\text{св}} = 7,7$  МэВ/нуклон.

382. Энергия связи  $E_{\text{св}}$  ядра, состоящего из трех протонов и четырех нейтронов, равна 39,3 МэВ. Определить массу  $m$  нейтрального атома.

Дано:

$$E_{\text{св}} = 39,3 \text{ МэВ} = 6,288 \cdot 10^{-22} \text{ Дж}$$

$$Z = 3$$

$$N = 4$$

$$m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$m_H = 1,6736 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$m = ?$$

Решение:

$$E_{\text{св}} = [Zm_H + (A - Z)m_n - m]c^2,$$

$$\frac{E_{\text{св}}}{c^2} = Zm_H + (A - Z)m_n - m,$$

$$m = Zm_H + (A - Z)m_n - \frac{E_{\text{св}}}{c^2}.$$

Ответ:  $m = 1,165 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$ .

### Задачи для самостоятельного решения

383. Определите, пользуясь таблицей Менделеева, число нейтронов и протонов в атомах платины и урана.

384. Определите энергию связи ядра атома гелия  ${}^4_2\text{He}$ . Масса нейтрального атома гелия равна  $6,6467 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ .

385. Определите массу изотопа  ${}^{15}_7\text{N}$ , если изменение массы при образовании ядра  ${}^{15}_7\text{N}$  составляет  $0,2508 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ .

---

ОТВЕТЫ: 384. 28,4 МэВ. 385.  $2,4909 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$ .

---

## 8.2. РАДИОАКТИВНОСТЬ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Радиоактивность естественная и искусственная
- ◆ Закон радиоактивного распада
- ◆ Радиоактивный распад
- ◆ Типы радиоактивных излучений
- ◆ Среднее время жизни радиоактивного ядра
- ◆ Бета-распад
- ◆ Период полураспада
- ◆ Альфа-распад
- ◆ Гамма-излучение ядер

### Основные формулы

Число ядер, распавшихся в среднем за промежуток времени от  $t$  до  $t + dt$ ,

$$dN = -\lambda N dt$$

[ $N$  — число нераспавшихся ядер к моменту времени  $t$ ;  $\lambda$  — постоянная радиоактивного распада].

## Закон радиоактивного распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

[ $N$  — число нераспавшихся ядер к моменту времени  $t$ ;  $N_0$  — начальное число нераспавшихся ядер (в момент времени  $t = 0$ );  $\lambda$  — постоянная радиоактивного распада].

Число ядер, распавшихся за время  $t$ ,

$$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}).$$

Связь между периодом полураспада  $T_{1/2}$  и постоянной радиоактивного распада  $\lambda$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

Связь между средним временем жизни  $\tau$  радиоактивного ядра и постоянной  $\lambda$  радиоактивного распада

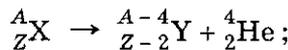
$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

## Активность нуклида

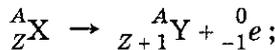
$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N.$$

## Правила смещения:

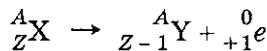
- для  $\alpha$ -распада



- для  $\beta^-$ -распада

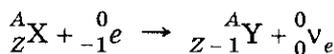


- для  $\beta^+$ -распада



[ ${}^A_Z X$  — материнское ядро;  $Y$  — символ дочернего ядра;  ${}^4_2 \text{He}$  — ядро гелия ( $\alpha$ -частица);  ${}^0_{-1} e$  — символическое обозначение электрона (заряд его равен  $-1$ , а массовое число — нулю);  ${}^0_{+1} e$  — символическое обозначение позитрона (заряд его равен  $+1$ , а массовое число — нулю)].

## Схема электронного захвата



[ ${}^0_0 \nu_e$  — нейтрино].

### Примеры решения задач

**386.** Определить, во сколько раз начальное количество ядер радиоактивного изотопа уменьшится за три года, если за один год оно уменьшилось в 4 раза.

Дано:

Решение:

$t_1 = 1$ год	$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad N_1 = N_0 e^{-\lambda t_1}, \quad N_2 = N_0 e^{-\lambda t_2},$
$t_2 = 3$ года	
$N_0/N_1 = 4$	
$N_0/N_2 = ?$	$\frac{N_0}{N_1} = e^{\lambda t_1} = 4, \quad \lambda = \frac{\ln 4}{t_1},$
	$\frac{N_0}{N_2} = e^{\lambda t_2} = e^{\frac{\ln 4 \cdot t_2}{t_1}} = e^{3 \ln 4}.$

Ответ:  $N_0/N_2 = 64.$

**387.** Определить период полураспада радиоактивного изотопа, если  $5/8$  начального количества ядер этого изотопа распалось за время  $t = 849$  с.

Дано:

Решение:

$\frac{\Delta N}{N_0} = \frac{5}{8}$	$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad \frac{\Delta N}{N_0} = \frac{N_0 - N}{N_0} = 1 - e^{-\lambda t} = \frac{5}{8}, \quad e^{-\lambda t} = \frac{3}{8},$
$t = 849$ с	
$T_{1/2} = ?$	
	$-\lambda t = \ln \frac{3}{8}, \quad \lambda = \frac{\ln \frac{8}{3}}{t}, \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2 \cdot t}{\ln \frac{8}{3}}.$

Ответ:  $T_{1/2} = 10$  мин.

**388.** Вывести формулу для скорости (активности) радиоактивного распада через период полураспада  $T_{1/2}$  и начальное число  $N_0$  радиоактивных атомов.

Дано:

Решение:

$N_0$	$dN = -\lambda N dt, \quad A = \left  \frac{dN}{dt} \right  = \lambda N, \quad N = N_0 e^{-\lambda t},$
$T_{1/2}$	
$A = ?$	
	$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}, \quad A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_0 e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}}}.$

Ответ:  $A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_0 e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}}}.$

389. Первоначальная масса радиоактивного изотопа иода  $^{131}_{53}\text{I}$  (период полураспада  $T_{1/2} = 8$  сут) равна 1 г. Определить: 1) начальную активность изотопа; 2) его активность через 3 сут.

Дано:

$$M = 131 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$m = 1 \text{ г} = 10^{-3} \text{ кг}$$

$$T_{1/2} = 8 \text{ сут} = 6,91 \cdot 10^5 \text{ с}$$

$$t = 3 \text{ сут} = 2,59 \cdot 10^5 \text{ с}$$

$$1) A_0 \text{ — ?}$$

$$2) A \text{ — ?}$$

Решение:

$$A_0 = \lambda N_0, \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}, \quad N_0 = \frac{m N_A}{M},$$

$$A_0 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{m N_A}{M}, \quad A = A_0 e^{-\lambda t},$$

$$A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{m N_A}{M} e^{-\lambda t}.$$

Ответ: 1)  $A_0 = 4,61 \cdot 10^{15}$  Бк; 2)  $A = 3,55 \cdot 10^{15}$  Бк.

390. Определить период полураспада  $T_{1/2}$  некоторого радиоактивного изотопа, если его активность за 5 сут уменьшилась в 2,2 раза.

Дано:

$$A_0/A = 2,2$$

$$t = 5 \text{ сут}$$

$$T_{1/2} \text{ — ?}$$

Решение:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}, \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}, \quad A = A_0 e^{-\lambda t},$$

$$\lambda = \frac{1}{t} \ln \frac{A_0}{A}, \quad T_{1/2} = t \frac{\ln 2}{\ln 2,2}.$$

Ответ:  $T_{1/2} = 4,4$  сут.

391. Пользуясь таблицей Менделеева и правилами смещения, определить, в какой элемент превращается  $^{238}_{92}\text{U}$  после трех  $\alpha$ -распадов и двух  $\beta^-$ -распадов.

Дано:

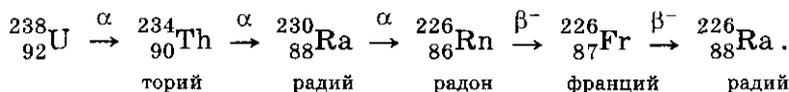
$$^{238}_{92}\text{U}$$

$$3\alpha$$

$$2\beta^-$$

$$X \text{ — ?}$$

Решение:



Ответ:  $^{226}_{88}\text{Ra}$ .

### Задачи для самостоятельного решения

392. Считая постоянную  $\lambda$  радиоактивного распада известной и используя закон радиоактивного распада, выведите выражение: 1) для периода полураспада  $T_{1/2}$  радиоактивного ядра; 2) для среднего времени жизни  $\tau$  радиоактивного ядра.

393. Постоянная радиоактивного распада изотопа  ${}^{210}_{82}\text{Pb}$  равна  $10^{-9} \text{ с}^{-1}$ . Определите время, в течение которого распадется  $2/5$  начального количества ядер этого радиоактивного изотопа.

394. Начальная активность 1 г изотопа радия  ${}^{226}_{88}\text{Ra}$  равна 1 Ки. Определите период полураспада  $T_{1/2}$  этого изотопа.

395. Пользуясь таблицей Менделеева и правилами смещения, определите, в какой элемент превращается  ${}^{238}_{92}\text{U}$  после шести  $\alpha$ -распадов и трех  $\beta^-$ -распадов.

396. Определите, сколько  $\beta^-$ - и  $\alpha$ -частиц выбрасывается при превращении ядра таллия  ${}^{210}_{81}\text{Tl}$  в ядро свинца  ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ .

397. Радиоактивный изотоп радия  ${}^{225}_{88}\text{Ra}$  претерпевает четыре  $\alpha$ -распада и два  $\beta^-$ -распада. Определите для конечного ядра: 1) зарядовое число  $Z$ ; 2) массовое число  $A$ .

---

ОТВЕТЫ: 392. 1)  $T_{1/2} = (\ln 2)/\lambda$ ; 2)  $\tau = 1/\lambda$ . 393. 16,2 года.  
394. 1582 года. 395.  ${}^{209}_{83}\text{Bi}$ . 396. Три  $\beta^-$ -частицы и одна  $\alpha$ -частица.  
397. 1) 82; 2) 209.

---

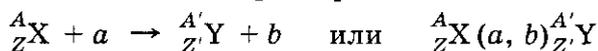
## 8.3. ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ И ИХ ОСНОВНЫЕ ТИПЫ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

- |                                 |                                |
|---------------------------------|--------------------------------|
| ◆ Ядерные реакции               | ◆ Реакция деления ядра         |
| ◆ Экзотермическая реакция       | ◆ Цепная реакция деления       |
| ◆ Эндотермическая реакция       | ◆ Реакция синтеза атомных ядер |
| ◆ Классификация ядерных реакций | ◆ Термоядерная реакция         |

### Основные формулы

Символическая запись ядерной реакции



$[{}^A_Z\text{X}$  и  ${}^{A'}_{Z'}\text{Y}$  — исходное и конечное ядра соответственно с зарядовыми числами  $Z$  и  $Z'$  и массовыми числами  $A$  и  $A'$ ;  $a$  и  $b$  — соответственно

бомбардирующая и испускаемая (или испускаемые) в ядерной реакции частицы].

Энергия ядерной реакции

$$Q = c^2[(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)]$$

[ $m_1$  и  $m_2$  — масса покоя ядра-мишени и масса бомбардирующей частицы;  $(m_3 + m_4)$  — сумма масс покоя ядер продуктов реакции.

Если  $Q > 0$  — экзотермическая реакция, то  $Q < 0$  — эндотермическая реакция].

Скорость нарастания цепной реакции

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N(k-1)}{T},$$

откуда

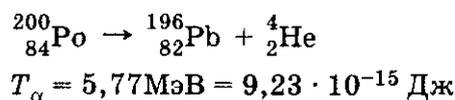
$$N = N_0 \exp[(k-1)t/T]$$

[ $N_0$  — число нейтронов в начальный момент времени;  $N$  — число нейтронов в момент времени  $t$ ;  $T$  — среднее время жизни одного поколения;  $k$  — коэффициент размножения нейтронов].

### Примеры решения задач

**398.** Покоившееся ядро полония  ${}^{200}_{84}\text{Po}$  испускает  $\alpha$ -частицу с кинетической энергией  $T_\alpha = 5,77$  МэВ. Определить: 1) скорость отдачи дочернего ядра; 2) какую долю кинетической энергии  $\alpha$ -частицы составляет энергия отдачи дочернего ядра.

Дано:



1)  $v_d$  — ?

2)  $\frac{T_d}{T_\alpha}$  — ?

Решение:

$$m_\alpha v_\alpha = m_d v_d, \quad T_\alpha = \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2},$$

$$v_d = \frac{m_\alpha v_\alpha}{m_d} = \frac{\sqrt{2m_\alpha T_\alpha}}{m_d},$$

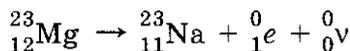
$$T_d = \frac{m_d v_d^2}{2} = \frac{m_\alpha T_\alpha}{m_d}, \quad \frac{T_d}{T_\alpha} = \frac{m_\alpha}{m_d}.$$

Ответ: 1)  $v_d = 339$  км/с; 2)  $\frac{T_d}{T_\alpha} = 0,02$ .

**399.** Определить энергию, выделяющуюся в результате реакции  ${}^{23}_{12}\text{Mg} \rightarrow {}^{23}_{11}\text{Na} + {}^0_1e + {}^0_0\nu$ . Массы нейтральных атомов магния и натрия соответственно равны  $3,8184 \cdot 10^{-26}$  кг и  $3,8177 \cdot 10^{-26}$  кг.

Дано:

Решение:



$$m_{\text{Mg}} = 3,8184 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$$

$$m_{\text{Na}} = 3,8177 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$$

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$Q = ?$

$$m_{\text{Mg}}^{\text{я}} = m_{\text{Mg}} - 12 m_e,$$

$$m_{\text{Na}}^{\text{я}} = m_{\text{Na}} - 11 m_e,$$

$$m_{\text{Mg}}^{\text{я}} c^2 = m_{\text{Na}}^{\text{я}} c^2 + T_{\text{Na}} + m_{e^+} c^2 + T_e + T_{\nu},$$

$$m_{e^+} = m_e,$$

$$Q = T_{\text{Na}} + T_{e^+} + T_{\nu} = (m_{\text{Mg}}^{\text{я}} - m_{\text{Na}}^{\text{я}} - m_{e^+}) c^2,$$

$$Q = (m_{\text{Mg}} - 12 m_e - m_{\text{Na}} + 11 m_e - m_e) c^2, \quad Q = (m_{\text{Mg}} - m_{\text{Na}} - 2 m_e) c^2.$$

Ответ:  $Q = 2,91 \text{ МэВ}$ .

400. Определить, является ли реакция  ${}_{3}^7\text{Li} + {}_{1}^1\text{H} \rightarrow {}_{4}^7\text{Be} + {}_{0}^1n$  экзотермической или эндотермической. Найти энергию ядерной реакции.

Дано:

Решение:

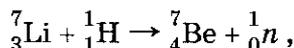
$$m_{\text{Li}} = 11,65079 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$m_{\text{H}} = 1,6736 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$m_{\text{Be}} = 11,65231 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$\Delta E = ?$



$$\Delta E = (m_{\text{Li}} + m_{\text{H}} - m_{\text{Be}} - m_n) c^2.$$

Ответ:  $\Delta E = -1,64 \text{ МэВ}$ ; реакция эндотермическая.

401. Определить зарядовое число  $Z$  и массовое число  $A$  частицы, обозначенной буквой  $x$ , в символической записи ядерной реакции:

$$1) {}_{7}^{14}\text{N} + {}_{2}^4\text{He} \rightarrow {}_{8}^{17}\text{O} + x; \quad 2) {}_{4}^9\text{Be} + {}_{2}^4\text{He} \rightarrow {}_{6}^{12}\text{C} + x; \quad 3) {}_{3}^6\text{Li} + x \rightarrow {}_{1}^3\text{H} + {}_{2}^4\text{He}.$$

Решение:

$$1) {}_{7}^{14}\text{N} + {}_{2}^4\text{He} \rightarrow {}_{8}^{17}\text{O} + x; \quad Z = 1, \quad A = 1, \quad {}_1^1p;$$

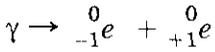
$$2) {}_{4}^9\text{Be} + {}_{2}^4\text{He} \rightarrow {}_{6}^{12}\text{C} + x; \quad Z = 0, \quad A = 1, \quad {}_0^1n;$$

$$3) {}_{3}^6\text{Li} + x \rightarrow {}_{1}^3\text{H} + {}_{2}^4\text{He}; \quad Z = 0, \quad A = 1, \quad {}_0^1n.$$

402. В процессе осуществления реакции  $\gamma \rightarrow {}_{-1}^0e + {}_{+1}^0e$  энергия  $E_0$  фотона составляет 2,02 МэВ. Определить полную кинетическую энергию позитрона и электрона в момент их возникновения.

Дано:

Решение:



$$E_0 = 2,02 \text{ МэВ} = 3,23 \cdot 10^{-19} \text{ эВ}$$

$$T = ?$$

$$E_0 = 2mc^2 + T, \quad T = E_0 - 2mc^2.$$

Ответ:  $T = 1 \text{ МэВ}$ .

403. Определить кинетическую энергию  $T$  и скорость  $v$  теплового нейтрона при температуре окружающей среды, равной  $17^\circ\text{C}$ .

Дано:

Решение:

$$m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$t = 17^\circ\text{C}$$

$$T = 290 \text{ К}$$

$$E = ?$$

$$v = ?$$

$$E = \frac{3}{2}kT, \quad E = \frac{m_n v^2}{2}, \quad v = \sqrt{\frac{2E}{m_n}}.$$

Ответ:  $E = 6 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$ ;  $v = 2,68 \text{ км/с}$ .

404. Определить, во сколько раз увеличится число нейтронов в цепной ядерной реакции за время  $t = 10 \text{ с}$ , если среднее время жизни  $T$  одного поколения составляет 80 мс, а коэффициент размножения нейтронов  $k = 1,002$ .

Дано:

Решение:

$$t = 10 \text{ с}$$

$$T = 80 \text{ мс} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ с}$$

$$k = 1,002$$

$$N/N_0 = ?$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N(k-1)}{T}, \quad N = N_0 e^{\frac{(k-1)t}{T}},$$

$$\frac{N}{N_0} = e^{\frac{(k-1)t}{T}}.$$

Ответ:  $N/N_0 = 1,284$ .

### Задачи для самостоятельного решения

405. Определите, поглощается или выделяется энергия при ядерной реакции  ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0n$ . Найдите эту энергию.

406. Запишите недостающее обозначение  $x$  в следующих ядерных реакциях: 1)  ${}^{10}_5\text{B}(n, \alpha) x$ ; 2)  ${}^{40}_{18}\text{Ar}(\alpha, n) x$ ; 3)  $x(p, n){}^{37}_{18}\text{Ar}$ ; 4)  ${}^3_2\text{He}(x, p){}^3_1\text{H}$ ; 5)  $x(n, \alpha){}^3_1\text{H}$ .

407. Дополните недостающее обозначение  $x$  в следующих ядерных реакциях:

- 1)  ${}^{235}_x\text{U} + {}^1_0n \rightarrow {}^{145}_{57}\text{La} + x + 4{}^1_0n$ ;
- 2)  ${}^{235}_x\text{U} + {}^1_0n \rightarrow {}^{99}_x\text{Zr} + {}^{135}_x\text{Te} + x{}^1_0n$ ;
- 3)  ${}^{232}_x\text{Th} + {}^1_0n \rightarrow x + {}^{140}_x\text{Xe} + 3{}^1_0n$ ;
- 4)  ${}_x\text{Pu} + {}^1_0n \rightarrow {}^{80}_x\text{Se} + {}^{157}_x\text{Nd} + 3{}^1_0n$ .

408. Ядро урана  ${}^{235}_{92}\text{U}$ , захватывая тепловой нейтрон, делится на два осколка с массовыми числами 95 и 139, второй из которых, являясь радиоактивным, претерпевает три  $\beta^-$ -распада. Запишите реакцию деления, а также цепочку  $\beta^-$ -распадов.

---

ОТВЕТ: 405. 17,6 МэВ.

---

## 8.4. ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

- ◆ Космическое излучение
- ◆ Типы взаимодействий элементарных частиц: сильное, электромагнитное, слабое, гравитационное
- ◆ Фотоны
- ◆ Адроны
- ◆ Мюоны и их свойства
- ◆ Мезоны и их свойства
- ◆ Классификация элементарных частиц
- ◆ Лептонное число
- ◆ Барionное число
- ◆ Закон сохранения лептонного числа
- ◆ Закон сохранения барионного числа
- ◆ Изотопический мультиплет
- ◆ Изотопический спин
- ◆ Принцип зарядового сопряжения
- ◆ Странность и ее закон сохранения
- ◆ Четность и ее закон сохранения
- ◆ Кварки

### Примеры решения задач

**409.** Принимая, что энергия релятивистских мюонов в космическом излучении составляет 3 ГэВ, определить расстояние, проходимое мюонами за время их жизни, если собственное время жизни мюона  $t_0 = 2,2$  мкс, а энергия покоя  $E_0 = 100$  МэВ.

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned} E &= 3 \text{ ГэВ} = 3 \cdot 10^9 \text{ эВ} \\ t_0 &= 2,2 \text{ мкс} = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ с} \\ E_0 &= 100 \text{ МэВ} = 10^8 \text{ эВ} \end{aligned}$$

$l = ?$

$$l = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t = t_0 \frac{E}{E_0},$$

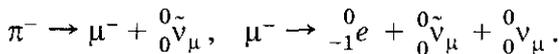
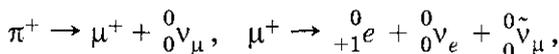
$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2},$$

$$l = vt = c \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2} \cdot t_0 \frac{E}{E_0}.$$

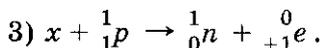
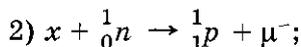
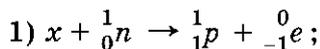
Ответ:  $l = 19,8$  км.

**410.** Известно, что продукты распада заряженных пионов испытывают дальнейший распад. Записать цепочку реакций для  $\pi^+$ - и  $\pi^-$ -мезонов.

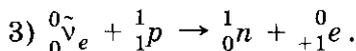
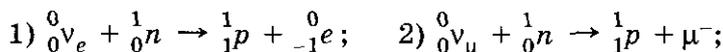
Решение:



**411.** Выбрать из четырех типов нейтрино ( $\nu_e, \tilde{\nu}_e, \nu_\mu, \tilde{\nu}_\mu$ ) правильное и написать недостающие обозначения ( $x$ ) в каждой из приведенных реакций:



Решение:



**412.** Определить, какие из приведенных ниже процессов разрешены законом сохранения лептонного заряда:

- 1)  $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$ ;      2)  $K^- \rightarrow \mu^- + \tilde{\nu}_\mu$ ;  
3)  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + e^- + e^+$ ;      4)  $K^+ \rightarrow e^+ + \pi^0 + \nu_e$ .

*Решение:*

- 1)  $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$ ;  
(0) = (0) + (-1) + (+1), разрешен;  
2)  $K^- \rightarrow \mu^- + \tilde{\nu}_\mu$ ;  
(0) = (+1) + (-1), разрешен;  
3)  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + e^- + e^+$ ;  
(0)  $\neq$  (-1) + (+1) + (-1), запрещен;  
4)  $K^+ \rightarrow e^+ + \pi^0 + \nu_e$ ;  
(0) = (-1) + (0) + (+1), разрешен.

**413.** Определить, какие из приведенных ниже процессов запрещены законом сохранения странности:

- 1)  $p + \pi^- \rightarrow \Lambda^0 + K^0$ ;      2)  $p + \pi^- \rightarrow \Sigma^+ + K^-$ ;  
3)  $p + n \rightarrow \Lambda^0 + \Sigma^+$ ;      4)  $p + \pi^- \rightarrow K^- + K^+ + n$ .

*Решение:*

- 1)  $p + \pi^- \rightarrow \Lambda^0 + K^0$ ;  
(0) + (0) = (-1) + (+1), разрешен;  
2)  $p + \pi^- \rightarrow \Sigma^+ + K^-$ ;  
(0) + (0)  $\neq$  (-1) + (-1), запрещен;  
3)  $p + n \rightarrow \Lambda^0 + \Sigma^+$ ;  
(0) + (0)  $\neq$  (-1) + (-1), запрещен;  
4)  $p + \pi^- \rightarrow K^- + K^+ + n$ ,  
(0) + (0) = (-1) + (+1) + (0), разрешен.

### Задачи для самостоятельного решения

**414.** Объясните, какая характеристика элементарных частиц положена в основу деления адронов на мезоны и барионы.

**415.** Объясните, к какой группе элементарных частиц и почему относятся: 1)  $\Lambda^0$ -гиперон; 2) протон; 3) таон; 4)  $\pi^0$ -мезон.

**416.** Перечислите, какие величины сохраняются в процессах взаимопревращаемости элементарных частиц, обусловленных слабым и сильным взаимодействиями.

# ТОЛКОВЫЙ СЛОВАРЬ ФИЗИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ



# А

**Автоколебания** — незатухающие колебания, поддерживаемые в диссипативной системе за счет постоянного внешнего источника энергии, причем свойства этих колебаний определяются самой системой.

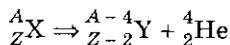
**Адроны** — самая большая группа элементарных частиц, к которой относят *нуклоны* (протон и нейтрон), *пионы*, *каоны*, *гипероны* и их *античастицы* (см. табл. на с. 261). Адроны обладают *сильным взаимодействием* наряду с *электромагнитным* и *слабым*.

**Активность нуклида**  $\Rightarrow$  см. *Распад радиоактивный*.

**Альфа-излучение**  $\Rightarrow$  см. *Типы радиоактивных излучений*.

**Альфа-распад** — распад атомных ядер, сопровождающийся испусканием  $\alpha$ -частицы. Заряд  $\alpha$ -частицы равен  $+2e$ , масса совпадает с массой ядра изотопа гелия  ${}^4_2\text{He}$ , т. е.  $\alpha$ -излучение представляет собой поток ядер гелия.  $\alpha$ -Излучение отклоняется электрическим и магнитным полями, обладает высокой ионизирующей и малой проникающей способностями.

**Правило смещения** для  $\alpha$ -распада:



[ ${}^A_Z\text{X}$  — материнское ядро; Y — сим-

вол дочернего ядра;  ${}^4_2\text{He}$  — ядро гелия ( $\alpha$ -частица)].

При  $\alpha$ -распаде массовое число дочернего вещества уменьшается на 4, зарядовое число уменьшается на 2 единицы, что схематически представлено на рис. 76.

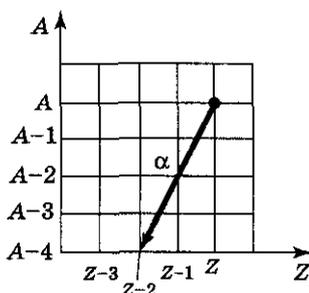
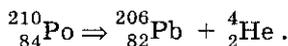
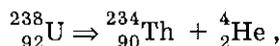


Рис. 76

Примеры  $\alpha$ -распада:



Необходимое условие для протекания  $\alpha$ -распада:

*масса материнского ядра должна быть больше суммы масс дочернего ядра и  $\alpha$ -частицы.*

$\alpha$ -Распад — свойство тяжелых ядер с массовыми числами  $A > 200$  и зарядовыми числами  $Z > 82$ , так как только для таких ядер испускание  $\alpha$ -частиц является энергетически выгодным.

$\alpha$ -Частицы образуются в момент радиоактивного распада при

встрече движущихся внутри ядра двух протонов и двух нейтронов.

**Амплитуда волны** → см. *Уравнение плоской волны.*

**Амплитуда колебаний** → см. *Гармонические колебания.*

**Амплитуда резонансная заряда** → см. *Резонанс электрический.*

**Амплитуда резонансная силы тока** → см. *Резонанс электрический.*

**Амплитуда резонансная смещения** → см. *Резонанс механический.*

**Анализ поляризованного света.** Для исследования плоскополяризованного света могут применяться *поляризаторы*. При вращении анализатора вокруг направления луча интенсивность прошедшего света изменяется, и если при некотором положении анализатора свет полностью гасится, то имеем дело с плоскополяризованным светом. Если падающий свет является *естественным*, то при вращении анализатора интенсивность проходящего света не изменяется.

Поляризаторы не позволяют отличить *эллиптически* и *циркулярно поляризованный свет* соответственно от *частично поляризованного* и *естественного света*.

В *циркулярно поляризованном свете* разность фаз  $\phi$  между любыми двумя взаимно перпендикулярными колебаниями равна  $\pm\pi/2$ . Если на пути такого света поставить *пластинку  $\lambda/4$* , то она внесет дополнительную разность фаз  $\pm\pi/2$ . Результирующая разность фаз станет равной 0 или  $\pi$ . Следовательно, *циркулярно поляризованный свет*, пройдя *пластинку  $\lambda/4$* , становится *плоскополяризованным*. Если на пути луча поставить *поляризатор*, то можно получить полное гашение луча. Если падающий свет *естественный*, то он при прохождении *пластинки  $\lambda/4$*  таким и останется

(ни при каком положении пластинки и поляризатора гашение луча не происходит).

Таким образом, если при вращении поляризатора при любом положении пластинки интенсивность не изменяется, то падающий свет *естественный*. Если интенсивность изменяется и можно достичь полного гашения луча, то падающий свет *циркулярно поляризованный*; если полного гашения не достичь, то падающий свет представляет смесь *естественного* и *циркулярно поляризованного*.

Если на пути *эллиптически поляризованного* света поместить *пластинку  $\lambda/4$* , *оптическая ось* которой ориентирована параллельно одной из осей эллипса, то она внесет дополнительную разность фаз  $\pm\pi/2$ .

Результирующая разность фаз станет равной нулю или  $\pi$ . Следовательно, *эллиптически поляризованный свет*, пройдя *пластинку  $\lambda/4$* , повернутую определенным образом, превращается в *плоскополяризованный* и может быть погашен поворотом поляризатора. Этим методом можно отличить *эллиптически поляризованный свет* от *частично поляризованного* или *циркулярно поляризованного* свет от *естественного*.

**Антинейтрино** → см. *Бета-распад.*

**Античастица** → см. *Принцип зарядового сопряжения.*

## Б

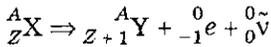
**Бета-излучение** → см. *Типы радиоактивного излучения.*

**Бета-распад** — самопроизвольный процесс превращения радиоактивного ядра в другое ядро (массовое число его не изменяется, а зарядовое число изменяется на  $\Delta Z = \pm 1$ ) с испусканием электрона (позитрона)

и антинейтрино (нейтрино).  $\beta$ -Излучение отклоняется электрическим и магнитным полями. Его ионизирующая способность значительно меньше, а проникающая способность гораздо больше, чем у  $\alpha$ -излучения. Это излучение сильно рассеивается веществом.

Различают три вида  $\beta$ -распада.

•  $\beta^-$ -Распад протекает согласно схеме



[ ${}^0_{-1} e$  — символическое обозначение электрона;  ${}^0_0 \tilde{\nu}$  — электронное антинейтрино (антинейтрино, сопутствующее испусканию электрона)].

При  $\beta^-$ -распаде массовое число дочернего вещества не изменяется, а зарядовое число увеличивается на единицу (рис. 77).

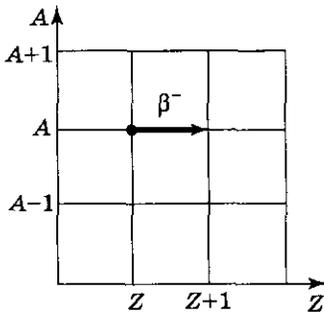
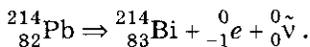
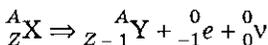


Рис. 77

Примеры  $\beta^-$ -распада:



•  $\beta^+$ -Распад протекает согласно схеме



[ ${}^0_{+1} e$  — символическое обозначение позитрона (позитрон — античастица по отношению к электрону),

${}^0_0 \nu$  — электронное нейтрино (нейтрино, сопутствующее испусканию позитрона)]. При  $\beta^+$ -распаде массовое число дочернего вещества не изменяется, а зарядовое число уменьшается на единицу (рис. 78).

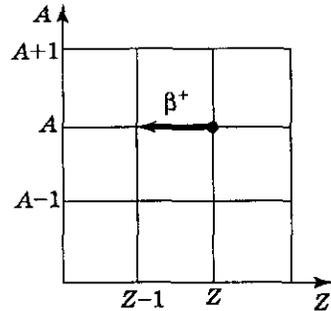
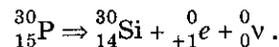
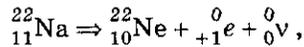


Рис. 78

Примеры  $\beta^+$ -распада:

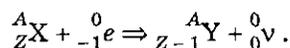


*Нейтрино* — электрически нейтральная элементарная частица со спином  $1/2$  (в единицах  $\hbar$ ) и нулевой массой покоя ( $< 10^{-4} m_e$ ).

*Нейтрино* участвует (кроме гравитационного) только в слабом взаимодействии, поэтому его прямое наблюдение затруднительно. Ионизирующая способность нейтрино столь мала, что один акт ионизации в воздухе приходится на 500 км пути. Проникающая же способность нейтрино столь огромна (пробег нейтрино с энергией 1 МэВ в свинце составляет  $\sim 10^{18}$  м), что затрудняет удержание этих частиц в приборах.

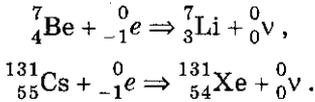
*Антинейтрино* — античастица по отношению к нейтрино.

• *Электронный захват (e-захват, или K-захват)* протекает по схеме



Ядро спонтанно захватывает электрон с одной из внутренних оболочек атома (как правило, один из двух электронов  $K$ -оболочки) и одновременно испускает электронное нейтрино.

Примеры электронного захвата:



Электронный захват обнаруживается по сопровождающему его *характеристическому рентгеновскому излучению*.

**Бета-минус-распад**  $\Rightarrow$  см. *Бета-распад*.

**Бета-плюс-распад**  $\Rightarrow$  см. *Бета-распад*.

**Биения** — периодические изменения амплитуды колебания, возникающие при сложении двух гармонических колебаний с близкими частотами.

Пусть амплитуды складываемых колебаний равны  $A$ , а частоты равны  $\omega$  и  $\omega + \Delta\omega$ , причем  $\Delta\omega \ll \omega$ . Начало отсчета выберем так, чтобы начальные фазы колебаний были равны нулю:

$$\begin{cases} x_1 = A \cos \omega t, \\ x_2 = A \cos (\omega + \Delta\omega)t. \end{cases}$$

Складывая эти выражения и учитывая, что во втором множителе  $\Delta\omega/2 \ll \omega$ , находим

$$x = (2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t) \cos \omega t. \quad (1)$$

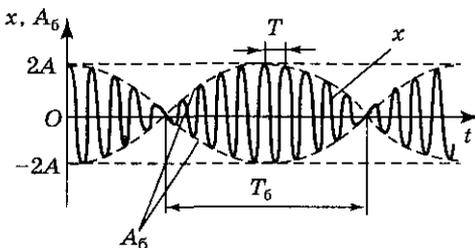


Рис. 79

Результирующее колебание можно рассматривать как гармоническое с частотой  $\omega$  и амплитудой  $A_6$ , изменяющейся согласно периодическому закону

$$A_6 = |2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t|. \quad (2)$$

Частота изменения  $A_6$  в два раза больше частоты изменения косинуса (так как берется по модулю), т. е. частота биений равна разности частот складываемых колебаний:

$$\omega_6 = \Delta\omega.$$

Период биений

$$T_6 = \frac{2\pi}{\Delta\omega}.$$

График зависимости (1) показан на рис. 79 (сплошные жирные линии — график результирующего колебания, а огибающие их — график медленно изменяющейся по уравнению (2) амплитуды биений).

**Бозон**  $\Rightarrow$  см. *Принцип неразличимости тождественных частиц*.

## В

**Вектор перемещения** ( $\Delta\vec{r}$ ) — вектор  $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$  (рис. 80), проведенный из начального положения  $A$  движущейся точки в положение  $B$ , где находится точка в данный момент вре-

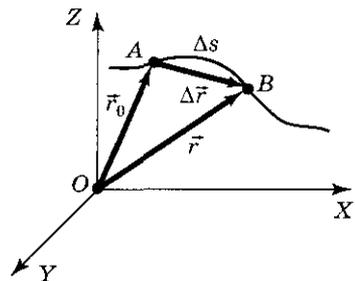


Рис. 80

мени (приращение радиуса-вектора точки за рассматриваемый промежуток времени).

При прямолинейном движении вектор перемещения совпадает с соответствующим участком траектории и модуль перемещения  $|\Delta \vec{r}|$  равен пройденному пути  $\Delta s$ :

$$|\Delta \vec{r}| = \Delta s.$$

**Вектор плотности потока электромагнитной энергии (вектор Умова—Пойнтинга).** Объемная плотность энергии электромагнитного поля складывается из объемных плотностей  $w_{эл}$  и  $w_m$  электрического и магнитного полей:

$$w = w_{эл} + w_m = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2},$$

$$w = 2w_{эл} = \epsilon_0 \epsilon E^2 = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{\epsilon \mu} E H.$$

Умножив плотность энергии  $w$  на скорость  $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{\epsilon \mu}}$  (скорость распространения волны в среде), получим модуль плотности потока электромагнитной энергии:

$$S = wv = EH.$$

Так как векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему, то направление вектора  $[\vec{E}\vec{H}]$  совпадает с направлением переноса энергии, а модуль этого вектора равен  $EH$ .

**Вектор плотности потока электромагнитной энергии** называется **вектором Умова—Пойнтинга**:

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}].$$

Вектор  $\vec{S}$  направлен в сторону распространения электромагнитной волны, а его модуль равен энергии, переносимой электромагнитной вол-

ной за единицу времени сквозь единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.

**Вектор плотности потока энергии (вектор Умова)** количественно характеризует перенос энергии волнами. Направление этого вектора совпадает с направлением переноса энергии, а его модуль равен энергии, переносимой волной за 1 с сквозь площадь 1 м<sup>2</sup>, расположенную перпендикулярно распространению волны.

**Вектор световой** — вектор напряженности  $\vec{E}$  электрического поля электромагнитной волны. Это название обусловлено тем, что при действии света на вещество основное значение имеет электрическая составляющая поля волны, действующая на электроны атомов вещества.

**Вектор Умова**  $\rightarrow$  см. *Вектор плотности потока энергии*.

**Вектор Умова—Пойнтинга**  $\rightarrow$  см. *Вектор плотности потока электромагнитной энергии*.

**Вес тела** — сила, с которой тело вследствие тяготения к Земле действует на опору (или подвес), удерживающую тело от свободного падения. *Сила тяжести* действует всегда, а вес проявляется только в том случае, когда на тело кроме силы тяжести действуют еще другие силы, вследствие чего тело движется с ускорением  $\vec{a}$ , отличным от  $\vec{g}$ .

**Вероятность состояния термодинамическая**  $\rightarrow$  см. *Энтропия*.

**Вещества оптически активные**  $\rightarrow$  см. *Вращение плоскости поляризации*.

**Вещества сильномагнитные**  $\rightarrow$  см. *Ферромагнетика*.

**Вещества слабомагнитные**  $\rightarrow$  см. *Ферромагнетика*.

**Вещество левовращающее**  $\Rightarrow$  см. *Вращение плоскости поляризации.*

**Вещество правовращающее**  $\Rightarrow$  см. *Вращение плоскости поляризации.*

**Взаимодействие гравитационное**  $\Rightarrow$  см. *Типы взаимодействий элементарных частиц.*

**Взаимодействие сильное**  $\Rightarrow$  см. *Типы взаимодействий элементарных частиц.*

**Взаимодействие слабое**  $\Rightarrow$  см. *Типы взаимодействий элементарных частиц.*

**Взаимодействие электромагнитное**  $\Rightarrow$  см. *Типы взаимодействий элементарных частиц.*

**Волна**  $\Rightarrow$  см. *Процесс волновой.*

**Волна де Бройля плоская.** Согласно гипотезе де Бройля, микрочастицы (в частности, электроны) обладают волновыми свойствами. Простейшей волной с частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\vec{k}$  является плоская монохроматическая волна

$$A e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \quad (1)$$

[ $A$  — постоянная амплитуда волны,  $\vec{k}$  — волновой вектор (его направление совпадает с направлением распространения волны, а модуль равен  $2\pi/\lambda$ )].

Пусть частица обладает определенной энергией  $E$  и импульсом  $\vec{p}$  (следовательно, она распространяется в свободном от сил пространстве). Согласно корпускулярно-волновому дуализму материи,  $\omega = E/\hbar$  и  $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ . Учитывая эти соотношения и выражение (1), видим, что с движением частицы, имеющей определенные энергию и импульс, связывается волна

$$\Psi(\vec{r}, t) = A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{p}\vec{r})},$$

называемая *плоской волной де Бройля.*

**Волна плоская**  $\Rightarrow$  см. *Поверхность волновая.*

**Волна сферическая**  $\Rightarrow$  см. *Поверхность волновая.*

**Волна упругая гармоническая** — волна, в которой соответствующие ей колебания частиц среды являются гармоническими. На рис. 81 представлена гармоническая поперечная волна, распространяющаяся со скоростью  $v$  вдоль оси  $X$ , т. е. приведена зависимость между смещением  $\xi$  частиц среды, участвующих в волновом процессе, и расстоянием  $x$  этих частиц (например, частицы  $B$ ) от источника колебаний  $O$  для какого-то фиксированного момента времени  $t$ . Если график волны определяет зависимость смещения *всех частиц среды от расстояния до источника колебаний в данный момент времени*, то график колебаний — зависимость смещения *данной частицы от времени*.

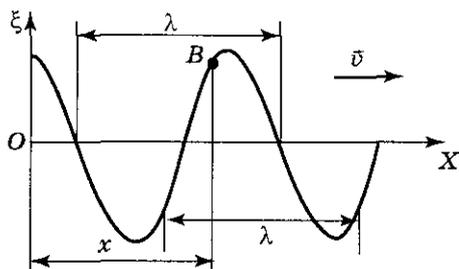


Рис. 81

**Волны акустические**  $\Rightarrow$  см. *Волны звуковые.*

**Волны бегущие** — волны, которые переносят в пространстве энергию.

**Волны звуковые (или акустические)** — распространяющиеся в среде упругие волны, обладающие частотой в пределах 16—20 000 Гц. Волны указанных частот, действуя на слуховой аппарат человека, вызывают

ощущение звука. Волны с  $\nu < 16$  Гц (*инфразвуковые*) и  $\nu > 20$  кГц (*ультразвуковые*) органами слуха человека не воспринимаются.

Звуковые волны в газах и жидкостях могут быть только продольными, так как эти среды обладают упругостью лишь по отношению к деформациям сжатия (растяжения). В твердых телах звуковые волны могут быть как продольными, так и поперечными, так как твердые тела обладают упругостью по отношению к деформациям сжатия (растяжения) и сдвига.

**Волны когерентные** — волны, разность фаз которых остается постоянной во времени. Очевидно, что когерентными могут быть лишь волны, имеющие одинаковую частоту.

**Волны монохроматические**  $\Rightarrow$  см. *Когерентность*.

**Волны поперечные**  $\Rightarrow$  см. *Волны упругие*.

**Волны продольные**  $\Rightarrow$  см. *Волны упругие*.

**Волны стоячие** — волны, образующиеся при наложении двух бегущих волн, распространяющихся навстречу друг другу с одинаковой частотой и амплитудой.

Образование стоячих волн наблюдают при интерференции бегущей и отраженной волн. Например, если конец веревки закрепить неподвижно, то отраженная в месте закрепления веревки волна будет интерферировать с бегущей волной и образует стоячую волну. На границе, где происходит отражение волн, в данном случае получается узел. Будет ли на границе отражения узел или пучность, зависит от соотношения плотностей сред. Если среда, от которой происходит отражение, менее плотная, то в месте отражения образуется пучность

(рис. 82, а), если среда более плотная, то образуется узел (рис. 82, б).

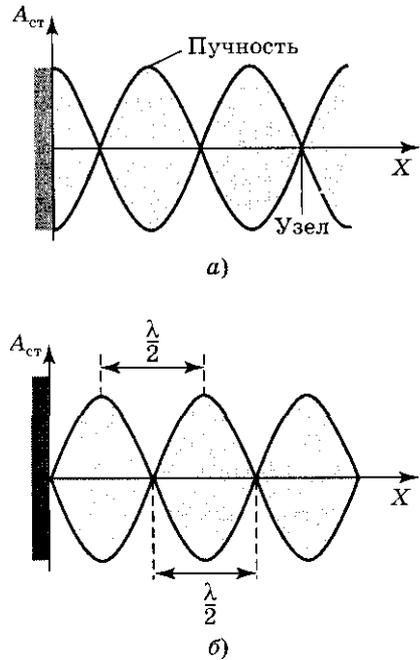


Рис. 82

Образование узла связано с тем, что волна, отражаясь от более плотной среды, изменяет фазу на противоположную и у границы происходит сложение колебаний противоположных направлений, в результате чего получается узел. Если волна отражается от менее плотной среды, то фаза не изменяется и у границы колебания складываются с одинаковыми фазами. Получается пучность (см. также *Уравнение стоячей волны*).

**Волны упругие** (или *механические*) — механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде. В *продольных волнах* частицы среды колеблются в направлении распространения волны, в *поперечных* — в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны. Продольные волны могут рас-

пространяться в среде, в которой возникают упругие силы *при деформации сжатия и растяжения*, т. е. в твердых, жидких и газообразных телах. Поперечные волны могут распространяться в среде, в которой возникают упругие силы *при деформации сдвига*, т. е. только в твердых телах.

**Волны электромагнитные.** Существование электромагнитных волн вытекает из *уравнений Максвелла*.

*Электромагнитные волны* — переменное электромагнитное поле, распространяющееся в пространстве с конечной скоростью. Электромагнитные волны возникают ввиду того, что переменное электрическое поле порождает переменное магнитное поле, которое, в свою очередь, порождает переменное электрическое поле.

*Электромагнитные волны в вакууме распространяются со скоростью света независимо от частоты колебаний.*

Следствие теории Максвелла — *поперечность электромагнитных волн*: векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  напряженностей электрического и магнитного полей волны взаимно перпендикулярны (на рис. 83 показана моментальная «фотография» плоской электромагнитной волны) и лежат в плоскости, перпендикулярной вектору  $\vec{v}$  скорости распространения волны, причем векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  и  $\vec{v}$  образуют правовинтовую систему.

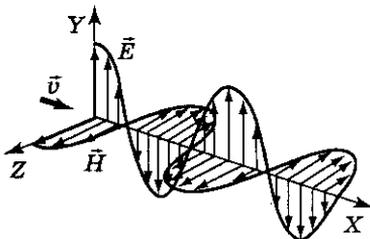


Рис. 83

Электромагнитные волны поглощаются, отражаются и преломляются подобно всем другим видам волн.

Из уравнений Максвелла следует также, что в электромагнитной волне векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  всегда колеблются *в одинаковых фазах* (см. рис. 83), причем мгновенные значения  $E$  и  $H$  в любой точке связаны соотношением

$$\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H.$$

Следовательно,  $E$  и  $H$  одновременно достигают максимума, одновременно обращаются в нуль и т. д.

**Волны электромагнитные плоские монохроматические** → см. *Уравнение волновое для электромагнитной волны*.

**Волны электромагнитные, поперечность** → см. *Волны электромагнитные*.

**Восприимчивость вещества диэлектрическая** → см. *Поляризация диэлектрика*.

**Восприимчивость вещества магнитная** → см. *Магнитное поле в веществе*.

**Вращение плоскости поляризации.** Если между скрещенными поляризатором  $P$  и анализатором  $A$  поместить пластинку  $K$  из кристаллического кварца (*одноосный кристалл*), вырезанную перпендикулярно *оптической оси*, и если свет распространяется вдоль оптической оси (рис. 84), то *двойное лучепре-*

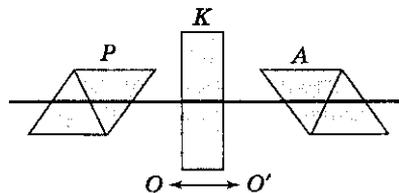


Рис. 84

ломление отсутствует, а следовательно, свет сквозь систему проходить не должен. Однако, как показал опыт (Араго, 1811), все-таки свет через систему проходит. При повороте анализатора на угол  $\varphi$  он вновь перестает пропускать свет. Следовательно, *свет после прохождения кварца остается плоскополяризованным, но кварц поворачивает плоскость поляризации света на угол  $\varphi$* . Это явление называется *вращением плоскости поляризации*. Вещества [например, из твердых тел (кварц, сахар, киноварь), из жидкостей (водный раствор сахара, винная кислота, скипидар)], обладающие способностью в отсутствие внешних воздействий вращать плоскость поляризации, называют *оптически активными*.

Угол поворота плоскости поляризации:

- для оптически активных кристаллов и чистых жидкостей

$$\varphi = \alpha d,$$

- для оптически активных растворов

$$\varphi = [\alpha] C d$$

[ $d$  — расстояние, пройденное светом в оптически активном веществе,  $\alpha[\alpha]$  — *удельное вращение*, численно равное углу поворота плоскости поляризации света слоем оптически активного вещества единичной толщины (единичной концентрации — для растворов);  $C$  — массовая концентрация оптически активного вещества в растворе (кг/м<sup>3</sup>). Удельное вращение зависит от природного вещества, температуры и длины волны света в вакууме].

Если плоскость поляризации поворачивается по часовой стрелке, то *вещество* называют *правовращающим*, если — против часовой стрелки, то *левовращающим*.

**Вращение удельное**  $\rightarrow$  см. *Вращение плоскости поляризации*.

**Время восстановления детектора**  $\rightarrow$  см. *Детекторы частиц и их характеристики*.

**Время жизни радиоактивного ядра среднее**. Суммарная продолжительность жизни  $dN$  ядер равна  $t|dN| = \lambda N t dt$ . Проинтегрировав это выражение по всем возможным  $t$  (т. е. от 0 до  $\infty$ ) и разделив на начальное число ядер  $N_0$ , получим среднее время жизни  $\tau$  радиоактивного ядра:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} \lambda N t dt = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} \lambda N_0 t e^{-\lambda t} dt = \\ &= \lambda \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \end{aligned}$$

[учтен закон радиоактивного распада  $N = N_0 e^{-\lambda t}$ ].

Среднее время жизни  $\tau$  радиоактивного ядра есть величина, обратная *постоянной радиоактивного распада*  $\lambda$ .

Величина  $\tau$ , как и *период полураспада*, характеризует интенсивность *процесса радиоактивного распада*.

**Время когерентности**. Любой монохроматический свет можно представить в виде совокупности сменяющих друг друга независимых гармонических *цугов*. Средняя продолжительность одного *цуга*  $\tau_{\text{ког}}$  называется *временем когерентности*. Когерентность существует только в пределах одного цуга, и время когерентности не может превышать время излучения, т. е.  $\tau_{\text{ког}} < \tau$ . Прибор обнаружит четкую интерференционную картину лишь тогда, когда время разрешения прибора значительно меньше времени когерентности накладываемых световых волн.

**Время релаксации**  $\rightarrow$  см. *Уравнение свободных затухающих колебаний*

*дифференциальное; Экстратоки самоиндукции.*

**Вязкость (внутреннее трение)** — свойство реальных жидкостей оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости относительно другой.

**Г**

**Газ идеальный** — идеализированная модель, согласно которой:

- собственный объем молекул газа пренебрежимо мал по сравнению с объемом сосуда;
- между молекулами газа отсутствуют силы взаимодействия;
- столкновения молекул газа между собой и со стенками сосуда абсолютно упругие.

Модель идеального газа можно использовать при изучении *реальных газов*, так как они в условиях, близких к нормальным (например, кислород и гелий), а также при низком давлении и высокой температуре близки по своим свойствам к идеальному газу. Кроме того, внося поправки, учитывающие собственный объем молекул газа и действующие молекулярные силы, можно перейти к теории реальных газов.

**Газ реальный** — газ, свойства которого зависят от взаимодействия молекул (учитываются размеры молекул и их взаимодействие друг с другом).

**Гамма-излучение** → см. *Типы радиоактивных излучений.*

**Гамма-излучение ядер** — коротковолновое электромагнитное излучение, сопровождающее  $\alpha$ - и  $\beta$ -распады, а также возникающее при ядерных реакциях, при торможении заряженных частиц, их распаде. Оно не отклоняется электрическим и магнитным полями, обладает относительно слабой ионизирующей и

очень большой проникающей способностью; при прохождении через кристаллы обнаруживает дифракцию.

$\gamma$ -Излучение обладает чрезвычайно малой длиной волны ( $\lambda \leq 10^{-10}$  м) и вследствие этого ярко выраженными корпускулярными свойствами, т. е. является потоком частиц — гамма-квантов (фотонов) с энергией

$$\epsilon_0 = \hbar\omega$$

и импульсом

$$p = \hbar\omega/c.$$

$\gamma$ -Излучение оказывает сильное воздействие на вещество, в частности на биологические объекты.

Распределение числа  $\gamma$ -квантов по энергиям представляет собой  $\gamma$ -спектр. Это линейчатый спектр, что является доказательством дискретности энергетических состояний атомных ядер. Свободный нуклон (как, впрочем, и свободный электрон) испустить  $\gamma$ -квант не может, поскольку одновременно нарушались бы законы сохранения энергии и импульса. Внутри же ядра это возможно, так как испущенный (поглощенный)  $\gamma$ -квант может обмениваться импульсом с нуклонами ядра. Поэтому в противоположность  $\beta$ -распаду, который является *внутриядерным процессом*,  $\gamma$ -излучение — *процесс внутриядерный*.

$\gamma$ -Излучение испускается *дочерним* (а не материнским) ядром. Дочернее ядро в момент своего образования, оказываясь в возбужденном состоянии, за время  $\sim 10^{-13}$ — $10^{-14}$  с (что значительно меньше времени жизни возбужденного атома  $\sim 10^{-8}$  с) переходит в основное состояние с испусканием  $\gamma$ -излучения.

Возвращаясь в основное состояние, возбужденное ядро может пройти через ряд промежуточных состояний, а поэтому  $\gamma$ -излучение

одного и того же радиоактивного изотопа может содержать несколько групп  $\gamma$ -квантов, отличающихся энергией. При радиоактивном распаде различных ядер  $\gamma$ -кванты имеют энергию от 10 кэВ до 5 МэВ. При  $\gamma$ -излучении  $A$  и  $Z$  ядра не изменяются, поэтому оно не описывается никакими правилами смещения.

**Гипотеза де Бройля.** Луи де Бройль постулировал (1924), что *корпускулярно-волновой дуализм* имеет *универсальный характер* и распространяется не только на *фотоны*, но и на все частицы материи: частицы вещества (в частности, электроны) наряду с корпускулярными свойствами обладают также и волновыми свойствами. Количественные соотношения, связывающие корпускулярные (энергия и импульс) и волновые (частота, длина волны) характеристики микрочастиц, такие же, как для фотона:

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega, \quad p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = \hbar k$$

$[k = \frac{2\pi}{\lambda}$  — волновое число;  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  — постоянная Планка].

Длина волны, связанная с частицей,

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$[p$  — импульс частицы;  $\lambda$  — длина волны де Бройля. Это соотношение справедливо для любой частицы (нерелятивистской и релятивистской) с импульсом  $p$ ].

Гипотеза де Бройля получила экспериментальное подтверждение в опытах по рассеянию электронов (а также других частиц) на кристаллах и по прохождению частиц сквозь вещество. Во всех этих опытах наблюдается дифракция электронов (а также других частиц), что

является безусловным признаком волнового процесса.

Экспериментальное доказательство наличия волновых свойств микрочастиц привело к выводу о том, что мы имеем дело с универсальным явлением — общим свойством материи. Волновые свойства у макроскопических тел не проявляются, так как длина волны де Бройля для них настолько мала, что обнаружение волновых свойств оказывается невозможным.

**Гипотеза квантовая Планка** — излучение и поглощение света происходят не непрерывно, а дискретно, т. е. определенными порциями — *квантами*, энергия которых определяется частотой  $\nu$ :

$$\varepsilon = h\nu$$

$[h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Дж·с — постоянная Планка].

**Градиент плотности**  $\Rightarrow$  см. *Закон диффузии Фика*.

**Градиент скорости** — величина  $\frac{dv}{dx}$ , показывающая, как быстро изменяется скорость при переходе от слоя к слою в направлении  $x$ , перпендикулярном направлению движения слоев.

**Градиент температуры**  $\Rightarrow$  см. *Закон теплопроводности Фурье*.

**Граница коротковолновая**  $\Rightarrow$  см. *Спектр атома водорода линейчатый*.

**Граница красная фотоэффекта**  $\Rightarrow$  см. *Законы внешнего фотоэффекта*, *Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта*.

**Граница сплошного спектра**  $\Rightarrow$  см. *Спектры рентгеновские*, а также *Спектр рентгеновский сплошной (тормозной)*.

# А

**Давление внутреннее** — дополнительное давление на газ, обусловленное силами притяжения молекул:

$$p' = \frac{a}{V_m^2}$$

[ $a$  — постоянная Ван-дер-Ваальса, характеризующая силы межмолекулярного притяжения;  $V_m$  — молярный объем].

**Давление гидростатическое жидкости** — давление, обусловленное силой тяжести и зависящее от глубины под поверхностью жидкости:

$$p = \rho gh.$$

**Давление жидкости** — физическая величина, определяемая нормальной силой, действующей со стороны жидкости на единицу площади:

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S}.$$

Если в покоящуюся жидкость поместить тонкую пластинку, то части жидкости, находящиеся по разные стороны от нее, будут действовать на каждый ее элемент  $\Delta S$  с силами  $\Delta \vec{F}$ , которые независимо от того, как пластинка ориентирована, равны по модулю и направлены перпендикулярно площадке  $\Delta S$  (рис. 85).

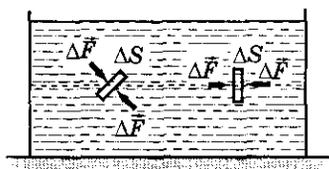


Рис. 85

**Давление излучения** — давление, оказываемое на тела электромагнитным излучением. В квантовой теории давление излучения есть следствие того, что фотон обладает импульсом. Каждый фотон при соударении с поверхностью тела передает ему свой импульс. Если на  $1 \text{ м}^2$  поверхности тела в  $1 \text{ с}$  падает  $N$  фотонов, то при коэффициенте отражения  $\rho$  от поверхности отразится  $\rho N$  фотонов, а  $(1 - \rho) N$  фотонов поглотится.

Давление излучения на поверхность равно импульсу, который передают в  $1 \text{ с}$   $N$  фотонов:

$$p = \frac{2h\nu}{c} \rho N + \frac{h\nu}{c} (1 - \rho) N =$$

$$= \frac{N h \nu}{c} (1 + \rho) = \frac{E_e}{c} (1 + \rho) = w(1 + \rho)$$

[ $w = \frac{E_e}{c}$  — объемная плотность энергии излучения].

Каждый поглощенный фотон передает поверхности импульс  $h\nu/c$ , отраженный фотон — импульс  $2h\nu/c$ ;  $Nh\nu = E_e$  — облученность поверхности, т. е. энергия всех фотонов, падающих на  $1 \text{ м}^2$  поверхности тела в  $1 \text{ с}$ .

Существование давления излучения следует также из волновой теории. Так, если электромагнитная волна падает, например, на металл (рис. 86), то под дейст-

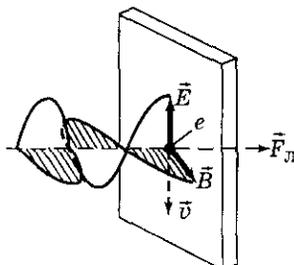


Рис. 86

вием электрического поля волны с напряженностью  $\vec{E}$  электроны будут двигаться со скоростью  $\vec{v}$  в направлении, противоположном  $\vec{E}$ .

Магнитное поле волны с индукцией  $\vec{B}$  действует на движущиеся электроны с силой Лоренца  $\vec{F}_L$  (по правилу левой руки) в направлении, перпендикулярном поверхности металла. Следовательно, волна оказывает на поверхность металла давление.

**Давление критическое**  $\rightarrow$  см. *Изотермы Ван-дер-Ваальса*.

**Давление парциальное** — давление, которое оказывали бы газы смеси, если бы они одни занимали объем, равный объему смеси при той же температуре.

**Двигатель вечный первого рода**  $\rightarrow$  см. *Первое начало термодинамики*.

**Двигатель вечный второго рода**  $\rightarrow$  см. *Второе начало термодинамики*.

**Двигатель тепловой** — периодически действующий двигатель, совершающий работу за счет полученной извне теплоты.

Принцип действия теплового двигателя приведен на рис. 87. От термостата с более высокой температурой  $T_1$ , называемого *нагревателем*, за цикл отнимается количе-

ство теплоты  $Q_1$ , а термостату с более низкой температурой  $T_2$ , называемому *холодильником*, за цикл передается количество теплоты  $Q_2$ , при этом совершается работа  $A = Q_1 - Q_2$ .

Чтобы термический коэффициент полезного действия теплового двигателя был  $\eta = 1$ , должно быть выполнено условие  $Q_2 = 0$ , т. е. тепловой двигатель должен иметь один источник теплоты, а это невозможно.

С. Карно показал, что для работы теплового двигателя необходимо не менее двух источников теплоты с различной температурой, иначе это противоречило бы второму началу термодинамики.

**Движение заряженных частиц в магнитном поле.** Считаем, что магнитное поле однородно и на частицы не действуют электрические поля.

• Заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью  $\vec{v}$  вдоль линий магнитной индукции (угол  $\alpha$  между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$  равен 0 или  $\pi$ ). Тогда сила Лоренца равна нулю, т. е. магнитное поле на частицу не действует и она движется равномерно и прямолинейно.

• Заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью  $\vec{v}$ , перпендикулярной вектору  $\vec{B}$  (угол  $\alpha = \pi/2$ ). Тогда сила Лоренца равна  $F_L = QvB$ , постоянна по модулю и нормальна к траектории частицы. Частица будет двигаться по окружности, радиус  $r$  которой определяется из условия

$$QvB = mv^2/r,$$

откуда

$$r = \frac{mv}{QB}.$$

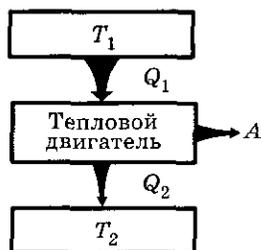


Рис. 87

• Заряженная частица движется со скоростью  $\vec{v}$  под углом  $\alpha$  к вектору  $\vec{B}$  (рис. 88).

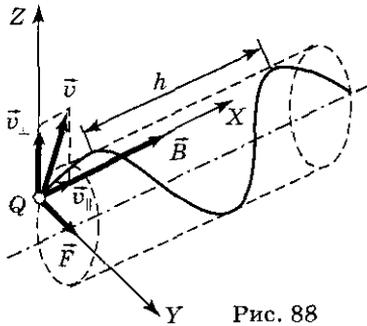


Рис. 88

Движение частицы можно представить как сумму движений:

• равномерного прямолинейного движения вдоль индукции поля со скоростью  $v_{\parallel} = v \cos \alpha$ ;

• равномерного движения со скоростью  $v_{\perp} = v \sin \alpha$  по окружности в плоскости, перпендикулярной индукции поля.

В результате сложения этих движений возникает движение по винтовой линии, ось которой параллельна вектору индукции магнитного поля. Шаг винтовой линии

$$h = v_{\parallel} T = v T \cos \alpha$$

[ $T = 2\pi r/v$  — период вращения частицы].

**Движение вращательное** — движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения ( $OO'$  на рис. 89).

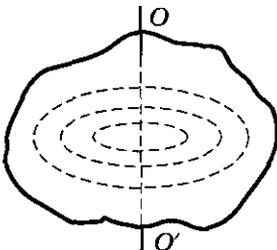


Рис. 89

Различные точки твердого тела движутся по-разному, поэтому его вращательное движение нельзя охарактеризовать движением какой-то одной точки.

**Движение поступательное** — движение, при котором любая прямая (например,  $AB$  на рис. 90), жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению.

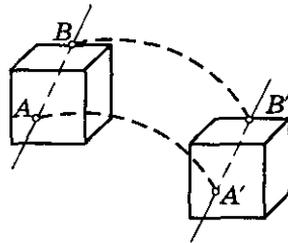


Рис. 90

При поступательном движении все точки тела движутся одинаково, поэтому поступательное движение можно охарактеризовать движением какой-то произвольной точки тела (например, движением центра масс тела).

**Движение равномерное** — движение, при котором материальная точка (тело) за любые равные промежутки времени совершает равные перемещения.

Скорость при равномерном движении  $v = \text{const}$  ( $\alpha = 0$ ).

**Движение равномерное прямолинейное** — движение с постоянной и по модулю, и по направлению скоростью  $\vec{v} = \text{const}$ .

Скорость  $\vec{v}$  направлена вдоль траектории.

**Движение равнопеременное прямолинейное** — движение, при котором скорость материальной точки (тела) за любые равные промежутки времени изменяется на равные величины.

Это движение с постоянным по модулю и направлению ускорением  $\vec{a} = \text{const}$ , и ускорение  $\vec{a}$  направлено вдоль траектории точки.

Равнопеременное прямолинейное движение может быть *равноускоренным* (направление вектора ускорения  $\vec{a}$  совпадает с направлением вектора скорости  $\vec{v}$  точки; модуль скорости с течением времени возрастает) и *равнозамедленным* (направление вектора ускорения  $\vec{a}$  противоположно направлению вектора скорости  $\vec{v}$ ; модуль скорости с течением времени уменьшается).

**Движение свободной частицы.** *Свободная частица* — частица, движущаяся в отсутствие внешних полей. Так как на свободную частицу (пусть она движется вдоль оси  $X$ ) силы не действуют, то потенциальная энергия частицы  $U(x) = \text{const}$  и ее можно принять равной нулю. Тогда полная энергия частицы совпадает с ее кинетической энергией. В таком случае уравнение Шрёдингера для стационарных состояний примет вид

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0.$$

Прямой подстановкой можно убедиться в том, что частным решением этого уравнения является функция  $\psi = A e^{ikx}$ , где  $A = \text{const}$  и  $k = \text{const}$ , с собственным значением энергии

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{p_x^2}{2m}. \quad (1)$$

Функция  $\psi(x)$  — координатная часть волновой функции  $\Psi(x, t)$ :

$$\begin{aligned} \Psi(x, t) &= A e^{-i\omega t + ikx} = \\ &= A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - p_x x)} \end{aligned} \quad (2)$$

$$[\omega = E/\hbar, k = p_x/\hbar].$$

Функция (2) представляет собой *плоскую монохроматическую волну де Бройля*.

Из выражения (1) следует, что зависимость энергии от импульса оказывается обычной для нерелятивистских частиц. Энергия свободной частицы может принимать любые значения (так как волновое число  $k$  может принимать любые положительные значения), т. е. *энергетический спектр свободной частицы является непрерывным*.

Таким образом, свободная квантовая частица описывается *плоской монохроматической волной де Бройля*. Этому соответствует не зависящая от времени *плотность вероятности* обнаружения частицы в данной точке пространства

$$|\Psi|^2 = \Psi\Psi^* = |A|^2,$$

т. е. все положения свободной частицы в пространстве являются равновероятными.

#### Декремент затухания

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\delta T}$$

[ $A(t)$  и  $A(t+T)$  — амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период].

Это понятие применимо для колебаний различной физической природы — механических и электромагнитных.

#### Декремент затухания логарифмический

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e}$$

[ $A(t)$  и  $A(t+T)$  — амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период;  $\delta$  — коэффициент затухания;  $T$  — период затухающих колебаний;  $\tau$  — время релаксации;  $N_e$  — число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в  $e$  раз].

Логарифмический декремент затухания — постоянная для данной колебательной системы величина.

Все сказанное применимо в случае как механических, так и электромагнитных колебаний.

**Детекторы трековые** → см. *Детекторы частиц и их характеристики*.

**Детекторы частиц и их характеристики.**

*Детекторы частиц* — устройства для регистрации частиц и радиоактивного излучения.

Детекторы делят на *счетчики (электронные детекторы)*, вырабатывающие при попадании в объем детектора частицы или кванта электрический импульс, и *трековые детекторы*, позволяющие зарегистрировать не только факт и момент прохождения частицы, но и воспроизвести ее траекторию (*трек*).

К счетчикам относятся:

- *сцинтилляционный и черенковский счетчики*;
- *ионизационная камера*;
- *пропорциональный счетчик*;
- *счетчик Гейгера—Мюллера*;
- *полупроводниковый счетчик*.

К трековым детекторам относятся:

- *камера Вильсона*;
- *диффузионная и пузырьковая камеры*;
- *ядерные фотоэмульсии*.

Важнейшие характеристики детекторов:

- *эффективность* — отношение числа зарегистрированных частиц к полному числу частиц, попавших в рабочий объем детектора;
- *пространственное разрешение* — точность, с которой детектор может фиксировать положение частицы в пространстве;
- *временное разрешение* — минимальный промежуток времени между прохождениями через детек-

тор двух частиц, когда они еще регистрируются порознь;

• *время восстановления (мертвое время)* — промежуток времени, через который детектор, зарегистрировавший частицу, готов для регистрации следующей частицы. Частицы, проходящие за это время через детектор, не регистрируются. *Время восстановления* — мера инерционности детектора.

**Дефект массы ядра** — величина, равная

$$\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_{\text{я}}$$

$\{m_p, m_n, m_{\text{я}}$  — соответственно массы протона, нейтрона и ядра;  $Z$  — зарядовое число;  $A$  — массовое число; на эту величину уменьшается масса всех нуклонов при образовании из них атомного ядра].

**Деформация пластическая (остаточная)** — деформация, которая сохраняется в теле после прекращения действия сил.

**Деформация твердого тела** — изменение под действием сил размеров и объема тела, сопровождающееся чаще всего изменением формы тела.

**Деформация упругая** — деформация, при которой после прекращения действия внешних сил тело принимает первоначальные размеры и форму.

**Диамagnetики.** Пусть молекулы вещества при отсутствии внешнего поля не имеют магнитного момента. Внесение подобных веществ во внешнее магнитное поле индуцирует элементарные круговые токи. Так как микроток индуцируется внешним магнитным полем, то, согласно *правилу Ленца*, у атома появляется составляющая магнитного поля, направленная противоположно внешнему полю. Собственное магнитное поле вещества в данном случае ослабляет магнитное поле.

Такие вещества называются *диамагнетиками*.

Диамагнетик намагничивается, создавая собственное магнитное поле, направленное против внешнего поля и ослабляющее его. Это — *диамагнитный эффект*.

**Диаметр молекулы эффективный** — минимальное расстояние, на которое сближаются при столкновении центры двух молекул (обычно приводится в соответствующих таблицах).

**Динамика** — раздел механики, в котором изучаются законы движения тел и причины, которые вызывают или изменяют это движение.

**Диполь электрический** — система двух разноименных равных по модулю точечных зарядов (+Q, -Q), расстояние  $l$  между которыми значительно меньше расстояния до рассматриваемых точек поля. Вектор, направленный по оси диполя (прямой, проходящей через оба заряда) от отрицательного заряда к положительному и равный расстоянию между ними, называется *плечом диполя*  $\vec{l}$ . Вектор

$$\vec{p} = |Q|\vec{l},$$

совпадающий по направлению с плечом диполя и равный произведению заряда  $|Q|$  на плечо  $\vec{l}$ , называется *дипольным моментом* (электрическим моментом диполя).

Согласно *принципу суперпозиции*, напряженность  $\vec{E}$  поля диполя в произвольной точке

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

[ $\vec{E}_+$  и  $\vec{E}_-$  — напряженности полей, создаваемых соответственно положительным и отрицательным зарядами].

**Дисперсия аномальная**  $\Rightarrow$  см. *Дисперсия вещества*.

**Дисперсия вещества** — величина, показывающая, как быстро изменяется показатель преломления в зависимости от длины волны:

$$D = \frac{dn}{d\lambda}.$$

Из рис. 91 следует, что показатель преломления для прозрачных веществ с уменьшением длины волны монотонно увеличивается; следовательно,  $dn/d\lambda$  по модулю также увеличивается с уменьшением  $\lambda$ . Такая *дисперсия* называется *нормальной*. Как будет показано ниже, ход кривой  $n(\lambda)$  — *кривой дисперсии* — вблизи линий и полос поглощения будет иным:  $n$  уменьшается с уменьшением  $\lambda$ . Такой ход зависимости  $n$  от  $\lambda$  называется *аномальной дисперсией*.

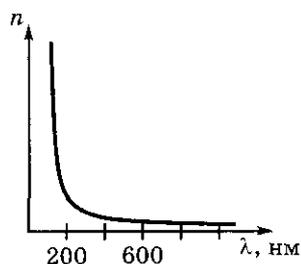


Рис. 91

**Дисперсия волн** — зависимость *фазовой скорости* от частоты.

**Дисперсия нормальная**  $\Rightarrow$  см. *Дисперсия вещества*.

**Дисперсия света** — зависимость показателя преломления  $n$  вещества от частоты  $\nu$  (длины волны  $\lambda$ ) света или зависимость фазовой скорости  $v$  световых волн от его частоты  $\nu$ .

**Дисперсия света в призме.** Следствие дисперсии — разложение в спектр пучка белого света при прохождении его через призму.

Пусть монохроматический пучок света падает под углом  $\alpha$  на призму с показателем преломления  $n$

и преломляющим углом  $A$  (рис. 92). После двукратного преломления (на левой и правой гранях призмы) луч оказывается отклоненным от первоначального направления на угол  $\varphi$ . Из рисунка следует, что

$$\varphi = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) = \alpha_1 + \alpha_2 - A. \quad (1)$$

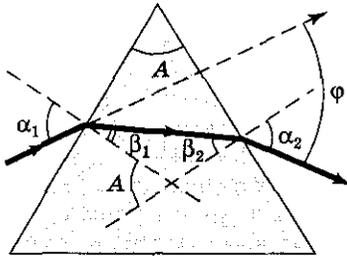


Рис. 92

Предположим, что углы  $A$  и  $\alpha_1$  малы, тогда углы  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$  и  $\beta_2$  будут также малы и вместо синусов этих углов можно воспользоваться их значениями. Поэтому  $\frac{\alpha_1}{\beta_1} = n$ ,  $\frac{\beta_2}{\alpha_2} = \frac{1}{n}$ , а так как  $\beta_1 + \beta_2 = A$ , то  $\alpha_2 = \beta_2 n = n(A - \beta_1) = n\left(A - \frac{\alpha_1}{n}\right) = nA - \alpha_1$ , откуда

$$\alpha_1 + \alpha_2 = nA. \quad (2)$$

Из выражений (1) и (2) следует, что

$$\varphi = A(n - 1),$$

т. е. угол отклонения лучей призмой тем больше, чем больше преломляющий угол призмы. Лучи разных длин волн после прохождения призмы окажутся отклоненными на разные углы ( $n = f(\lambda)$ ), т. е. пучок белого света за призмой разлагается в спектр, значит, призма, подобно дифракционной решетке, является спектральным прибором.

**Дифракция волн** — явление огибания волнами препятствий, встречающихся на пути, и проникновения их в область за препятствия.

Дифракция присуща волнам любой природы.

**Дифракция на диске.** Сферическая волна, распространяющаяся от точечного источника  $S$ , встречает на своем пути диск. Дифракционную картину наблюдаем на экране  $\mathcal{E}$  в точке  $B$ , лежащей на линии, соединяющей  $S$  с центром диска (рис. 93). В данном случае закрытый диском участок фронта волны надо исключить из рассмотрения и зоны Френеля строить начиная с краев диска. Пусть диск закрывает  $m$  первых зон Френеля. Тогда амплитуда результирующего колебания в точке  $B$  равна

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2}\right) + \dots$$

или

$$A = \frac{A_{m+1}}{2},$$

так как выражения, стоящие в скобках, равны нулю. Следовательно

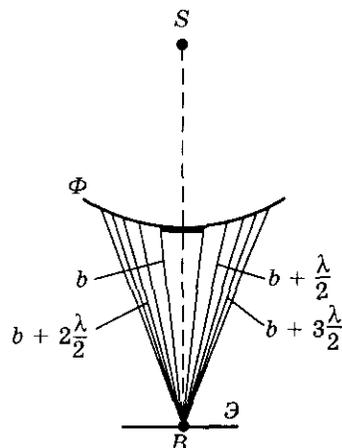


Рис. 93

но, в точке  $B$  всегда наблюдается интерференционный максимум (светлое пятно), соответствующий половине действия первой открытой зоны Френеля. Центральный максимум окружен концентрическими с ним темными и светлыми кольцами, а интенсивность в максимумах убывает с расстоянием от центра картины.

**Дифракция на круглом отверстии.** Сферическая волна, распространяющаяся из точечного источника  $S$ , встречает на своем пути экран с круглым отверстием. Дифракционную картину наблюдаем на экране ( $\Theta$ ) в точке  $B$ , лежащей на линии, соединяющей  $S$  с центром отверстия (рис. 94). Экран параллелен плоскости отверстия и находится от него на расстоянии  $b$ . Разобьем открытую часть волновой поверхности  $\Phi$  на зоны Френеля. Вид дифракционной картины зависит от числа зон Френеля, укладывающихся в отверстие. Амплитуда результирующего колебания, возбуждаемого в точке  $B$  всеми зонами,

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}$$

[знак плюс соответствует нечетным  $m$ , минус — четным  $m$ ].

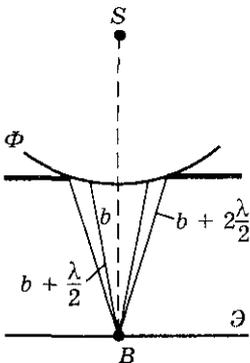


Рис. 94

Когда отверстие открывает нечетное число зон Френеля, то амплитуда (интенсивность) в точке  $B$  будет больше, чем при свободном распространении волны; если четное, то амплитуда (интенсивность) равна нулю.

Если отверстие открывает одну зону Френеля, то в точке  $B$  амплитуда  $A = A_1$ , т. е. вдвое больше, чем в отсутствие непрозрачного экрана с отверстием, а интенсивность — соответственно в четыре раза.

Если отверстие открывает две зоны Френеля, то их действия в точке  $B$  практически уничтожат друг друга из-за интерференции. Таким образом, дифракционная картина от круглого отверстия вблизи точки  $B$  имеет вид чередующихся темных и светлых колец с центрами в точке  $B$  (если  $m$  — четное, то в центре будет темное кольцо, если  $m$  — нечетное, то светлое кольцо), причем интенсивность в максимумах убывает с расстоянием от центра картины.

**Дифракция в сходящихся лучах**  $\rightarrow$  см. Дифракция Френеля.

**Дифракция на пространственной решетке.** Из условия главных максимумов  $d \sin \theta = \pm m \lambda$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ) дифракционной решетки следует, что для наблюдения дифракционной картины необходимо, чтобы  $d$  и  $\lambda$  были такого же порядка. Поэтому кристаллы можно использовать в качестве дифракционных решеток для исследования дифракции рентгеновского излучения ( $\lambda \approx 10^{-12} - 10^{-8}$  м).

На рис. 95 представлен кристалл в виде параллельных кристал-

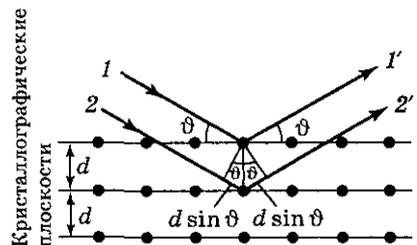


Рис. 95

логографических плоскостей (плоскостей, в которых расположены узлы (атомы) кристаллической решетки), расположенных на расстоянии  $d$  друг от друга.

Параллельный пучок монохроматического рентгеновского излучения (1, 2) падает под углом скольжения  $\vartheta$  (угол между направлением падающих лучей и кристаллографической плоскостью) и возбуждает атомы кристаллической решетки, которые становятся источниками когерентных вторичных волн  $I'$  и  $2'$ , интерферирующих между собой, подобно вторичным волнам, от щелей дифракционной решетки. Максимумы интенсивности (дифракционные максимумы) наблюдаются в тех направлениях, в которых все отраженные атомными плоскостями волны находятся в одинаковой фазе.

Эти направления удовлетворяют формуле Вульфа—Брэггов

$$2d \sin \vartheta = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots),$$

т. е. при разности хода между двумя лучами, отраженными от соседних кристаллографических плоскостей, кратной целому числу длин волн  $\lambda$ , наблюдается дифракционный максимум.

**Дифракция плоских световых волн**  $\rightarrow$  см. Дифракция Фраунгофера.

**Дифракция рентгеновского излучения**  $\rightarrow$  см. Дифракция на пространственной решетке.

**Дифракция света** — совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде вблизи непрозрачных тел, сквозь малые отверстия и т.д. и связанных с отклонениями от геометрической оптики.

Дифракция света — частный случай дифракции волн.

**Дифракция Фраунгофера (дифракция плоских световых волн)** наблюдается в том случае, когда источник света и точка наблюдения бесконечно удалены от препятствия, вызвавшего

дифракцию. Чтобы этот тип дифракции осуществить, достаточно точечный источник света поместить в фокусе собирающей линзы, а дифракционную картину исследовать в фокальной плоскости второй собирающей линзы, установленной за препятствием.

**Дифракция Фраунгофера на одномерной дифракционной решетке.** Из рассмотрения дифракции Фраунгофера на щели следует, что распределение интенсивности на экране определяется направлением дифрагированных лучей. Это означает, что перемещение щели параллельно самой себе влево или вправо не изменит дифракционной картины. Следовательно, если перейти от одной щели ко многим ( $k$  дифракционной решетке), то дифракционные картины, создаваемые каждой щелью в отдельности, будут одинаковыми.

Дифракционная картина на решетке определяется как результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей, т. е. в дифракционной решетке осуществляется многолучевая интерференция когерентных дифрагированных пучков света, идущих от всех щелей.

Дифракционная решетка характеризуется постоянной (периодом)

$$d = a + b$$

[ $a$  — ширина каждой щели решетки;  $b$  — ширина непрозрачных участков между щелями].

Плоская монохроматическая волна падает нормально к плоскости решетки. Очевидно, что в тех направлениях, в которых ни одна из щелей не распространяет свет, он не будет распространяться и при многих щелях, т. е. прежние (главные) минимумы интенсивности будут наблюдаться в направлениях, определяемых условием для одной щели:

$$a \sin \varphi = \pm m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

[ $a$  — ширина щели].

Кроме того, вследствие взаимной интерференции световых лучей, посылаемых  $N$  щелями, в некоторых направлениях они будут гасить друг друга, т. е. возникнут *дополнительные минимумы*, условием которых является

$$d \sin \varphi = \pm \frac{m' \lambda}{N} \quad (m' \neq 0, N, 2N, \dots)$$

[ $d$  — постоянная дифракционной решетки].

*Условие главных максимумов:*

$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

В случае  $N$  щелей между двумя главными максимумами располагается  $N - 1$  дополнительных минимумов, разделенных  $N - 2$  вторичными максимумами, создающими весьма слабый фон.

Чем больше щелей  $N$ , тем большее количество световой энергии пройдет через решетку, тем больше минимумов образуется между соседними главными максимумами, тем, следовательно, более интенсивными и более острыми будут максимумы. На рис. 96 качественно представлена дифракционная картина от восьми щелей.

Так как модуль  $\sin \varphi \leq 1$ , то из условия главных максимумов сле-

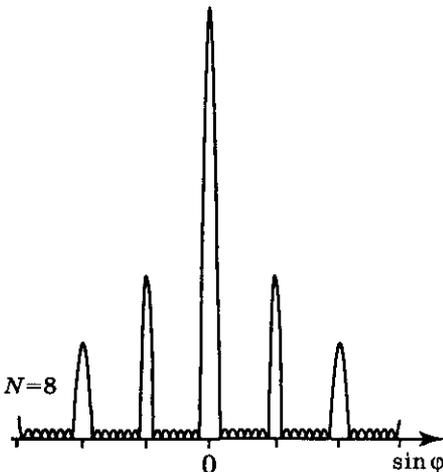


Рис. 96

дует, что число главных максимумов  $m \leq \frac{d}{\lambda}$ .

Положение главных максимумов зависит от длины волны  $\lambda$ , поэтому при пропускании через решетку белого света все максимумы, кроме центрального ( $m = 0$ ), разложатся в спектр, фиолетовая область которого будет обращена к центру дифракционной картины, красная — наружу.

Это свойство дифракционной решетки используется для исследования спектрального состава света (определения длин волн и интенсивностей всех монохроматических компонентов), т. е. *дифракционная решетка может быть использована как спектральный прибор*.

#### Дифракция Фраунгофера на щели.

*Плоская монохроматическая волна падает нормально плоскости узкой щели шириной  $a$  (рис. 97, а).*

*Оптическая разность хода между крайними лучами  $MC$  и  $ND$ , идущими от щели в произвольном направлении  $\varphi$ ,*

$$\Delta = NF = a \sin \varphi.$$

Разобьем открытую часть волновой поверхности в плоскости  $MN$  на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребру  $M$  щели. Ширина каждой зоны выбирается так, чтобы разность хода от краев этих зон была равна  $\lambda/2$ , т. е. всего на ширине щели уместится  $\Delta : \lambda/2$  зон.

Так как свет на щель падает нормально, то плоскость щели совпадает с фронтом волны; следовательно, все точки фронта в плоскости щели будут колебаться в одинаковой фазе. Амплитуды вторичных волн в плоскости щели будут равны, так как выбранные зоны Френеля имеют одинаковую площадь и одинаково наклонены к направлению наблюдения.

Из построения следует, что при интерференции света от каждой пары соседних зон Френеля амплитуда результирующих колебаний равна нулю, так как колебания от каждой пары соседних зон взаимно гасят друг друга.

Следовательно, если число зон Френеля четное, то

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

$$(m = 1, 2, 3, \dots)$$

и в точке  $B$  наблюдается дифракционный минимум (полная темнота), если же число зон Френеля нечетное, то

$$a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (2)$$

$$(m = 1, 2, 3, \dots)$$

и наблюдается дифракционный максимум, соответствующий действию одной нескомпенсированной зоны Френеля. Отметим, что в направлении  $\varphi = 0$  щель действует как одна зона Френеля, и в этом направлении свет распространяется с на-

ибольшей интенсивностью, т. е. в точке  $B_0$  наблюдается центральный дифракционный максимум.

Из условий (1) и (2) можно найти направления на точки экрана, в которых амплитуда (а следовательно, и интенсивность) равна нулю ( $\sin \varphi_{\min} = \pm m\lambda/a$ ) или максимальна ( $\sin \varphi_{\max} = \pm (2m + 1)\lambda/(2a)$ ).

Распределение интенсивности на экране, получаемое вследствие дифракции (дифракционный спектр), приведено на рис. 97, б.

Расчеты показывают, что интенсивности в центральном и последующих максимумах относятся как  $1 : 0,047 : 0,017 : 0,0083 : \dots$ , т. е. основная часть световой энергии сосредоточена в центральном максимуме.

**Дифракция Френеля (дифракция в сходящихся лучах)** осуществляется в том случае, когда дифракционная картина наблюдается на конечном расстоянии от препятствия, вызвавшего дифракцию.

**Длина волны** — расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе.

Длина волны равна тому расстоянию, на которое распространяется фаза колебания за период

$$\lambda = vT.$$

Учитывая, что  $T = 1/\nu$  [ $\nu$  — частота колебаний],

$$v = \lambda\nu.$$

**Длина волны де Бройля**  $\rightarrow$  см. Гипотеза де Бройля.

**Длина волны комptonовская**  $\rightarrow$  см. Эффект Комптона.

**Длина когерентности.** Если волна распространяется в однородной среде, то фаза колебаний в определенной точке пространства сохраняется только в течение времени когерентности  $\tau_{\text{кор}}$ . За это время волна рас-

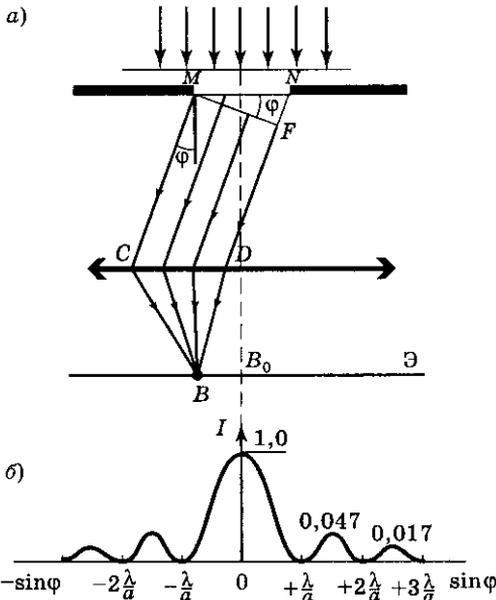


Рис. 97

пространяется в вакууме на расстоянии  $l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}}$ , называемое *длиной когерентности* (или *длиной цуга*).

Таким образом, длина когерентности — расстояние, при прохождении которого две или несколько волн утрачивают когерентность. Наблюдение интерференции света возможно лишь при оптической разности хода, меньшей длины когерентности для используемого источника света.

**Длина приведенная физического маятника** — длина такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом колебаний данного физического маятника (см. также *Маятник физический*).

**Длина пути** — длина участка траектории, пройденного материальной точкой за данный промежуток времени.

Длина пути ( $\Delta s$ ) — скалярная величина.

**Длина пути оптическая**  $\rightarrow$  см. *Интерференция света*.

**Длина тел в разных системах отсчета.** Если в системе отсчета  $K$ , относительно которой стержень покоится, его длина  $l_0$  (стержень расположен вдоль оси  $OX$ ), то в системе  $K'$ , относительно которой стержень движется со скоростью  $v$ , *релятивистское (лоренцево) сокращение длины*

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Таким образом,  $l < l_0$ , т. е. длина движущегося стержня меньше его длины, измеренной в системе, относительно которой он покоится (меньше *собственной длины*), и в разных системах отсчета различна.

*Лоренцево сокращение длины* — эффект *кинематический и взаимный*: если в системах  $K$  и  $K'$  есть два одинаковых стержня, то с точки

зрения каждой из них короче тот стержень, который движется относительно нее.

**Длительность событий в разных системах отсчета.** Если в системе отсчета  $K$  интервал времени между двумя событиями, *происходящими в одной и той же точке*, равен  $\tau$ , то интервал времени между этими событиями в системе  $K'$  (*она движется относительно системы  $K$  со скоростью  $v$* ), т. е. *релятивистское замедление хода времени*,

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Таким образом,  $\tau < \tau'$ , т. е. длительность события, происходящего в некоторой точке, *наименьшая в той инерциальной системе отсчета, относительно которой эта система неподвижна*.

Следовательно, часы, движущиеся относительно инерциальной системы отсчета, идут медленнее покоящихся часов.

Этот эффект *кинематический и взаимный*: если с точки зрения  $K$ -системы медленнее идут часы  $K'$ -системы, то с точки зрения  $K'$ -системы, наоборот, медленнее идут часы  $K$ -системы (причем в том же отношении).

**Добротность колебательной системы** (при малых значениях логарифмического декремента затухания)

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \pi N_e = \frac{\pi}{\delta T_0} = \frac{\omega_0}{2\delta}$$

[ $\theta$  — *логарифмический декремент затухания*;  $N_e$  — число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в  $e$  раз; при  $\delta^2 \ll \omega_0^2$   $T$  принято равным  $T_0$ ;  $\delta$  — *коэффициент затухания*;  $\omega_0$ ,  $T_0$  — *циклическая частота и период свободных незатухающих колебаний той же колебательной системы*].

Добротность пропорциональна числу колебаний  $N_e$ , совершаемых системой за время релаксации.

#### Добротность колебательного контура.

Используя общую формулу  $Q = \frac{\omega_0}{2\delta}$  (см. Добротность колебательной системы) и учитывая, что  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

и  $\delta = \frac{R}{2L}$ , получаем, что добротность колебательного контура

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

#### Дуализм корпускулярно-волновых свойств электромагнитного излучения.

Такие явления, как *излучение черного тела, фотоэффект, эффект Комптона*, служат доказательством квантовых (корпускулярных) представлений о свете как о потоке фотонов. С другой стороны, такие явления, как *интерференция, дифракция и поляризация света*, подтверждают волновую (электромагнитную) природу света.

*Давление света и преломление света* объясняются как волновой теорией, так и квантовой.

Таким образом, электромагнитное излучение обнаруживает удивительное единство, казалось бы, взаимоисключающих свойств — непрерывных (волны) и дискретных (фотоны), которые взаимно дополняют друг друга.

Уравнения, выражающие связь корпускулярных свойств электромагнитного излучения (энергия и импульс фотона) с волновыми [частота (длина волны)]:

$$\mathcal{E} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Свет, обладая одновременно корпускулярными и волновыми свойствами, обнаруживает определенные закономерности в их проявлении.

Волновые свойства света проявляются в закономерностях его распространения, интерференции, дифракции, поляризации, а корпускулярные — в процессах взаимодействия света с веществом. Чем больше длина волны, тем меньше энергия и импульс фотона и тем труднее обнаруживаются квантовые свойства света (с этим связано, например, существование красной границы фотоэффекта).

Наоборот, чем меньше длина волны, тем больше энергия и импульс фотона и тем труднее обнаруживаются волновые свойства света (например, волновые свойства (дифракция) рентгеновского излучения обнаружены лишь после применения в качестве дифракционной решетки кристаллов).

### Ж

**Жидкость несжимаемая** — жидкость (или газ), зависимость плотности которой от давления в данной задаче можно пренебречь.

### З

**Задача квантово-механическая об атоме водорода.** Теория Бора, сделав значительный шаг вперед для описания атома водорода и его спектров, не смогла ответить на ряд важных вопросов, например почему осуществляются переходы между одними энергетическими уровнями, а не осуществляются между другими; почему электроны на стационарных орбитах не излучают электромагнитную энергию; какова природа излучения более сложных атомов, например гелия и лития, и т. д. Следующий и завершающий шаг в создании теории атома — это

квантово-механическая теория атома водорода.

Потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром в атоме водорода

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

[ $r$  — расстояние между электроном и ядром].

Состояние электрона в атоме водорода описывается волновой функцией  $\psi$ , удовлетворяющей стационарному уравнению Шрёдингера, учитывающему значение  $U(r)$ :

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0 \quad (1)$$

[ $m$  — масса электрона;  $E$  — полная энергия электрона в атоме].

Кулоновское поле ядра, в котором движется электрон, является центрально-симметричным, поэтому уравнение (1) целесообразно решать в сферических координатах  $r, \vartheta, \varphi$ , считая, что  $\psi = \psi(r, \vartheta, \varphi)$ , выразив оператор Лапласа в сферических координатах. Уравнение Шрёдингера для стационарных состояний в сферических координатах

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \sin^2 \vartheta \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} \right) + \\ + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \\ + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0. \quad (2) \end{aligned}$$

Уравнение (2) решается методом разделения переменных при предположении, что

$$\psi(r, \vartheta, \varphi) = R(r) \Theta(\vartheta) \Phi(\varphi), \quad (3)$$

т. е. искомая  $\psi$ -функция представляется в виде произведения радиальной части (функция, зависящая только от  $r$ ) и угловых частей (функции, зависящие только от  $\vartheta$  и  $\varphi$ )<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> См. подробнее: Т. И. Трофимова. Оптика и атомная физика. Законы, проблемы, задачи. М., 1999. С. 191.

**Закон Авогадро:** моли любых газов при одинаковой температуре и постоянном давлении занимают одинаковые объемы.

При нормальных условиях этот объем

$$V_m = 22,41 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}.$$

**Закон Архимеда:** на тело, погруженное в жидкость (газ), действует со стороны этой жидкости направленная вверх выталкивающая сила, равная весу вытесненной жидкости (газа) и приложенная к центру тяжести вытесненного объема:

$$F_A = \rho g V$$

[ $\rho$  — плотность жидкости;  $V$  — объем погруженного в жидкость тела].

**Закон Ампера** определяет силу, действующую на элемент длины  $d\vec{l}$  проводника с током  $I$ , помещенный в магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$ :

$$d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}].$$

Направление силы Ампера определяется правилом левой руки (рис. 98).

#### Правило левой руки

Если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор  $\vec{B}$ , а четыре вытянутых пальца расположить по направлению тока в проводнике, то отогнутый большой палец покажет направление силы Ампера.

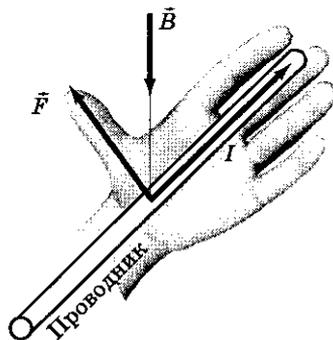


Рис. 98

Модуль силы Ампера

$$dF = IB dl \sin \alpha$$

[ $\alpha$  — угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{B}$ ].

Закон Ампера можно применить для определения силы взаимодействия двух токов. Пусть два параллельных проводника с токами  $I_1$  и  $I_2$  находятся на расстоянии  $R$  друг от друга (рис. 99). Направление силы  $dF_1$ , с которой магнитное поле  $\vec{B}_1$  (создается проводником с током  $I_1$ ) действует на участок  $dl$  тока  $I_2$ , определяется по правилу левой руки (так же определяется направление силы  $dF_2$ ):

$$dF_1 = I_2 B_1 dl, \quad dF_2 = I_1 B_2 dl,$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu 2I_1}{4\pi R}, \quad B_2 = \frac{\mu_0 \mu 2I_2}{4\pi R},$$

$$dF_1 = dF_2 = dF = \frac{\mu_0 \mu 2I_1 I_2}{4\pi R} dl.$$

Два параллельных тока одинакового направления притягиваются друг к другу с силой, определяемой последней формулой.

**Закон Био—Савара—Лапласа** определяет индукцию поля  $d\vec{B}$ , создаваемого элементом  $dl$  проводника с током  $I$  в точке  $A$ , находящейся на расстоянии  $r$  от элемента проводника (рис. 100):

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu I (d\vec{l} \times \vec{r})}{4\pi r^3}$$

[ $\mu_0$  — магнитная постоянная;  $\mu$  —

магнитная проницаемость среды;  $d\vec{l}$  — вектор, по модулю равный длине  $dl$  элемента проводника и совпадающий по направлению с током;  $\vec{r}$  — радиус-вектор, проведенный из элемента  $dl$  проводника в точку  $A$  поля;  $r$  — модуль радиуса-вектора  $\vec{r}$ ].

Направление  $d\vec{B}$  перпендикулярно  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ , т. е. перпендикулярно плоскости, в которой они лежат, и совпадает с касательной к линии магнитной индукции.

### Правило правого винта

Направление вращения головки винта дает направление  $d\vec{B}$ , если поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе.

Модуль вектора  $d\vec{B}$  определяется выражением

$$dB = \frac{\mu_0 \mu I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}$$

[ $\alpha$  — угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ ].

**Закон Бойля—Мариотта** → см. Процесс изотермический.

**Закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул:** для статистической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия, на каждую поступательную и вращательную степени свободы приходится в среднем

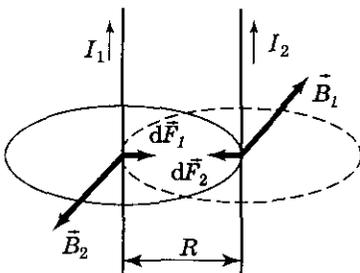


Рис. 99

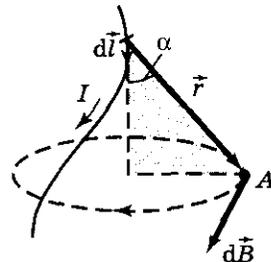


Рис. 100

кинетическая энергия, равная  $kT/2$ , а на каждую колебательную степень свободы — энергия, равная  $kT$ .

Колебательная степень «обладает» вдвое большей энергией, так как на нее приходится не только кинетическая энергия (как в случае поступательного и вращательного движений), но и потенциальная, причем средние значения кинетической и потенциальной энергии одинаковы.

**Закон Брюстера.** Если естественный свет падает на границу раздела двух диэлектриков (например, воздуха и стекла), то часть его отражается, а часть преломляется и распространяется во второй среде. В отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные плоскости падения (на рис. 101, а они обозначены точками), в преломленном — колебания, параллельные плоскости падения (изображены стрелками).

**Закон Брюстера:** при угле падения  $i_B$ , определяемом соотношением

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21},$$

отраженный луч является плоскополяризованным (содержит только колебания, перпендикулярные плоскости падения) (рис. 101, б) [ $i_B$  — угол Брюстера;  $n_{21}$  — показатель преломления второй среды относительно первой].

Преломленный луч при угле падения  $i_B$  поляризуется максимально, но не полностью.

Если свет падает на границу раздела под углом Брюстера, то отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны [ $\operatorname{tg} i_B = \sin i_B / \cos i_B$ ,  $n_{21} = \sin i_B / \sin i_2$  ( $i_2$  — угол преломления), откуда  $\cos i_B = \sin i_2$ ]. Следовательно,  $i_B + i_2 = \pi/2$ , но  $i'_B = i_B$  (закон отражения), поэтому

$$i'_B + i_2 = \pi/2.$$

**Закон Бугера** → см. Поглощение (абсорбция) света.

**Закон всемирного тяготения:** между любыми двумя материальными точками действует сила взаимного притяжения, пропорциональная произведению масс этих точек ( $m_1$  и  $m_2$ ) и обратно пропорцио-

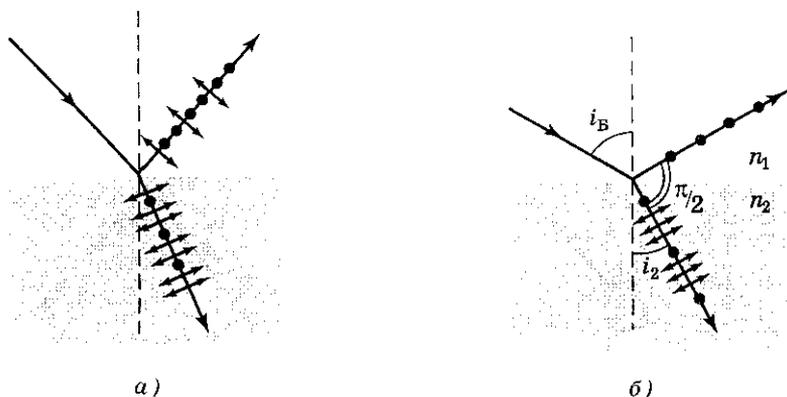


Рис. 101

нальная квадрату расстояния между ними ( $r^2$ ):

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Эта сила называется *гравитационной* (или *силой всемирного тяготения*). Силы тяготения всегда являются силами притяжения и направлены вдоль прямой, проходящей через взаимодействующие тела. Коэффициент пропорциональности  $G$  называется *гравитационной постоянной*.

**Закон Галилея обобщенный:** *все тела в одном и том же поле тяготения падают с одинаковым ускорением.*

**Закон Гей-Люссака**  $\rightarrow$  см. *Процесс изобарный; Процесс изохорный.*

**Закон Гука для продольного растяжения (сжатия)** — экспериментально установленный закон:

$$\sigma = E\varepsilon$$

[коэффициент пропорциональности  $E$  называется *модулем Юнга*].

Из приведенной на рис. 102 диаграммы напряжений (зависимость  $\sigma$  от  $\varepsilon$ ) для металлического образца следует, что деформация твердых тел подчиняется закону Гука, т. е. наблюдается линейная зависимость  $\sigma(\varepsilon)$  до так называемого *предела пропорциональности* ( $\sigma_{\Pi}$ ).

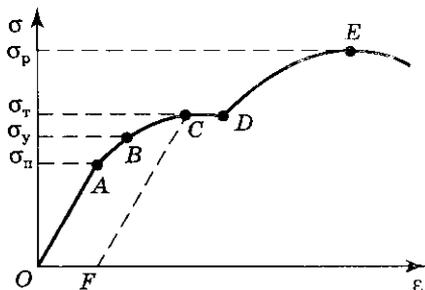


Рис. 102

При дальнейшем увеличении напряжения деформация еще упругая (хотя зависимость  $\sigma(\varepsilon)$  уже не линейна) и до *предела упругости* ( $\sigma_y$ ) остаточная деформация не возникает.

За пределом упругости в теле возникает остаточная деформация и график, описывающий возвращение тела в первоначальное состояние после прекращения действия силы, изобразится не кривой  $BO$ , а прямой  $CF$ .

*Предел текучести*  $\sigma_t$  — напряжение, при котором появляется заметная остаточная деформация ( $\approx 0,2\%$ ) (точка  $C$  на кривой). В области  $CD$  деформация возрастает без увеличения напряжения, т. е. тело как бы «течет». Эта область называется *областью текучести* (или *областью пластических деформаций*),

Материалы, для которых область текучести значительна, называются *вязкими*, а материалы, для которых она практически отсутствует, — *хрупкими*. При дальнейшем растяжении (за точку  $D$ ) происходит разрушение тела. *Предел прочности*  $\sigma_p$  — максимальное напряжение, возникающее в теле до разрушения.

Относительное изменение длины стержня (относительная деформация)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{ES}$$

(учтено, что  $\sigma = E\varepsilon$  и  $\sigma = F/S$ ) или

$$F = \frac{ES}{l} \Delta l = k \Delta l \quad (1)$$

[ $k$  — *коэффициент упругости*].

Выражение (1) также задает закон Гука: *удлинение стержня при упругой деформации пропорционально действующей на стержень силе.*

**Закон Дальтона:** *давление смеси идеальных газов равно сумме парци-*

альных давлений  $p_1, p_2, \dots, p_n$  входящих в нее газов:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n;$$

$$p = \sum_{i=1}^n p_i.$$

**Закон движения центра масс:** центр масс системы движется как материальная точка, в которой сосредоточена масса всей системы и на которую действует сила, равная геометрической сумме всех внешних сил, действующих на систему:

$$m \frac{d\vec{v}_c}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i.$$

**Закон Джоуля—Ленца:** количество теплоты, выделяемое в проводнике при прохождении электрического тока, прямо пропорционально квадрату силы тока, сопротивлению проводника и времени прохождения тока через проводник:

$$dQ = I^2 R dt = IU dt = \frac{U^2}{R} dt.$$

Выделим в проводнике элементарный цилиндрический объем  $dV = dS dl$  (ось цилиндра совпадает с направлением тока), сопротивление которого  $R = \rho \frac{dl}{dS}$ .

По закону Джоуля—Ленца, за промежуток времени  $dt$  в этом объеме выделится количество теплоты

$$\begin{aligned} dQ &= I^2 R dt = \rho \frac{dl}{dS} (j dS)^2 dt = \\ &= \rho j^2 dV dt. \end{aligned}$$

Количество теплоты, выделяющееся за единицу времени в единице объема, называется удельной тепловой мощностью тока:

$$w = \frac{dQ}{dt dV}.$$

Тогда

$$w = \rho j^2 = jE = \gamma E^2$$

— закон Джоуля—Ленца в дифференциальной форме (учтено, что  $j = \gamma E$  (закон Ома в дифференциальной форме) и  $\rho = 1/\gamma$ ).

**Закон Джоуля—Ленца в дифференциальной форме**  $\rightarrow$  см. Закон Джоуля—Ленца.

**Закон диффузии Фика** описывает перенос массы вещества посредством диффузии:

$$j_m = -D \frac{d\rho}{dx}$$

[ $j_m$  — плотность потока массы — величина, определяемая массой вещества, диффундирующего в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную оси  $X$ ;  $D$  — диффузия (коэффициент диффузии);  $d\rho/dx$  — градиент плотности, определяемый скоростью изменения плотности на единицу длины  $x$  в направлении нормали к этой площадке. Знак минус показывает, что перенос массы происходит в направлении убывания плотности (поэтому знаки  $j_m$  и  $d\rho/dx$  противоположны)].

Диффузия  $D$  численно равна плотности массы при градиенте плотности, равном единице:

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle$$

[ $\langle v \rangle$  — средняя скорость теплового движения молекул;  $\langle l \rangle$  — средняя длина свободного пробега].

**Закон Кирхгофа:** отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглотительной способности не зависит от природы тела; оно является для всех тел универсальной функцией частоты (длины волны) и температуры:

$$\frac{R_{\nu, T}}{A_{\nu, T}} = r_{\nu, T}$$

[ $r_{\nu, T}$  — универсальная функция Кирхгофа, т. е. не что иное, как

спектральная плотность энергетической светимости черного тела.

• *Энергетическая светимость тела при использовании закона Кирхгофа*

$$R_T = \int_0^{\infty} A_{\nu, T} r_{\nu, T} d\nu.$$

• *Энергетическая светимость серого тела*

$$R_T^e = A_T \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu = \int_0^{\infty} r_{\lambda, T} d\lambda = A_T R_e.$$

• *Энергетическая светимость черного тела (зависит только от температуры)*

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu = \int_0^{\infty} r_{\lambda, T} d\lambda.$$

**Закон Кулона:** сила взаимодействия  $F$  между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, пропорциональна зарядам  $Q_1$  и  $Q_2$  и обратно пропорциональна квадрату расстояния  $r$  между ними:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q_1||Q_2|}{r^2}$$

$[\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} — \text{электрическая постоянная, относящаяся к фундаментальным физическим постоянным}]$ .

Сила  $F$  направлена по прямой, соединяющей взаимодействующие заряды, т. е. является центральной, и соответствует притяжению ( $F < 0$ ) в случае разноименных зарядов и отталкиванию ( $F > 0$ ) в случае одноименных зарядов. Эта сила называется кулоновской силой.

Если взаимодействующие заряды находятся в однородной изотропной среде, то кулоновская сила

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{|Q_1||Q_2|}{r^2}$$

$[\epsilon — \text{диэлектрическая проницаемость среды} — \text{безразмерная ве}$

личина, показывающая, во сколько раз сила взаимодействия  $F$  между зарядами в данной среде меньше их силы взаимодействия  $F_0$  в вакууме:

$$\epsilon = \frac{F_0}{F}$$

(для вакуума  $\epsilon = 1$ )].

**Закон Максвелла о распределении молекул идеального газа по скоростям.** Согласно молекулярно-кинетической теории, как бы ни изменялась скорость молекул при столкновениях, при  $T = \text{const}$

$$\langle v_{\text{KB}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \text{const.}$$

Это объясняется тем, что в газе, находящемся в состоянии равновесия, устанавливается некое стационарное, не изменяющееся со временем распределение молекул по скоростям, которое подчиняется вполне определенному статистическому закону. Это — закон Максвелла, который описывается функцией распределения молекул по скоростям. Эта функция  $f(v)$  определяет относительное число молекул  $\frac{dN(v)}{dv}$  из общего числа молекул, скорости которых лежат в интервале от  $v$  до  $v + dv$  (рис. 103):

$$f(v) = \frac{dN(v)}{N dv}.$$

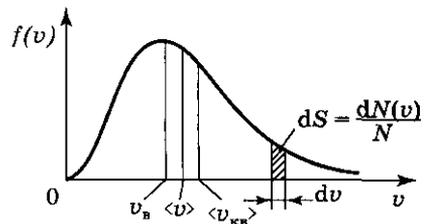


Рис. 103

Применяя методы теории вероятностей, Максвелл ввел функцию  $f(v)$ :

$$f(v) = 4\pi \left( \frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}},$$

т. е. конкретный вид функции зависит от рода газа (от массы молекулы) и от параметра состояния (от температуры  $T$ ). Из функции распределения следует, что при повышении температуры максимум функции распределения молекул по скоростям (рис. 104) сместится вправо. Площадь, ограниченная кривой, остается неизменной, поэтому при повышении температуры кривая распределения молекул по скоростям будет растягиваться и понижаться.

Скорость, при которой функция распределения молекул идеального газа по скоростям максимальна, называется *наиболее вероятной скоростью*. Значение наиболее вероятной скорости можно найти, продифференцировав выражение  $f(v)$  по аргументу  $v$  и приравняв результат нулю.

*Наиболее вероятная скорость*

$$v_B = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}.$$

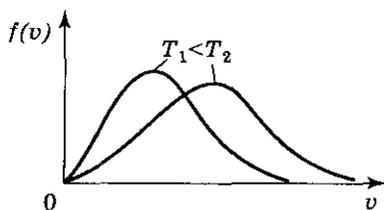


Рис. 104

**Закон Максвелла о распределении молекул идеального газа по энергиям теплового движения.** Функция  $f(\epsilon)$  распределения молекул по энергиям теплового движения определяет относительное число молекул  $dN(\epsilon)/N$  из общего числа  $N$  молекул, которые имеют кинетическую энергию  $\epsilon = m_0 v^2/2$ , заключенную в интервале от  $\epsilon$  до  $\epsilon + d\epsilon$ :

$$f(\epsilon) = \frac{dN(\epsilon)}{Nd\epsilon}.$$

Исходя из функции  $f(v)$  (см. закон Максвелла о распределении молекул идеального газа по скоростям), можно найти функцию  $f(\epsilon)$ :

$$f(\epsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \epsilon^{1/2} e^{-\epsilon/(kT)}.$$

**Закон Малюса.** Естественный свет можно преобразовать в плоскополяризованный, используя поляризаторы, пропускающие колебания только определенного направления (например, пропускающие колебания, параллельные главной плоскости поляризатора, и полностью задерживающие колебания, перпендикулярные этой плоскости).

Простейший поляризатор — кристалл турмалина (на рис. 105 он обозначен  $T_1$  и  $T_2$ ).

Направим естественный свет перпендикулярно пластинке турмалина  $T_1$ . Вращая кристалл  $T_1$  во-

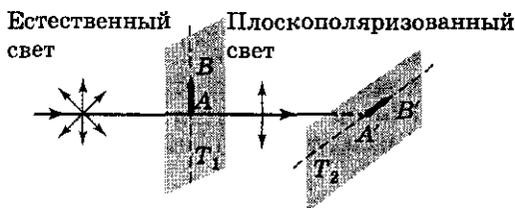


Рис. 105

круг направления луча, никакого изменения интенсивности прошедшего через турмалин света не наблюдаем. Если на пути луча поставить вторую пластинку турмалина  $T_2$  и вращать ее вокруг направления луча, то интенсивность света, прошедшего сквозь пластинки, изменяется в зависимости от угла  $\alpha$  между главными плоскостями поляризатора и анализатора (пластинка  $T_2$ , служащая для анализа степени поляризации света).

### Закон Малюса:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

[ $I_0$  и  $I$  — соответственно интенсивность света, падающего на второй кристалл, и интенсивность света, вышедшего из него].

Следовательно, интенсивность прошедшего через пластинки света изменяется от минимума (полное гашение света) при  $\alpha = \pi/2$  (плоскости поляризатора и анализатора перпендикулярны) до максимума при  $\alpha = 0$  (плоскости параллельны).

Если пропустить естественный свет через два поляризатора, главные плоскости которых образуют угол  $\alpha$ , то из первого выйдет плоскополяризованный свет, интенсивность которого  $I_0 = 1/2 I_{\text{ест}}$ , из второго выйдет свет интенсивностью  $I = I_0 \cos^2 \alpha$ . Следовательно, интенсивность света, прошедшего сквозь два поляризатора,

$$I = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} \cos^2 \alpha,$$

откуда  $I_{\text{max}} = \frac{1}{2} I_{\text{ест}}$  (поляризаторы параллельны) и  $I_{\text{min}} = 0$  (поляризаторы скрещены).

**Закон Мозли** определяет частоту  $\nu$  линий характеристического рентгеновского излучения:

$$\nu = R(Z - \sigma)^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

[ $R$  — постоянная Ридберга;  $Z$  — порядковый номер в периодической

системе элементов,  $\sigma$  — постоянная экранирования, в пределах каждой серии одинаковая для всех элементов (например, для  $K$ -серии  $\sigma = 1$ ,  $L$ -серии  $\sigma = 7,5$  и т. д.),  $m = 1, 2, 3, \dots$  (определяет рентгеновскую серию);  $n = m + 1, m + 2, \dots$  (определяет линию соответствующей серии)].

Смысл постоянной экранирования заключается в том, что на электрон, совершающий переход, действует не весь заряд ядра  $Ze$ , а заряд  $(Z - \sigma)e$ , ослабленный экранирующим действием других электронов. Закон Мозли подобен обобщенной формуле Бальмера для атома водорода.

### Закон независимости световых пучков

→ см. *Законы оптики. Основные.*

**Закон Ньютона для внутреннего трения (вязкости).** Механизм возникновения внутреннего трения между параллельными слоями газа (жидкости), движущимися с различными скоростями, заключается в том, что из-за хаотического движения происходит обмен молекулами между слоями, в результате чего импульс слоя, движущегося быстрее, уменьшается, а импульс слоя, движущегося медленнее, увеличивается, что приводит к торможению слоя, движущегося быстрее, и ускорению слоя, движущегося медленнее.

### Закон Ньютона для внутреннего трения:

$$j_p = -\eta \frac{dv}{dx}$$

[ $j_p$  — плотность потока импульса — величина, определяемая полным импульсом, переносимым в единицу времени в положительном направлении оси  $X$  сквозь единичную площадку перпендикулярно оси  $X$ ;  $\frac{dv}{dx}$  — градиент скорости]. Знак

минус указывает, что импульс переносится в направлении убывания скорости (поэтому знаки  $j_p$  и  $\frac{dv}{dx}$  противоположны). Динамическая вязкость  $\eta$  численно равна плотности потока импульса при градиенте скорости, равном единице:

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle.$$

**Закон Ома для замкнутой цепи** → см. Закон Ома для неоднородного участка цепи.

**Закон Ома для однородного участка цепи:** сила тока  $I$ , текущего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна напряжению  $U$  на концах проводника:

$$I = \frac{U}{R}$$

[ $R$  — электрическое сопротивление проводника, зависящее от его размеров и формы, а также от материала проводника].

Для однородного линейного проводника

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

[ $\rho$  — удельное электрическое сопротивление проводника;  $l$  — его длина;  $S$  — площадь поперечного сечения].

Подставив выражение для  $R$  в закон Ома, получим

$$\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \frac{U}{l}$$

$\left[ \frac{1}{\rho} = \gamma \right]$  — удельная электрическая проводимость вещества проводника].

Так как  $U/l = E$  — напряженность электрического поля в проводнике,  $I/S = j$  — плотность тока, то

$$j = \gamma E.$$

Векторы  $\vec{j}$  и  $\vec{E}$  совпадают (носители тока в изотропном проводнике

в каждой точке движутся в направлении  $\vec{E}$ ).

**Закон Ома в дифференциальной форме** (связывает плотность тока в любой точке внутри проводника с напряженностью электрического поля в этой же точке):

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}.$$

**Закон Ома для неоднородного участка цепи.** Если ток проходит по неподвижным проводникам, образующим участок 1—2, то работа  $A_{12}$  всех сил (сторонних и электростатических), совершаемая над носителями тока, по закону сохранения и превращения энергии равна теплоте, выделяющейся на участке.

Работа сил, совершаемая при перемещении заряда  $Q_0$  на участке 1—2,

$$A_{12} = Q_0 \mathcal{E}_{12} + Q_0(\varphi_1 - \varphi_2)$$

[ $\mathcal{E}_{12}$  — ЭДС на участке;  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  — разность потенциалов на концах участка].

За промежуток времени  $t$  в проводнике выделяется количество теплоты

$$I^2 R t = IR(I t) = IR Q_0.$$

**Закон Ома для неоднородного участка цепи:**

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R}.$$

Частные случаи этого закона приведены в табл. 1:

Таблица 1

$\mathcal{E}_{12} = 0$ источника тока нет	$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}$	Закон Ома для однородного участка цепи
$\varphi_1 = \varphi_2$ цепь замкнута	$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$ ( $R$ — сопротивление всей цепи)	Закон Ома для замкнутой цепи
$I = 0$ цепь разомкнута	$\mathcal{E}_{12} = \varphi_2 - \varphi_1$	ЭДС в разомкнутой цепи равна разности потенциалов на ее концах

**Закон отражения**  $\Rightarrow$  см. *Законы оптики основные*.

**Закон Паскаля:** *давление в любом месте покоящейся жидкости одинаково по всем направлениям, причем давление одинаково во всему объему, занятому покоящейся жидкостью.*

**Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$ ):** *циркуляция вектора  $\vec{B}$  по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной  $\mu_0$  на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром:*

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k$$

[ $n$  — число проводников с токами, охватываемых контуром  $L$  произвольной формы]. Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он охватывается контуром. Положительным считается ток, направление которого образует с направлением обхода по контуру правовинтовую систему; ток противоположного направления считается отрицательным.

Этот закон справедлив только для поля в вакууме, поскольку для поля в веществе необходимо учитывать молекулярные токи.

Циркуляция вектора  $\vec{B}$  магнитного поля не равна нулю. Такое поле называется *вихревым*.

**Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$ ):** *циркуляция вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости и молекулярных токов, охватываемых этим контуром, умноженной на магнитную постоянную:*

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0(I + I')$$

[ $I$  и  $I'$  — алгебраические суммы соответственно макроток (токов проводимости) и микроток (молекулярных токов), охватываемых произвольным замкнутым контуром  $L$ ]. Вектор  $\vec{B}$  характеризует результирующее поле, созданное как макроскопическими токами в проводниках (токами проводимости), так и микроскопическими токами в магнетиках, поэтому линии вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  не имеют источников и являются замкнутыми.

**Закон преломления**  $\Rightarrow$  см. *Законы оптики основные*.

**Закон прямолинейного распространения света**  $\Rightarrow$  см. *Законы оптики основные*.

**Закон радиоактивного распада.** Число ядер  $dN$ , распавшихся в среднем за интервал времени от  $t$  до  $t + dt$ , пропорционально промежутку времени  $dt$  и числу  $N$  ядер, не распавшихся к моменту времени  $t$ :

$$dN = -\lambda N dt$$

[ $\lambda$  — постоянная радиоактивного распада; знак минус указывает, что общее число радиоактивных ядер в процессе распада уменьшается].

Разделив переменные и интегрируя:

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt, \quad \int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt,$$

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t,$$

получим закон радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

[ $N_0$  — начальное число нераспавшихся ядер (в момент времени  $t = 0$ );  $N$  — число нераспавшихся ядер в момент времени  $t$ ].

**Закон релятивистской динамики (основной)**

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \text{или} \quad \vec{F} = \frac{d}{dt} \left( \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right)$$

[ $\vec{p}$  — релятивистский импульс частицы].

При  $v \ll c$  приходим к основному закону классической механики — второму закону Ньютона. Законы классической механики получаются как следствие теории относительности для предельного случая  $v \ll c$ .

**Закон сложения скоростей в классической механике**  $\rightarrow$  см. Принцип относительности Галилея.

**Закон сложения скоростей релятивистский:** если система отсчета  $K'$  движется со скоростью  $v$  в положительном направлении оси  $X$  системы отсчета  $K$ , причем оси  $X'$  и  $X$  совпадают, оси  $Y'$  и  $Y$ ,  $Z'$  и  $Z$  параллельны, то

$$\begin{cases} u'_x = \frac{u_x - v}{1 - vu_x/c^2}, \\ u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2}, \\ u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - vu_x/c^2} \end{cases}$$

$[u_x = \frac{dx}{dt}, u_y = \frac{dy}{dt}, u_z = \frac{dz}{dt}$  и

$u'_x = \frac{dx'}{dt'}, u'_y = \frac{dy'}{dt'}, u'_z = \frac{dz'}{dt'}$  пред-

ставляют собой соответственно проекции на оси  $X, Y, Z$  и  $X', Y', Z'$  вектора скорости рассматриваемой точки относительно систем  $K$  и  $K'$ ].

Если материальная точка движется параллельно оси  $X$ , то скорость  $u$  относительно системы  $K$  совпадает с  $u_x$ , а скорость  $u'$  относи-

тельно  $K'$  — с  $u'_x$ . Тогда закон сложения скоростей примет вид

$$u' = \frac{u - v}{1 - uv/c^2}. \quad (1)$$

Если  $v \ll c, u \ll c$ , то приходим к закону сложения скоростей в классической механике.

Релятивистский закон сложения скоростей подчиняется второму постулату Эйнштейна: если  $u = c$ , то формула (1) примет вид

$$u' = \frac{c - v}{1 - cv/c^2} = c.$$

**Закон смещения Вина:** длина волны  $\lambda_{\max}$ , соответствующая максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости  $r_{\lambda, T}$  черного тела (рис. 106), обратно пропорциональна его термодинамической температуре:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$$

[ $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$  — постоянная Вина].

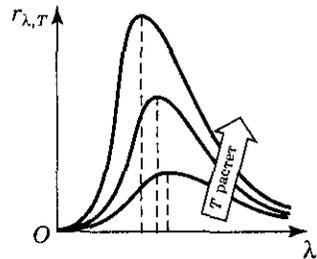


Рис. 106

Закон Вина объясняет, почему с понижением температуры нагретых тел в их спектре все сильнее преобладает длинноволновое излучение (например, переход белого каления в красное при остывании металла).

**Закон сохранения барионного числа:** в замкнутой системе при всех процессах взаимопревращаемости элементарных частиц барионное число сохраняется.

**Закон сохранения заряда:** алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы остается неизменной, какие бы процессы ни происходили внутри данной системы:

$$\sum_i Q_i = \text{const.}$$

**Закон сохранения зарядовых чисел**  $\Rightarrow$  см. Реакции ядерные.

**Закон сохранения изотопического спина**  $\Rightarrow$  см. Мультиплет изотопический.

**Закон сохранения импульса:** импульс замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const}$$

[ $n$  — число материальных точек (тел), входящих в систему].

Закон сохранения импульса является следствием определенного свойства симметрии — однородности пространства.

**Закон сохранения и превращения энергии:** в системе, в которой действуют неконсервативные силы, например силы трения, полная механическая энергия системы не сохраняется.

Следовательно, в этих случаях закон сохранения механической энергии несправедлив. Однако при «исчезновении» механической энергии всегда возникает эквивалентное количество энергии другого вида. Таким образом, энергия никогда не исчезает и не появляется вновь, она лишь превращается из одного вида в другой. В этом и заключается физическая сущность закона сохранения и превращения энергии — сущность неуничтожимости материи и ее движения.

**Закон сохранения лептонного числа:** в замкнутой системе при всех без исключения процессах взаимопревращаемости элементарных частиц лептонное число сохраняется.

Так как у электрона и нейтрино  $L = +1$ , а у позитрона и антинейтрино  $L = -1$ , то закон сохранения лептонного числа выполняется лишь при условии, что антинейтрино возникает вместе с электроном, а нейтрино — с позитроном.

**Закон сохранения массовых чисел**  $\Rightarrow$  см. Реакции ядерные.

**Закон сохранения механической энергии:** в системе тел, между которыми действуют только консервативные силы, полная механическая энергия сохраняется, т. е. не изменяется со временем, или

в консервативных системах полная механическая энергия сохраняется.

Закон сохранения энергии является следствием определенного свойства симметрии — однородности времени.

**Закон сохранения момента импульса:** момент импульса замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени:

$$\vec{L} = \text{const.}$$

Закон сохранения момента импульса — фундаментальный закон природы. Он связан со свойством симметрии пространства — его изотропностью.

**Закон сохранения релятивистского импульса:** релятивистский импульс замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени.

Этот закон является следствием определенного свойства симметрии пространства — однородности пространства.

**Закон сохранения странности** → см. *Странность*.

**Закон сохранения четности** → см. *Четность*.

**Закон сохранения энергии в релятивистской механике:** полная энергия замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени.

Этот закон — следствие определенного свойства симметрии — однородности времени.

**Закон Стефана—Больцмана:** энергетическая светимость черного тела пропорциональна четвертой степени термодинамической температуры:

$$R_e = \sigma T^4$$

[ $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup> · К<sup>4</sup>) — постоянная Стефана—Больцмана].

**Закон Столетова** → см. *Законы внешнего фотоэффекта*.

**Закон теплопроводности Фурье.** Описывает перенос энергии в форме теплоты:

$$j_E = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

[ $j_E$  — плотность теплового потока — величина, определяемая энергией, переносимой в форме теплоты в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную оси  $X$ ;

$\lambda$  — теплопроводность;  $\frac{dT}{dx}$  — градиент температуры, определяемый скоростью изменения температуры на единицу длины  $x$  в направлении нормали к этой площадке. Знак минус показывает, что при теплопроводности энергия переносится в направлении убывания температуры (поэтому знаки  $j_E$  и  $\frac{dT}{dx}$  противоположны)].

Теплопроводность равна

$$\lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$$

[ $c_V$  — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме (количество

теплоты, необходимое для нагревания 1 кг газа на 1 К при постоянном объеме);  $\rho$  — плотность газа;  $\langle v \rangle$  — средняя скорость теплового движения молекул;  $\langle l \rangle$  — средняя длина свободного пробега].

**Закон Фарадея для самоиндукции** → см. *Самоиндукция*.

**Закон Фарадея (закон электромагнитной индукции):** ЭДС  $\mathcal{E}_i$  электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Этот закон универсальный: ЭДС  $\mathcal{E}_i$  не зависит от способа изменения магнитного потока. Знак минус показывает, что увеличение потока ( $\frac{d\Phi}{dt} > 0$ ) вызывает ЭДС  $\mathcal{E}_i < 0$ ;

уменьшение потока ( $\frac{d\Phi}{dt} < 0$ ) вызы-

вает  $\mathcal{E}_i > 0$ . Знак минус в законе Фарадея определяется *правилом Ленца*.

Согласно закону сохранения энергии, работа источника тока за промежуток времени  $dt$ :

$$\mathcal{E} I dt = I^2 R dt + I d\Phi$$

[ $R$  — полное сопротивление контура,  $I^2 R dt$  — работа на джоулеву теплоту и  $I d\Phi$  — работа по перемещению проводника в магнитном поле]. Тогда

$$I = \frac{\mathcal{E} - d\Phi/dt}{R}$$

[ $-\frac{d\Phi}{dt} = \mathcal{E}_i$  есть не что иное, как закон Фарадея].

Согласно Максвеллу, всякое магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электриче-

ское поле  $\vec{E}_B$ , которое и является причиной возникновения индукционного тока в проводнике. Циркуляция  $\vec{E}_B$  этого поля по любому неподвижному контуру  $L$  проводника представляет собой ЭДС электромагнитной индукции

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

### Законы внешнего фотоэффекта

1. **Закон Столетова:** при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света (сила фототока насыщения пропорциональна энергетической освещенности ее катода).

2. **Максимальная начальная скорость** (максимальная начальная кинетическая энергия) фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой  $\nu$ .

3. Для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, т. е. минимальная частота  $\nu_0$  света (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), ниже которой фотоэффект невозможен.

### Законы оптики основные

**Закон прямолинейного распространения света:** свет в оптически однородной среде распространяется прямолинейно.

**Закон независимости световых пучков:** эффект, производимый отдельным пучком, не зависит от того, действуют ли одновременно остальные пучки или они устранены.

**Закон отражения:** отраженный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и перпендикуляр, проведенным к границе раздела двух сред в точке падения;

угол  $i'_1$  отражения равен углу  $i_1$  падения (рис. 107):

$$i'_1 = i_1.$$

**Закон преломления:** луч падающий, луч преломленный и перпендикуляр, проведенный к границе раздела двух сред в точке падения, лежат в одной плоскости; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных сред (см. рис. 107):

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21}$$

[ $n_{21}$  — показатель преломления второй среды (2) относительно первой (1). Индексы в обозначениях углов  $i_1, i'_1, i_2$  указывают, в какой среде (первой или второй) распространяется луч].

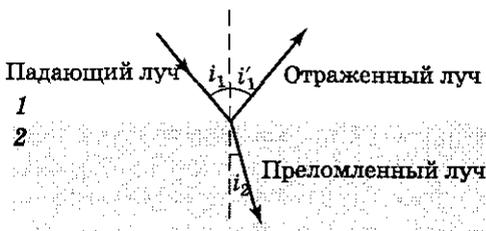


Рис. 107

### Законы Ньютона

**Первый закон Ньютона (закон инерции):** существуют такие системы отсчета, относительно которых поступательно движущиеся тела сохраняют свою скорость постоянной, если на них не действуют другие тела.

Первый закон Ньютона утверждает существование инерциальных систем отсчета. Первоначально он сформулировал этот закон в виде, установленном еще Галилеем: материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не выведет ее (его) из этого состояния.

**Второй закон Ньютона:** ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально вызывающей его силе, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки (тела):

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{или} \quad \vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

**Более общая формулировка второго закона Ньютона:** скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на нее силе:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

**Третий закон Ньютона:** всякое действие материальных точек (тел) друг на друга имеет характер взаимодействия; силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

[ $\vec{F}_{12}$  — сила, действующая на первую материальную точку со стороны второй;  $\vec{F}_{21}$  — сила, действующая на вторую материальную точку со стороны первой. Эти силы приложены к разным материальным точкам (телам), всегда действуют парами и являются силами одной природы].

Третий закон Ньютона позволяет осуществить переход от динамики отдельной материальной точки к динамике системы материальных точек. Это следует из того, что и для системы материальных точек взаимодействие сводится к силам парного взаимодействия между материальными точками.

**Заряд свободный**  $\Rightarrow$  см. *Поляризация диэлектриков.*

**Заряд связанный**  $\Rightarrow$  см. *Поляризация диэлектриков.*

**Заряд точечный** — заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры

которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует. Понятие точечного заряда, как и материальной точки, является физической абстракцией.

**Заряд электрический** — заряд, характеризующий способность тел и частиц к электромагнитным взаимодействиям.

**Свойства заряда:**

- существует в двух видах: *положительный* и *отрицательный*; одноименные заряды отталкиваются, разноименные — притягиваются;

- *инвариантен* (его величина не зависит от системы отсчета, т. е. не зависит от того, движется он или покоится);

- *дискретен*, т. е. заряд любого тела составляет целое кратное от элементарного электрического заряда  $e$  (электрон и протон являются соответственно носителями элементарных отрицательного и положительного зарядов ( $e = 1,06 \cdot 10^{-19}$  Кл;  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$  кг;  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг);

- *аддитивен* (заряд любой системы тел (частиц) равен сумме зарядов тел (частиц), входящих в систему);

- *подчиняется закону сохранения заряда.*

**Заряд электрический элементарный**  $\Rightarrow$  см. *Заряд электрический.*

**Заряд ядра (+Ze)** [ $Z$  — зарядовое число ядра,  $e$  — заряд протона]. Так как атом нейтрален, то заряд определяет и число электронов в атоме. От числа электронов зависит их расположение по состояниям в атоме, от которого, в свою очередь, зависят химические свойства атома. Следовательно, заряд ядра определяет специфику химического элемента, т. е. число электронов в атоме, конфигурацию их электронных оболочек, величину и характер внутриатомного электрического поля.

**Заряды индуцированные**  $\Rightarrow$  см. *Индукция электростатическая*.

**Захват электронный (e-захват)**  $\Rightarrow$  см. *Бета-распад*.

**Значения физических величин средние.** Волновая функция  $\psi$ , являясь основной характеристикой состояния микрообъектов, позволяет вычислять средние значения физических величин, характеризующих данный микрообъект. Среднее значение зависящей от координат физической величины  $L(x, y, z)$ , характеризующей микрообъект, находящийся в состоянии, описываемом волновой функцией  $\Psi$ ,

$$\langle L \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} L |\Psi|^2 dV = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^* L \Psi dV$$

[Интегрирование производится по всему бесконечному пространству, т. е. по координатам  $x, y, z$  от  $-\infty$  до  $+\infty$ ].

**Значения энергии собственные**  $\Rightarrow$  см. *Уравнение Шрёдингера для стационарных состояний*.

**Зона активная**  $\Rightarrow$  см. *Реакция деления цепная*.



**Излучение космическое** — излучение, приходящее на Землю практически изотропно со всех направлений космического пространства.

Различают космические излучения: *первичное* (приходящее непосредственно из Космоса) и *вторичное* (образуется в результате взаимодействия первичного космического излучения с ядрами атомов земной атмосферы).

**Излучение тепловое** — свечение тел, обусловленное нагреванием.

Оно совершается за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества (т. е. за счет его внутренней энергии) и свойственно всем телам при температуре выше 0 К. Тепловое излучение характеризуется сплошным спектром, положение

максимума которого зависит от температуры. При высокой температуре излучаются короткие (видимые и ультрафиолетовые) электромагнитные волны, при низкой — преимущественно длинные (инфракрасные).

Тепловое излучение *равновесно*. Если нагретые (излучающие) тела поместить в полость, ограниченную идеально отражающей оболочкой, то через некоторое время (в результате непрерывного обмена энергией между телами и излучением, заполняющим полость) наступит равновесие, т. е. каждое тело в единицу времени будет поглощать столько же энергии, сколько и излучать. При этом все тела в полости приобретут одинаковую температуру.

**Изобара**  $\Rightarrow$  см. *Процесс изобарный*.

**Изобары** — ядра с одинаковым *массовым числом*  $A$ : изобары имеют различные  $Z$  (различное число протонов) и одинаковое массовое число (одинаковое число нуклонов), например  ${}^1_4\text{Be}$ ,  ${}^{10}_5\text{B}$ ,  ${}^{10}_6\text{C}$ .

**Изотерма**  $\Rightarrow$  см. *Процесс изотермический*.

**Изотерма критическая**  $\Rightarrow$  см. *Изотермы Ван-дер-Ваальса*.

**Изотермы Ван-дер-Ваальса** — кривые зависимости  $p$  от  $V_m$  при заданных  $T$ , определяемые уравнением Ван-дер-Ваальса для моля газа (рис. 108).

При высокой температуре ( $T > T_K$ ) изотерма реального газа отличается

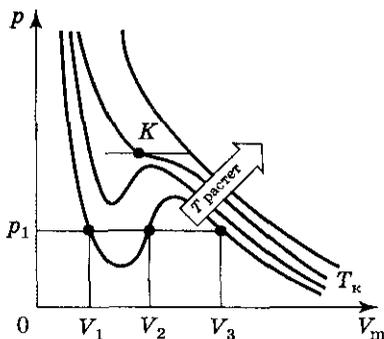


Рис. 108

от изотермы идеального газа только некоторым искажением ее формы, оставаясь монотонно спадающей кривой. При некоторой температуре  $T_K$  на изотерме имеется лишь одна точка перегиба  $K$ . Эта изотерма называется *критической*, соответствующая ей температура  $T_K$  — *критической температурой*. Критическая изотерма имеет лишь одну точку перегиба  $K$ , называемую *критической точкой*; в этой точке касательная к ней параллельна оси абсцисс. Соответствующие этой точке *объем  $V_K$  и давление  $p_K$*  называются также *критическими*.

При низкой температуре ( $T < T_K$ ) изотермы имеют волнообразный участок, сначала монотонно опускаясь вниз, затем монотонно поднимаясь вверх и снова монотонно опускаясь.

Уравнение Ван-дер-Ваальса при заданных  $p$  и  $T$  является уравнением третьей степени относительно  $V_m$ ; следовательно, оно может иметь либо три вещественных корня, либо один вещественный и два мнимых, причем физический смысл имеют лишь вещественные положительные корни. Поэтому первому случаю соответствуют изотермы при низкой температуре: три значения объема газа  $V_1, V_2$  и  $V_3$  отвечают (символ  $m$  для простоты опускаем) одному значению давления  $p_1$ , второму случаю — изотермы при высокой температуре.

Рассматривая различные участки изотермы при  $T < T_K$  (рис. 109),

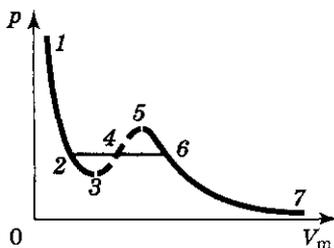


Рис. 109

видим, что на участках  $1-3$  и  $5-7$  при уменьшении объема  $V_m$  давление  $p$  возрастает. На участке  $3-5$  сжатие вещества приводит к уменьшению давления; практика же показывает, что такие состояния в природе не осуществляются. Наличие участка  $3-5$  означает, что при постепенном изменении объема вещество не может оставаться все время в виде однородной среды; в некоторый момент наступает скачкообразное изменение состояния и происходит распад вещества на две фазы. Таким образом, истинная изотерма имеет вид ломаной линии  $7-6-2-1$ . Часть  $7-6$  отвечает газообразному состоянию, а часть  $2-1$  — жидкому. В состояниях, соответствующих горизонтальному участку изотермы  $6-2$ , наблюдается равновесие жидкой и газообразной фаз вещества.

Если через крайние точки горизонтальных участков семейства изотерм провести линию, то получится колоколообразная кривая (рис. 110), ограничивающая область двухфазных состояний вещества. Эта кривая и критическая изотерма делят диаграмму  $p, V_m$  под изотермой на три области: под колоколообразной кривой располагается область двухфазных состояний (жидкость и насыщенный пар), слева от нее находится область жидкого состояния, а справа — область пара. Пар отличается от остальных газообразных со-

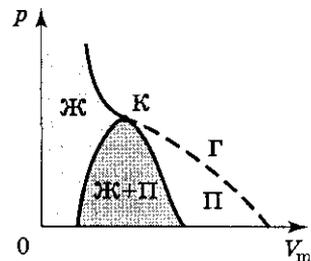


Рис. 110

стояний тем, что при изотермическом сжатии его можно подвергнуть сжижению. Газ же при температуре выше критической не может быть превращен в жидкость ни при каком давлении.

**Изотоны** — ядра с одинаковым числом *нейтронов*: изотоны имеют различные  $Z$  (различное число протонов), различное массовое число  $A$  (различное число нуклонов), но одинаковое  $N$  (одинаковое число нейтронов), например  ${}^{14}_6\text{C}$ ,  ${}^{15}_7\text{N}$ ,  ${}^{16}_8\text{O}$ .

**Изотопы** — ядра с одинаковыми зарядовыми числами и различными массовыми числами.

Изотопы имеют одинаковые  $Z$  (одинаковое число протонов) и разные  $A$  (различное число нуклонов), например  ${}^1_1\text{H}$ ,  ${}^2_1\text{H}$ ,  ${}^3_1\text{H}$ .

**Изотропность** — инвариантность физических законов относительно выбора направления осей координат системы отсчета (относительно замкнутой системы в пространстве на любой угол).

**Изохора** → см. *Процесс изохорный*.

**Импульс** материальной точки — векторная величина, численно равная произведению массы материальной точки на ее скорость и имеющая направление скорости:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

**Индуктивность контура** → см. *Самоиндукция*.

**Индуктивность контуров взаимная** → см. *Индукция взаимная*.

**Индукция взаимная** — явление возникновения ЭДС в одном из конту-

ров при изменении силы тока в другом контуре.

**ЭДС взаимной индукции** — ЭДС, индуцируемая в первом контуре при изменении силы тока во втором контуре:

$$\mathcal{E}_{i1} = -L \frac{dI_2}{dt}$$

[ $L$  — взаимная индуктивность контуров, зависящая от геометрической формы, размеров, взаимного расположения контуров и от магнитной проницаемости окружающей контуры среды].

**Индукция магнитная**. На рамку (контур) с током магнитное поле оказывает ориентирующее действие.

Вращающий момент сил, действующий на рамку с током, зависит как от свойств поля в данной точке, так и от свойств рамки:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]$$

[ $\vec{p}_m$  — вектор магнитного момента рамки с током;  $\vec{B}$  — вектор магнитной индукции, количественная характеристика магнитного поля].

Для плоского контура с током  $I$

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}$$

[ $S$  — площадь поверхности рамки;  $\vec{n}$  — единичный вектор нормали к поверхности рамки. Направление  $\vec{p}_m$  совпадает с направлением положительной нормали].

Если в данную точку магнитного поля помещать рамки с различными магнитными моментами, то на них действуют различные вращающие моменты, однако отношение

ние  $\frac{M_{\max}}{p_m}$  [ $M_{\max}$  — максимальный

вращающий момент] для всех контуров одно и то же и поэтому может служить характеристикой магнит-

ного поля, называемой магнитной индукцией:

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}.$$

Магнитная индукция в данной точке однородного магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению индукции поля.

**Индукция электромагнитная** — явление, заключающееся в том, что в замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции, охватываемого этим контуром, возникает электрический ток, получивший название *индукционного*.

Обобщая результаты опытов, Фарадей показал, что всякий раз, когда происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции, в контуре возникает индукционный ток; возникновение индукционного тока указывает на наличие в цепи электродвижущей силы, называемой *электродвижущей силой электромагнитной индукции*.

**Индукция электростатическая.** Если во внешнее электростатическое поле внести нейтральный проводник, то свободные заряды (электроны, ионы) будут перемещаться: положительные — по полю, отрицательные — против поля (рис. 111, а).

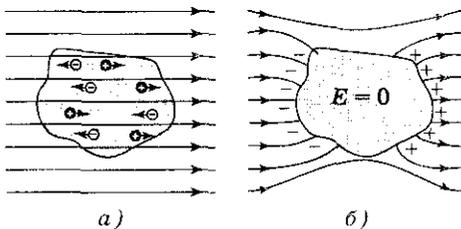


Рис. 111

На одном конце проводника будет скапливаться избыток положительного заряда, на другом — избыток отрицательного. Эти заряды называются *индуцированными*. Процесс будет происходить до тех пор, пока напряженность поля внутри проводника не станет равной нулю, а линии напряженности вне проводника — перпендикулярными его поверхности (рис. 111, б). Таким образом, нейтральный проводник, внесенный в электростатическое поле, разрывает часть линий напряженности; они заканчиваются на отрицательных индуцированных зарядах и вновь начинаются на положительных. Индуцированные заряды распределяются на внешней поверхности проводника. Явление перераспределения поверхностных зарядов на проводнике во внешнем электростатическом поле называется *электростатической индукцией*.

**Инертность тел** — свойство, присущее всем телам и заключающееся в том, что тела оказывают сопротивление изменению его скорости (как по модулю, так и по направлению).

**Интервал между событиями** — инвариантная по отношению к преобразованиям координат величина, которая в четырехмерном пространстве (в нем каждое событие характеризуется четырьмя координатами  $x, y, z, t$ ) определяется по формуле:

$$s_{12} = (c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2)^{1/2}$$

[ $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$  — расстояние между точками трехмерного пространства, в которых эти события произошли].

Введя обозначение  $t_{12} = t_2 - t_1$ , получим

$$s_{12} = \sqrt{c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2}.$$

Инвариантом является величина

$$s_{12}^2 = c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2 = \text{inv.}$$

**Интерференция волн** — явление наложения в пространстве двух (или нескольких) когерентных волн в разных его точках, при котором получается усиление или ослабление результирующей волны в зависимости от соотношения между фазами этих волн.

Рассмотрим наложение двух когерентных сферических волн, возбуждаемых точечными источниками, колеблющимися с одинаковыми амплитудой  $A_0$  и частотой  $\omega$  и постоянной разностью фаз:

$$\xi_1 = \frac{A_0}{r_1} \cos(\omega t - kr_1 + \varphi_1),$$

$$\xi_2 = \frac{A_0}{r_2} \cos(\omega t - kr_2 + \varphi_2)$$

[ $r_1$  и  $r_2$  — расстояния от источников волн до рассматриваемой точки;  $k$  — волновое число;  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — начальные фазы накладывающихся сферических волн].

Амплитуда результирующей волны в точке

$$A^2 = A_0^2 \left\{ \frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos [k(r_1 - r_2) - (\varphi_1 - \varphi_2)] \right\}.$$

Разность начальных фаз  $(\varphi_1 - \varphi_2) = \text{const}$  (источники когерентны), поэтому результат наложения двух волн в различных точках зависит от величины  $\Delta = r_1 - r_2$ , называемой *разностью хода волн*.

• В точках, где

$$k(r_1 - r_2) - (\varphi_1 - \varphi_2) = \pm 2m\pi$$

$$(m = 0, 1, 2, \dots),$$

наблюдается *интерференционный максимум*: амплитуда результирующего колебания  $A = \frac{A_0}{r_1} + \frac{A_0}{r_2}$ .

• В точках, где

$$k(r_1 - r_2) - (\varphi_1 - \varphi_2) = \pm(2m + 1)\pi$$

$$(m = 0, 1, 2, \dots),$$

наблюдается *интерференционный минимум*: амплитуда результирующего колебания  $A = \left| \frac{A_0}{r_1} \right| + \left| \frac{A_0}{r_2} \right|$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ) называется соответственно *порядком интерференционного максимума или минимума*.

**Интерференция света** — пространственное перераспределение светового потока при наложении двух (или нескольких) когерентных световых волн, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других — минимумы интенсивности.

Интерференция света — *частный случай* интерференции волн.

Для получения когерентных волн применяют метод *разделения волн*, излучаемой одним источником, на две части, которые после прохождения разных оптических путей накладываются друг на друга, и наблюдается интерференционная картина.

Пусть разделение на две когерентные волны происходит в определенной точке  $O$ . До точки  $M$ , в которой наблюдается интерференционная картина, одна волна в среде с показателем преломления  $n_1$

прошла путь  $s_1$ , вторая — в среде с показателем преломления  $n_2$  — путь  $s_2$ .

Если в точке  $O$  фаза колебаний равна  $\omega t$ , то в точке  $M$  первая волна возбуждит колебание

$$A_1 \cos \omega \left( t - \frac{s_1}{v_1} \right),$$

вторая волна — колебание

$$A_2 \cos \omega \left( t - \frac{s_2}{v_2} \right),$$

где  $v_1 = \frac{c}{n_1}$ ,  $v_2 = \frac{c}{n_2}$  — соответственно

фазовые скорости первой и второй волн. Разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами в точке  $M$ , равна

$$\begin{aligned} \delta &= \omega \left( \frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (s_2 n_2 - s_1 n_1) = \\ &= \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta \end{aligned}$$

$\left[ \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \right]$ , где  $\lambda_0$  — длина волн в вакууме].

Произведение геометрической длины  $s$  пути световой волны в данной среде на показатель  $n$  преломления этой среды называется *оптической длиной пути*  $L$ , а  $\Delta = L_2 - L_1$  — разность оптических длин проходящих волнами путей — *оптической разностью хода*.

Если оптическая разность хода равна целому числу длин волн в вакууме

$$\Delta = \pm m \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (1)$$

то  $\delta = \pm 2m\pi$  и колебания, возбуждаемые в точке  $M$  обеими волнами, будут происходить в одинаковой фазе.

Следовательно, (1) является *условием интерференционного максимума*.

Если оптическая разность хода

$$\begin{aligned} \Delta &= \pm (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \\ (m &= 0, 1, 2, \dots), \end{aligned} \quad (2)$$

то  $\delta = \pm (2m + 1)\pi$  и колебания, возбуждаемые в точке  $M$  обеими волнами, будут происходить в противофазе. Следовательно, (2) является *условием интерференционного минимума*.

**Источники тока**  $\rightarrow$  см. *Силы сторонние*.

## К

**Камера Вильсона** — трековый детектор. Принцип действия основан на конденсации пересыщенного пара воды или спирта на ионах, образующихся вдоль траектории заряженной частицы. Образовавшиеся треки подсвечиваются сбоку и фотографируются в нескольких проекциях для выявления их пространственной структуры. По характеру и геометрии треков можно судить о типе прошедших через камеру частиц (например,  $\alpha$ -частица оставляет сплошной жирный след,  $\beta$ -частица — тонкий), об энергии частиц (по величине пробега), о плотности ионизации (по количеству капель на единицу длины трека), о количестве участвующих в реакции частиц.

При помещении камеры Вильсона в сильное магнитное поле (П. Л. Капица и независимо Д. В. Скобельцын, 1923) траектория заряженной частицы искривляется. По кривизне трека можно определить импульс частицы и знак ее заряда, а если известен тип частицы (заряд и масса), то по радиусу кривизны трека можно опре-

делить энергию частицы даже в том случае, если весь трек в камере не помещается. Недостатки камеры Вильсона — большое время восстановления и трудоемкость обработки результатов.

**Камера диффузионная.** Если в камере Вильсона пересыщение создается адиабатным расширением газа, то здесь оно достигается за счет непрерывного потока пара от горячей поверхности у ее дна. Диффузионная камера работает, таким образом, непрерывно. Кроме того, из-за отсутствия поршня в ней можно создавать повышенное давление (до  $\sim 4$  МПа), что увеличивает, и притом значительно, ее эффективный объем.

**Камера ионизационная** — детектор (применялся еще Резерфордом), действие которого основано на способности заряженных частиц вызывать ионизацию газа. Ионизационная камера — это электрический конденсатор (плоский, цилиндрический или сферический), заполненный газом, к электродам которого приложена разность потенциалов. Регистрируемая частица, попав в пространство между электродами, образует на своем пути электроны и ионы, которые, перемещаясь в электрическом поле, собираются на электродах, создавая в цепи камеры ток. Напряжение подбирается так, чтобы все образовавшиеся ионы доходили до электродов, не успев рекомбинировать, но при этом не разгонялись бы настолько сильно, чтобы производить вторичную ионизацию. Ионизационные камеры бывают *токовые* (в них измеряется суммарный ионизационный ток) и *импульсные* (в них регистрируется прохождение одиночной ча-

стицы и измеряется ее энергия, хотя и с небольшой точностью, обусловленной малостью выходного сигнала).

**Камера пузырьковая.** Действие основано на вскипании перегретой (находящейся под давлением) жидкости вблизи траектории частицы: вдоль траектории заряженной частицы образуется цепочка пузырьков пара — *трек*, который фотографируется (стереофото съемка с помощью нескольких объективов). Ее эффективный объем на два-три порядка больше, чем у камеры Вильсона (жидкость гораздо плотнее газа), что позволяет использовать пузырьковые камеры для изучения длинных цепей рождений и распадов частиц высоких энергий. Пузырьковая камера — один из основных трековых детекторов в экспериментах на ускорителях.

**Камеры искровые** используют преимущества *счетчиков* (быстрота регистрации) и *трековых детекторов* (полнота информации о треках). Образно говоря, искровая камера — это набор большого числа очень мелких счетчиков. Главная часть искровых камер — набор погруженных в газ близких плоскопараллельных электродов, соединенных через один. Половина их заземлена, а на другую половину подается высоковольтный импульс, запускаемый регистрируемой частицей. В том месте камеры, где частица вызвала ионизацию, развивается искровой разряд, который фотографируется. Сейчас используют *бесфильмовые искровые камеры*: в них координаты искр записываются в память ЭВМ,

где подвергаются математической обработке.

**Камеры пропорциональные** → см. *Счетчик пропорциональный.*

**Каоны** → см. *Мезоны и их свойства.*

**Капиллярность** — явление изменения высоты уровня жидкости в *капиллярах* (узких трубках). Если жидкость смачивает материал трубки, то внутри нее поверхность жидкости (мениск) имеет вогнутую форму (рис. 112, а), если не смачивает — выпуклую (рис. 112, б).

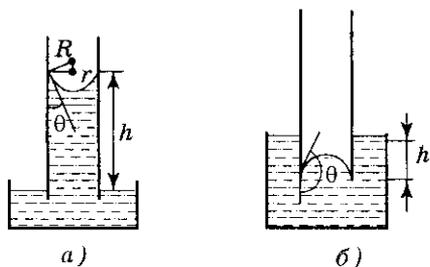


Рис. 112

Жидкость в капилляре поднимается или опускается на такую высоту  $h$ , при которой давление столба жидкости (гидростатическое давление)  $\rho gh$  уравновешива-

ется избыточным давлением  $\Delta p$ , т. е.

$$\frac{2\sigma}{R} = \rho gh$$

[ $\rho$  — плотность жидкости;  $g$  — ускорение свободного падения].

Если  $r$  — радиус капилляра,  $\theta$  — краевой угол, то из рис. 112, а, б следует, что  $2\sigma \cos \theta / r = \rho gh$ , откуда высота подъема жидкости в капиллярной трубке

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho gh}$$

**Квант** → см. *Гипотеза квантовая Планка.*

**Кварки.** Развитие работ по классификации элементарных частиц сопровождалось поисками новых, более фундаментальных частиц, которые могли бы служить базисом для построения всех адронов. Эти частицы были названы *кварками*.

Согласно модели Гелла—Манна—Цвейга, все известные адроны можно было построить, постулирував существование кварков и соответствующих *антикварков*, если им приписать характеристики, указанные в табл. 2 (в том числе дробные, электрические и барионные заряды).

Самое удивительное (почти невероятное) свойство кварков связа-

Таблица 2

Кварк (антикварк)	Электрический заряд, ед. $e$	Барионное число $B$	Спин, ед. $\hbar$	Странность $S$
$u$ ( $\bar{u}$ )	+2/3 (-2/3)	+1/3 (-1/3)	1/2	0
$d$ ( $\bar{d}$ )	-1/3 (+1/3)	+1/3 (-1/3)	1/2	0
$s$ ( $\bar{s}$ )	-1/3 (+1/3)	+1/3 (-1/3)	1/2	-1 (+1)
$c$ ( $\bar{c}$ )	+2/3 (-2/3)	+1/3 (-1/3)	1/2	-1 (+1)
$b$ ( $\bar{b}$ )	-1/3 (+2/3)	+1/3 (-1/3)	1/2	-1 (+1)
$t$ ( $\bar{t}$ )	+2/3 (-2/3)	+1/3 (-1/3)	1/2	-1 (+1)

но с их электрическим зарядом, поскольку еще никто не находил частиц с дробным значением элементарного электрического заряда. Спин кварка равен  $1/2$ , поскольку только из фермионов можно «сконструировать» как фермионы (нечетное число фермионов), так и бозоны (четное число фермионов).

В настоящее время признана точка зрения, согласно которой между лептонами и кварками существует симметрия: число лепто-

нов должно быть равно числу типов кварков. Является ли схема из шести лептонов и шести кварков окончательной или же число лептонов (кварков) будет расти, покажут дальнейшие исследования.

**Кинематика** — раздел механики, в котором изучаются движение тел, не рассматривая причин, которые это движение обуславливают.

**Классификация элементарных частиц** — см. табл. 3.

Таблица 3

Группа	Название частицы	Символ		Заряд, ед. $e$	Масса покоя, ед. $m_e$	Спин, ед. $\hbar$	Изоспин $I$	Лептонное число $L$	Барионное число $B$	Странность $S$	Приблизительное время жизни, с	
		частицы	античастицы									
Фотоны	Фотон	$\gamma$		0	0	1	—	0	0	0	Стабилен	
Лептоны	Электрон	$e^-$	$e^+$	1	1	$1/2$	—	+1	0	0	Стабилен	
	Электронное нейтрино	$\nu_e$	$\bar{\nu}_e$	0	0	$1/2$	—	+1	0	0	Стабильно	
	Мюон	$\mu^-$	$\mu^+$	1	206,8	$1/2$	—	+1	0	0	$\approx 10^{-6}$	
	Мюонное нейтрино	$\nu_\mu$	$\bar{\nu}_\mu$	0	0	$1/2$	—	+1	0	0	Стабильно	
	Тау-лептон	$\tau^-$	$\tau^+$	1	3487	$1/2$	—	+1	0	0	$\approx 10^{-12}$	
	Тауонное нейтрино	$\nu_\tau$	$\bar{\nu}_\tau$	0	0	$1/2$	—	+1	0	0	?	
Адроны	Мезоны	Пионы	$\pi^0$	0	264,1	0	1	0	0	0	$\approx 10^{-16}$	
			$\pi^+$ $\pi^-$	1	273,1	0	1	0	0	0	$\approx 10^{-8}$	
		Каоны	$K^0$ $\bar{K}^0$	0	974,0	0	$1/2$	0	0	+1	$10^{-10}-10^{-8}$	
			$K^+$ $K^-$	1	966,2	0	$1/2$	0	0	+1	$\approx 10^{-8}$	
	Эта-мезон	$\eta^0$	1	1074	0	—	0	0	0	$\approx 10^{-19}$		
	Барионы	Протон	$p$	$\bar{p}$	1	1836,2	$1/2$	$1/2$	0	+1	0	Стабилен
			Нейтрон	$n$	$\bar{n}$	0	1838,7	$1/2$	$1/2$	0	+1	0
		Гипероны: лямбда	$\Lambda^0$	$\bar{\Lambda}^0$	0	2183	$1/2$	0	0	+1	-1	$\approx 10^{-10}$
			$\Sigma^0$	$\bar{\Sigma}^0$	0	2334	$1/2$	1	0	+1	-1	$\approx 10^{-20}$
			$\Sigma^+$	$\bar{\Sigma}^+$	1	2328	$1/2$	1	0	+1	-1	$\approx 10^{-10}$
$\Sigma^-$			$\bar{\Sigma}^-$	1	2343	$1/2$	1	0	+1	-1	$\approx 10^{-10}$	
кси		$\Xi^0$	$\bar{\Xi}^0$	0	2573	$1/2$	$1/2$	0	+1	-2	$\approx 10^{-10}$	
		$\Xi^-$	$\bar{\Xi}^-$	1	2586	$1/2$	$1/2$	0	+1	-2	$\approx 10^{-10}$	
омега	$\Omega$	$\bar{\Omega}^-$	1	3273	$3/2$	0	0	+1	-3	$\approx 10^{-10}$		

**Классификация ядерных реакций** осуществляется по различным признакам:

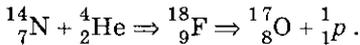
1) по роду участвующих в них ядер:

• *реакции под действием нейтронов.* Нейтроны, являясь электрически нейтральными частицами, не испытывают кулоновского отталкивания, а поэтому легко проникают в ядро, вызывая ядерные превращения;

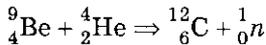
• *реакции под действием заряженных частиц* (например, протонов,  $\alpha$ -частиц).

**П р и м е р ы:**

• первая в истории ядерная реакция (осуществлена Э. Резерфордом, 1919):



• ядерная реакция, в результате которой впервые получены нейтроны,



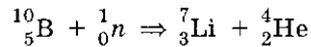
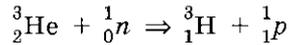
• *реакции под действием  $\gamma$ -квантов.* При малой энергии  $\gamma$ -квантов наблюдается только их упругое рассеяние; при энергии, большей энергии отделения нуклонов от ядра, наблюдаются *фотоядерные реакции* — расщепление  $\gamma$ -квантами атомных ядер. Типичные реакции: ( $\gamma, n$ ), ( $\gamma, p$ ), ( $\gamma, 2n$ ), ( $\gamma, pr$ );

2) по энергии вызывающих их частиц — реакции при малой энергии (порядка нескольких эВ) происходят в основном под действием нейтронов. При средней энергии (до нескольких МэВ) — с участием  $\gamma$ -квантов и заряженных частиц (протона,  $\alpha$ -частицы), при высокой энергии (до тысяч МэВ) приводят к рождению отсутствующих в свободном состоянии элементарных частиц;

3) по роду участвующих в них ядер — реакции на легких ( $A < 50$ ), средних ( $50 < A < 100$ ) и тяжелых ( $A > 100$ ) ядрах.

Например, на легких ядрах под действием тепловых нейтронов осуществляются реакции захвата нейт-

ронов с испусканием заряженных частиц — протонов и  $\alpha$ -частиц:



4) по характеру происходящих ядерных превращений — реакции с испусканием нейтронов, с испусканием заряженных частиц и т. д.

**Когерентность** — согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов.

Этому условию удовлетворяют *монокроматические волны* — неограниченные в пространстве волны одной определенной и строго постоянной частоты.

**Когерентность временная и пространственная.** Чем ближе волна к монокроматической, тем меньше ширина  $\Delta\omega$  спектра ее частоты и, как можно показать, время когерентности  $\tau_{\text{кор}}$ , а следовательно, и длина когерентности  $l_{\text{кор}}$ . Когерентность колебаний, которые совершаются в одной и той же точке пространства, определяемая степенью монокроматичности волн, называется *временной когерентностью*.

Наряду с временной когерентностью для описания когерентных свойств волн в плоскости, перпендикулярной направлению их распространения, вводится понятие *пространственной когерентности*. Два источника, размеры и взаимное расположение которых позволяют (при необходимой степени монокроматичности света) наблюдать интерференцию, называются *пространственно-когерентными*. *Радиусом когерентности* (или *длинной пространственной когерентности*) называется максимальное поперечное направлению распространения волны расстояние, на котором возможно проявление интерференции. Таким образом, про-

странственная когерентность определяется радиусом когерентности.

**Колебания** — движение или процесс, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени.

**Колебания вынужденные механические** — колебания, возникающие под действием внешней периодически изменяющейся силы.

**Колебания вынужденные электромагнитные** — колебания, возникающие под действием внешней периодически изменяющейся ЭДС.

**Колебания гармонические** — колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется во времени по закону синуса или косинуса.

• *Уравнение гармонических колебаний величины  $x$ :*

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

[ $x$  — смещение колеблющейся точки из положения равновесия;  $A$  — амплитуда колебаний — максимальное значение колеблющейся величины;  $\omega_0$  — круговая (циклическая) частота;  $\varphi$  — начальная фаза колебаний — постоянная величина, представляющая собой значение фазы в момент  $t = 0$  (если начало отсчета времени изменяется, то изменяется и  $\varphi$ );  $(\omega_0 t + \varphi)$  — фаза колебаний — величина, определяющая значение колеблющейся величины в данный момент времени (в момент  $t$ )].

График гармонического колебания показан на рис. 113. Так как

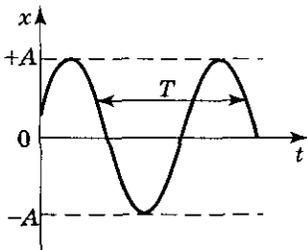


Рис. 113

косинус изменяется в пределах от +1 до -1, то  $x$  может принимать значения от  $-A$  до  $+A$ .

• *Скорость и ускорение точки, совершающей гармонические колебания,*

$$\begin{aligned} v &= \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = \\ &= A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi/2); \end{aligned}$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 x.$$

Амплитуды скорости и ускорения соответственно равны  $A\omega_0$  и  $A\omega_0^2$ . Фаза скорости отличается от фазы смещения на  $\pi/2$ , а фаза ускорения — на  $\pi$ . В момент времени, когда  $x = 0$ ,  $v$  приобретает наибольшее значение. Когда  $x$  достигает максимального отрицательного значения, то  $a$  приобретает наибольшее положительное значение.

Последнюю формулу можно переписать в виде

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

— дифференциальное уравнение гармонических колебаний.

Сила, действующая на колеблющуюся материальную точку,

$$F = ma = -m\omega_0^2 x,$$

т. е.  $F \sim x$  и направлена к положению равновесия.

• *Кинетическая энергия материальной точки, совершающей прямолинейные гармонические колебания,*

$$\begin{aligned} T &= \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = \\ &= \frac{mA^2\omega_0^2}{4} (1 - \cos 2(\omega_0 t + \varphi)). \end{aligned}$$

• *Потенциальная энергия материальной точки, совершающей гар-*

монические колебания под действием упругой силы  $F$ , равна

$$\begin{aligned} \Pi &= -\int_0^x F dx = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} = \\ &= \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi) = \\ &= \frac{mA^2\omega_0^2}{4} (1 + \cos 2(\omega_0 t + \varphi)). \end{aligned}$$

• *Полная энергия*

$$E = T + \Pi = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}.$$

**Колебания затухающие** — колебания, амплитуда которых из-за потерь энергии реальной колебательной системой уменьшается со временем.

**Колебания линейно поляризованные** → см. *Сложение взаимно перпендикулярных колебаний.*

**Колебания свободные (собственные)** — колебания, которые совершаются за счет первоначально сообщенной энергии при последующем отсутствии внешних воздействий на колебательную систему (систему, совершающую колебания).

**Колебания свободные электромагнитные** → см. *Уравнение колебаний заряда в контуре дифференциальное.*

**Колебания циркулярно поляризованные** → см. *Сложение взаимно перпендикулярных колебаний.*

**Колебания эллиптически поляризованные** → см. *Сложение взаимно перпендикулярных колебаний.*

**Количество вещества** — физическая величина, определяемая числом специфических структурных элементов — молекул, атомов или ионов, из которых состоит вещество.

**Количество теплоты приведенное** → см. *Энтропия.*

**Кольца Ньютона** — пример *полос равной толщины*. Они наблюдаются при отражении света от воздушного

зазора, образованного плоскопараллельной пластинкой и соприкасающейся с ней плосковыпуклой линзой с большим радиусом кривизны (рис. 114).

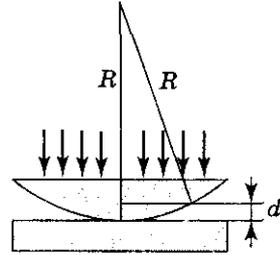


Рис. 114

В отраженном свете *оптическая разность хода* с учетом потери полуволны при отражении

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda_0}{2}, \quad \Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2}$$

[параллельный пучок света падает перпендикулярно поверхности; показатель преломления среды  $n = 1$ ;  $d$  — ширина зазора].

• Радиусы  $m$ -го светлого кольца  $r_m$  и  $m$ -го темного кольца  $r_m^*$ :

$$\begin{aligned} r_m &= \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda_0 R} \\ (m &= 0, 1, 2, \dots), \\ r_m^* &= \sqrt{m\lambda_0 R} \\ (m &= 0, 1, 2, \dots). \end{aligned}$$

Измеряя радиусы соответствующих колец, можно (зная радиус кривизны линзы  $R$ ), определить  $\lambda_0$  и, наоборот, по известной  $\lambda_0$  найти радиус кривизны  $R$  линзы.

Система светлых и темных полос получается только при освещении монохроматическим светом. При наблюдении в белом свете интерференционная картина приобретает радужную окраску. Все рассуждения были проведены для отраженного света. Интерференцию можно наблюдать и в проходящем свете, причем в данном случае не наблюдается потеря полуволны.

Следовательно, оптическая разность хода для проходящего и отраженного света отличается на  $\lambda_0/2$ , т. е. максимумам интерференции в отраженном свете соответствуют минимумы в проходящем, и наоборот.

### Конденсаторы и их типы

Конденсатор — система из двух проводников (обкладок) с одинаковыми по модулю, но противоположными по знаку зарядами, форма и расположение которых таковы, что поле сосредоточено в узком зазоре между обкладками.

Емкость конденсатора — физическая величина, равная отношению заряда  $Q$ , накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) между его обкладками:

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2}.$$

На емкость конденсатора не должны оказывать влияние окружающие тела, поэтому проводникам придают такую форму, чтобы поле, создаваемое накапливаемыми зарядами, было сосредоточено в узком за-

зоре между обкладками конденсатора. Этому условию удовлетворяют:

- две плоские пластины;
- два coaxиальных цилиндра;
- две концентрические сферы.

Поэтому в зависимости от формы пластин конденсаторы делятся на:

- плоские;
- цилиндрические;
- сферические.

**Контур колебательный** — цепь, состоящая из включенных последовательно катушки индуктивностью  $L$ , конденсатора емкостью  $C$  и резистора сопротивлением  $R$  и используемая для возбуждения и поддержания электромагнитных колебаний.

Последовательные стадии колебательного процесса в идеализированном контуре ( $R \approx 0$ ) и аналогия между электромагнитными и механическими колебаниями приведены в табл. 4.

Так как  $R \approx 0$ , то, согласно закону сохранения энергии, полная энергия

$$W = \frac{Q^2}{2C} + \frac{LQ^2}{2} = \text{const},$$

поскольку она не расходуется на нагревание.

Таблица 4

$t = 0$	$t = \frac{T}{4}$	$t = \frac{T}{2}$	$t = \frac{3T}{4}$
$W = \frac{Q^2}{2C}$	$W = \frac{LQ^2}{2}$	$W = \frac{Q^2}{2C}$	$W = \frac{LQ^2}{2}$
$E = \Pi_{\max}$	$E = T_{\max}$	$E = \Pi_{\max}$	$E = T_{\max}$

**Контур с током (рамка с током)** → см. Поле магнитное.

**Коэффициент затухания** → см. Уравнение свободных затухающих колебаний дифференциальное; Уравнение свободных затухающих колебаний в контуре дифференциальное.

**Коэффициент мощности** → см. Мощность, выделяемая в цепи переменного тока.

**Коэффициент поглощения** → см. Поглощение (абсорбция) света.

**Коэффициент прозрачности потенциального барьера.** Для прямоугольного потенциального барьера (в предположении, что коэффициент прозрачности мал по сравнению с единицей)

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)l}\right) \quad (1)$$

[ $U$  — высота потенциального барьера;  $E$  — энергия частицы;  $l$  — ширина барьера;  $D_0$  — постоянный множитель, который можно приравнять единице].

Коэффициент прозрачности  $D$  (вероятность проникновения сквозь барьер) быстро убывает с увеличением ширины барьера, а также с ростом его высоты.

Рассмотрим потенциальный барьер произвольной формы (рис. 115). Его можно приближенно представить в виде суммы узких прямоугольных барьеров. Если потенциальный барьер произвольной формы удовлетворяет условиям квазиклассического прибли-

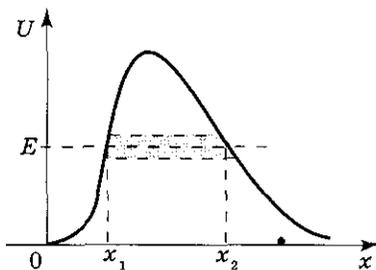


Рис. 115

жения (достаточно гладкая форма кривой), то коэффициент прозрачности с достаточно хорошим приближением определяется формулой

$$D = D_0 \exp\left\{-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U-E)} dx\right\}, \quad (2)$$

которая является обобщением формулы (1). В данном случае  $U = U(x)$ . Хотя формула (2) и является приближенной, она весьма полезна, так как дает правильное качественное описание явлений.

**Коэффициент размножения нейтронов** → см. Реакция деления цепная.

**Коэффициент сопротивления** → см. Уравнение свободных затухающих колебаний дифференциальное.

**Коэффициент трансформации** → см. Трансформаторы.

**Кривая дисперсии** → см. Дисперсия вещества.

**Кривая потенциальная** — график зависимости потенциальной энергии от некоторого аргумента.

Пусть потенциальная кривая имеет вид, изображенный на рис. 116. Если  $E$  — заданная полная энергия частицы, то частица может находиться в областях I и III, где  $\Pi(x) \leq E$ . Переходить из области I и III и обратно частица не может, так как ей препятствует потенциальный барьер CDG. Для преодоления

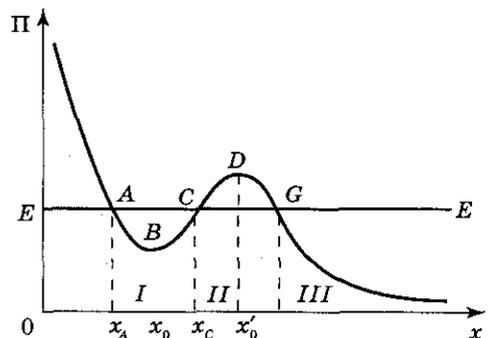


Рис. 116

барьера частице необходимо сообщить дополнительную энергию, равную высоте барьера или превышающую ее. В области I частица с полной энергией  $E$  оказывается «запертой» в потенциальной яме  $ABC$  и совершает колебания между точками с координатами  $x_A$  и  $x_C$ .

При смещении частицы из положения  $x_0$  (и влево и вправо) она испытывает действие возвращающей силы, поэтому положение  $x_0$  является положением *устойчивого равновесия*. Указанные условия выполняются и для точки  $x'_0$  (для  $P_{\max}$ ). Однако эта точка соответствует положению *неустойчивого равновесия*, так как при смещении частицы из положения  $x'_0$  появляется сила, стремящаяся удалить ее от этого положения.

**Кристаллы двуосные**  $\rightarrow$  см. *Ось оптическая кристалла*.

**Кристаллы одноосные**  $\rightarrow$  см. *Ось оптическая кристалла*.

**Кристаллы одноосные положительные и отрицательные.** Обыкновенные лучи распространяются в кристалле (см. *Лучепреломление двойное*) по всем направлениям с одинаковой скоростью  $v_o = \frac{c}{n_o}$ , а необыкновен-

ные — с разной скоростью  $v_e = \frac{c}{n_e}$  (в зависимости от угла между вектором  $\vec{E}$  и оптической осью).

Для луча, распространяющегося вдоль оптической оси,  $n_o = n_e$ ,  $v_o = v_e$ , т. е. вдоль оптической оси существует только одна скорость распространения света. Различие в  $v_e$  и  $v_o$  для всех направлений, кроме направления оптической оси, и обуславливает явление двойного лучепреломления света в одноосных кристаллах.

Допустим, что в точке  $S$  внутри одноосного кристалла находится точечный источник света. На рис. 117, а показано распространение обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле (*главная плоскость совпадает с плоскостью чертежа,  $OO'$  — направление оптической оси*). *Волновой поверхностью* обыкновенного луча (он распространяется с  $v_o = \text{const}$ ) является сфера, необыкновенного луча ( $v_e \neq \text{const}$ ) — эллипсоид вращения. Наибольшее расхождение волновых поверхностей обыкновенного и необыкновенного лучей наблюдается в направлении, перпендикулярном оптической оси. Эллипсоид и сфера касаются друг друга в точках их пересечения с оптической осью  $OO'$ . Если  $v_e < v_o$  ( $n_e > n_o$ ), то эллипсоид обыкновенного луча вписан в сферу обыкновенного луча (эллипсоид скоростей вытянут относительно оптической оси) и *одноосный кристалл называется положительным* (рис. 117, а). Если  $v_e > v_o$  ( $n_e < n_o$ ), то эллипсоид описан вокруг сферы (эллипсоид скоростей растянут в направлении, перпендикулярном оптической оси) и *одноосный кристалл называется отрицательным* (рис. 117, б).

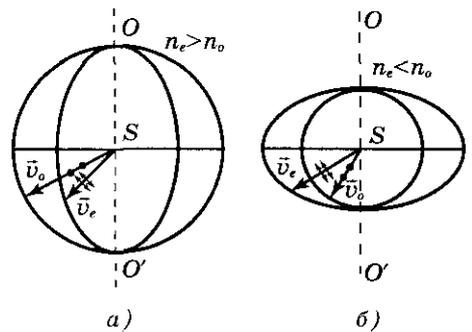


Рис. 117

**Критерий Рэлея.** Изображения двух близлежащих одинаковых точечных источников или двух близлежа-

щих спектральных линий с равными интенсивностями и одинаковыми симметричными контурами разрешимы (разделены для восприятия), если центральный максимум дифракционной картины от одного источника (линии) совпадает с первым минимумом дифракционной картины от другого (рис. 118, а).

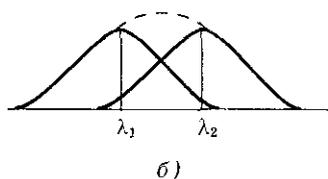
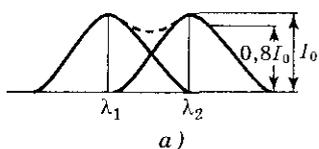


Рис. 118

При выполнении критерия Рэлея интенсивность «провала» между максимумами составляет 80% интенсивности в максимуме, что является достаточным для разрешения линий  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Если критерий Рэлея нарушен, то наблюдается одна линия (рис. 118, б).



**Лептоны** — группа элементарных частиц, к которой относят электрон, мюон, тау-лептон, электронное нейтрино, мюонное нейтрино, таонное нейтрино и их античастицы (см. табл. на с. 261).

Лептоны участвуют только в электромагнитном и слабом взаимодействиях.

**Линза** — прозрачное тело, ограниченное двумя поверхностями, преломляющими световые лучи, способное формировать оптические изображения предметов.

По форме (рис. 119) линзы бывают:

- двояковыпуклые;
- плосковыпуклые;
- двояковогнутые;
- плосковогнутые;
- выпукло-вогнутые;
- вогнуто-выпуклые.

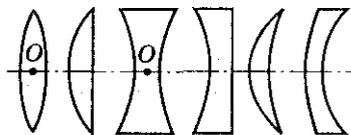


Рис. 119

**Линза рассеивающая** → см. *Сила линзы оптическая.*

**Линза собирающая** → см. *Сила линзы оптическая.*

**Линза тонкая** — линза, толщина которой (расстояние между ограничивающими поверхностями) значительно меньше по сравнению с радиусами поверхностей, ограничивающих линзу.

**Линии магнитной индукции.** *Магнитное поле* — силовое поле. Его, по аналогии с электрическим, изображают с помощью *линий магнитной индукции* — линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора  $\vec{B}$ . Их направление задается правилом правого винта.

**Правило правого винта:** головка винта, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции.

Линии магнитной индукции всегда замкнуты и охватывают проводники с током (рис. 120).

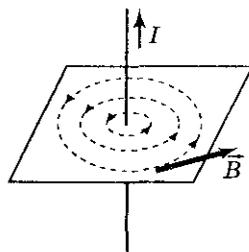


Рис. 120

**Линии напряженности поля тяготения** — линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с вектором напряженности поля тяготения.

**Линии напряженности электростатического поля** — линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора  $\vec{E}$  (рис. 121, а).

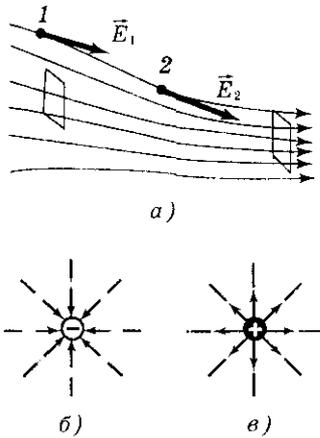


Рис. 121

Линиям напряженности приписывается направление, совпадающее с направлением вектора напряженности.

Чтобы с помощью линий напряженности можно было характеризовать не только направление, но и значение напряженности электростатического поля, их проводят с определенной густотой (рис. 121, а): число линий напряженности, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярную линиям напряженности, должно быть равно модулю вектора  $\vec{E}$ .

Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности — радиальные прямые, выходящие из заряда, если он положителен (рис. 121, б), и входящие в него, если заряд отрицателен (рис. 121, в).

**Линии тока** — линии, в каждой точке которых касательная к ним совпадает по направлению с вектором

скорости жидкости в данный момент времени (рис. 122).

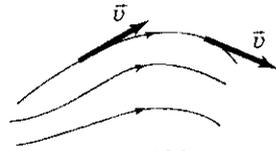


Рис. 122

Линии тока проводят так, чтобы густота их, характеризуемая отношением числа линий к площади перпендикулярной им площадки, через которую они проходят, была больше там, где больше скорость течения жидкости, и меньше там, где жидкость течет медленнее.

**Линии электрического смещения** → см. *Смещение электрическое*.

**Линия серии головная** → см. *Спектр атома водорода линейчатый*.

**Лучепреломление двойное** — способность прозрачных кристаллов (кроме кристаллов кубической системы, которые оптически изотропны) раздваивать каждый падающий на них световой пучок.

Если на кристалл направить узкий пучок света, то из кристалла выйдут два пространственно разделенных луча, параллельных друг другу и падающему лучу (рис. 123, а). Даже в том случае, когда первичный пучок падает на кристалл нормально, преломленный пучок разделяется на два, причем один из них является продолжением первичного, а второй отклоняется (рис. 123, б). Второй из

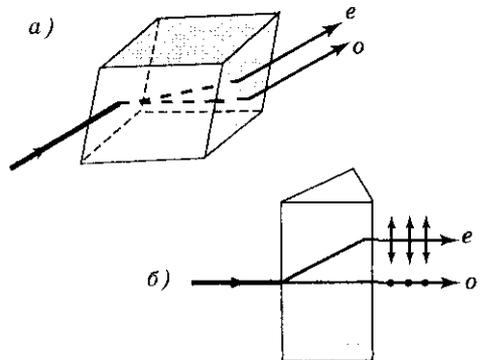


Рис. 123

этих лучей получил название *необыкновенного* ( $e$ ), а первый — *обыкновенного* ( $o$ ).

Вышедшие из кристалла лучи плоскополяризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Плоскость, проходящая через направление луча света и оптическую ось кристалла, называется *главной плоскостью* кристалла. Колебания светового вектора в обыкновенном луче происходят перпендикулярно главной плоскости, в необыкновенном — в главной плоскости (рис. 123, б).

Неодинаковое преломление *обыкновенного* и *необыкновенного* лучей указывает на различие для них показателей преломления. Очевидно, что при любом направлении *обыкновенного* луча колебания *светового вектора* перпендикулярны *оптической оси кристалла*, поэтому *обыкновенный* луч распространяется по всем направлениям с одинаковой скоростью и, следовательно, показатель преломления  $n_o$  для него есть величина постоянная. Для *необыкновенного* луча угол между направлением колебаний *светового вектора* и *оптической осью* отличен от прямого и зависит от направления луча, поэтому *необыкновенные* лучи распространяются по различным направлениям с различной скоростью. Следовательно, показатель преломления  $n_e$  *необыкновенного* луча является переменной величиной, зависящей от направления луча. Таким образом, *обыкновенный* луч подчиняется закону преломления (отсюда и название «*обыкновенный*»), а для *необыкновенного* луча этот закон не выполняется. После выхода из кристалла, если не принимать во внимание поляризацию во взаимно перпендикулярных плоскостях, эти два луча ничем друг от друга не отличаются.

**Луч необыкновенный**  $\Rightarrow$  см. *Лучепреломление двойное*.

**Луч обыкновенный**  $\Rightarrow$  см. *Лучепреломление двойное*.

**Луч световой** — линия, вдоль которой распространяется энергия световых электромагнитных волн.

**Лучи параксиальные** — лучи, образующие с оптической осью малые углы.



**Магнетик** — вещество, способное под действием магнитного поля приобретать *магнитный момент* (намагничиваться).

**Магнетон Бора** — универсальная единица магнитных моментов:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

[ $e$  — элементарный заряд;  $\hbar$  — постоянная Планка;  $m_e$  — масса электрона].

**Магнетон ядерный** — единица магнитных моментов ядер:

$$\mu_j = \frac{e\hbar}{2m_p}$$

[ $e$  — элементарный заряд;  $\hbar$  — постоянная Планка;  $m_p$  — масса протона].

Ядерный магнетон в  $m_p/m_e \approx 1836$  раз меньше магнетона Бора, поэтому магнитные свойства атомов определяются в основном магнитными свойствами его электронов.

**Магнитострикция**  $\Rightarrow$  см. *Ферромагнетизма*.

**Масса критическая**  $\Rightarrow$  см. *Реакция деления цепная*.

**Масса молярная** — масса 1 моль вещества:

$$M = m_0 N_A$$

[ $m_0$  — масса молекулы;  $N_A$  — постоянная Авогадро].

**Масса тела** — физическая величина, являющаяся мерой его инерционных (инертная масса) и гравитационных (гравитационная масса) свойств. Можно считать доказанным, что инертная и гравитационная массы равны друг другу (с точностью, не меньшей  $10^{-12}$  их значения).

**Машина холодильная** — периодически действующая установка, в которой за счет работы внешних сил теплота переносится к телам с более высокой температурой. Системой за цикл от *термостата* (рис. 124) с более низкой температурой  $T_2$  отнимается количество теплоты  $Q_2$  и отдается *термостату* с более высокой температурой  $T_1$  количество теплоты  $Q_1$ .

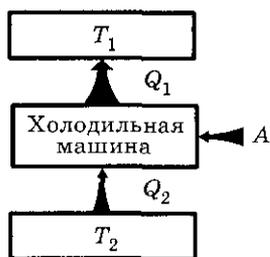


Рис. 124

Для кругового процесса  $Q = A$ , но, по условию,  $Q = Q_2 - Q_1 < 0$ , поэтому  $A < 0$  и  $Q_2 - Q_1 = -A$  или  $Q_1 = Q_2 + A$ , т. е. количество теплоты  $Q_1$ , отданное системой источнику теплоты при более высокой температуре  $T_1$ , больше количества теплоты  $Q_2$ , полученного от источника теплоты при более низкой температуре  $T_2$ , на величину работы, совершенной над системой. Следовательно, без совершения работы нельзя отбирать теплоту от менее нагретого тела и отдавать ее более нагретому.

**Маятник математический** — идеализированная система, состоящая из материальной точки, масса которой  $m$ , подвешенной на нерастяжимой невесомой нити, и колеблющаяся под действием силы тяжести.

• *Период малых колебаний математического маятника*

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

[ $l$  — длина маятника;  $g$  — ускорение свободного падения].

**Маятник пружинный** — груз массой  $m$ , подвешенный на абсолютно упругой пружине (рис. 125) и совершающий гармонические колебания под действием упругой силы  $F = -kx$  ( $k$  — жесткость пружины).

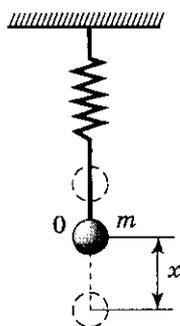


Рис. 125

• *Уравнение движения пружинного маятника*

$$m\ddot{x} = -kx \quad \text{или} \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

(см. также *Осциллятор гармонический*).

Пружинный маятник совершает гармонические колебания по закону

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

• *Циклическая частота и период колебаний пружинного маятника*

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

[последняя формула справедлива для упругих колебаний в пределах выполнения закона Гука (если масса пружины мала по сравнению с массой тела)].

**Маятник физический** — твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси подвеса, не проходящей через центр масс  $C$  тела (рис. 126).

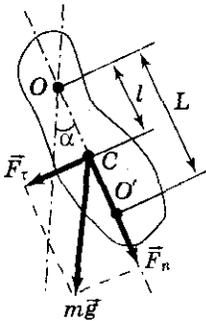


Рис. 126

• Если маятник отклонен из положения равновесия на малый угол  $\alpha$ , то момент возвращающей силы

$$M = J\epsilon = J\ddot{\alpha} = F_{\tau}l = -mgl \sin \alpha \approx -mgl\alpha \quad (1)$$

[ $J$  — момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку  $O$ ;  $l$  — расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника;  $F_{\tau} = -mg \sin \alpha$  — возвращающая сила (знак минус обусловлен тем, что направления  $F_{\tau}$  и  $\alpha$  всегда противоположны);  $\sin \alpha \approx \alpha$  соответствует малым колебаниям маятника].

• Уравнение (1) можно записать в виде  $J\ddot{\alpha} + mgl\alpha = 0$ , откуда, при-

нимая  $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{J}}$ , получим дифференциальное уравнение

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = 0$$

(см. также *Осциллятор гармонический*), решение которого

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

• *Период колебаний физического маятника*

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

[ $L = \frac{J}{mg}$  — приведенная длина физического маятника].

Точка  $O'$  на продолжении прямой  $OC$ , отстоящая от точки  $O$  подвеса маятника на расстоянии приведенной длины  $L$ , называется *центром качаний* физического маятника (см. рис. 126).

Применяя *теорему Штейнера*, получаем

$$L = \frac{J}{ml} = \frac{J_C + ml^2}{ml} = l + \frac{J_C}{ml} > l,$$

т. е.  $OO' > OC$ . Точка подвеса  $O$  маятника и центр качаний  $O'$  обладают свойством *взаимозаменяемости*: если точку подвеса перенести в центр качаний, то прежняя точка  $O$  подвеса станет новым центром качаний и период колебаний физического маятника не изменится.

### Мезоны и их свойства:

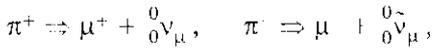
•  *$\pi$ -Мезоны (пионы)* — положительный ( $\pi^+$ ), отрицательный ( $\pi^-$ ) и нейтральный ( $\pi^0$ ) — относятся к группе *адронов* (подгруппе мезонов) (см. таблицу элементарных частиц, с. 261).

•  *$\pi$ -Мезоны* сильно взаимодействуют с нуклонами и атомными ядрами, т. е. являются ядерно-активными частицами.

•  $\pi$ -Мезоны обуславливают существование ядерных сил.

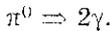
Все пионы нестабильны.

Распад  $\pi$ -мезонов происходит в основном по схемам:



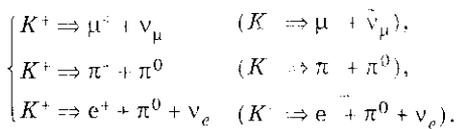
где мюоны испытывают дальнейший распад (см. Мюоны и их свойства).

Нейтральный пион распадается на два  $\gamma$ -кванта:



К группе мезонов относятся  $K$ -мезоны (каоны): положительно заряженный ( $K^+$ ), отрицательно заряженный ( $K^-$ ) и два нейтральных ( $K^0$  и  $\bar{K}^0$ ).

Распад заряженных каонов происходит преимущественно по схемам:



**Метод вращающегося вектора амплитуды, или метод векторных диаграмм.** Из произвольной точки  $O$ , выбранной на оси  $X$ , под углом  $\varphi$ , равным начальной фазе колебания, откладывается вектор  $\vec{A}$ , модуль которого равен амплитуде  $A$  рассматриваемого колебания (рис. 127). Если этот вектор привести во вращение с уг-

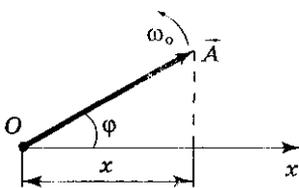


Рис. 127

ловой скоростью  $\omega_0$ , то проекция конца вектора будет перемещаться по оси  $X$  и принимать значения от  $-A$  до  $+A$ , а колеблющаяся величина будет изменяться со временем по закону

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

**Метод зон Френеля** на основе принципа Гюйгенса-Френеля отвечает на вопрос о прямолинейном распространении света. Свет распространяется из точечного источника  $S$  в однородной среде, а амплитуда световой волны определяется в некоторой точке  $M$  (рис. 128).  $\Phi$  — волновая поверхность, на которой, согласно принципу Гюйгенса-Френеля, расположены воображаемые источники. Френель разбил волновую поверхность  $\Phi$  на кольцевые зоны так, чтобы расстояние от краев зоны до  $M$  отличалось на  $\lambda/2$ , т. е.  $P_1M - P_0M = P_2M - P_1M = P_3M - P_2M = \dots = \lambda/2$ . Тогда колебания от соседних зон в точку  $M$  приходят в противофазе и при наложении будут ослаблять друг друга, т. е. амплитуда результирующего светового колебания в точке  $M$

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \quad (1)$$

[ $A_1, A_2, \dots$  — амплитуды колебаний, возбуждаемых 1-й, 2-й, ...,  $m$ -й зонами].

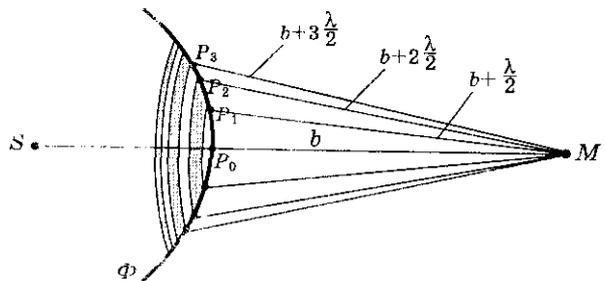


Рис. 128

Для оценки площади зон Френеля рассмотрим внешнюю  $m$ -ю зону (рис. 129), которая выделяет на волновой поверхности сферический сегмент высотой  $h_m$ . Если площадь этого сегмента  $\sigma_m$ , то площадь  $m$ -й зоны Френеля

$$\Delta\sigma_m = \sigma_m - \sigma_{m-1}$$

[ $\sigma_{m-1}$  — площадь сферического сегмента, выделяемого внешней границей  $(m-1)$ -й зоны].

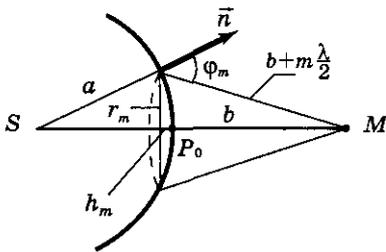


Рис. 129

Из рисунка следует, что

$$\begin{aligned} r_m^2 &= A^2 - (a - h_m)^2 = \\ &= (b + m\lambda/2)^2 - (b + h_m)^2, \end{aligned}$$

откуда

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}$$

[ $\lambda \ll a$ ,  $\lambda \ll b$ ];

$$\sigma_m = 2\pi a h_m = \frac{\pi a b \lambda}{a+b} m,$$

$$\Delta\sigma_m = \sigma_m - \sigma_{m-1} = \frac{\pi a b \lambda}{a+b}$$

[ $\Delta\sigma_m$  не зависит от  $m$ , т. е. построение зон Френеля разбивает волновую поверхность сферической волны на равные зоны].

Кроме того,

$$A_1 > A_2 > A_3 > A_4 > \dots$$

[чем больше угол  $\varphi_m$  (см. рис. 129), тем меньше действие зон в точке  $M$ ].

Можно подсчитать, что число зон Френеля, уместяющихся на полусфере, огромно, поэтому в качестве допустимого приближения амплитуда колебания  $A_m$  от  $m$ -й зоны

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2},$$

т. е. равна среднему арифметическому от примыкающих к ней зон.

Выражение (1) можно записать в виде

$$\begin{aligned} A &= \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \\ &+ \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots = \frac{A_1}{2}, \end{aligned}$$

т. е. амплитуда результирующих колебаний в произвольной точке  $M$  определяется как бы действием только половины центральной зоны Френеля.

Учитывая, что высота сегмента  $h_m \ll a$  (при не слишком больших  $m$ ), получим  $r_m^2 = 2ahm$ . Подставив сюда значение  $h_m$ , найдем радиус внешней границы  $m$ -й зоны Френеля:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}.$$

Так, при  $a = b = 10$  см и  $\lambda = 0,5$  мкм радиус первой (центральной) зоны  $r_1 = 0,158$  мм. Следовательно, распространение света от  $S$  к  $M$  происходит так, будто световой поток распространяется внутри очень узкого канала вдоль  $SM$ , т. е. прямолинейно.

Таким образом, принцип Гюйгенса—Френеля позволяет объяснить прямолинейное распространение света в однородной среде.

**Механика** — раздел физики, в котором изучаются закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение.

**Механика квантовая** — раздел механики, в котором изучаются законы движения микроскопических тел (отдельных атомов и элементарных частиц).

**Механика классическая (механика Галилея—Ньютона)** — раздел механики, в котором изучаются законы движения макроскопических тел, скорости которых малы по сравнению со скоростью распространения света в вакууме.

**Механика релятивистская** — раздел механики, в котором изучаются законы движения макроскопических тел, движущихся со скоростями, сравнимыми со скоростью  $c$  (скорость света в вакууме); основана на специальной теории относительности.

**Модели ядра.** Сложный характер ядерных сил и трудность точного решения уравнения всех нуклонов ядра (ядро с массовым числом  $A$  представляет собой систему из  $A$  тел) не позволили до настоящего времени разработать единую последовательную теорию атомного ядра. Поэтому прибегают к рассмотрению приближенных ядерных моделей, в которых ядро заменяется некоторой модельной системой, довольно хорошо описывающей только определенные свойства ядра.

*Капельная модель ядра* является первой моделью. Она основана на аналогии между поведением нуклонов в ядре и поведением молекул в капле жидкости. Так, в обоих случаях силы, действующие между составными частицами — молекулами в жидкости и нуклонами в ядре, — являются короткодействующими и им свойственно насыщение. Для капли жидкости при данных внешних условиях характерна постоянная плотность ее вещества. Ядра же характеризуются практически постоянной удельной энергией связи и постоянной плотностью, не зависящей от числа нуклонов в ядре.

Наконец, объем капли, так же как и объем ядра, пропорционален числу частиц.

Существенное отличие ядра от капли жидкости в этой модели заключается в том, что она трактует ядро как каплю электрически заряженной несжимаемой жидкости (с плотностью, равной ядерной), подчиняющуюся законам квантовой механики.

Капельная модель ядра позволила получить полуэмпирическую формулу для энергии связи нуклонов в ядре, объяснила механизм ядерных реакций и особенно реакции деления ядер. Однако эта модель не смогла, например, объяснить повышенную устойчивость ядер, содержащих магические числа протонов и нейтронов.

*Оболочечная модель ядра* предполагает распределение нуклонов в ядре по дискретным энергетическим уровням (оболочкам), заполняемым нуклонами согласно принципу Паули, и связывает устойчивость ядер с заполнением этих уровней. Считается, что ядра с полностью заполненными оболочками являются наиболее устойчивыми. Оболочечная модель ядра позволила объяснить спины и магнитные моменты ядер, различную устойчивость атомных ядер, а также периодичность изменений их свойств. Эта модель особенно хорошо применима для описания легких и средних ядер, а также для ядер, находящихся в основном (невозбужденном) состоянии.

По мере дальнейшего накопления экспериментальных данных о свойствах атомных ядер появились все новые факты, не укладывающиеся в рамки описанных моделей. Так возникли *обобщенная модель ядра* (синтез капельной и оболочечной моделей), *оптическая модель ядра* (объясняет взаимодействие ядер с налетающими частицами) и другие модели.

**Модель атома Резерфорда (или ядерная (планетарная) модель)** — вокруг положительного ядра, имеющего заряд  $Ze$  [ $Z$  — порядковый номер элемента в системе Менделеева,  $e$  — элементарный заряд], размер  $10^{-15}$ — $10^{-14}$  м и массу, практически равную массе атома, в области с линейными размерами порядка  $10^{-10}$  м по замкнутым орбитам движутся электроны, образуя электронную оболочку атома.

Так как атомы нейтральны, то заряд ядра равен суммарному заряду электронов, т. е. вокруг ядра должно вращаться  $Z$  электронов.

Модель Резерфорда не может существовать в рамках классической физики. По законам классической электродинамики, вращающийся вокруг ядра электрон должен непрерывно излучать электромагнитные волны, а поэтому терять энергию. В результате электроны будут приближаться к ядру и в конце концов упадут на него. Эти выводы противоречат наблюдаемой стабильности атомов.

Кроме того, наблюдаемые на опыте оптические спектры атомов не непрерывны, а состоят из узких спектральных линий, т. е. атомы излучают и поглощают электромагнитные волны лишь определенных частот, характерных для данного химического элемента.

**Модель атома ядерная (планетарная)** → см. *Модель атома Резерфорда.*

**Модель ядра капельная** → см. *Модели ядра.*

**Модель ядра обобщенная** → см. *Модели ядра.*

**Модель ядра оболочечная** → см. *Модели ядра.*

**Модель ядра оптическая** → см. *Модели ядра.*

**Модуль Юнга** — коэффициент пропорциональности, определяемый напряжением, вызывающим отно-

сительное удлинение, равное единице.

**Молекулы неполярные** → см. *Типы диэлектриков.*

**Молекулы полярные** → см. *Типы диэлектриков.*

**Момент дипольный (электрический дипольный)** → см. *Диполь электрический.*

**Момент импульса относительно неподвижной оси  $Z$**  — скалярная величина  $L_z$ , равная проекции на эту ось вектора момента импульса, определенного относительно произвольной точки  $O$  данной оси (рис. 130).  $L_z$  не зависит от положения точки  $O$  на оси  $Z$ .

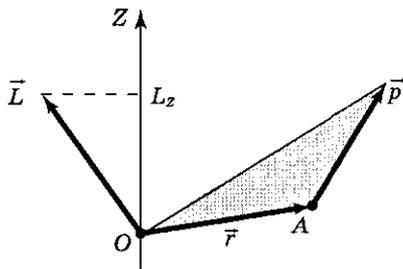


Рис. 130

**Момент импульса относительно неподвижной точки  $O$**  — физическая величина, определяемая векторным произведением радиуса-вектора  $\vec{r}$ , проведенного из точки  $O$  в точку  $A$ , на вектор импульса  $\vec{p}$  (рис. 131):

$$\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}] = [\vec{r}m\vec{v}]$$

$[\vec{p} = m\vec{v}$  — импульс материальной точки;  $\vec{L}$  — псевдовектор, его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от  $\vec{r}$  к  $\vec{p}$ ].

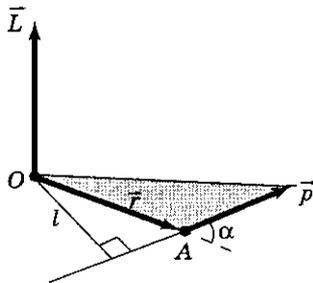


Рис. 131

Модуль вектора момента импульса

$$L = rp \sin \alpha = mvr \sin \alpha = pl$$

[\(\alpha\) — угол между векторами \(\vec{r}\) и \(\vec{p}\); \(l\) — плечо вектора \(\vec{p}\) относительно точки \(O\)].

**Момент импульса твердого тела относительно оси \(Z\)** есть сумма моментов импульса отдельных частиц тела:

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i v_i r_i$$

[\(r\_i\) — расстояние от оси \(Z\) до отдельной частицы тела; \(m\_i v\_i\) — импульс этой частицы; \(J\_z\) — момент инерции тела относительно оси \(Z\); \(\omega\) — его угловая скорость].

Учитывая, что \(v\_i = \omega r\_i\), получаем

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega = \omega \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = J_z \omega.$$

**Момент инерции материальной точки** относительно данной оси — скалярная величина, равная произведению массы точки на квадрат расстояния от этой точки до оси:

$$J = mr^2$$

[\(m\) — масса точки; \(r\) — расстояние от точки до оси].

**Момент инерции системы (тела)** относительно данной оси — физическая величина, равная сумме произведений масс \(n\) материальных точек системы на квадраты их расстояний до рассматриваемой оси:

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2.$$

В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу

$$J = \int r^2 dm,$$

где интегрирование производится по всему объему тела. Величина \(r\) в

этом случае есть функция положения точки с координатами \(x, y, z\).

**Момент рамки с током магнитный** — см. *Индукция магнитная*.

**Момент силы относительно неподвижной оси \(Z\)** — скалярная величина \(M\_z\), равная проекции на эту ось вектора \(M\) момента силы, определенного относительно произвольной точки \(O\) данной оси \(Z\) (рис. 132). Значение момента \(M\_z\) не зависит от выбора положения точки \(O\) на оси \(Z\).

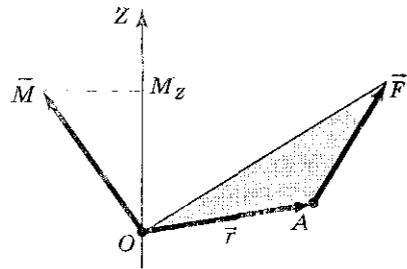


Рис. 132

Если ось \(Z\) совпадает с направлением вектора \(\vec{M}\), то момент силы можно записать в виде вектора, направленного вдоль оси:

$$M_z = [\vec{r}\vec{F}]_z.$$

**Момент силы относительно неподвижной точки \(O\)** — физическая величина, определяемая векторным произведением радиуса-вектора \(\vec{r}\), проведенного из точки \(O\) в точку приложения силы \(\vec{F}\), на эту силу (рис. 133):

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}]$$

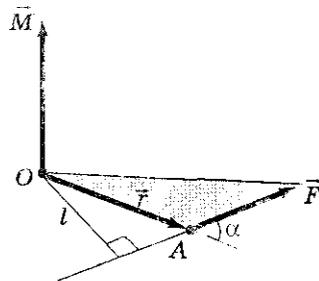


Рис. 133

$[\vec{M}]$  — псевдовектор, его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от  $\vec{r}$  к  $\vec{F}$ .

Модуль момента силы

$$M = Fr \sin \alpha = Fl$$

$[\alpha]$  — угол между  $\vec{r}$  и  $\vec{F}$ ;  $r \sin \alpha = l$  — кратчайшее расстояние между линией действия и точкой приложения силы — *плечо силы*.

**Момент ядра магнитный**

$$\vec{p}_{mj} = g_j \vec{L}_j$$

$[\vec{L}_j]$  — спин ядра;  $g_j$  — *ядерное гиромагнитное отношение*.

**Моменты электронов и атомов механические и магнитные орбитальные.** Вещества, помещенные в магнитное поле, намагничиваются. Это можно объяснить с точки зрения строения атомов и молекул, основываясь на гипотезе Ампера, согласно которой в любом теле существуют микроскопические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Эти микроскопические молекулярные токи создают свое магнитное поле.

Предположим для простоты, что электрон движется в атоме по круговым орбитам. Тогда электрон эквивалентен круговому току, поэтому он обладает *орбитальным магнитным моментом*

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

модуль которого (рис. 134)

$$\vec{p}_m = IS = evS$$

$[I = ev]$  — сила тока;  $v$  — частота вращения электрона по орбите;  $S$  — площадь орбиты).

Движущийся по орбите электрон обладает *орбитальным механи-*

*ческим моментом*  $\vec{L}_l$  модуль которого (см. рис. 134)

$$L_l = mvr = 2\pi vS$$

$[v = 2\pi vr; \pi r^2 = S].$

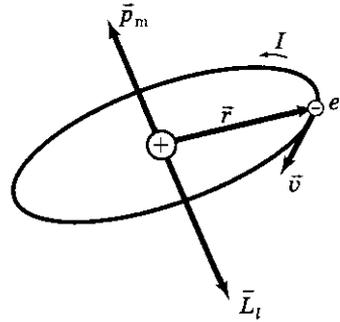


Рис. 134

Направления  $\vec{p}_m$  и  $\vec{L}_l$  определяются по правилу правого винта, они направлены противоположно и связаны друг с другом:

$$\vec{p}_m = -\frac{e}{2m} \vec{L}_l = g \vec{L}_l$$

$[g = -\frac{e}{2m}$  — *гиромагнитное отношение орбитальных моментов*].

Электрон кроме орбитальных моментов обладает также *собственным механическим моментом*  $\vec{L}_{ls}$ , называемым *спином*. Спину электрона  $\vec{L}_{ls}$  соответствует собственный (спиновый) магнитный момент  $\vec{p}_{ms}$ , пропорциональный  $\vec{L}_{ls}$  и противоположно ему направленный:

$$\vec{p}_{ms} = g_s \vec{L}_{ls}$$

$[g_s]$  — *гиромагнитное отношение спиновых моментов*].

Общий магнитный момент атома (молекулы)  $\vec{p}$  равен векторной сумме магнитных моментов (орбитальных и спиновых), входящих в атом (молекулу) электронов:

$$\vec{p} = \sum \vec{p}_m + \sum \vec{p}_{ms}.$$

**Мощность, выделяемая в цепи переменного тока.** Мгновенное значение мощности переменного тока равно произведению мгновенных значений напряжения и силы тока:

$$P(t) = U(t) I(t)$$

$[U(t) = U_m \cos \omega t; I(t) = I_m \cos (\omega t - \varphi)]$   
(см. *Цепь переменного тока, содержащая последовательно включенные резистор, катушку индуктивности и конденсатор*).

Раскрыв  $\cos (\omega t - \varphi)$ , получим

$$P(t) = I_m U_m \cos (\omega t - \varphi) \cos \omega t = \\ = I_m U_m (\cos^2 \omega t \cos \varphi + \\ + \sin \omega t \cos \omega t \sin \varphi).$$

Практический интерес представляет не мгновенное значение мощности, а ее среднее значение за период колебания. Учитывая, что

$$\langle \cos^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2}, \quad \langle \sin \omega t \cos \omega t \rangle = 0,$$

получаем

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_m U_m \cos \varphi.$$

Из векторной диаграммы (см. рис. на с. 371) следует, что  $U_m \cos \varphi = RI_m$ , поэтому

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} RI_m^2.$$

Такую же мощность развивает постоянный ток  $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ .

*Действующие (или эффективные) значения силы тока и напряжения*

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

Все амперметры и вольтметры градуируют по действующим значениям силы тока и напряжения.

Средняя мощность

$$\langle P \rangle = IU \cos \varphi,$$

где коэффициент мощности

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2}}.$$

**Мощность (мгновенная мощность)** — физическая величина, характеризующая скорость совершения работы:

$$N = \frac{dA}{dt}.$$

За промежуток времени  $dt$  сила  $\vec{F}$  совершает работу  $\vec{F} d\vec{r}$ .

Мощность, развиваемая этой силой, равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости, с которой движется точка приложения этой силы:

$$N = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \vec{v}$$

$[N$  — величина скалярная].

**Мощность тока тепловая удельная** → см. *Закон Джоуля—Ленца*.

**Мультиплет изотопический.** *Зарядовая независимость в сильных взаимодействиях* позволяет близкие по массе частицы рассматривать как различные зарядовые состояния одной и той же частицы. Так, нуклон образует дуплет (нейтрон, протон),  $\pi$ -мезоны — триплет ( $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ,  $\pi^0$ ) и т. д.

*Изотопические мультиплеты* — подобные группы «похожих» элементарных частиц, одинаково участвующие в сильном взаимодействии, имеющие близкие массы и отличающиеся зарядами. Каждый изотопический мультиплет характеризуют *изотопическим спином (изоспином)*  $I$  — одной из внутренних характеристик адронов, определяющей число ( $n$ ) частиц в изотопическом мультиплете:  $n = 2I + 1$ . Тогда изоспин нуклона  $I = 1/2$  (число членов в изотопическом мультиплете

нуклона равно двум), изоспин пиона  $I = 1$  (в пионном мультиплете  $n = 3$ ) и т. д. Изотопический спин характеризует только число членов в изотопическом мультиплете и никакого отношения к рассматриваемому ранее спину не имеет.

Исследования показали, что во всех процессах, связанных с превращениями элементарных частиц, обусловленных зарядово-независимыми сильными взаимодействиями, выполняется закон сохранения изотопического спина. Для электромагнитных и слабых взаимодействий этот закон не выполняется. Так как электрон, позитрон, фотон, мюоны, нейтрино и антинейтрино в сильных взаимодействиях участия не принимают, то им изотопический спин не приписывается.

**Мюоны и их свойства.** Мюоны — положительный ( $\mu^+$ ) и отрицательный ( $\mu^-$ ) — относятся к группе лептонов (см. таблицу элементарных частиц, с. 261).

Жесткий компонент вторичного космического излучения состоит в основном из мюонов, которые образуются вследствие распада более тяжелых заряженных частиц ( $\pi$ - и  $K$ -мезонов). Так как масса мюонов большая ( $\sim 207 m_e$ ), то радиационные потери для них пренебрежимо малы, а поэтому жесткий компонент вторичного излучения обладает большой проникающей способностью. Исследования изменения интенсивности жесткого компонента вторичного космического излучения с высотой показали, что на меньших высотах потоки мюонов менее интенсивны. Это говорит о том, что мюоны претерпевают самопроизвольный распад, являясь, таким образом, нестабильными частицами.

Распад мюонов происходит по схемам:

$$\mu^+ \Rightarrow {}^0_{+1}e + {}^0_0\nu_e + {}^0_0\bar{\nu}_\mu,$$

$$\mu^- \Rightarrow {}^0_{-1}e + {}^0_0\bar{\nu}_e + {}^0_0\nu_\mu$$

$\left[ \begin{matrix} 0 \\ 0\nu_\mu \end{matrix} \right]$  и  $\left[ \begin{matrix} 0 \\ 0\bar{\nu}_\mu \end{matrix} \right]$  — соответственно мюонные нейтрино и антинейтрино, которые отличаются от  $\left[ \begin{matrix} 0 \\ 0\nu_e \end{matrix} \right]$  и  $\left[ \begin{matrix} 0 \\ 0\bar{\nu}_e \end{matrix} \right]$  — электронных нейтрино и антинейтрино, сопутствующих испусканию позитрона и электрона соответственно].

Мюоны либо не взаимодействуют, либо взаимодействуют весьма слабо с атомными ядрами, т. е. мюоны — ядерно-неактивные частицы.



**Нагреватель**  $\rightarrow$  см. Двигатель тепловой.

**Напряженность поля тяготения** — физическая величина, определяемая силой, действующей со стороны поля на материальную точку единичной массы, и совпадающая по направлению с действующей силой:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Напряженность — силовая характеристика поля тяготения.

**Намагниченность** — физическая величина, определяемая магнитным моментом единицы объема магнетика

$$\vec{J} = \frac{\vec{p}_m}{V} = \frac{\sum \vec{p}_a}{V}$$

$\left[ \vec{p}_m \right] = \sum \vec{p}_a$  — магнитный момент магнетика, равный векторной сум-

ме магнитных моментов отдельных молекул].

**Напряжение.** Работа, совершаемая результирующей силой (сторонней и кулоновской) над единичным положительным зарядом  $Q_0$  на участке 1—2, равна

$$A_{12} = Q_0 \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l} + Q_0 \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}$$

или

$$A_{12} = Q_0 \mathcal{E}_{12} + Q_0(\varphi_1 - \varphi_2).$$

**Напряжение** на участке 1—2 — физическая величина, определяемая работой, совершаемой суммарным полем электростатических (кулоновских) и сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда на данном участке цепи:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}.$$

Понятие напряжения является обобщением понятия разности потенциалов: напряжение на концах участка цепи равно разности потенциалов в том случае, если на этом участке не действует ЭДС, т. е. сторонние силы отсутствуют.

**Напряжение задерживающее** → см. *Характеристика вольт-амперная фототока.*

**Напряжение пробивное** — разность потенциалов между обкладками конденсатора, при котором происходит пробой.

**Напряженность электростатического поля** — физическая величина, определяемая силой, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}.$$

Напряженность является силовой характеристикой электростатического поля. Направление вектора  $\vec{E}$  совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд. Если поле создается положительным зарядом, то вектор  $\vec{E}$  направлен вдоль радиуса-вектора от заряда во внешнее пространство (отталкивание пробного положительного заряда); если поле создается отрицательным зарядом, то вектор  $\vec{E}$  направлен к заряду (рис. 135).

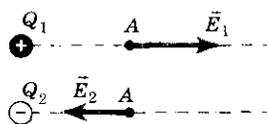


Рис. 135

**Натяжение поверхностное** равно силе поверхностного натяжения, приходящейся на единицу длины контура:

$$\sigma = \frac{F}{l}$$

[ $F$  — сила поверхностного натяжения, действующая на контур  $l$ , ограничивающий поверхность жидкости].

Поверхностное натяжение также определяется как плотность поверхностной энергии:

$$\sigma = \frac{\Delta E}{\Delta S}$$

[ $\Delta E$  — поверхностная энергия, связанная с площадью  $\Delta S$  поверхности пленки].

**Начало термодинамики второе** определяет направление протекания термодинамических процессов.

#### По Кельвину

*Невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является превращение теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу.*

**Вечный двигатель второго рода:** периодически действующий двигатель, совершающий работу за счет охлаждения одного источника теплоты, невозможен.

**По Клаузиусу**

Невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является передача теплоты от менее нагретого тела к более нагретому.

Используя понятие энтропии и неравенство Клаузиуса, второе начало термодинамики можно сформулировать как закон возрастания энтропии замкнутой системы при необратимых процессах: любой необратимый процесс в замкнутой системе происходит так, что энтропия системы при этом возрастает.

Можно дать более краткую формулировку **второго начала термодинамики:** в процессах, происходящих в замкнутой системе, энтропия не убывает.

Здесь существенно, что речь идет о замкнутых системах, так как в незамкнутых системах энтропия может вести себя любым образом (убывать, возрастать, оставаться постоянной).

**Начало термодинамики первое** — это закон сохранения и превращения энергии применительно к термодинамическим системам. Пусть некоторая система, обладая внутренней энергией  $U_1$ , получила некоторое количество теплоты  $Q$  и, перейдя в новое состояние, характеризующееся внутренней энергией  $U_2$ , совершила работу  $A$  над внешней средой, т. е. против внешних сил.

Количество теплоты считается положительным, когда оно подводится к системе, а работа — положительной, когда система совершает ее против внешних сил.

В соответствии с законом сохранения энергии при любом способе перехода системы из первого состояния во второе изменение внутренней энергии  $\Delta U = U_2 - U_1$  будет одинаковым и равным разности между количеством теплоты  $Q$ , полученной системой, и работой  $A$ , совершенной системой против внешних сил:

$$\Delta U = Q - A.$$

**Первое начало термодинамики:** теплота, сообщаемая системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии и на совершение ею работы против внешних сил:

$$Q = \Delta U + A.$$

Первое начало термодинамики для малого изменения системы:

$$dQ = dU + dA$$

или

$$\delta Q = dU + \delta A$$

[ $dU$  — бесконечно малое изменение внутренней энергии системы;  $\delta Q$  — бесконечно малое количество теплоты;  $\delta A$  — элементарная работа. В этом выражении  $dU$  является полным дифференциалом, а  $\delta Q$  и  $\delta A$  таковыми не являются].

Если система периодически возвращается в первоначальное состояние, то изменение ее внутренней энергии  $\Delta U = 0$ . Тогда, согласно первому началу термодинамики,

$$A = Q,$$

т. е. вечный двигатель первого рода — периодически действующий двигатель, который совершал бы большую работу, чем сообщенная ему извне энергия, — невозможен (одна из формулировок первого начала термодинамики).

Применение первого начала термодинамики к изопроцессам показано в табл. 5.

<i>Изохорный процесс (<math>V = \text{const}</math>)</i>		
$dU = \frac{m}{M} c_V dT$	$dA = 0$ $A = 0$	$dQ = dU$
<i>Изобарный процесс (<math>p = \text{const}</math>)</i>		
$dU = \frac{m}{M} c_V dT$	$dA = p dV$ $A = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$	$dQ = \frac{m}{M} C_p dT$
<i>Изотермический процесс (<math>T = \text{const}</math>)</i>		
$dU = 0$	$dA = p dV$ $A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}$	$dQ = dA$
<i>Изэнтропийный процесс (<math>S = \text{const}</math>) (адиабатный процесс)</i>		
$dU = \frac{m}{M} c_V dT$	$dA = -dU$ $dA = \frac{m}{M} c_V dT$ $A = \frac{m}{M} C_V(T_1 - T_2)$	$dQ = 0$

**Невесомость** — состояние тела, при котором оно движется только под действием силы тяжести.

**Нейтрино** → см. *Бета-распад*.

**Нейтрон** → см. *Ядро атома и его состав*.

**Нейтроны запаздывающие** → см. *Реакция деления ядра*.

**Нейтроны мгновенные** → см. *Реакция деления ядра*.

**Неравенство Клаузиуса** → см. *Энтропия*.

**Носители тока** → см. *Ток электрический*.

**Нуклид** → см. *Ядро атома и его состав*.

**Нуклоны** → см. *Ядро атома и его состав*.



**Оболочки электронные в атоме.** Максимальное число электронов, находящихся в состояниях, определяемых данным главным квантовым числом, равно

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2$$

[ $l$  принимает значения от 0 до  $n-1$  (всего  $n$  значений);  $m_l$  принимает значения 0,  $\pm 1$ ,  $\pm 2$ , ...,  $\pm l$  (всего  $2l+1$  значений);  $m_s$  может принимать лишь два значения  $\pm 1/2$ ].

Совокупность электронов в многоэлектронном атоме, имеющих одно и то же главное квантовое число  $n$ , называют *электронной оболочкой*. В каждой из оболочек

электроны распределяются по *подоболочкам*, соответствующим данному квантовому числу  $l$ . Поскольку орбитальное квантовое число принимает значения от 0 до  $n - 1$ , число подоболочек равно порядковому номеру  $n$  оболочки. Количество электронов в подоболочке определяется магнитным и маг-

нитным спиновым квантовыми числами: максимальное число электронов в подоболочке с данным  $l$  равно  $2(2l + 1)$ .

Обозначения оболочек, а также распределение электронов по оболочкам и подоболочкам представлены в табл. 6.

Таблица 6

Главное квантовое число $n$	1		2		3			4				5				
Символ оболочки	K		L		M			N				O				
Максимальное число электронов в оболочке	2		8		18			32				50				
Орбитальное квантовое число $l$	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4	
Символ подоболочки	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	5g	
Максимальное число электронов в подоболочке	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	18	

**Объем критический** → см. *Изотермы Ван дер Ваальса*.

**Объем молярный** — физическая величина, равная отношению объема однородной системы к количеству вещества системы.

**Однородность времени** — инвариантность физических законов относительно выбора начала отсчета времени. Так, при свободном падении тела в поле сил тяжести его скорость и пройденный путь зависят лишь от начальной скорости и продолжительности полета и не зависят от того, когда тело начало падать.

**Однородность пространства** — свойство симметрии пространства. Заключается в том, что при параллельном переносе в пространстве замкнутой системы тел как целого

ее физические свойства и законы движения не изменяются, иными словами, не зависят от выбора положения начала координат инерциальной системы отсчета.

**Оператор Лапласа** → см. *Уравнение волновое*.

**Оптика геометрическая** — раздел оптики, в которой законы распространения света рассматриваются на основе представления о световых лучах.

**Осциллятор гармонический** — система, совершающая колебания около положения равновесия, описываемая уравнением вида (см. *Уравнение гармонических колебаний дифференциальное*)

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$[x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)].$$

Примеры гармонического осциллятора — маятники:

- пружинный;
- физический;
- математический.

**Осциллятор квантовый** → см. *Осциллятор линейный гармонический*.

**Осциллятор линейный гармонический** (одномерный) — система, совершающая одномерное движение под действием квазиупругой силы. Задача о гармоническом осцилляторе в квантовой теории играет фундаментальную роль по двум причинам:

- она встречается во всех задачах, где имеют место квантованные колебания (например, в квантовой теории поля, в теории молекулярных и кристаллических колебаний и т. д.);

- проблемы, относящиеся к гармоническому осциллятору, — хорошая иллюстрация основных принципов и формализма квантовой механики.

*Потенциальная энергия линейного гармонического осциллятора*

$$U = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} \quad (1)$$

[ $m$  — масса частицы;  $\omega_0$  — собственная частота колебаний осциллятора;  $x$  — отклонение от положения равновесия].

Зависимость (1) имеет вид параболы (рис. 136), т. е. «потенциальная яма» в данном случае является параболической.

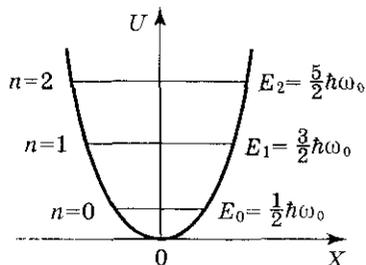


Рис. 136

*Стационарные состояния квантового осциллятора* — гармонического осциллятора в квантовой механике — описываются уравнением Шрёдингера вида

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E - \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} \right) \psi = 0 \quad (2)$$

[ $E$  — полная энергия осциллятора].

В теории дифференциальных уравнений доказывается, что уравнение (2) имеет однозначные, конечные и непрерывные решения лишь при собственных значениях

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Это означает, что энергия квантового осциллятора может иметь лишь дискретные значения, т. е. квантуется.

Из формулы (2) также следует, что уровни энергии расположены на одинаковых расстояниях друг от друга (на рисунке они изображены горизонтальными прямыми), а именно расстояние между соседними энергетическими уровнями равно  $\hbar\omega_0$ , причем минимальное значение энергии

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar\omega_0$$

— энергия нулевых колебаний. Ее существование типично для квантовых систем и есть следствие соотношения неопределенностей.

Наличие нулевых колебаний означает, что частица не может находиться на дне «потенциальной ямы», причем этот вывод не зависит от формы ямы. В самом деле, «падение на дно ямы» связано с обращением в нуль импульса частицы, а вместе с тем и его неопределенности. Тогда неопределенность координаты становится сколь угодно большой, что противоречит, в свою очередь, пребыванию частицы в «потенциальной яме».

**Ось оптическая главная** — прямая, проходящая через центры кривизны поверхностей линзы.

**Ось оптическая побочная** — любая прямая, проходящая через оптический центр линзы и не совпадающая с главной оптической осью.

**Ось оптическая кристалла** — направление в оптически анизотропном кристалле, по которому луч света распространяется, не испытывая двойного лучепреломления.

В данном случае речь идет именно о направлении, а не о прямой линии, проходящей через какую-то точку кристалла. Любая прямая, проходящая параллельно данному направлению, является оптической осью кристалла.

Кристаллы в зависимости от типа их симметрии бывают *одноосные* и *двуосные*, т. е. имеют одну или две оптические оси (к первым и относится исландский шпат).

**Относительность одновременности.** В системе  $K$  два события  $A$  и  $B$  происходят в одной и той же точке ( $x_A = x_B$ ) одновременно ( $t_A = t_B$ ). Для данных условий, согласно преобразованиям Лоренца,  $x'_A = x'_B$  и  $t'_A = t'_B$ , т. е. эти события являются в системе  $K'$  *одновременными* и *пространственно совпадающими*.

Если в системе  $K$  события *пространственно разобщены* ( $x_A \neq x_B$ ), но *одновременны* ( $t_A = t_B$ ), то, согласно преобразованиям Лоренца, эти события в системе  $K'$ , оставаясь *пространственно разобщенными*, оказываются и *неодновременными*.

Понятие одновременности событий относительно, т. е. зависит от системы отсчета.

**Отношение гиромагнитное орбитальных моментов**  $\Rightarrow$  см. *Моменты электронов и атомов механические и магнитные орбитальные.*

**Отношение гиромагнитное спиновых моментов**  $\Rightarrow$  см. *Моменты электронов и атомов механические и магнитные орбитальные.*

**Отношение гиромагнитное ядерное**  $\Rightarrow$  см. *Момент ядра магнитный.*

**Отражение полное.** Если свет распространяется из среды с большим показателем преломления  $n_1$  (оптически более плотной) в среду с меньшим показателем преломления  $n_2$  (оптически менее плотную) ( $n_1 > n_2$ ), например из стекла в воду, то

$$\frac{\sin i_2}{\sin i_1} = \frac{n_1}{n_2} > 1$$

и преломленный луч удаляется от нормали и угол преломления  $i_2$  больше, чем угол падения  $i_1$  (рис. 137, а).

С увеличением угла падения увеличивается угол преломления (рис. 137, б, в) до тех пор, пока при некотором угле падения ( $i_1 = i_{\text{пр}}$ ) угол преломления не окажется равным  $\pi/2$ . Угол  $i_{\text{пр}}$  называется *предельным углом*.

При  $i_1 > i_{\text{пр}}$  весь падающий свет полностью отражается (рис. 137, г).

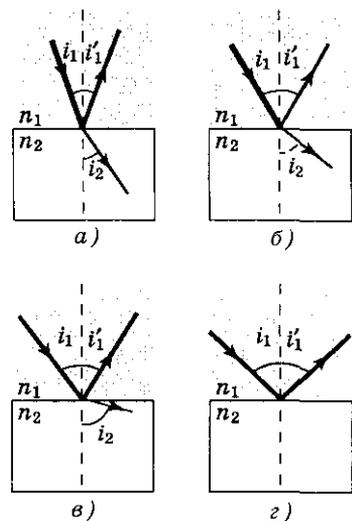


Рис. 137

По мере приближения угла падения к предельному интенсивность преломленного луча уменьшается, а отраженного — растет (рис. 137, а—в).

Если  $i_1 = i_{\text{пр}}$ , то интенсивность преломленного луча обращается в нуль, а интенсивность отраженного равна интенсивности падающего (рис. 137, г).

При угле падения от  $i_{\text{пр}}$  до  $\pi/2$  луч не преломляется, а полностью отражается в первую среду, причем интенсивность отраженного и падающего лучей одинакова. Это явление получило название *полного отражения*.

Подставив в закон преломления  $i_2 = \pi/2$ , определим предельный угол:

$$\sin i_{\text{пр}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}.$$

Он удовлетворяет значениям угла  $i_{\text{пр}}$  при  $n_2 \leq n_1$ .

Следовательно, явление полного отражения имеет место только при падении света *из среды оптически более плотной в среду оптически менее плотную*.

## П

**Падение свободное** — равноускоренное движение тела без начальной скорости под действием силы тяжести.

Ускорение этого движения — ускорение свободного падения  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  (оно направлено вертикально вниз).

**Пакет волновой** — суперпозиция волн, мало отличающихся друг от друга по частоте, занимающая в каждый момент времени ограниченную область пространства.

**Парамагнетики.** Пусть молекулы вещества обладают магнитным моментом. В отсутствие внешнего магнитного поля магнитные моменты молекул вследствие теплового движения ориентированы беспорядочно и обусловленное ими результирующее поле равно нулю. Равен нулю и суммарный магнитный момент вещества.

Если вещество, молекулы которого обладают магнитным моментом, поместить во внешнее магнитное поле, то под действием этого поля устанавливается преимущественная ориентация магнитных моментов атомов по полю (полной ориентации препятствует тепловое движение). Такие вещества называются *парамагнетиками*.

Парамагнетик намагничивается, создавая собственное магнитное поле, совпадающее по направлению с внешним полем, и усиливающее его. Это *парамагнитный эффект*.

**Пар** — вещество, находящееся в газообразном состоянии при температуре ниже критической.

**Пар насыщенный** — пар, находящийся в равновесии со своей жидкостью.

**Параметры термодинамические (параметры состояния)** — совокупность физических величин, характеризующих свойства термодинамической системы.

Обычно в качестве параметров состояния выбирают температуру, давление и объем.

**Период вращения** — промежуток времени, за который точка совершает один полный оборот, т. е. поворачивается на угол  $2\pi$ .

**Период гармонических колебаний** — промежуток времени  $T$ , в течение

которого фаза колебания получает приращение  $2\pi$ , т. е.  $\omega_0(t + T) + \varphi = (\omega_0 t + \varphi) + 2\pi$  (рис. 138):

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

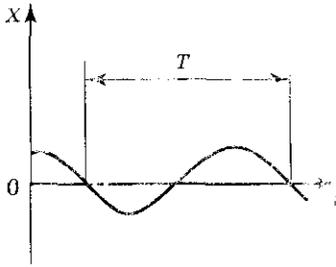


Рис. 138

**Период дифракционной решетки** → см. *Постоянная дифракционной решетки*.

**Период затухающих колебаний** → см. *Уравнение свободных затухающих колебаний дифференциальное*.

**Период колебаний** — наименьший промежуток времени, по истечении которого система, совершающая колебания, снова возвращается в то же состояние, в котором она находилась в начальный произвольно выбранный момент.

**Период полураспада  $T_{1/2}$**  — промежуток времени, за который исходное число радиоактивных ядер в среднем уменьшается вдвое.

Таким образом, период полураспада характеризует интенсивность процесса радиоактивного распада.

Согласно закону радиоактивного распада  $N = N_0 e^{-\lambda t}$ ,

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}},$$

откуда

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

Периоды полураспада для естественно-радиоактивных элементов колеблются от десятимиллионных долей секунды до многих миллиардов лет.

**Пионы** → см. *Мезоны и их свойства*.

**Пирометр** — прибор для измерения температуры нагретых тел по интенсивности их теплового излучения в оптическом диапазоне спектра.

**Пирометрия оптическая** — методы измерения высокой температуры, использующие зависимость спектральной плотности энергетической светимости или энергетической светимости тел от температуры.

**Пластинка в полдлины волны** — вырезанная параллельно оптической оси кристаллическая пластинка, для которой оптическая разность хода между обыкновенным и необыкновенным лучами

$$(n_o - n_e)d = \frac{\lambda}{2}$$

или

$$(n_o - n_e)d = +\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$(m = 0, 1, 2, \dots)$$

[знак плюс соответствует отрицательным кристаллам, знак минус — положительным].

В данном случае

$$\varphi = \pi \quad (\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d)$$

и уравнение эллипса (1) (см. *Получение эллиптически поляризованного света*) примет вид

$$\frac{E_o}{E_{o1}} + \frac{E_e}{E_{e1}} = 0.$$

Свет после прохождения кристаллической пластинки остается плоскополяризованным, но направ-

ление колебаний меняется на угол  $\pi - 2\alpha$ , переходя в  $bb$  (рис. 139).

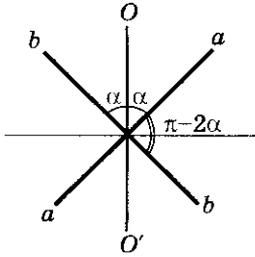


Рис. 139

**Пластика в целую длину волны** — вырезанная параллельно оптической оси кристаллическая пластинка, для которой оптическая разность хода между обыкновенным и необыкновенным лучами

$$(n_o - n_e)d = \lambda$$

или

$$(n_o - n_e)d = \pm m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

[знак плюс соответствует отрицательным кристаллам, знак минус — положительным].

В данном случае  $\varphi = 2\pi$  [ $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d$ ] и уравнение эллипса (см. *Получение эллиптически поляризованного света*) примет вид

$$\frac{E_o}{E_{o1}} - \frac{E_e}{E_{e1}} = 0.$$

Свет после прохождения кристаллической пластинки остается плоскополяризованным без изменения направления колебаний (колебания вдоль  $aa$  (см. рис. 139)).

**Пластика в четверть длины волны** — вырезанная параллельно оптической оси кристаллическая пластинка, для которой оптическая

разность хода между обыкновенным и необыкновенным лучами

$$(n_o - n_e)d = \frac{\lambda}{4}$$

или

$$(n_o - n_e)d = (m + \frac{1}{4})\lambda$$

$$(m = 0, 1, 2, \dots)$$

[знак плюс соответствует отрицательным кристаллам, знак минус — положительным].

В данном случае  $\varphi = \pi/2$  ( $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d$ ) и уравнение (1)

(см. *Получение эллиптически поляризованного света*) примет вид

$$\frac{E_o^2}{E_{o1}^2} + \frac{E_e^2}{E_{e1}^2} = 1,$$

т. е. эллипс ориентирован относительно главных осей пластинки. Если  $\alpha$  (угол между электрическим вектором вышедшего из поляризатора плоскополяризованного луча и оптической осью кристалла) равен  $45^\circ$ , то  $E_{o1} = E_{e1}$  и получим уравнение

$$E_o^2 + E_e^2 = E_{o1}^2.$$

В данном случае в результате прохождения через кристаллическую пластинку плоскополяризованный свет превращается в циркулярно поляризованный.

**Плечо диполя**  $\Rightarrow$  см. *Диполь электрический*.

**Плечо силы**  $\Rightarrow$  см. *Момент силы относительно неподвижной точки*.

**Плоскость главная кристалла**  $\Rightarrow$  см. *Лучепреломление двойное*.

**Плоскость линзы фокальная** — плоскость, проходящая через фокус линзы перпендикулярно ее главной оптической оси.

**Плоскость поляризации** — плоскость, проходящая через направления светового вектора плоскополяризованной волны и распространения этой волны.

**Плотность вероятности**  $\Rightarrow$  см. *Функция волновая и ее статистический смысл.*

**Плотность заряда линейная** — заряд, приходящийся на единицу длины:

$$\tau = \frac{dQ}{dl}.$$

**Плотность заряда объемная** — заряд, приходящийся на единицу объема:

$$\rho = \frac{dQ}{dV}.$$

**Плотность заряда поверхностная** — заряд, приходящийся на единицу поверхности:

$$\sigma = \frac{dQ}{dS}.$$

**Плотность полного тока**  $\Rightarrow$  см. *Ток смещения.*

**Плотность потока импульса**  $\Rightarrow$  см. *Закон Ньютона для внутреннего трения (вязкости).*

**Плотность потока массы**  $\Rightarrow$  см. *Закон диффузии Фика.*

**Плотность теплового потока**  $\Rightarrow$  см. *Закон теплопроводности Фурье.*

**Плотность тока** — величина, определяемая силой тока, проходящего через единицу площади поперечного сечения проводника, перпендикулярного направлению тока:

$$j = \frac{dI}{dS}.$$

Если концентрация носителей тока равна  $n$ , каждый носитель обладает зарядом  $e$  (что не обязательно для ионов) и движется со средней скоростью  $\langle v \rangle$ , то за время  $dt$  через поперечное сечение  $S$  переносится заряд  $dQ = ne\langle v \rangle S dt$ . Тогда сила

тока  $I = ne\langle v \rangle S$ , а плотность тока  $j = ne\langle v \rangle$ .

Плотность тока — вектор, его направление совпадает с направлением упорядоченного движения положительных зарядов:

$$\vec{j} = ne\langle \vec{v} \rangle.$$

**Плотность тока поляризации**  $\Rightarrow$  см. *Ток смещения.*

**Плотность тока смещения**  $\Rightarrow$  см. *Ток смещения.*

**Плотность тока смещения в вакууме**  $\Rightarrow$  см. *Ток смещения.*

**Плотность энергетической светимости тела спектральная** — мощность излучения с единицы площади поверхности тела в интервале частот единичной ширины:

$$R_{\nu, T} = \frac{dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{изл}}}{d\nu}$$

$[dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{изл}}$  — энергия электромагнитного излучения, испускаемого за единицу времени (мощность излучения) с единицы площади поверхности тела в интервале частот от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ ]. Величина  $R_{\nu, T}$  зависит от природы тела, температуры и различается для излучений с различными частотами, поэтому ее относят к определенным  $T$  и узкому интервалу частот от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ .

Спектральная плотность энергетической светимости в функции длины волны

$$R_{\lambda, T} = \frac{c}{\lambda^2} R_{\nu, T};$$

$$dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{изл}} = R_{\nu, T} d\nu = R_{\lambda, T} d\lambda;$$

$$c = \lambda\nu$$

$\left[ \frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2} = -\frac{\lambda^2}{c} \right]$ , где знак минус указывает, что  $\lambda$  уменьшается с возрастанием  $\nu$ ].

*Энергетическая светимость*  
тела

$$R_T = \int_0^{\infty} R_{\nu, T} d\nu = \int_0^{\infty} R_{\lambda, T} d\lambda$$

[суммирование производится по всем частотам (длинам волн)].

**Плотность энергетической светимости черного тела спектральная** — см. *Закон Кирхгофа*.

**Плотность энергии излучения объемная**  $\rightarrow$  см. *Давление излучения*.

**Плотность энергии магнитного поля объемная** — энергия магнитного поля в единице объема:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}$$

[ $H$  — напряженность магнитного поля;  $\mu_0$  — магнитная постоянная;  $\mu$  — магнитная проницаемость среды].

**Плотность энергии электромагнитного поля объемная**  $\rightarrow$  см. *Вектор плотности потока электромагнитной энергии*.

**Плотность энергии электростатического поля объемная** — энергия электрического поля в единице объема:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}$$

[ $E$  — напряженность электростатического поля;  $D$  — электрическое смещение;  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная;  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды].

**Поверхности эквипотенциальные** — поверхности, во всех точках которых потенциал  $\phi$  имеет одно и то же значение.

Линии напряженности *всегда* нормальны к эквипотенциальным поверхностям.

Густота эквипотенциальных поверхностей наглядно характеризует напряженность поля в разных точках. Там, где эти поверхности расположены гуще, напряженность поля больше.

**Поверхность волновая** — геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе.

Волновые поверхности могут быть любой формы, а в простейшем случае это совокупность плоскостей, параллельных друг другу, или совокупность концентрических сфер. Соответственно *волна* называется *плоской* или *сферической*.

Волновых поверхностей можно провести бесчисленное множество, а *волновой фронт* в каждый момент времени один. *Волновой фронт* также является волновой поверхностью.

**Поверхность эквипотенциальная** — поверхность, для которой потенциал поля тяготения постоянен.

Из формулы для потенциала поля тяготения, создаваемого телом массой  $M$ ,  $\phi = -\frac{GM}{r}$  вытекает, что

геометрическое место точек с одинаковым потенциалом есть сферическая поверхность ( $R = \text{const}$ ).

**Поглощение (абсорбция) света** — явление уменьшения энергии световой волны при ее распространении в веществе вследствие преобразования энергии волны в другие виды энергии.

В результате поглощения интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается.

Поглощение света в веществе описывается *законом Бугера*:

$$I = I_0 e^{-\alpha x}$$

[ $I_0$  и  $I$  — интенсивности плоской монохроматической световой волны на входе и выходе слоя поглощающего вещества толщиной  $x$ ;  $\alpha$  — ко-

эффицент поглощения, зависящий от длины волны света, химической природы и состояния вещества и не зависящий от интенсивности света. При  $x = 1/\alpha$  интенсивность света  $I$  по сравнению с  $I_0$  уменьшается в  $e$  раз].

Коэффициент поглощения зависит от длины волны  $\lambda$  (или частоты  $\omega$ ) и для различных веществ различен.

**Подоболочки**  $\Rightarrow$  см. *Оболочки электронные в атоме.*

**Показатель преломления абсолютный** — величина  $n$ , равная отношению скорости  $c$  электромагнитных волн в вакууме к их фазовой скорости  $v$  в среде:

$$n = \frac{c}{v}.$$

**Показатель адиабаты**  $\Rightarrow$  см. *Адиабатный процесс.*

**Показатель политропы**  $\Rightarrow$  см. *Политропный процесс.*

**Показатель преломления второй среды относительно первой** — величина, равная отношению абсолютных показателей преломления сред:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}.$$

**Поле вихревое магнитное**  $\Rightarrow$  см. *Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$ ).*

**Поле вихревое электрическое.** Согласно Максвеллу, изменяющееся во времени магнитное поле порождает поле электрическое  $\vec{E}_B$ , циркуляция которого (см. *Закон Фарадея*)

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = \oint_L E_{Bl} dl = -\frac{d\Phi}{dt}$$

[ $E_{Bl}$  — проекция вектора  $\vec{E}_B$  на направление  $d\vec{l}$ ]. Учитывая, что  $\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$  — поток вектора магнитной индукции, получаем

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

Если поверхность и контур неподвижны, то операции дифференцирования и интегрирования можно поменять местами.

Следовательно,

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\int_S \frac{d\vec{B}}{dt} d\vec{S}$$

[символ частной производной подчеркивает тот факт, что интеграл  $\int_S \vec{B} d\vec{S}$  является функцией только от времени].

Следовательно, циркуляция вектора  $\vec{E}_B$  не равна нулю. Таким образом, электрическое поле  $\vec{E}_B$ , возбуждаемое переменным магнитным полем, как и само магнитное поле, является *вихревым*.

**Поле магнитное** — силовое поле в пространстве, окружающем токи и постоянные магниты.

*Магнитное поле создается только движущимися зарядами и действует только на движущиеся заряды.*

Для исследования магнитного поля используется замкнутый плоский контур с током (рамка с током), линейные размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, создающих магнитное поле.

Ориентация контура в пространстве характеризуется направлением нормали к контуру.

В качестве положительного направления нормали принимается направление, связанное с током

**правилом правого винта:** за положительное направление нормали принимается направление поступательного движения винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в рамке (рис. 140).

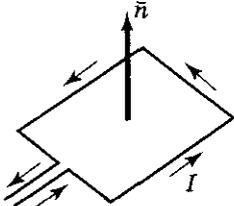


Рис. 140

За направление магнитного поля в данной точке принимается направление, вдоль которого располагается положительная нормаль к свободно подвешенной рамке с током (рис. 141), или направление, совпадающее с направлением силы, действующей на северный полюс магнитной стрелки, помещенный в данную точку.

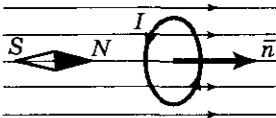


Рис. 141

**Поле магнитное в веществе** складывается из двух полей: внешнего поля  $\vec{B}_0$ , создаваемого намагничивающим током в вакууме, и поля  $\vec{B}'$ , создаваемого намагниченным веществом (молекулярными токами):

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}',$$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J})$$

[ $\vec{B}_0 = \mu_0\vec{H}$  ( $\vec{H}$  — вектор напряженности, характеризующий магнитное поле макротоков, и  $\vec{B}' = \mu_0\vec{J}$  ( $\vec{J}$  — вектор намагниченности)].

В несильных полях намагниченность прямо пропорциональна

напряженности поля, вызывающего намагничение:

$$\vec{J} = \chi\vec{H}$$

[ $\chi$  — безразмерная величина, называемая магнитной восприимчивостью вещества].

Для диамагнетиков  $\chi$  отрицательна (поле молекулярных токов противоположно внешнему), для парамагнетиков — положительна (поле молекулярных токов совпадает с внешним). Подставляя это выражение в предыдущее, получаем

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \chi\vec{H}) = \mu_0(1 + \chi)\vec{H} = \mu_0\mu\vec{H}$$

[ $\mu = 1 + \chi$  — магнитная проницаемость вещества;  $\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}$ ].

Так как абсолютное значение магнитной восприимчивости для диа- и парамагнетиков очень мало (порядка  $10^{-4}$ — $10^{-6}$ ), то для них  $\mu$  незначительно отличается от единицы. Это просто понять, так как магнитное поле молекулярных токов значительно слабее намагничивающего поля. Таким образом, для диамагнетиков  $\chi < 0$  и  $\mu < 1$ , для парамагнетиков  $\chi > 0$  и  $\mu > 1$ .

**Поле магнитное движущегося заряда.**

Любой движущийся в вакууме или среде заряд создает вокруг себя магнитное поле. В результате обобщения опытных данных был установлен закон, определяющий поле  $\vec{B}$  точечного заряда  $Q$ , свободно движущегося с нерелятивистской скоростью  $\vec{v}$ .

Под свободным движением заряда понимается его движение с постоянной скоростью.

Индукция магнитного поля

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 Q [\vec{v} \vec{r}]}{4\pi r^3}$$

[ $\vec{r}$  — радиус-вектор, проведенный

от заряда  $Q$  к точке наблюдения  $M$  (рис. 142)].

Вектор  $\vec{B}$  направлен перпендикулярно плоскости, в которой расположены векторы  $\vec{v}$  и  $\vec{r}$ , а именно: его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от  $\vec{v}$  к  $\vec{r}$ .

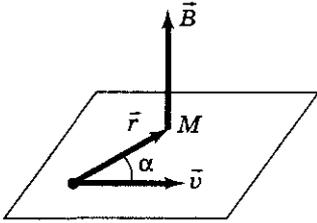


Рис. 142

Модуль вектора  $\vec{B}$

$$B = \frac{\mu_0 \mu Q v}{4\pi r^2} \sin \alpha$$

[ $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{r}$ ].

Скорость  $\vec{v}$  — относительная скорость, т. е. скорость относительно наблюдателя. Вектор  $\vec{B}$  в рассматриваемой системе отсчета зависит как от времени, так и от положения точки  $M$  наблюдения.

**Поле магнитное однородное**  $\rightarrow$  см. *Соленоид*.

**Поле потенциальное** — поле, в котором работа, совершаемая действующими силами при перемещении тела из одного положения в другое, не зависит от того, по какой траектории это перемещение произошло, а зависит только от начального и конечного положений тела.

**Поле тяготения** — поле, с помощью которого осуществляется гравитационное взаимодействие между телами.

**Поле тяготения однородное** — поле тяготения, векторы напряженности которого во всех точках одинаковы.

**Поле тяготения центральное** — поле тяготения, векторы напряженности которого во всех точках поля направлены вдоль прямых, которые пересе-

каются в одной точке, неподвижной по отношению к какой-либо инерциальной системе отсчета (рис. 143).

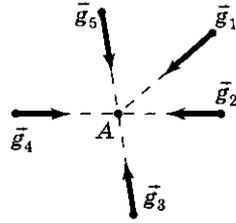


Рис. 143

**Поле электрическое.** Если в пространстве, окружающее электрический заряд, внести другой заряд, то на него действует кулоновская сила; значит, в пространстве, окружающем электрические заряды, существует силовое поле. Это поле наряду с веществом является одной из форм существования материи, посредством которого осуществляются определенные взаимодействия между макроскопическими телами или частицами, входящими в состав вещества. В данном случае говорят об электрическом поле — поле, посредством которого взаимодействуют электрические заряды.

**Поле электростатическое** — поле, которое создается неподвижными электрическими зарядами.

**Полосы равного наклона.** На плоскопараллельную пластинку (рис. 144) под углом  $i$  падает плоская *монокроматическая волна* (для просто-

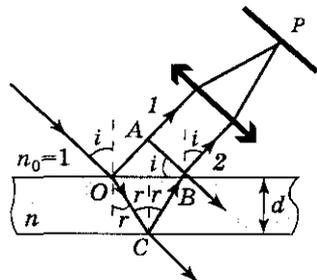


Рис. 144

ты рассматриваем один луч). Луч отражается от верхней и нижней поверхностей пластинки. Вышедшие лучи 1 и 2 когерентны, если оптическая разность хода мала по сравнению с длиной когерентности падающей волны. Если поставить на пути собирающую линзу, то в точке  $P$  фокальной плоскости линзы возникнет интерференционная картина.

Оптическая разность хода, возникающая между двумя интерферирующими лучами от точки  $O$  до плоскости  $AB$ ,

$$\Delta = n(|OC| + |CB|) - |OA| \pm \frac{\lambda_0}{2}$$

[показатель преломления окружающей пленку среды принят равным 1, слагаемое  $\pm \frac{\lambda_0}{2}$  обусловлено потерей полуволны при отражении света от границы раздела].

Если  $n > n_0$ , то потеря полуволны произойдет в точке  $O$  и вышеупомянутый член будет иметь знак минус; если же  $n < n_0$ , то потеря полуволны произойдет в точке  $C$  и  $\lambda_0/2$  будет иметь знак плюс. Согласно рисунку,  $OC = CB = d/\cos r$ ,  $OA = OB \sin i = 2d \operatorname{tg} r \sin i$ . Учитывая для данного случая закон преломления  $\sin i = n \sin r$ , получаем

$$\begin{aligned} \Delta &= 2dn \cos r = 2dn \sqrt{1 - \sin^2 r} = \\ &= 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i}. \end{aligned}$$

С учетом потери полуволны для оптической разности хода получим

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2}.$$

В точке  $P$  наблюдается:

• интерференционный максимум, если

$$\begin{aligned} 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} &= m\lambda_0 \\ (m &= 0, 1, 2, \dots), \end{aligned}$$

• интерференционный минимум, если

$$\begin{aligned} 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} &= (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \\ (m &= 0, 1, 2, \dots). \end{aligned}$$

**Полосы равного наклона** — интерференционные полосы, возникающие в результате наложения лучей, падающих на плоскопараллельную пластинку под одинаковыми углами.

Полосы равного наклона локализованы в бесконечности.

**Полосы равной толщины.** На клин с очень малым углом  $\alpha$  между боковыми гранями (рис. 145) падает плоская волна, направление распространения которой совпадает с параллельными лучами 1 и 2. Из всех лучей, на которые разделяется падающий луч 1, рассмотрим лучи  $1'$  и  $1''$ , отразившиеся от верхней и нижней поверхностей клина. При определенном взаимном положении клина и линзы лучи  $1'$  и  $1''$  пересекутся в некоторой точке  $A$ , являющейся изображением точки  $B$ . Так как лучи  $1'$  и  $1''$  когерентны, они будут интерферировать. Если источник расположен довольно далеко от поверхности клина и угол  $\alpha$  достаточно мал, то оптическая разность хода между интерферирующими лучами  $1'$  и  $1''$  может быть с достаточной степенью точности вычислена по формуле для полос равного наклона (интерференции от плос-

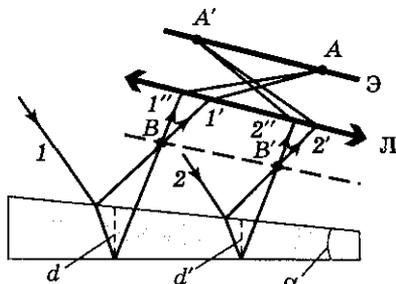


Рис. 145

копараллельной пластинки). Оптическая разность хода между лучами  $2'$  и  $2''$  определяется толщиной  $d'$  (см. рис. 145). На экране возникает система интерференционных полос.

*Полосы равной толщины* — интерференционные полосы, возникающие в результате интерференции от мест одинаковой толщины.

Так как верхняя и нижняя грани клина не параллельны между собой, то лучи  $1'$  и  $1''$  ( $2'$  и  $2''$ ) пересекаются вблизи пластинки, в изображенном на рисунке случае — над ней (при другой конфигурации клина они могут пересекаться и под пластинкой). Полосы равной толщины локализованы вблизи поверхности клина.

Если свет падает на пластинку нормально, то полосы равной толщины локализируются на верхней поверхности клина.

**Получение эллиптически поляризованного света.** Пучок естественного света, прошедший сквозь поляризатор  $P$  (рис. 146) и на выходе из него ставший плоскополяризованным, нормально падает на кристаллическую пластинку толщиной  $d$ , вырезанную, например, из одноосного положительного кристалла параллельно его оптической оси  $OO'$ . Внутри пластинки он разбивается на

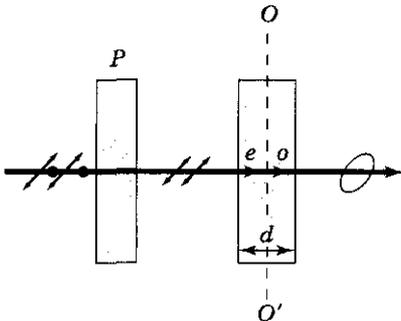


Рис. 146

обыкновенный ( $o$ ) и необыкновенный ( $e$ ) лучи, которые распространяются в одном направлении (перпендикулярно оптической оси), но с разной скоростью.

Колебания вектора  $\vec{E}$  в  $e$ -луче происходят вдоль оптической оси кристалла, а в  $o$ -луче — перпендикулярно оптической оси.

Пройдя пластинку толщиной  $d$ , эти лучи приобретают оптическую разность хода  $(n_o - n_e)d$ , а разность фаз между колебаниями этих лучей

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e)d.$$

На выходе из пластинки в результате сложения взаимно перпендикулярных колебаний с разными амплитудами и разностью фаз  $\varphi$  возникают световые волны, вектор  $\vec{E}$  (а следовательно, и  $\vec{H}$ ) в которых изменяется со временем так, что его конец описывает эллипс, ориентированный относительно координатных осей произвольно. Уравнение этого эллипса

$$\frac{x^2}{E_o^2} - \frac{2xy}{E_o E_e} \cos \varphi + \frac{y^2}{E_e^2} = \sin^2 \varphi \quad (1)$$

[ $E_o$  и  $E_e$  — составляющие напряженности электрического поля волны соответственно в обыкновенном и необыкновенном лучах;  $\varphi$  — разность фаз колебаний].

В результате прохождения через кристаллическую пластинку плоскополяризованный свет превращается в эллиптически поляризованный.

**Поляризация диэлектриков** — процесс ориентации диполей или появления под действием электрического поля ориентированных по полю диполей.

Различают три вида поляризации:

- *электронная (деформационная) поляризация диэлектрика с неполярными молекулами* — возникновение у атомов индуцированного дипольного момента за счет деформации электронных орбит;

- *ориентационная дипольная поляризация диэлектрика с полярными молекулами* — ориентация дипольных моментов молекул по полю. Эта ориентация тем сильнее, чем больше напряженность электрического поля и ниже температура;

- *ионная поляризация диэлектриков с ионными кристаллическими решетками* — смещение подрешетки положительных ионов вдоль поля, а отрицательных — против поля, приводящее к возникновению дипольных моментов.

Если во внешнее электрическое поле (рис. 147) внести пластинку из однородного диэлектрика, то диэлектрик поляризуется: на его правой грани будет избыток положительного заряда с поверхностной плотностью  $+\sigma'$ , на левой — отрицательного заряда  $-\sigma'$ . Эти нескомпенсированные заряды, появляющиеся в результате поляризации диэлект-

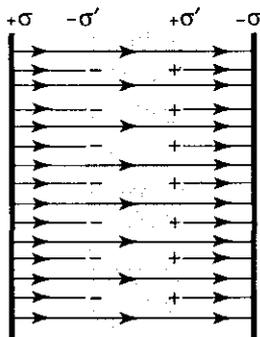


Рис. 147

рика, называются *связанными*,  $\sigma' < \sigma$  ( $\sigma$  — плотность свободных зарядов плоскостей). Появление связанных зарядов приводит к возникновению дополнительного электрического поля (поля, создаваемого связанными зарядами), которое направлено против внешнего поля (поля, создаваемого свободными зарядами) и ослабляет его.

**Поляризованность диэлектрика** — дипольный момент единицы объема диэлектрика

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_i}{V}$$

[ $V$  — объем диэлектрика;  $\vec{p}_i$  — дипольный момент  $i$ -й молекулы].

Поляризованность диэлектрика

$$\vec{P} = \kappa \epsilon_0 \vec{E}$$

[ $\kappa$  — *диэлектрическая восприимчивость вещества* — безразмерная величина, характеризующая свойства диэлектрика и составляющая несколько единиц].

Результирующее поле внутри диэлектрика (см. рис. 147)

$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{\sigma'}{\epsilon_0}$$

[ $E_0$  — напряженность поля, создаваемого свободными зарядами;  $E'$  — напряженность поля, создаваемого связанными зарядами,  $E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}$  (по-

ле, создаваемое двумя бесконечно заряженными плоскостями)].

Полный дипольный момент пластинки диэлектрика

$$p_V = PV = PSd = Q'd = \sigma'Sd$$

[ $S$  — площадь грани пластинки;  $d$  — ее толщина;  $\sigma'$  — поверхностная плотность связанных зарядов].

Тогда

$$\sigma' = P,$$

т. е. поверхностная плотность свя-

занных зарядов равна поляризованности

$$E = E_0 - \frac{\sigma'}{\epsilon_0} = E_0 - \kappa E,$$

$$E = \frac{E_0}{1 + \kappa} = \frac{E_0}{\epsilon}$$

[ $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды, показывающая, во сколько раз поле ослабляется диэлектриком].

**Постоянная Авогадро** — число атомов (молекул или других структурных единиц), содержащихся в 1 моль различных веществ.

**Постоянная Больцмана**  $\Rightarrow$  см. Уравнение молекулярно-кинетической теории газов основное.

**Постоянная Вина**  $\Rightarrow$  см. Закон смещения Вина.

**Постоянная магнитная.** Пусть два параллельных проводника с токами находятся в вакууме ( $\mu = 1$ ). Согласно определению ампера (см. Приложение), если  $I_1 = I_2 = 1$  А,  $dl = 1$  м и  $R = 1$  м, то сила взаимодействия между этими проводниками  $dF = 2 \cdot 10^{-7}$  Н. Используя формулу для взаимодействующих токов (см. Закон Ампера)

$$dF = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2}{2\pi R} dl,$$

можно записать

$$2 \cdot 10^{-7} = \mu_0 \frac{1 \text{ А} \cdot 1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м}}{2\pi \cdot 1 \text{ м}},$$

откуда магнитная постоянная

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}.$$

**Постоянная молярная газовая** относится к классу универсальных постоянных.

Числовое значение молярной газовой постоянной определяется из

уравнения состояния идеального газа (уравнения Клапейрона—Менделеева) для 1 моль газа

$$pV_m = RT$$

при нормальных условиях ( $p_0 = 1,013 \cdot 10^5$  Па;  $T_0 = 273,15$  К;  $V_m = 22,41 \cdot 10^{-3}$  м<sup>3</sup>/моль):

$$R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}).$$

Из выражения для работы изобарного расширения (см. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам)

$$A = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1).$$

Отсюда вытекает физический смысл молярной газовой постоянной  $R$ : если  $T_2 - T_1 = 1$  К, то для 1 моль газа  $R = A$ , т. е.  $R$  численно равна работе изобарного расширения 1 моль идеального газа при нагревании его на 1 К.

**Постоянная (период) дифракционной решетки**  $\Rightarrow$  см. Дифракция Фраунгофера на одномерной дифракционной решетке.

**Постоянная радиоактивного распада**  $\Rightarrow$  см. Распад радиоактивный.

**Постоянная Ридберга** — см. Спектр атома водорода линейчатый.

**Постоянная Стефана—Больцмана**  $\Rightarrow$  см. Закон Стефана—Больцмана.

**Постоянная экранирования**  $\Rightarrow$  см. Закон Мозли.

**Постоянная электрическая**  $\Rightarrow$  см. Закон Кулона.

**Построение изображения в линзах** осуществляется с помощью следующих лучей:

- луч, проходящий параллельно через оптический центр линзы

и не изменяющий своего направления (рис. 148, а);

- луч, идущий параллельно главной оптической оси; после преломления в линзе этот луч (или его продолжение) проходит через второй фокус линзы (рис. 148, б);

- луч (или его продолжение), проходящий через первый фокус линзы; после преломления в ней он выходит из линзы параллельно главной оптической оси (рис. 148, в).

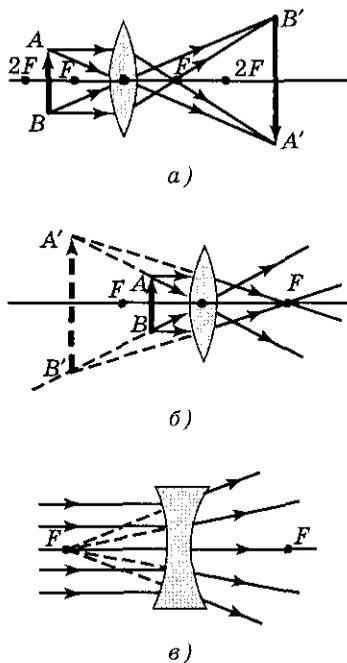


Рис. 148

### Постулаты Бора

**Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний)**

В атоме существуют стационарные (не изменяющиеся со временем) состояния, характеризующиеся определенными дискретными значениями энергии, в которых он не излучает энергию.

Стационарным состояниям атома соответствуют стационарные

орбиты, по которым движутся электроны. Движение электронов по стационарным орбитам не сопровождается излучением электромагнитных волн.

В стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь дискретные квантованные значения момента импульса, удовлетворяющие условию

$$m_e v_n r_n = n\hbar \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

[ $m_e$  — масса электрона;  $v_n$  — скорость электрона по  $n$ -й орбите радиусом  $r_n$ ;  $\hbar = h/(2\pi)$ ].

**Второй постулат Бора (правило частот)**

При переходе атома из одного состояния в другое излучается (поглощается) фотон с энергией

$$h\nu = E_n - E_m,$$

равной разности энергий соответствующих стационарных состояний [ $E_n$  и  $E_m$  — соответственно энергия стационарных состояний атома до и после излучения (поглощения)].

При  $E_m < E_n$  происходит излучение фотона, при  $E_m > E_n$  — его поглощение. Набор возможных дискретных частот  $\nu = (E_n - E_m)/h$  квантовых переходов и определяет линейчатый спектр атома.

### Постулаты специальной теории относительности

#### 1. Принцип относительности

Никакие опыты (механические, электрические, оптические), проведенные внутри данной инерциальной системы отсчета, не дают возможности обнаружить, покоится ли эта система или движется равномерно и прямолинейно; все законы природы инвариантны по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета к другой.

## II. Принцип инвариантности скорости света

Скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчета.

Согласно этому постулату, все инерциальные системы отсчета совершенно равноправны, т. е. явления (механические, электродинамические, оптические и др.) во всех инерциальных системах протекают одинаково.

Второй постулат утверждает, что постоянство скорости света — фундаментальное свойство природы. Если все другие скорости изменяются при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, то скорость света в вакууме — величина инвариантная (неизменная). Из постулатов СТО следует, что скорость света в вакууме — максимально возможная (предельная) скорость.

Описываемые теорией относительности явления (они получили названия *релятивистских явлений*) наблюдаются при скорости движения тел, сравнимой со скоростью света в вакууме.

**Потенциал поля тяготения** — скалярная величина, определяемая потенциальной энергией тела единичной массы в данной точке поля.

Потенциал — энергетическая характеристика поля тяготения.

**Потенциал электростатического поля.** Работа сил электростатического поля заряда  $Q$  при перемещении заряда  $Q_0$  из точки 1 в точку 2 равна убыли потенциальной энергии (силы электростатического поля консервативны):

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r_2} = U_1 - U_2.$$

Тогда потенциальная энергия заряда  $Q_0$ , находящегося в поле заряда  $Q$  (постоянную интегрирования приняли равной нулю),

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r}.$$

**Потенциал электростатического поля** — физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в данную точку поля:

$$\phi = \frac{U}{Q_0}$$

или физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда при удалении его из данной точки в бесконечность:

$$\phi = \frac{A_\infty}{Q_0}.$$

Потенциал — скалярная энергетическая характеристика поля.

**Поток** — совокупность частиц движущейся жидкости.

**Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток)** сквозь площадку  $dS$  — скалярная физическая величина

$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B_n dS$$

[ $B_n = B \cos \alpha$  — проекция вектора  $\vec{B}$  на направление нормали к площадке  $dS$  ( $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{n}$  и  $\vec{B}$ );  $d\vec{S} = dS \vec{n}$  — вектор, модуль которого совпадает с направлением нормали  $\vec{n}$  к площадке].

Поток вектора  $\vec{B}$  может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от выбора знака  $\cos \alpha$  (определяется выбором положительного направления нормали  $\vec{n}$ ). Обычно поток вектора  $\vec{B}$  связывают с определенным контуром, по которому течет ток.

В таком случае положительное направление нормали к контуру нами уже определено; оно связывается с током правилом правого винта. Поэтому магнитный поток, создаваемый контуром через поверхность, ограниченную им самим, всегда положителен.

Поток вектора магнитной индукции  $\Phi_B$  сквозь произвольную поверхность  $S$

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS.$$

**Поток вектора напряженности электростатического поля.** Чтобы найти значение напряженности электростатического поля, линии напряженности проводят с определенной густотой: число линий напряженности, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярную линиям напряженности, должно быть пропорционально модулю вектора  $\vec{E}$ . Тогда число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку  $dS$ , нормаль  $\vec{n}$  которой образует угол  $\alpha$  с вектором  $\vec{E}$ , равно  $E dS \cos \alpha = E_n dS$ , где  $E_n$  — проекция вектора  $\vec{E}$  на нормаль  $\vec{n}$  к площадке  $dS$ .

Поток вектора напряженности сквозь площадку  $dS$

$$d\Phi_E = E_n dS = \vec{E} d\vec{S}$$

[ $d\vec{S} = dS \vec{n}$  — вектор, модуль которого равен  $dS$ , а направление совпадает с направлением нормали  $\vec{n}$  к площадке].

Выбор направления вектора  $\vec{n}$  (а следовательно, и  $d\vec{S}$ ) условен, так как его можно направить в любую сторону.

Для произвольной замкнутой поверхности  $S$  поток вектора  $\vec{E}$  сквозь эту поверхность

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \vec{E} d\vec{S}$$

[интеграл берется по замкнутой поверхности  $S$ ].

Поток вектора  $\vec{E}$  является алгебраической величиной: зависит не только от конфигурации поля  $\vec{E}$ , но и от выбора направления  $\vec{n}$ . Для замкнутых поверхностей за положительное направление нормали принимается *внешняя нормаль*, т. е. нормаль, направленная наружу области, охватываемой поверхностью.

**Поток магнитный**  $\rightarrow$  см. Поток вектора магнитной индукции.

### Правила Кирхгофа

*Первое:* алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_k I_k = 0.$$

*Второе:* в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов  $I_i$  на сопротивления  $R_i$  соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС  $\mathcal{E}_k$ , встречающихся в этом контуре:

$$\sum_i I_i R_i = \sum_k \mathcal{E}_k.$$

При расчете сложных цепей постоянного тока с применением правил Кирхгофа необходимо:

- выбрать произвольное направление токов на всех участках цепи; действительное направление токов определяется при решении задачи: если искомый ток получится положительным, то его направление было выбрано правильно, отрицательным — его истинное направление противоположно выбранному;

- выбрать направление обхода контура и строго его придерживаться; произведение  $IR$  положительно, если ток на данном участке совпада-

ет с направлением обхода, и, наоборот, ЭДС, действующие по выбранному направлению обхода, считаются положительными, против — отрицательными;

• составить столько уравнений, чтобы их число было равно числу искомых величин (в систему уравнений должны входить все сопротивления и ЭДС рассматриваемой цепи); каждый рассматриваемый контур должен содержать хотя бы один элемент, не содержащийся в предыдущих контурах, иначе получатся уравнения, являющиеся простой комбинацией уже составленных.

**Правила отбора** → см. *Спектр атома водорода при квантово-механическом описании.*

**Правило левой руки** → см. *Закон Ампера, Сила Лоренца.*

**Правило Ленца:** *индукционный ток, возникающий в замкнутом контуре, всегда имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток.*

При приближении магнита к замкнутому проводнику (рис. 149)

$$\frac{d\Phi}{dt} > 0$$

$[\vec{B}_i]$  — магнитная индукция поля индукционного тока  $I_i$ , причем направление  $\vec{B}_i$  и направление индукционного тока подчиняются правилу правого винта].

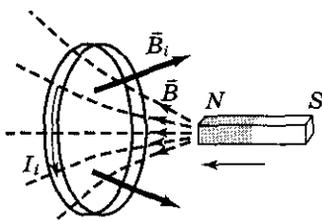


Рис. 149

На рис. 150, а—г указаны направления индукционных токов в катушке при приближении к ней северного (а) и южного (в) полюсов магнита и при удалении от нее северного (б) и южного (г) полюсов.

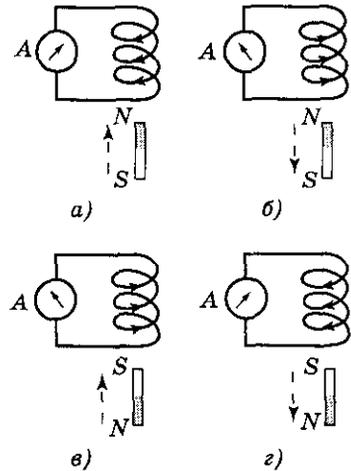


Рис. 150

**Правило смещения для  $\alpha$ -распада** → см. *Альфа-распад.*

**Правило смещения для  $\beta^-$ -распада** → см. *Бета-распад.*

**Правило смещения для  $\beta^+$ -распада** → см. *Бета-распад.*

**Правило частот (второй постулат Бора)** → см. *Постулаты Бора.*

**Преобразования координат Галилея.** Если система  $K'$  движется со скоростью  $\vec{v}$  вдоль положительного направления оси X системы  $K$  (в начальный момент времени оси координат совпадают), то преобразования координат Галилея имеют вид

$$\begin{cases} x' = x - vt, \\ y' = y, \\ z' = z. \end{cases}$$

В классической механике предполагается, что ход времени не зависит от относительного движения

систем отсчета, т. е. к записанным преобразованиям можно добавить еще одно уравнение:

$$t = t'.$$

Эти соотношения справедливы лишь в случае классической механики, а при скорости, сравнимой со скоростью света, преобразования Галилея заменяются более общими преобразованиями Лоренца.

**Преобразования Лоренца** — преобразования, удовлетворяющие постулатам специальной теории относительности.

Преобразования Лоренца записываются в виде:

$$\begin{cases} x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \end{cases}$$

Предполагается, что система отсчета  $K'$  движется со скоростью  $v$  в положительном направлении оси  $X$  системы отсчета  $K$ , причем оси  $X'$  и  $X$  совпадают, а оси  $Y'$  и  $Y$  и  $Z'$  и  $Z$  параллельны (рис. 151);  $c$  — скорость распространения света в вакууме.

Из преобразований Лоренца вытекает, что при малой скорости (по сравнению со скоростью  $c$ ), т. е. когда  $\frac{v^2}{c^2} \ll 1$ , они переходят в класси-

ческие преобразования Галилея, которые являются предельным случаем преобразований Лоренца.

Из преобразований Лоренца следует, что как расстояние, так и промежуток времени между двумя событиями изменяются при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, в то время как в рамках преобразований Галилея эти величины считались абсолютными, не изменяющимися при переходе от системы к системе. Кроме того, как пространственные, так и временные преобразования не являются независимыми, поскольку в закон преобразования координат входит время, а в закон преобразования времени — пространственные координаты, т. е. устанавливается взаимосвязь пространства и времени.

**Призма Никёля (николь)** → см. *Призмы поляризационные.*

**Призмы двоякопреломляющие** используют различие в показателях преломления обыкновенного и необыкновенного лучей, чтобы развести их возможно дальше друг от друга. Примером двоякопреломляющих призм могут служить призмы из исландского шпата и стекла (рис. 152). В них обыкновенный луч преломляется в шпате и стекле два раза и, следовательно, сильно отклоняется. Необыкновенный же луч при соответствующем подборе показателя преломления стекла ( $n (n \approx n_e)$ ) проходит сквозь призму почти без отклонения.

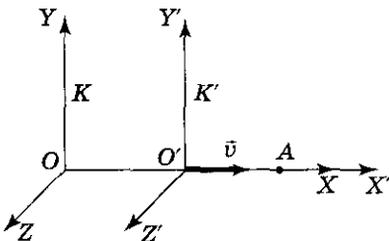


Рис. 151

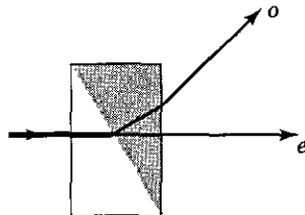


Рис. 152

**Призмы поляризационные** работают по принципу полного отражения одного из лучей (например, обыкновенного) от границы раздела, в то время как другой луч с другим показателем преломления проходит через эту границу. Типичным представителем поляризационных призм является призма Николь, называемая часто *николем*.

Призма Николь (рис. 153) представляет собой двойную призму из исландского шпата, склеенную

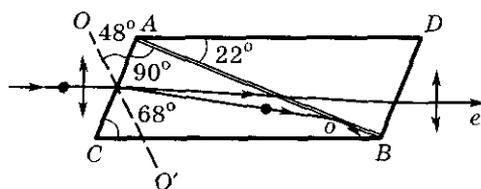


Рис. 153

вдоль линии  $AB$  канадским бальзамом с  $n = 1,55$ . Оптическая ось  $OO'$  призмы составляет с входной гранью угол  $48^\circ$ . На передней грани призмы естественный луч, параллельный ребру  $CB$ , раздваивается на два луча: *обыкновенный* ( $n_o = 1,66$ ) и *необыкновенный* ( $n_e = 1,51$ ). При соответствующем подборе угла падения, равного или большего предельного, обыкновенный луч испытывает полное отражение (канадский бальзам для него является средой оптически менее плотной), а затем поглощается зачерненной боковой поверхностью  $CB$ . Необыкновенный луч выходит из кристалла параллельно падающему лучу, незначительно смещенному относительно него (ввиду преломления на наклонных гранях  $AC$  и  $BD$ ).

**Принцип возрастания энтропии:** все процессы в замкнутой системе ведут к увеличению ее энтропии.

При статистическом толковании *энтропии* это означает, что процессы в замкнутой системе идут в направлении увеличения числа микросостояний, иными словами, от менее вероятных состояний к более вероятным, до тех пор пока вероятность состояния не станет максимальной

**Принцип Гюйгенса:** каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн задает положение волнового фронта в следующий момент времени.

Принцип Гюйгенса — геометрический принцип; решая лишь задачу о направлении распространения волнового фронта, он не затрагивает вопроса об амплитуде, а следовательно, и об интенсивности волн, распространяющихся по разным направлениям.

#### Принцип Гюйгенса—Френеля

Френель вложил в принцип Гюйгенса физический смысл, дополнив его идеей интерференции вторичных волн.

Согласно принципу Гюйгенса—Френеля, световая волна, возбуждаемая каким-либо источником  $S$ , может быть представлена как результат суперпозиции когерентных вторичных волн, «излучаемых» фиктивными источниками. Такими источниками могут служить бесконечно малые элементы любой замкнутой поверхности, охватывающей источник  $S$ . Обычно в качестве этой поверхности выбирают одну из волновых поверхностей, поэтому все фиктивные источники действуют синфазно. Таким образом, волны, распространяющиеся от источника, являются результатом интерференции всех когерентных вторичных волн. Френель исключил возможность возникновения обратных вто-

ричных волн и предположил, что если между источником и точкой наблюдения находится непрозрачный экран с отверстием, то на поверхности экрана амплитуда вторичных волн равна нулю, а в отверстии — такая же, как при отсутствии экрана.

Учет амплитуд и фаз вторичных волн позволяет в каждом конкретном случае найти амплитуду (интенсивность) результирующей волны в любой точке пространства, т. е. определить закономерности распространения света.

**Принцип зарядового сопряжения:** для каждой элементарной частицы должна существовать античастица.

Из общих принципов квантовой теории следует, что частицы и античастицы должны иметь одинаковую массу, одинаковое время жизни в вакууме, одинаковые по модулю, но противоположные по знаку электрические заряды (и магнитные моменты), а также одинаковые остальные характеристики, приписываемые элементарным частицам.

Эксперименты показывают, что за немногим исключением ( $\gamma$ -квант,  $\pi^0$ -мезон,  $\eta^0$ -мезон) действительно каждой частице соответствует античастица (см. таблицу элементарных частиц, с. 261).

**Принцип независимости действия сил:** если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то каждая из этих сил сообщает материальной точке ускорение согласно второму закону Ньютона, как будто других сил нет.

Силы и ускорения можно разлагать на составляющие, использование которых приводит к существенно упрощению решения за-

дач. На рис. 154 действующая сила  $\vec{F} = m\vec{a}$  разложена на два компонента: тангенциальную силу  $\vec{F}_\tau$  (направлена по касательной к траектории)

$$F_\tau = ma_\tau = m \frac{dv}{dt}$$

и нормальную силу  $\vec{F}_n$  (направлена по нормали к центру кривизны)

$$F_n = ma_n = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R.$$

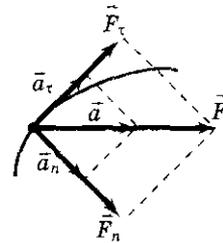


Рис. 154

Если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то, согласно принципу независимости действия сил, под  $\vec{F}$  во втором законе Ньютона понимают результирующую силу.

**Принцип неразличимости тождественных частиц:** экспериментально различить тождественные частицы невозможно.

Это фундаментальный принцип квантовой механики.

Из соотношения неопределенностей вытекает, что для микрочастиц вообще неприменимо понятие траектории; состояние микрочастицы описывается волновой функцией, позволяющей вычислять лишь вероятность ( $|\psi|^2$ ) нахождения микрочастицы в окрестностях той или иной точки пространства. Если же волновые функции двух тождественных частиц в пространстве перекрываются, то разговор о том, ка-

кая частица находится в данной области, вообще лишен смысла: можно лишь говорить о вероятности нахождения в данной области одной из тождественных частиц. Таким образом, *тождественные частицы* полностью теряют свою индивидуальность и становятся неразличимыми.

Принимая во внимание физический смысл величины  $|\psi|^2$ , принцип неразличимости тождественных частиц можно записать в виде

$$|\psi(x_1, x_2)|^2 = |\psi(x_2, x_1)|^2$$

[ $x_1$  и  $x_2$  — соответственно совокупность пространственных и спиновых координат первой и второй частиц].

Тогда возможны два случая:

$$\psi(x_1, x_2) = \pm \psi(x_2, x_1),$$

т. е. принцип неразличимости тождественных частиц ведет к определенному свойству симметрии волновой функции. Если при перемене частиц местами *волновая функция* не изменяет знака, то она называется *симметричной*, если изменяет — *антисимметричной*. Изменение знака волновой функции не означает изменения состояния, так как физический смысл имеет лишь квадрат модуля волновой функции.

Установлено, что симметрия или антисимметрия волновых функций определяется спином частиц. В зависимости от характера симметрии все элементарные частицы и построенные из них системы (атомы, молекулы) делятся на два класса.

Частицы с полуцелым спином (например, электроны, протоны, нейтроны) описываются антисимметричными волновыми функциями и подчиняются *статистике Ферми—Дирака*; эти частицы называются *фермионами*.

Частицы с нулевым или целочисленным спином (например,  $\pi$ -мезоны, фотоны) описываются симметричными волновыми функциями и подчиняются *статистике Бозе—Эйнштейна*; эти частицы называются *бозонами*.

Сложные частицы (например, атомные ядра), составленные из нечетного числа фермионов, являются *фермионами* (суммарный спин — полуцелый), а из четного — *бозонами* (суммарный спин целый).

**Принцип относительности Галилея:** законы классической динамики одинаковы во всех инерциальных системах отсчета.

Рассмотрим две системы отсчета: инерциальную систему  $K$  (с координатами  $x, y, z$ ), которую условно будем считать неподвижной, и систему  $K'$  (с координатами  $x', y', z'$ ), движущуюся относительно  $K$  равномерно и прямолинейно со скоростью  $\vec{u}$  ( $\vec{u} = \text{const}$ ). Отсчет времени начнем с момента, когда начала координат обеих систем совпадают. Пусть в произвольный момент времени  $t$  расположение систем друг относительно друга имеет вид, изображенный на рис. 155. Скорость  $\vec{u}$  направлена вдоль  $OO'$ , радиус-вектор, проведенный из  $O$  в  $O'$ ,  $\vec{r}_0 = \vec{u}t$ .

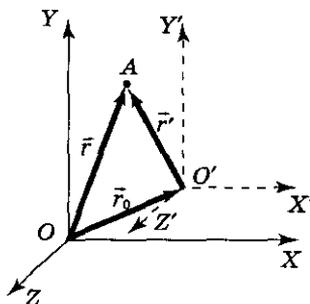


Рис. 155

Связь между координатами произвольной точки  $A$  в системах  $K$  и  $K'$ :

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{r}_0 = \vec{r}' + \vec{u}t.$$

В классической механике  $t = t'$ . Продифференцировав  $\vec{r} = \vec{r}' + \vec{u}t$  по времени, придем к закону сложения скоростей в классической механике:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}.$$

Ускорение в системе отсчета  $K$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{v}' + \vec{u})}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} = \vec{a}'.$$

Следовательно, если на точку  $A$  другие тела не действуют ( $a = 0$ ), то и  $a' = 0$ , т. е. система  $K'$  является инерциальной (точка движется относительно нее равномерно прямолинейно или покоится).

Таким образом, подтверждается принцип относительности Галилея: уравнения динамики при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой не изменяются, т. е. являются инвариантными по отношению к преобразованиям координат.

**Принцип Паули.** Состояние электрона в атоме можно однозначно описать, если воспользоваться любым набором четырех квантовых чисел:  $n, l, m_l, m_s$ .

Эти числа могут принимать следующие значения:

- главное  $n = 1, 2, 3, \dots$ ,
- орбитальное  $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ ,
- магнитное  $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ ,
- магнитное спиновое  $m_s = \pm 1/2$ .

Согласно классической теории, электроны в основном (невозбужденном) состоянии атома должны занимать самый нижний, т. е. основной, энергетический уровень. Однако, как оказалось впоследствии, заполнение электронных оболочек атома подчиняется принципу, сформулированному Паули на

основе обобщения опытных данных.

**Принцип Паули:** в одном и том же атоме не может быть более одного электрона с одинаковым набором четырех квантовых чисел:  $n, l, m_l, m_s$ , т. е.

$$Z(n, l, m_l, m_s) = 0 \text{ или } 1$$

$[Z(n, l, m_l, m_s)]$  — число электронов, находящихся в квантовом состоянии, описываемом набором четырех квантовых чисел:  $n, l, m_l, m_s$ .

Таким образом, принцип Паули утверждает, что два электрона, связанные в одном и том же атоме, различаются значениями по крайней мере одного квантового числа.

Квантово-механическая формулировка принципа Паули определяется тождественностью частиц. В самом деле, если тождественные частицы имеют одинаковые квантовые числа, то их волновая функция симметрична относительно перестановки частиц. Для фермионов (а именно ими являются электроны) волновая функция должна быть антисимметричной, поэтому два одинаковых фермиона, входящих в одну и ту же систему, не могут находиться в одинаковых состояниях.

**Квантово-механическая формулировка принципа Паули:** системы фермионов встречаются в природе только в состояниях, описываемых антисимметричными волновыми функциями.

**Принцип суперпозиции волн:** при распространении в линейной среде нескольких волн каждая из них распространяется так, как будто другие волны отсутствуют, а результирующее смещение частицы среды в любой момент времени равно геометрической сумме смещений, которые получают частицы, участвуя в каждом из слагающих волновых процессов.

**Принцип суперпозиции магнитных полей:** магнитная индукция результирующего поля, создаваемого несколькими токами или движущимися зарядами, равна векторной сумме магнитных индукций полей, создаваемых каждым током или движущимся зарядом в отдельности:

$$\vec{B} = \sum_{i=1} \vec{B}_i.$$

Пусть, например, в точке А необходимо определить индукцию магнитного поля, создаваемого двумя проводниками с токами  $I_1$  (направлен перпендикулярно чертежу от нас) и  $I_2$  (направлен перпендикулярно чертежу к нам).

Согласно принципу суперпозиции,

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

[их направления указаны на рис. 156].

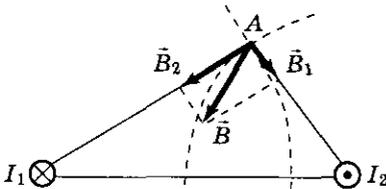


Рис. 156

**Принцип суперпозиции состояний** для волновых функций в квантовой механике: если какая-либо система (частица или их совокупность) может находиться в различных состояниях, описываемых волновыми функциями  $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n, \dots$ , то она может находиться в состоянии  $\Psi$ , описываемом линейной комбинацией этих функций

$$\Psi = \sum_n C_n \Psi_n$$

[ $C_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) — произвольные (в общем случае комплексные) чис-

ла, при этом квадрат модуля коэффициента  $C_n$ , т. е.  $|C_n|^2$ , равен вероятности обнаружить, что система, представленная состоянием  $\Psi$ , может оказаться в состоянии  $\Psi_n$ ].

Сложение волновых функций (амплитуд вероятностей), а не вероятностей (определяемых квадратами модулей волновых функций) принципиально отличает квантовую теорию от классической статистической теории, в которой для независимых событий справедлива теорема о сложении вероятностей.

**Принцип суперпозиции электростатических полей:** напряженность  $\vec{E}$  результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i.$$

Если поле создается несколькими зарядами, то потенциал поля системы зарядов равен алгебраической сумме потенциалов поле всех этих зарядов:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i.$$

**Принцип эквивалентности гравитационных сил и сил инерции (принцип эквивалентности Эйнштейна):** все физические явления в поле тяготения происходят совершенно так же, как и в соответствующем поле сил инерции, если напряженности полей в соответствующих точках пространства совпадают, а прочие начальные условия для рассматриваемых тел одинаковы.

Этот принцип является основой общей теории относительности.

**Пробой** — электрический разряд через слой диэлектрика в конденсаторе.

**Проводимость удельная электрическая** → см. Закон Ома для однородного участка цепи.

**Проводник уединенный** — проводник, который удален от других проводников, тел и зарядов.

**Проницаемость среды диэлектрическая** → см. Закон Кулона; Полярность диэлектрика.

**Проницаемость среды магнитная** — безразмерная величина, показывающая, во сколько раз магнитное поле макротокков усиливается за счет поля микротокков среды.

**Просветление оптики.** Современные объективы содержат большое количество линз. Число отражений в них велико, поэтому велики и потери светового потока. Таким образом, интенсивность прошедшего света ослабляется и светосила оптического прибора уменьшается.

Для устранения указанных недостатков используют просветление оптики. Для этого на свободную поверхность линз наносят тонкую пленку с показателем преломления меньшим, чем у материала линзы. При отражении света от границ раздела воздух — пленка и пленка — стекло возникает интерференция когерентных лучей 1' и 2' (рис. 157). Толщину  $d$  слоя пленки и показателя

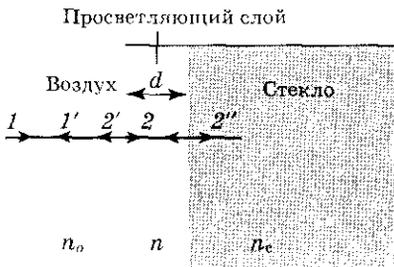


Рис. 157

тели преломления  $n_c$  стекла и пленки  $n$  можно подобрать так, чтобы интерферирующие лучи гасили друг друга. Для этого их амплитуды должны быть равны (амплитуды отраженных лучей равны, если  $n = \sqrt{n_c}$ ), а оптическая разность хода равна  $(2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}$ .

Так как  $n_c > n > n_0$ , то потеря полуволны происходит на обеих поверхностях. Следовательно, условие минимума при предположении, что свет падает нормально,

$$2nd = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}$$

[ $nd$  — оптическая толщина пленки]. Обычно принимают  $m = 0$ , тогда

$$nd = \frac{\lambda_0}{4}$$

Таким образом, если  $n = \sqrt{n_c}$  и оптическая толщина пленки равна  $\frac{\lambda_0}{4}$ , то в результате интерференции наблюдается гашение отраженных лучей. Так как добиться одновременного гашения всех длин волн не возможно, то это обычно делается для наиболее восприимчивой глазом длины волны  $\lambda_0 \approx 0,55$  мкм. Поэтому объективы с просветленной оптикой имеют синевато-красный оттенок.

**Протон** → см. Заряд электрический; Ядро атома и его состав.

**Процесс адиабатный** — процесс, при котором отсутствует теплообмен ( $\delta Q = 0$ ) между системой и окружающей средой.

Адиабатный процесс описывается уравнением адиабатного процесса (уравнением Пуассона)

$$pV^\gamma = \text{const}$$

$\left[ \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i} \right]$  — показатель адиабаты (или коэффициент Пуассона).

Исключив из уравнения Пуассона с помощью уравнения Клапейрона—Менделеева соответственно давление и объем, получим *уравнения адиабатного процесса*:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad T^{\gamma} p^{1-\gamma} = \text{const}.$$

Диаграмма адиабатного процесса (адиабата) в координатах  $p, V$  изображается гиперболой (рис. 158).

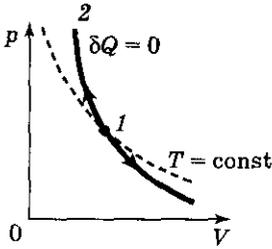


Рис. 158

На рисунке видно, что адиабата ( $pV^{\gamma} = \text{const}$ ) более крута, чем изотерма ( $pV = \text{const}$ ). Это объясняется тем, что при адиабатном сжатии 1—2 увеличение давления газа обусловлено не только уменьшением его объема, как при изотермическом сжатии, но и повышением температуры.

Для адиабатного процесса  $dQ = 0$ , поэтому *изменение энтропии*  $\Delta S = 0$  и, следовательно,  $S = \text{const}$ , т. е. *адиабатный обратимый процесс протекает при постоянной энтропии*, поэтому его называют *изоэнтропийным процессом*.

**Процесс волновой (волна)** — процесс распространения колебаний в сплошной среде, т. е. непрерывно распределенной в пространстве и обладающей упругими свойствами.

При распространении волны частицы среды не движутся вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия. Вместе с волной от частицы к частице среды передаются лишь состояние колебательного движения и его энергия. Поэтому основным свойством всех волн, независимо от их природы, является перенос энергии без переноса вещества.

**Процесс изобарный** — процесс, происходящий при постоянном давлении ( $p = \text{const}$ ).

Изобарный процесс подчиняется закону Гей-Люссака:

$$V = V_0(1 + \alpha t) \quad \text{или} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$(p = \text{const}, m = \text{const})$$

[ $t$  — температура по шкале Цельсия;  $V_0$  — объем при  $0^\circ\text{C}$ ;  $\alpha = 1/273 \text{ K}^{-1}$ , индексы 1 и 2 относятся к произвольным состояниям, лежащим на одной изобаре;  $T$  — термодинамическая температура].

*Изобара* — график зависимости между параметрами состояния газа при постоянном давлении (рис. 159, а—в).

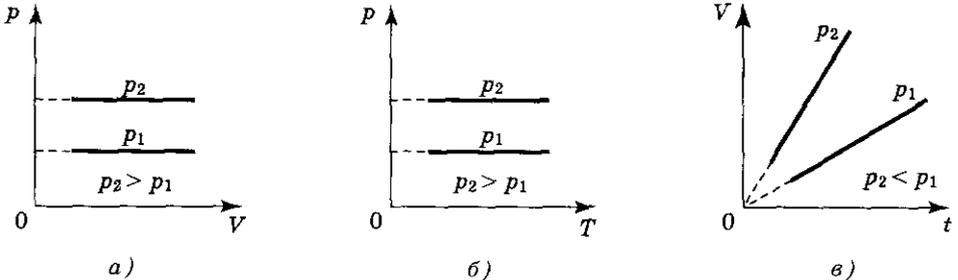


Рис. 159

**Процесс изотермический** — процесс, происходящий при постоянной температуре ( $T = \text{const}$ ).

Изотермический процесс подчиняется закону *Бойля—Мариотта*:

$$pV = \text{const} \quad \text{или} \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

$$(T = \text{const}, m = \text{const})$$

[ $p$  — давление;  $V$  — объем; индексы 1 и 2 относятся к произвольным состояниям, лежащим на одной изотерме].

*Изотерма* — график зависимости между параметрами состояния газа при постоянной температуре (рис. 160, а—в).

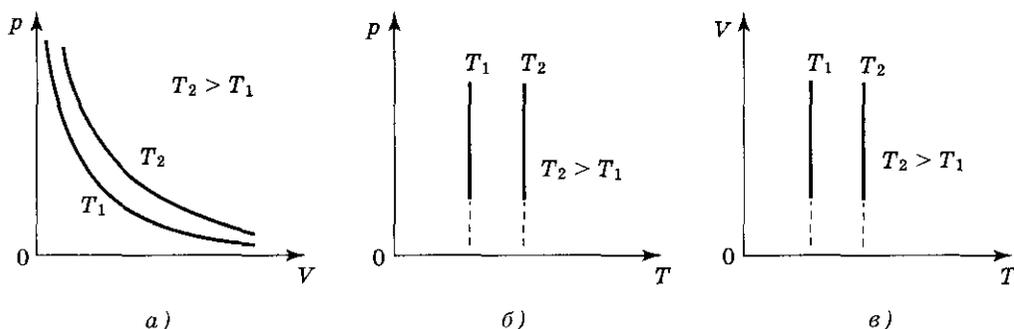


Рис. 160

**Процесс изохорный** — процесс, протекающий при постоянном объеме ( $V = \text{const}$ ).

Изохорный процесс подчиняется закону *Гей-Люссака*:

$$p = p_0(1 + \alpha t) \quad \text{или} \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$(V = \text{const}, m = \text{const})$$

[ $t$  — температура по шкале Цельсия;  $p_0$  — давление при  $0^\circ\text{C}$ ;  $\alpha = 1/273 \text{ K}^{-1}$ ; индексы 1 и 2 относятся к произвольным состояниям, лежащим на одной изохоре;  $T$  — термодинамическая температура].

*Изохора* — график зависимости между параметрами состояния газа при постоянном объеме (рис. 161, а—в).

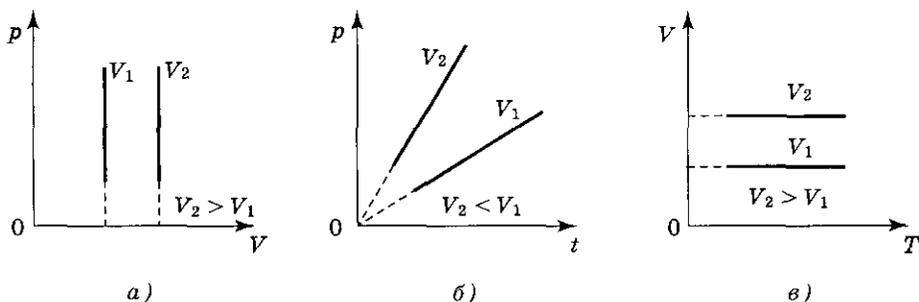


Рис. 161

**Процесс изэнтропийный**  $\rightarrow$  см. *Процесс адиабатный*.

**Процесс круговой (цикл)** — процесс, при котором система, пройдя через ряд состояний, возвращается в исходное состояние.

На диаграмме  $p, V$  цикл изображается замкнутой кривой (рис. 162, а, б). Цикл, совершаемый идеальным газом, можно разбить на процессы расширения (1—2) и сжатия (2—1) газа.

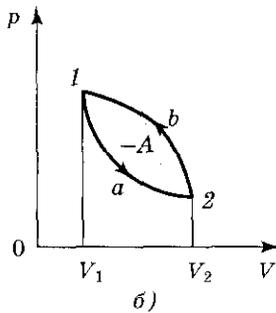
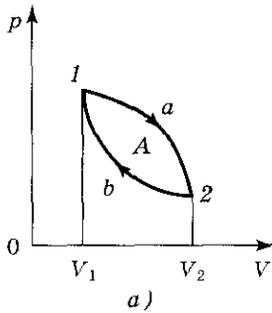


Рис. 162

• **Работа расширения** (определяется площадью фигуры  $1a2V_2V_11$ ) *положительна* ( $dV > 0$ ).

• **Работа сжатия** (определяется площадью фигуры  $2b1V_1V_22$ ) *отрицательна* ( $dV < 0$ ).

Следовательно, работа, совершаемая газом за цикл, определяется площадью, охватываемой замкнутой кривой.

**Процесс обратимый** — термодинамический процесс, который может происходить как в прямом, так и в об-

ратном направлении, причем если этот процесс происходит сначала в прямом, а затем в обратном направлении и система возвращается в исходное состояние, то в окружающей среде и в этой системе не происходит никаких изменений. Всякий процесс, не удовлетворяющий этим условиям, является *необратимым*.

**Обратимые процессы** — это *идеализация реальных процессов*. Рассмотрение обратимых процессов важно по двум причинам:

- многие процессы в природе и технике практически обратимы;
- обратимые процессы являются наиболее экономичными; имеют максимальный термический коэффициент полезного действия, что позволяет указать пути повышения КПД реальных тепловых двигателей.

**Процесс необратимый**  $\rightarrow$  см. *Обратимый процесс*.

**Процесс политропный** — процесс, в котором теплоемкость описывается уравнением

$$pV^n = \text{const}$$

$\left[ n = \frac{C - C_p}{C - C_v} \right]$  — *показатель политропы*.

При  $C = 0$ ,  $n = \gamma$  получим уравнение адиабаты; при  $C = 0$ ,  $n = 1$  — уравнение изотермы; при  $C = C_p$ ,  $n = 0$  — уравнение изобары; при  $C = C_v$ ,  $n = \pm \infty$  — уравнение изохоры. Таким образом, все рассмотренные процессы являются частными случаями политропного процесса.

**Процесс термодинамический** — любое изменение в *термодинамической системе*, связанное с изменением хотя бы одного из ее *термодинамических параметров*.

**Процессы равновесные** — процессы, состоящие из последовательности равновесных состояний.

Они протекают так, что изменение термодинамических параметров за конечный промежуток времени бесконечно мало. Все реальные процессы неравновесны (они протекают с конечной скоростью), но в ряде случаев неравновесностью реальных процессов можно пренебречь (чем медленнее процесс протекает, тем он ближе к равновесному).

**Пучность стоячей волны** → см. *Уравнение стоячей волны*.

**Р**

**Работа в поле тяготения.** При перемещении тела массой  $m$  от Земли на расстояние  $dR$  совершается работа

$$dA = -G \frac{mM}{R^2} dR$$

[знак минус появляется потому, что сила, равная  $G \frac{mM}{R^2}$ , и перемещение противоположны по направлению].

Работа при перемещении тел

$$A = \int_{R_1}^{R_2} dA = - \int_{R_1}^{R_2} G \frac{mM}{R^2} dR = m \left( \frac{GM}{R_2} - \frac{GM}{R_1} \right)$$

[ $R_1$  и  $R_2$  — расстояния тела в положениях 1 и 2 от Земли], откуда вытекает, что затраченная работа в поле тяготения не зависит от траектории перемещения, а определяется лишь начальным и конечным положениями, т. е. *силы тяготения действительно консервативны, а поле тяготения является потенциальным.*

*Работа, совершаемая консервативными силами, равна изменению потенциальной энергии системы, взятому со знаком минус, т. е.*

$$A = -\Delta\Pi = -(\Pi_2 - \Pi_1) = \Pi_1 - \Pi_2;$$

$$\Pi_1 - \Pi_2 = -m \left( \frac{GM}{R_1} - \frac{GM}{R_2} \right).$$

Так как в формулы входит только разность потенциальных энергий в двух состояниях, то для удобства принимают потенциальную энергию при  $R_2 \rightarrow \infty$  равной нулю ( $\lim_{R_2 \rightarrow \infty} \Pi_2 = 0$ ). Так как первая точка выбрана произвольно, то потенциальная энергия гравитационного взаимодействия

$$\Pi = -\frac{GmM}{R}.$$

**Работа газа при изменении его объема.** Пусть газ, расширяясь, передвигает поршень на расстояние  $dl$  и производит над ним работу

$$dA = F dl = pS dl = p dV$$

[ $S$  — площадь поршня;  $S dl = dV$  — изменение объема системы].

*Полная работа  $A$ , совершаемая газом при изменении его объема от  $V_1$  до  $V_2$ ,*

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Графически работа  $dA$  задается площадью заштрихованной полоски, а полная работа, совершаемая газом при расширении от объема  $V_1$  до объема  $V_2$ , — площадью, ограниченной осью абсцисс, кривой  $p = f(V)$  и прямыми  $V_1$  и  $V_2$  (рис. 163).

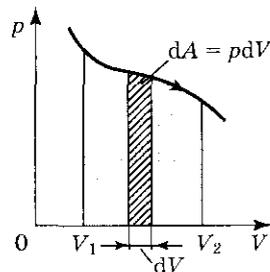


Рис. 163

**Работа при вращении тела.** Сила  $\vec{F}$  (рис. 164, а) приложена к точке  $B$ , находящейся от оси  $Z$  на расстоянии  $r$ ,  $\alpha$  — угол между направлением силы и радиусом-вектором  $\vec{r}$ . Так как тело абсолютно твердое, то работа этой силы равна работе, затраченной на поворот всего тела. При повороте тела на угол  $d\phi$  точка приложения  $B$  проходит путь  $dS = r d\phi$  и работа равна произведению проекции силы на направление смещения на величину смещения:

$$dA = F \sin \alpha r d\phi.$$

Учитывая, что  $Fr \sin \alpha = M_z$  — момент силы относительно оси  $Z$ , получаем, что работа при вращении тела

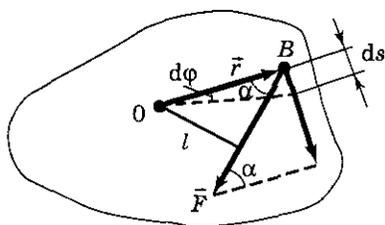
$$dA = M_z d\phi.$$

**Работа силы** — количественная характеристика процесса обмена между взаимодействующими телами.

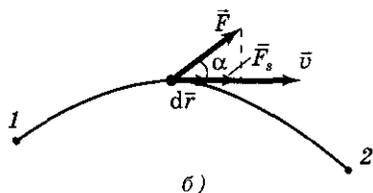
Элементарная работа постоянной силы  $\vec{F}$  на перемещении  $d\vec{r}$

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = F \cos \alpha ds = F_s ds$$

[ $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{F}$  и  $d\vec{r}$ ;  $ds = |d\vec{r}|$  — элементарный путь;  $F_s$  — проекция вектора  $\vec{F}$  на вектор  $d\vec{r}$  (рис. 164, б)].



а)



б)

Рис. 164

Работа, совершаемая переменной силой на пути  $s$ ,

$$A = \int_1^2 F_s ds = \int_1^2 F \cos \alpha ds.$$

Зная зависимость  $F_s$  от  $s$  вдоль траектории 1—2 (рис. 165), можно вычислить интеграл. Искомая работа  $A$  на графике численно равна площади закрашенной фигуры.

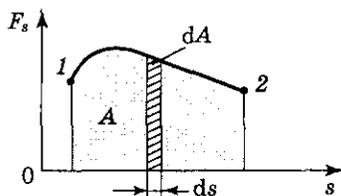


Рис. 165

**Равновесие термодинамическое** — равновесие макроскопической системы, если ее состояние с течением времени не изменяется.

**Радиоактивность** — способность некоторых атомных ядер самопроизвольно (спонтанно) превращаться в другие ядра с испусканием различных частиц.

Открытие радиоактивности датируется 1896 г., когда А. Беккерель обнаружил испускание солями урана неизвестного излучения (действовало на фотопластинку, ионизировало воздух, проникало сквозь тонкие металлические пластинки и возбуждало люминесценцию ряда веществ), названного им *радиоактивным*.

Радиоактивность подразделяют на *естественную* (наблюдается у неустойчивых изотопов, существующих в природе) и *искусственную* (наблюдается у изотопов, полученных посредством ядерных реакций). Принципиального различия между ними нет, поскольку способ образования радиоактивного изото-

па не влияет на его свойства и законы радиоактивного распада.

Многочисленные опыты привели к выводу, что на характер радиоактивного излучения препарата не оказывают влияния вид химического соединения, агрегатное состояние, температура, механическое давление, электрическое и магнитное поля, т. е. все те воздействия, которые могли бы привести к изменению состояния электронной оболочки атома. Следовательно, радиоактивные свойства элемента обусловлены лишь структурой его ядра.

**Радиоактивность естественная**  $\Rightarrow$  см. *Радиоактивность*.

**Радиоактивность искусственная**  $\Rightarrow$  см. *Радиоактивность*.

**Радиус боровский первый**  $\Rightarrow$  см. *Радиусы разрешенных орбит в боровской теории атома водорода*.

**Радиус когерентности**  $\Rightarrow$  см. *Когерентность временная и пространственная*.

**Радиус ядра.** Форму атомных ядер в первом приближении можно считать сферической. Опыты по рассеянию заряженных частиц на ядрах приводят к выводу, что радиус ядра

$$R = R_0 A^{1/3}$$

[ $R_0 = 1,3 - 1,7$  фм].

Следовательно, объем ядра пропорционален числу нуклонов в ядре.

**Радиусы разрешенных орбит в боровской теории атома водорода.** Следуя Бору, для простоты ограничимся круговыми стационарными орбитами. На основании второго закона Ньютона для электрона, движущегося по окружности под действием кулоновской силы,

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} = \frac{m_e v_n^2}{r_n}$$

[ $m_e$  и  $v_n$  — масса и скорость электрона на орбите радиуса  $r_n$ ;  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная].

Решив это предложенное Резерфордом равенство относительно  $r_n$  и подставив скорость  $v_n$  из условия квантования ( $m_e v_n r_n = n\hbar$ ), получим выражение для радиуса  $n$ -й стационарной орбиты:

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{m_e e^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Это выражение задает радиусы разрешенных орбит в боровской теории атома водорода. Из него следует, что  $r_n = n^2 r_1$ , т. е. радиусы орбит для стационарных состояний квантованы и равны соответственно  $r_1, 4r_1, 9r_1, \dots$ . Каждый из этих радиусов пропорционален квадрату целого числа  $n$ , называемому квантовым числом.

Ближайшей к ядру орбите соответствует  $n = 1$ , поэтому первый боровский радиус равен

$$r_1 = a = \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{m_e e^2} = 52,8 \text{ пм}$$

и зависит лишь от фундаментальных постоянных.

**Размеры активной зоны критические**  $\Rightarrow$  см. *Реакция деления цепная*.

**Разность потенциалов** между двумя точками 1 и 2 в электростатическом поле определяется работой, совершаемой силами поля, при перемещении единичного заряда из точки 1 в точку 2:

$$\phi_1 - \phi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = \int_1^2 E_l dl$$

[ $E_l$  — проекция вектора  $\vec{E}$  на направление элементарного перемещения; интегрирование можно про-

изводить вдоль любой линии, соединяющей начальную и конечную точки, так как работа сил электростатического поля не зависит от траектории перемещения].

**Разность потенциалов поперечная холловская**  $\rightarrow$  см. *Эффект Холла*.

**Разность хода волн**  $\rightarrow$  см. *Интерференция волн*.

**Разность хода оптическая**  $\rightarrow$  см. *Интерференция света*.

**Разрешение детекторов временное**  $\rightarrow$  см. *Детекторы частиц и их характеристики*.

**Разрешение детекторов пространственное** — см. *Детекторы частиц и их характеристики*.

**Разряд газовый самостоятельный** — разряд в газе, сохраняющийся после прекращения действия внешнего ионизатора.

**Распад радиоактивный** — это *естественное* радиоактивное превращение ядер, происходящее самопроизвольно.

Атомное ядро, испытывающее радиоактивный распад, называют *материнским*, возникающее ядро — *дочерним*.

Радиоактивный распад — *статистическое явление*, поэтому выводы, следующие из законов радиоактивного распада, имеют вероятностный характер. Например, нельзя сказать, когда данное ядро распадется, но можно предсказать вероятность его распада за рассматриваемый промежуток времени.

Вероятность распада ядра за единицу времени, равная доле ядер, распадающихся за 1 с, называется *постоянной радиоактивного распада* ( $\lambda$ ).

Следовательно, в единицу времени из огромного числа ядер  $N$  в

среднем распадается  $\lambda N$  ядер. Величину  $\lambda N$  называют *активностью  $A$  нуклида*. Очевидно, что это есть число распадов, происходящих с ядрами образца за 1 с (скорость распада).

**Распределение Больцмана во внешнем потенциальном поле.** Подставив в барометрическую формулу  $p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$  выражение  $p = nkT$ , получим

$$n = n_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$$

[ $n$  — концентрация молекул на высоте  $h$ ;  $n_0$  — то же, на высоте  $h = 0$ ].

Так как  $M = m_0 N_A$ , а  $R = kN_A$ , то

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$$

[ $N_A$  — постоянная Авогадро;  $m_0$  — масса одной молекулы,  $m_0 gh = \Pi$  — потенциальная энергия молекулы в поле тяготения].

*Распределение Больцмана во внешнем потенциальном поле*

$$n = n_0 e^{-\frac{\Pi}{kT}}$$

Из этого выражения следует, что при постоянной температуре плотность газа больше там, где меньше потенциальная энергия его молекул.

**Расстояние фокусное ( $f$ )** — расстояние между оптическим центром линзы и ее фокусом.

**Расчет интерференционной картины от двух источников.** Используем две когерентные щели  $S_1$  и  $S_2$ , расположенные друг от друга на расстоянии  $d$ . Интерференция наблюдается в произвольной точке  $A$  экрана, параллельного щелям и расположенного от них на расстоянии  $l$  ( $l \gg d$ ).

Начало отсчета находится в точке  $O$ , симметричной относительно щелей (рис. 166).

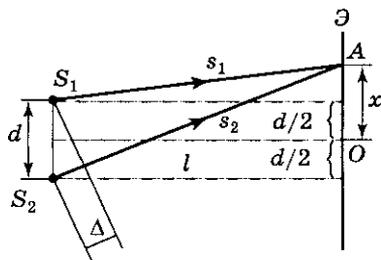


Рис. 166

*Оптическая разность хода*

$$\Delta = s_2 - s_1 = \frac{2xd}{s_1 + s_2}$$

(учтено, что  $s_2^2 = l^2 + (x + d/2)^2$ ;

$$s_1^2 = l^2 + (x - d/2)^2, \quad s_2^2 - s_1^2 = 2xd).$$

Так как  $l \gg d$ , то  $s_1 + s_2 \approx 2l$ , тогда

$$\Delta = \frac{xd}{l}.$$

Подставив  $\Delta$  в условия интерференционных максимумов и минимумов, получим, что максимумы интенсивности наблюдаются, если

$$x_{\max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

а минимумы — в том случае, если

$$x_{\min} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{l}{d} \lambda_0$$

$$(m = 0, 1, 2, \dots).$$

Расстояние между двумя соседними максимумами (или минимумами), называемое шириной интерференционной полосы, равно

$$b = \frac{l}{d} \lambda_0.$$

Величина  $b$  не зависит от порядка интерференции (величины  $m$ ) и является постоянной для данных  $l$ ,  $d$  и  $\lambda_0$ . Для видимого света  $\lambda_0 \approx 10^{-7}$  м,

поэтому четкая, доступная для визуального наблюдения интерференционная картина имеет место при  $l \gg d$  (это условие и принималось при расчете).

**Реакции ядерные** — превращения атомных ядер при взаимодействии с частицами (в том числе  $\gamma$ -квантами) или друг с другом.

Различают:

- *прямые ядерные взаимодействия*, происходящие по схеме



[ $X$  и  $Y$  — исходное и конечное ядра;  $a$  и  $b$  — бомбардирующая и испускаемая (или испускаемые) в ядерной реакции частицы];

- *реакции, идущие в две стадии с образованием составного ядра (компануд-ядра):*



Первая стадия — это захват ядром  $X$  частицы  $a$ , приблизившейся к нему на расстояние действия ядерных сил ( $\approx 2 \cdot 10^{-15}$  м), и образование составного ядра  $C$ .

Энергия частицы передается не какому-то одному нуклону, а распределяется между нуклонами составного ядра, которое оказывается в возбужденном состоянии. Время жизни составного ядра равно  $10^{-16}$ — $10^{-12}$  с, т. е. составляет  $(10^6$ — $10^{10})\tau$ , где  $\tau$  — характерное ядерное время ( $\approx 10^{-22}$  с). Это означает, что за время жизни составного ядра нуклоны многократно сталкиваются между собой, происходит перераспределение энергии между нуклонами и один из нуклонов (или их комбинация) может получить энергию, достаточную для вылета из ядра.

В результате и возможна вторая стадия — распад составного ядра на ядро  $Y$  и частицу  $b$ . Она не зависит от способа образования составного ядра — первой стадии.

В любой ядерной реакции выполняются законы сохранения зарядовых чисел и массовых чисел: сумма зарядовых чисел (массовых чисел) ядер и частиц, вступающих в ядерную реакцию, равна сумме зарядовых чисел (массовых чисел) конечных продуктов (ядер и частиц) реакции.

Выполняются также законы сохранения энергии, импульса и момента импульса.

**Реакция деления цепная** — ядерная реакция, в которой частицы, вызывающие реакцию, образуются как продукты этой реакции. Цепная реакция деления характеризуется коэффициентом размножения  $k$  нейтронов, который равен отношению числа нейтронов в данном поколении к их числу в предыдущем поколении. Необходимым условием для развития цепной реакции деления является требование  $k \geq 1$ .

Оказывается, что не каждый нейтрон деления вызывает цепную реакцию:

- из-за конечных размеров активной зоны (пространство, где происходит цепная реакция) и большой проникающей способности нейтронов (часть из них покинет активную зону раньше, чем будет захвачена каким-либо ядром);

- из-за захвата части нейтронов ядрами неделяющихся примесей, присутствующих всегда в активной зоне;

- из-за конкурирующих процессов радиационного захвата и неупругого рассеяния.

Коэффициент размножения зависит от природы делящегося вещества, а для данного изотопа — от его количества, а также размеров и формы активной зоны.

Минимальные размеры активной зоны, при которых возможно

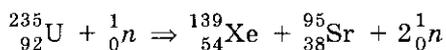
осуществление цепной реакции, называют критическими размерами.

Минимальную массу делящегося вещества, находящегося в системе критических размеров, необходимую для осуществления цепной реакции, называют критической массой. При  $k > 1$  идет развивающаяся реакция (число делений растет, и реакция может стать взрывной), при  $k = 1$  — самоподдерживающаяся реакция (число нейтронов с течением времени не изменяется), при  $k < 1$  — затухающая реакция.

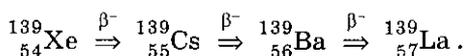
Цепные реакции делят на неуправляемые (взрыв атомной бомбы, например) и управляемые (осуществляются в ядерных реакторах).

**Реакция деления ядра** — тяжелое ядро под действием нейтронов, а как впоследствии оказалось, и других частиц делится на несколько более легких ядер (осколков), чаще всего на два ядра, близких по массе.

В момент своего образования осколки деления имеют избыток нейтронов над протонами. Поэтому реакция деления тяжелых ядер сопровождается испусканием избыточных нейтронов — нейтронов деления. Однако этот процесс не устраняет полностью перегрузку ядер-осколков нейтронами, поэтому осколки, оказываясь радиоактивными, могут претерпеть ряд актов  $\beta^-$ -распада, в результате чего соотношение между нейтронами и протонами в осколке достигает величины, соответствующей стабильному изотопу. Например, при делении ядра урана  ${}_{92}^{235}\text{U}$



осколок деления в результате трех актов  $\beta^-$ -распада превращается в стабильный изотоп  ${}_{57}^{139}\text{La}$ :



Эта реакция — не единственная, приводящая к делению урана, так как осколки могут быть разнообразными.

Большинство нейтронов при делении испускаются практически мгновенно ( $t \leq 10^{-14}$  с) — *мгновенные нейтроны*, а очень малая часть ( $\leq 1\%$ ) — спустя некоторое время после деления — *запаздывающие нейтроны*.

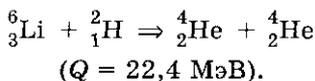
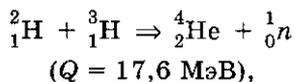
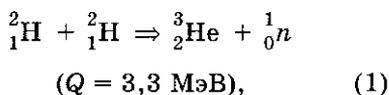
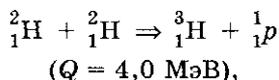
**Реакция синтеза атомных ядер** — образование из легких ядер более тяжелых.

Эти реакции сопровождаются выделением большого количества энергии, поскольку удельная энергия связи:

- у легких ядер меньше, чем у промежуточных ядер;

- резко увеличивается при переходе от ядер дейтерия  ${}^2_1\text{H}$  и трития  ${}^3_1\text{H}$  к литию  ${}^6_3\text{Li}$  и особенно к гелию  ${}^4_2\text{He}$ .

Примеры реакций синтеза (в скобках указано энерговыделение):

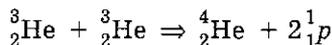
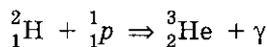
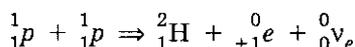


В реакциях синтеза энергия, выделяемая на один нуклон, гораздо больше, чем в реакциях деления тяжелых ядер.

Например, в реакции (1) на один нуклон эта энергия равна  $17,6/5 \text{ МэВ} \approx 3,5 \text{ МэВ}$ , в то время как в реакции деления урана  ${}^{238}_{92}\text{U}$  она составляет  $200/238 \text{ МэВ} = 0,84 \text{ МэВ}$ .

**Реакция термоядерная** — реакция синтеза легких атомных ядер в более тяжелые, происходящая при сверхвысокой температуре (примерно  $10^7$  К и выше).

Термоядерные реакции являются, по-видимому, одним из источников энергии Солнца и звезд и, как считается, протекают в виде *термоядерных циклов*. Один из вариантов термоядерного цикла — *протонно-протонный*, или *водородный*, характерный для температур  $\sim 10^7$  К:



Термоядерные реакции дают наибольший выход энергии на единицу массы «горючего», чем любые другие превращения, в том числе и деление тяжелых ядер.

**Реакция экзотермическая** — ядерная реакция с выделением энергии.

**Реакция эндотермическая** — ядерная реакция с поглощением энергии.

**Резонанс механический.** Рассмотрим зависимость амплитуды  $A$  вынужденных колебаний от частоты  $\omega$  (см. *Уравнение вынужденных механических колебаний дифференциальное*):

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}},$$

откуда следует, что амплитуда  $A$  имеет максимум. Чтобы найти *резонансную частоту*  $\omega_{\text{рез}}$  — частоту, при которой амплитуда смещения достигает максимума, следует найти минимум подкоренного выражения. Продифференцировав подкоренное выражение по  $\omega$  и приравняв его нулю, получим условие, определяющее  $\omega_{\text{рез}}$ :

$$-4(\omega_0^2 - \omega^2)\omega + 8\delta^2\omega = 0.$$

Это равенство выполняется при  $\omega = 0, \pm\sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$ , у которых только лишь положительное значение имеет физический смысл.

*Резонансная частота*

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}.$$

Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы к частоте, равной или близкой собственной частоте колебательной системы, называется *резонансом (механическим)*. Если  $\delta^2 \ll \omega_0^2$ , то значение  $\omega_{\text{рез}}$  практически совпадает с собственной частотой  $\omega_0$  колебательной системы.

*Резонансная амплитуда смещения*

$$A_{\text{рез}} = \frac{F_0/m}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}.$$

При малом затухании ( $\delta^2 \ll \omega_0^2$ )

$$A_{\text{рез}} = \frac{F_0}{2m\delta\omega_0}.$$

**Резонанс электрический.** Рассмотрим зависимость амплитуды  $Q_m$  заряда вынужденных электромагнитных колебаний от частоты  $\omega$  (см. *Уравне-*

*ние вынужденных электромагнитных колебаний дифференциальное*)

$$Q_m = \frac{U_m/L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}}.$$

Колебания различной физической природы описываются одинаковыми характеристиками и уравнениями, поэтому, исходя из единого подхода к изучению колебаний, резонансная частота (см. *Резонанс механический*)

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}.$$

Явление резкого возрастания амплитуды заряда (силы тока) вынужденных колебаний при приближении частоты внешнего переменного напряжения  $U = U_m \cos \omega t$  к частоте, равной или близкой собственной частоте колебательного контура, называется *электрическим резонансом*.

*Резонансная амплитуда заряда*

$$(Q_m)_{\text{рез}} = \frac{U_m/L}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}.$$

При малом затухании ( $\delta^2 \ll \omega_0^2$ )

$$(Q_m)_{\text{рез}} = \frac{U_m}{2\delta L\omega_0}.$$

Амплитуда силы тока (см. *Уравнение вынужденных электромагнитных колебаний дифференциальное*)

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Амплитуда силы тока максимальна при  $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$ .

*Резонансная частота* для силы тока совпадает с собственной частотой контура:

$$\omega_{\text{рез}} = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Амплитуда силы тока при электрическом резонансе

$$(I_m)_{\text{рез}} = \frac{U_m}{R}.$$

**Решетка дифракционная одномерная** — система параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками.

**Решетка дифракционная пространственная** — пространственное образование, в котором элементы структуры подобны по форме, имеют геометрически повторяющееся расположение, а также постоянные периоды решеток, соизмеримые с длиной волны электромагнитного излучения. Иными словами, подобные пространственные образования должны иметь периодичность по трем не лежащим в одной плоскости направлениям. В качестве пространственных дифракционных решеток могут быть использованы кристаллические тела, так как в них неоднородности (атомы, молекулы, ионы) регулярно повторяются в трех направлениях.



**Самоиндукция.** Магнитный поток, создаваемый током  $I$  в контуре,

$$\Phi = LI$$

[ $L$  — индуктивность контура].

**Самоиндукция** — возникновение ЭДС индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока.

**Индуктивность контура** — физическая величина, определяемая магнитным потоком самоиндукции через поверхность, ограниченную проводящим контуром с током  $I$  А.

**Закон Фарадея** применительно к явлению самоиндукции

$$\mathcal{E}_s = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(LI) = -L\frac{dI}{dt}.$$

Считается, что  $L = \text{const}$  (контур не деформируется и магнитная проницаемость среды постоянна). Знак минус обусловлен правилом Ленца и показывает, что индуктивность контура приводит к замедлению изменения тока в нем.

**Свет естественный** — свет со всевозможными равновероятными ориентациями вектора  $\vec{E}$  (рис. 167) (а следовательно, и  $\vec{H}$ ); луч перпендикулярен плоскости рисунка.

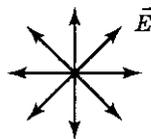


Рис. 167

**Светимость энергетическая серого тела**  $\rightarrow$  см. *Закон Кирхгофа*.

**Светимость энергетическая тела**  $\rightarrow$  см. *Плотность энергетической светимости тела спектральная*.

**Светимость энергетическая черного тела**  $\rightarrow$  см. *Закон Кирхгофа*.

**Свет плоскополяризованный** — свет, в котором вектор  $\vec{E}$  (а следовательно, и  $\vec{H}$ ) колеблется только в одном направлении, перпендикулярно лучу (рис. 168, а).

**Свет поляризованный** — свет, в котором колебания светового вектора каким-то образом упорядочены.

**Свет частично поляризованный** — свет, в котором направления колебаний светового вектора имеют преимущественное (но не исключительное!) направление (рис. 168, б).

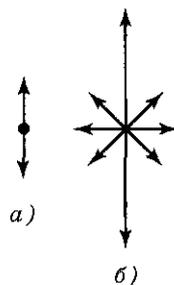


Рис. 168

**Свет циркулярно поляризованный**  $\rightarrow$  см. *Свет эллиптически поляризованный*.

**Свет эллиптически поляризованный** — свет, для которого вектор  $\vec{E}$  (вектор  $\vec{H}$ ) изменяется со временем так, что его конец описывает эллипс, лежащий в плоскости, перпендикулярной лучу.

Если эллипс вырождается в прямую (см. *Сложение взаимно перпендикулярных колебаний*) (при разности фаз  $\varphi$ , равной нулю или  $\pi$ ), то имеем дело с плоскополяризованным светом.

**Плоскополяризованный свет** — предельный случай эллиптически поляризованного света.

Если эллипс вырождается в окружность (при  $\varphi = \pm\pi/2$  и равенстве амплитуд складываемых волн), то имеем дело с *циркулярно поляризованным светом*.

**Свойства ядерных сил основные**  $\rightarrow$  см. *Силы ядерные*.

**Свойство взаимозаменяемости**  $\rightarrow$  см. *Маятник физический*.

**Связь между потенциалом поля тяготения и его напряженностью**. Элементарная работа, совершаемая силами поля при малом перемещении тела массой  $m$ , равна

$$dA = -m d\varphi.$$

С другой стороны,  $dA = F dl$  ( $dl$  — элементарное перемещение),  $F = mg$ . Тогда

$$mg dl = -m d\varphi$$

или

$$g = -\frac{d\varphi}{dl}$$

$[d\varphi/dl]$  характеризует изменение потенциала на единицу длины в направлении перемещения в поле тяготения]. Можно показать, что

$$\vec{g} = -\text{grad } \varphi$$

$[\text{grad } \varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \vec{k}$  — градиент скаляра  $\varphi$ ].

Знак минус показывает, что вектор напряженности  $\vec{g}$  направлен в сторону убывания потенциала.

**Сдвиг комптоновский**  $\rightarrow$  см. *Эффект Комптона*.

**Сегнетоэлектрики** — диэлектрики, обладающие в определенном интервале температур спонтанной (самопроизвольной) поляризованностью, т. е. поляризованностью в отсутствие внешнего электрического поля.

**Серия Бальмера**  $\rightarrow$  см. *Спектр атома водорода линейчатый*.

**Серия Брэкета**  $\rightarrow$  см. *Спектр атома водорода линейчатый*.

**Серия Лаймана**  $\rightarrow$  см. *Спектр атома водорода линейчатый*.

**Серия Пашена**  $\rightarrow$  см. *Спектр атома водорода линейчатый*.

**Серия Пфунда**  $\rightarrow$  см. *Спектр атома водорода линейчатый*.

**Серия Хэмфри**  $\rightarrow$  см. *Спектр атома водорода линейчатый*.

**Сила** — векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.

В каждый момент времени сила характеризуется числовым значением, направлением в пространстве и точкой приложения.

**Сила диссипативная** — сила, работа которой при перемещении точки (тела) из одного положения в другое зависит от траектории перемещения точки (тела).

**Сила консервативная** — сила, работа которой при перемещении точки (тела) зависит только от начального

и конечного положения в пространстве.

Для консервативных сил

$$F_x = -\frac{\partial \Pi}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial \Pi}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial \Pi}{\partial z}$$

или в векторном виде

$$\vec{F} = -\text{grad } \Pi,$$

$$\text{grad } \Pi = \frac{\partial \Pi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \Pi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \Pi}{\partial z} \vec{k}$$

$[\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}]$  — единичные векторы координатных осей].

**Сила кулоновская** → см. Закон Кулона.

**Сила линзы оптическая.** Величина

$$\Phi = \frac{1}{f} = (N - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

называется *оптической силой линзы* [ $f$  — фокусное расстояние линзы;  $N = n/n_1$  — относительный показатель преломления ( $n$  и  $n_1$  — соответственно абсолютные показатели преломления линзы и окружающей среды);  $R_1$  и  $R_2$  — радиусы кривизны поверхностей ( $R > 0$  для выпуклой поверхности,  $R < 0$  для вогнутой)].

Линзы с положительной оптической силой являются *собирающими*, с отрицательной — *рассеивающими*.

**Сила Лоренца** — сила, действующая на электрический заряд  $Q$ , движущийся в магнитном поле со скоростью  $\vec{v}$ :

$$\vec{F} = Q[\vec{v}\vec{B}]$$

$[\vec{B}$  — магнитная индукция поля, в котором заряд движется].

Модуль вектора  $\vec{F}$

$$F = QvB \sin \alpha$$

$[\alpha$  — угол между  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ ].

Направление силы Лоренца определяется с помощью правила левой руки.

**Правило левой руки:** если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор  $\vec{B}$ , а четыре вытянутых пальца направить вдоль вектора  $\vec{v}$  (для  $Q > 0$  направления  $I$  и  $\vec{v}$  совпадают, для  $Q < 0$  — противоположны), то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на положительный заряд (рис. 169).

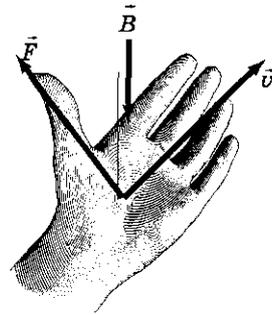


Рис. 169

Сила Лоренца перпендикулярна векторам  $\vec{B}$  и  $\vec{v}$ . На рис. 170, а, б показаны направления сил, с которыми магнитное поле действует на движущиеся разноименно заряженные частицы.

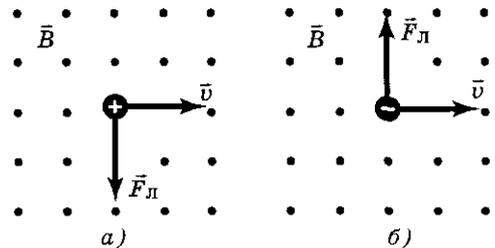


Рис. 170

**Сила тока** — скалярная физическая величина, определяемая электрическим зарядом, проходящим через поперечное сечение проводника за 1 с:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Сила тока сквозь произвольную поверхность  $S$  определяется как поток вектора плотности тока:

$$I = \int_S \vec{j} dS$$

[ $d\vec{S} = \vec{n} dS$  ( $\vec{n}$  — единичный вектор нормали к площадке  $dS$ , составляющий с вектором  $\vec{j}$  угол  $\alpha$ )].

**Сила трения покоя** — сила трения, препятствующая возникновению движения одного тела по поверхности другого.

Относительное движение тел возникает, если внешняя сила  $F > (F_{\text{тр0}})_{\text{max}}$ , где предельная сила трения покоя

$$(F_{\text{тр0}})_{\text{max}} = f_0 N$$

[ $f_0$  — безразмерный коэффициент трения покоя;  $N$  — сила нормального давления].

**Сила трения скольжения**  $F_{\text{тр}} = fN$  пропорциональна силе  $N$  нормального давления, с которой одно тело действует на другое ( $f$  — безразмерный коэффициент трения скольжения, зависящий от свойств соприкасающихся поверхностей) (рис. 171).

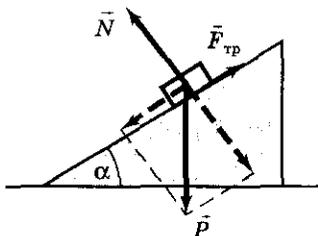


Рис. 171

**Сила тяжести** — сила, которая действует на тело массой  $m$ , находящееся в системе отсчета, связанной с Землей:

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

[ $\vec{g}$  — ускорение свободного падения].

**Сила упругости** — сила, возникающая при деформации тела и направленная противоположно направлению смещения частиц при деформации.

**Сила электродвижущая** — физическая величина, определяемая работой, совершаемой сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{Q_0}$$

[ $A_{\text{ст}}$  — работа сторонних сил;  $Q_0$  — единичный положительный заряд].

*Работа сторонних сил* по перемещению  $Q_0$  по замкнутому пути

$$A_{\text{ст}} = \oint \vec{F}_{\text{ст}} d\vec{l} = \oint Q_0 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l} = Q_0 \oint \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}$$

[ $\vec{F}_{\text{ст}}$  — сторонняя сила;  $\vec{E}_{\text{ст}}$  — напряженность поля сторонних сил].

ЭДС, действующая в замкнутой цепи, определяется как циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил:

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}.$$

ЭДС, действующая на участке  $1-2$ ,

$$\mathcal{E}_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}.$$

**Сила электродвижущая взаимной индукции**  $\Rightarrow$  см. *Индукция взаимная*.

**Сила электродвижущая электромагнитной индукции**  $\Rightarrow$  см. *Индукция электромагнитная*.

**Силы внешние** — силы, с которыми на материальные точки механической системы действуют внешние тела.

**Силы внутренние** — силы взаимодействия между материальными точками механической системы.

**Силы инерции** — силы, обусловленные ускоренным движением системы отсчета относительно измеряемой системы.

Если учесть силы инерции, то второй закон Ньютона справедлив для любой системы отсчета: *произведение массы тела на ускорение в рассматриваемой системе отсчета равно сумме всех сил, действующих на данное тело (включая и силы инерции)*:

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{\text{ин}}$$

Силы инерции  $\vec{F}_{\text{ин}}$  при этом должны быть такими, чтобы вместе с силами  $\vec{F} = m\vec{a}$ , обусловленными воздействием тел друг на друга, они сообщали телу ускорение  $\vec{a}'$ , каким оно обладает в неинерциальных системах отсчета:

$$m\vec{a}' = m\vec{a} + \vec{F}_{\text{ин}}$$

В общем случае нужно учитывать следующие случаи проявления сил инерции:

- силы инерции при ускоренном поступательном движении системы отсчета;
- силы инерции, действующие на тело, покоящееся во вращающейся системе отсчета;
- силы инерции, действующие на тело, движущееся во вращающейся системе отсчета,

$$\vec{F}_{\text{ин}} = \vec{F}_{\text{и}} + \vec{F}_{\text{ц}} + \vec{F}_{\text{К}}$$

[ $\vec{F}_{\text{и}}$  — силы инерции, проявляющиеся при поступательном движении системы отсчета с ускорением  $a_0$ :  $F_{\text{и}} = -ma_0$ ;  $\vec{F}_{\text{ц}}$  — центробежные силы инерции (силы инерции, действующие во вращающейся системе отсчета на тела, удаленные от оси вращения на конечное расстояние  $R$ ):  $F_{\text{ц}} = -m\omega^2 R$ ;  $\vec{F}_{\text{К}}$  — сила Кориолиса].

Сила Кориолиса  $\vec{F}_{\text{К}} = 2m[\vec{v}', \vec{\omega}]$  — сила инерции, действующая на те-

ло, движущееся со скоростью  $\vec{v}'$  во вращающейся системе отсчета.

Силы инерции вызываются не взаимодействием тел, а ускоренным движением системы отсчета.

**Силы межмолекулярного взаимодействия.** В случае реальных газов надо учитывать силы межмолекулярного взаимодействия. Они проявляются на расстоянии  $\leq 10^{-9}$  м и быстро убывают при увеличении расстояния между молекулами. Такие силы называют короткодействующими.

На рис. 172, 173 приведена качественная зависимость сил межмолекулярного взаимодействия ( $F$ ) и потенциальной энергии ( $\Pi$ ) взаимодействия молекул от расстояния  $r$  между молекулами ( $F_0$  — сила отталкивания,  $F_{\text{ц}}$  — сила притяжения,  $F$  — их равнодействующая).

На расстоянии  $r = r_0$   $F = 0$ , т. е. силы притяжения и отталкивания уравновешиваются. Расстояние  $r_0$

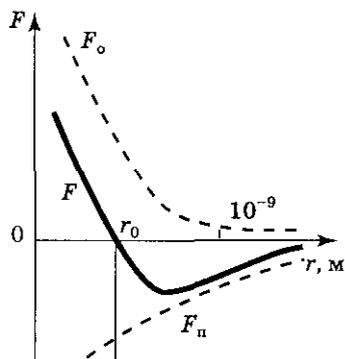


Рис. 172

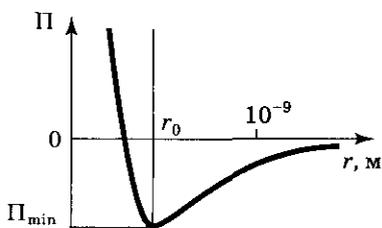


Рис. 173

соответствует равновесному расстоянию между молекулами, на котором бы они находились при отсутствии теплового движения.

При  $r < r_0$  преобладают силы отталкивания, при  $r > r_0$  — силы притяжения.

Из рисунка 173 следует, что система из двух взаимодействующих молекул в состоянии устойчивого равновесия обладает минимальной потенциальной энергией. Силы отталкивания считаются положительными, силы взаимного притяжения — отрицательными.

**Критерии различных агрегатных состояний вещества:**

•  $P_{\min} \ll kT$  (вещество находится в газообразном состоянии);

•  $P_{\min} \approx kT$  (вещество находится в жидком состоянии);

•  $P_{\min} \gg kT$  (вещество находится в твердом состоянии)

[ $kT$  — средняя кинетическая энергия молекул].

**Силы сторонние.** Если в цепи на носители тока действуют только силы электростатического поля, то происходит перемещение носителей (они предполагаются положительными) от точек с большим потенциалом к точкам с меньшим потенциалом. Это приведет к выравниванию потенциалов во всех точках цепи и к исчезновению электрического поля. Поэтому для существования постоянного тока необходимо наличие в цепи устройства, способного создавать и поддерживать разность потенциалов за счет работы сил неэлектростатического происхождения. Такие устройства называют *источниками тока*. Силы неэлектростатического происхождения, действующие на заряды со стороны источников тока, называют *сторонними*.

Природа сторонних сил может быть различной. Например, в гальваническом элементе они возника-

ют за счет энергии химических реакций между электродами и электролитами; в генераторе — за счет механической энергии вращения ротора генератора и т. п. Роль источника тока в электрической цепи, образно говоря, такая же, как роль насоса, который необходим для перекачивания жидкости в гидравлической системе. Под действием создаваемого поля сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника тока против сил электростатического поля, благодаря чему на концах цепи поддерживается разность потенциалов и в цепи течет постоянный электрический ток.

**Силы трения** — тангенциальные силы, возникающие при соприкосновении поверхностей тел и препятствующие их относительному перемещению. Силы трения могут быть разной природы, но в результате их действия механическая энергия всегда превращается во внутреннюю энергию соприкасающихся тел.

**Силы ядерные** — силы, действующие между составляющими ядро нуклонами и значительно превышающие кулоновские силы отталкивания между протонами. Относятся к классу *сильных взаимодействий*.

*Основные свойства ядерных сил:*

• являются силами притяжения;

• являются короткодействующими. Действие ядерных сил проявляется только тогда, когда расстояние между двумя нуклонами  $\sim 10^{-15}$  м; с увеличением расстояния они быстро уменьшаются до нуля, а при расстоянии, меньшем их радиуса действия, примерно в 100 раз больше кулоновских сил, действующих между протонами (на том же расстоянии);

- *обладают зарядовой независимостью*: ядерные силы двух нуклонов не зависят от их электрических зарядов. Силы, действующие между двумя протонами, или двумя нейтронами, или между протоном и нейтроном, за вычетом кулоновских сил одинаковы. Это указывает на *неэлектрическую природу* ядерных сил;

- *имеют способность к насыщению*: каждый нуклон в ядре взаимодействует только с ограниченным числом ближайших к нему нуклонов. Это свойство проявляется в том, что удельная энергия связи нуклонов в ядре (за исключением легких ядер) с увеличением числа нуклонов не растет, оставаясь приблизительно постоянной;

- *зависят от взаимной ориентации спинов взаимодействующих нуклонов*: протон и нейтрон, например, образуют дейтрон ( ${}^2_1\text{H}$ ) только при параллельной ориентации их спинов;

- *не являются центральными силами*: их нельзя представить в виде сил, действующих от одного центра сил. Это обусловлено наличием спина взаимодействующих частиц.

**Система диссипативная** — система, в которой механическая энергия постепенно уменьшается за счет преобразования в другие (немеханические) формы энергии. Этот процесс получил название *диссипации* (рассеяния) энергии.

**Система замкнутая** — механическая система тел, на которую не действуют внешние силы.

**Система замкнутая электрическая** — система, не обменивающаяся зарядами с внешними телами.

**Система консервативная** — механическая система, на тела которой действуют только консервативные силы.

**Система координат** — система (в простейшем случае прямоугольная декартова система  $XYZ$ ; рис. 174), связанная с телом отсчета.

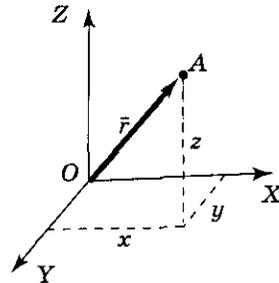


Рис. 174

Положение материальной точки  $A$  в декартовой системе координат определяется тремя координатами:  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Положение точки  $A$  также можно задать радиусом-вектором  $\vec{r}$  (он проводится из начала отсчета координат  $O$  в точку  $A$ ).

**Система отсчета** — совокупность тела отсчета, связанной с ним системы координат и синхронизированных между собой часов.

**Система отсчета инерциальная** — система отсчета, относительно которой материальная точка, не подверженная воздействию других тел, движется равномерно прямолинейно, или, как говорят, по инерции.

**Система отсчета неинерциальная** — система отсчета, движущаяся относительно инерциальной системы отсчета с ускорением.

**Система механическая** — совокупность макроскопических тел, которые взаимодействуют и обмениваются энергией как между собой, так и с другими телами (внешней средой).

**Скорость** — векторная величина, которая определяет быстроту движения и его направление в данный момент времени.

**Скорость волн де Бройля фазовая и групповая.** Согласно идее де Бройля, со свободно движущейся частицей, обладающей энергией  $E$  и импульсом  $p$ , связывается плоская волна де Бройля. Предполагая, что она распространяется вдоль оси  $Ox$ , можем записать

$$\Psi(x, t) = A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}.$$

Зафиксировав определенное значение фазы, т. е.

$$Et - px = \text{const},$$

и продифференцировав это выражение, получим фазовую скорость волны де Бройля:

$$v_{\text{фаз}} = \frac{dx}{dt} = \frac{E}{p},$$

$$v_{\text{фаз}} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v}.$$

Фазовая скорость волн де Бройля больше скорости света в вакууме (на фазовую скорость не накладываются релятивистские ограничения).

Согласно волновой теории, частице сопоставляется волновой пакет, образуемый непрерывной совокупностью монохроматических плоских волн де Бройля с импульсами, заключенными в интервале  $2 \Delta p$  ( $\Delta p \ll p$ ). Из оптики известно, что скорость движения центра волнового пакета равна групповой скорости:

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\hbar \omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dE}{dp}.$$

**Групповая скорость:**

• для нерелятивистских частиц

$$u = \frac{dE}{dp} = \frac{d[p^2/(2m)]}{dp} = \frac{p}{m} = \frac{mv}{m} = v;$$

• для релятивистских частиц

$$u = \frac{dE}{dp} = \frac{d}{dp} \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2} =$$

$$= \frac{pc^2}{\sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}} = \frac{pc^2}{E} = \frac{m v c^2}{m c^2} = v.$$

Таким образом, эти формулы выражают важный физический результат: групповая скорость  $u$  волны де Бройля равна скорости  $v$  частицы, или, иными словами, волны де Бройля перемещаются вместе с частицей.

**Скорость групповая** — скорость движения группы волн, образующих в каждый момент времени локализованный в пространстве волновой пакет, или скорость движения центра волнового пакета.

Сложим две гармонические волны с одинаковыми амплитудами, близкими частотами и волновыми числами ( $d\omega \ll \omega$ ,  $dk \ll k$ ):

$$\xi = A_0 \cos(\omega t - kx) +$$

$$+ A_0 \cos[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x] =$$

$$= 2A_0 \cos\left(\frac{t d\omega - x dk}{2}\right) \cos(\omega t - kx).$$

Эта волна отличается от гармонической тем, что ее амплитуда

$$A = \left| 2A_0 \cos\left(\frac{t d\omega - x dk}{2}\right) \right|$$

— медленно изменяющаяся функция координаты  $x$  и времени  $t$ . При условии, что  $t d\omega - x dk = \text{const}$ , получим

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk} = u$$

[ $u$  — групповая скорость].

Связь между групповой ( $u = \frac{d\omega}{dk}$ )

и фазовой ( $v = \frac{\omega}{k}$ ) скоростями

$$\begin{aligned} u &= \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(vk)}{dk} = v + k \frac{dv}{dk} = \\ &= v + k \left( \frac{dv}{d\lambda} : \frac{dk}{d\lambda} \right) = \\ &= v + k \left[ \frac{dv}{d\lambda} : \frac{d\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)}{d\lambda} \right] = \\ &= v + k \left( -\frac{\lambda^2}{2\pi} \right) \frac{dv}{d\lambda} \end{aligned}$$

или

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}.$$

**Скорость космическая вторая (или параболическая)** — наименьшая скорость ( $v_2$ ), которую надо сообщить телу, чтобы оно могло преодолеть притяжение Земли и превратиться в спутник Солнца, т. е. чтобы его орбита в поле тяготения Земли стала параболической.

Для того чтобы тело (при отсутствии сопротивления среды) могло преодолеть земное притяжение и уйти в космическое пространство, необходимо, чтобы его кинетическая энергия была равна работе, совершенной против сил тяготения:

$$\frac{mv_2^2}{2} = \int_{R_0}^{\infty} G \frac{mM}{r^2} dr = \frac{GMm}{R_3},$$

откуда

$$v_2 = \sqrt{2gR_3} = 11,2 \text{ км/с.}$$

**Скорость космическая первая (или круговая)** — минимальная скорость ( $v_1$ ), которую надо сообщить телу, чтобы оно могло двигаться вокруг Земли по круговой орбите, т. е. превратиться в искусственный спутник Земли.

На спутник, движущийся по круговой орбите радиусом  $r$ , действует сила тяготения Земли, сообщая ему нормальное ускорение  $\frac{v_1^2}{r}$ .

Тогда

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv_1^2}{r}.$$

Если спутник движется вблизи поверхности Земли, то  $r \approx R_3$  (радиус Земли) и  $g = \frac{GM}{R_3^2}$ , поэтому у поверхности Земли

$$v_1 = \sqrt{gR_3} = 7,9 \text{ км/с.}$$

**Скорость космическая третья** — скорость, которую необходимо сообщить телу на Земле, чтобы оно покинуло пределы Солнечной системы, преодолев притяжение Солнца:

$$v_3 = 16,7 \text{ км/с.}$$

**Скорость мгновенная** — векторная величина, определяемая производной радиуса-вектора движущейся точки по времени. Эта скорость направлена по касательной к траектории в сторону движения (рис. 175):

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

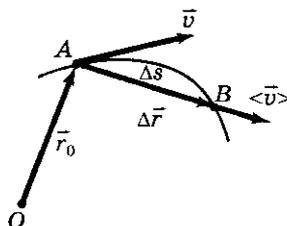


Рис. 175

**Скорость наиболее вероятная** → см. Закон Максвелла о распределении молекул идеального газа по скоростям.

**Скорость среднеквадратичная**  $\rightarrow$  см. *Уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов основное.*

**Скорость средняя** движущейся точки за промежуток времени  $\Delta t$  — векторная величина, равная отношению перемещения к промежутку времени, в течение которого это перемещение произошло:

$$\langle \dot{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Направление вектора средней скорости совпадает с направлением  $\Delta \vec{r}$  (см. рис. 175).

**Скорость угловая** — вектор, определяемый первой производной угла поворота тела по времени:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\phi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\phi}}{dt}.$$

Вектор  $\vec{\omega}$  направлен вдоль оси по правилу правого винта, т. е. так же, как и вектор  $\Delta \vec{\phi}$  (рис. 176). Век-

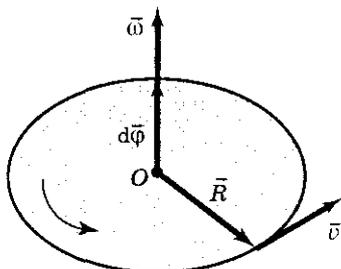


Рис. 176

тор угловой скорости — псевдовектор.

**Скорость фазовая** — физическая величина, численно равная расстоянию, которое за 1 с проходит любая точка волновой поверхности (см. также *Уравнение плоской волны*).

**Сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний** одинаковой частоты  $\omega$ . Для простоты начало отсчета выберем так, чтобы начальная фаза

первого колебания была равна нулю:

$$\begin{cases} x = A \cos \omega t, \\ y = B \cos (\omega t + \varphi) \end{cases}$$

[ $\varphi$  — разность фаз колебаний;  $A$  и  $B$  — амплитуды колебаний].

*Уравнение траектории движения точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях,*

$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \varphi + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2 \varphi$$

— эллипс. Так как траектория результирующего колебания имеет форму эллипса, то такие колебания называют *эллиптически поляризованными*. Ориентация осей эллипса и его размеры зависят от амплитуд складываемых колебаний и разности фаз  $\varphi$ .

Если  $\varphi = m\pi$  ( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ), то  $y = \pm \frac{B}{A}x$  и эллипс вырождается в

отрезок прямой, где знак плюс соответствует нулю и четным значениям  $m$  (рис. 177, а), а знак минус — нечетным значениям  $m$  (рис. 177, б).

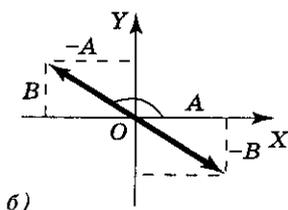
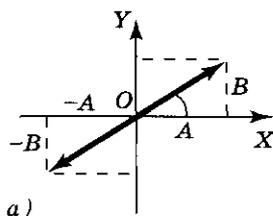


Рис. 177

В данном случае колебания — линейно поляризованные.

$$\text{Если } \varphi = (2m + 1)\frac{\pi}{2} \quad (m = 0, \pm 1,$$

$\pm 2, \dots)$ , то  $\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$ . Это уравне-

ние эллипса, оси которого совпадают с осями координат, а его полуоси равны соответствующим амplitудам (рис. 178). Если  $A = B$ , то эллипс вырождается в окружность и мы имеем дело с циркулярно поляризованными колебаниями, или колебаниями, поляризованными по кругу.

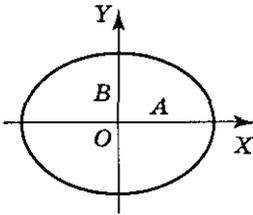


Рис. 178

**Сложение двух гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты**

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1), \\ x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_1) \end{cases}$$

можно осуществить методом вращающегося вектора амplitуды (рис. 179).

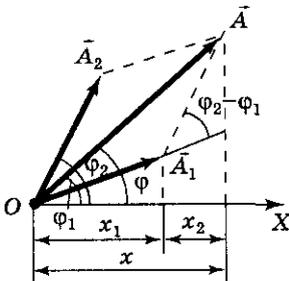


Рис. 179

Уравнение результирующего колебания

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

[амplitуда  $A$  и начальная фаза  $\varphi$  задаются соотношениями

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1);$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} ]$$

Амplitуда результирующего колебания равна сумме амplitуд складываемых колебаний:

$$A = A_1 + A_2,$$

если

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \pm 2m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Амplitуда результирующего колебания равна разности амplitуд складываемых колебаний:

$$A = |A_1 - A_2|,$$

если

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \pm(2m + 1)\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

**Смачивание.** Капля воды растекается на стекле и принимает форму, изображенную на рис. 180, а, в то время как ртуть на той же поверхности превращается в сплюснутую каплю (рис. 180, б). В первом случае жидкость *смачивает* твердую поверхность, во втором — *не смачивает* ее. Смачивание зависит от характера сил, действующих между молекулами поверхностных слоев соприкасающихся сред.

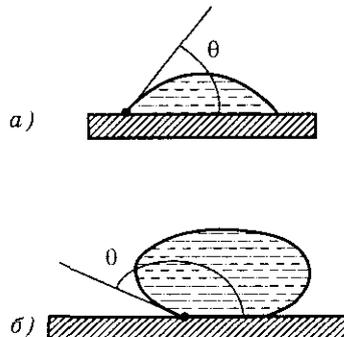


Рис. 180

Для смачивающей жидкости силы притяжения между молекулами жидкости и твердого тела больше, чем между молекулами самой жидкости, и жидкость стремится увеличить поверхность соприкосновения с твердым телом.

Для несмачивающей жидкости силы притяжения между молекулами жидкости и твердого тела меньше, чем между молекулами жидкости, и жидкость стремится уменьшить поверхность своего соприкосновения с твердым телом.

Угол  $\theta$  между касательными к поверхности жидкости и твердого тела называется *краевым углом* (см. рис. 180).

**Смещение красное**  $\rightarrow$  см. *Эффект Доплера для электромагнитных волн.*

**Смещение фиолетовое**  $\rightarrow$  см. *Эффект Доплера для электромагнитных волн.*

**Смещение электрическое**

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}, \quad \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

[ $\vec{E}$  — напряженность электростатического поля;  $\vec{P}$  — поляризованность].

В диэлектрике на электростатическое поле свободных зарядов накладывается дополнительное поле связанных зарядов.

Результирующее поле в диэлектрике описывается вектором напряженности  $\vec{E}$ , и поэтому он зависит от свойств диэлектрика. Вектором  $\vec{D}$  описывается электростатическое поле, создаваемое *свободными зарядами*. Связанные заряды, возникающие в диэлектрике, могут вызвать перераспределение свободных зарядов, создающих поле. Поэтому вектор  $\vec{D}$  характеризует электростатическое поле, создаваемое свободными зарядами (т. е. в вакууме), но при таком их распределе-

нии в пространстве, какое имеется при наличии диэлектрика.

Поле  $\vec{D}$  изображается с помощью линий электрического смещения, направление и густота которых определяются точно так же, как для линий напряженности электростатического поля. Линии вектора  $\vec{E}$  могут начинаться и заканчиваться на любых зарядах — свободных и связанных, в то время как линии вектора  $\vec{D}$  — только на свободных. Через области поля, где имеются *связанные заряды*, линии вектора  $\vec{D}$  проходят не прерываясь.

**Соленоид** — свернутый в спираль изолированный проводник, по которому течет электрический ток (рис. 181). Магнитное поле внутри соленоида однородно. *Однородное магнитное поле* — поле, магнитная индукция внутри которого одинакова во всех его точках.

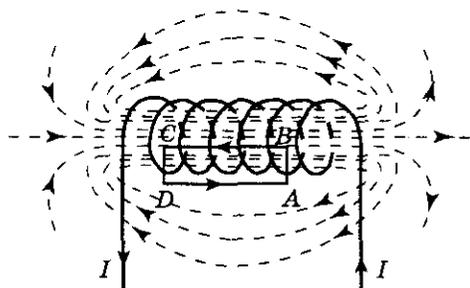


Рис. 181

Согласно *теореме о циркуляции вектора B*,

$$\oint_{ABCD} B_l dl = \mu_0 NI$$

[замкнутый контур ABCDA выбран произвольно].

Интеграл по замкнутому контуру можно представить в виде четырех интегралов: по AB, BC, CD и DA. На участках AB и CD контур перпендикулярен линиям магнитной индукции и  $B_l = 0$ . На участке

вне соленоида  $B = 0$ . На участке  $DA$  циркуляция вектора  $\vec{B}$  равна  $B_l$  (контур совпадает с линией магнитной индукции). Следовательно,

$$\int_{DA} B_l dl = Bl = \mu_0 NI,$$

откуда индукция магнитного поля внутри соленоида (в вакууме)

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l}.$$

### Соотношение неопределенностей

Во многих случаях классические представления (например, в каждый момент времени частица занимает в пространстве строго определенное место и обладает определенным импульсом) неприменимы для описания микробъектов. В. Гейзенберг выдвинул идею о *принципиальной невозможности измерения определенных пар связанных между собой характеристик частицы так, чтобы они одновременно имели точные значения.*

**Соотношение неопределенностей Гейзенберга:** *микрочастица (микробъект) не может иметь одновременно точных значений координаты ( $x, y, z$ ) и компонентов импульса ( $p_x, p_y, p_z$ ), причем неопределенности этих величин удовлетворяют условию*

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta p_x &\geq \hbar, \\ \Delta y \Delta p_y &\geq \hbar, \\ \Delta z \Delta p_z &\geq \hbar, \end{aligned} \quad (1)$$

т. е. произведение неопределенностей координаты и соответствующей ей проекции импульса не может быть меньше величины порядка  $\hbar$ . Следовательно, чем меньше неопределенность одной из величин ( $x, y, z$  или  $p_x, p_y, p_z$ ), тем больше неопределенность другой.

Соотношения неопределенностей связывают между собой пары

динамических переменных, *канонически сопряженных между собой.* В частности, такими канонически сопряженными величинами являются  $x$  и  $p_x$ ,  $y$  и  $p_y$ ,  $z$  и  $p_z$ . Таким образом, соотношения Гейзенберга не накладывают никаких ограничений на точность измерения, например, координаты  $x$  и проекций импульса  $p_y$  и  $p_z$ , как не сопряженных с координатой  $x$ .

В квантовой теории важна еще одна пара канонически сопряженных величин, для которой соотношение неопределенностей (*соотношение неопределенностей для энергии и времени*) имеет вид

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar \quad (2)$$

[ $\Delta E$  — неопределенность энергии некоторого состояния системы;  $\Delta t$  — промежуток времени, в течение которого оно существует].

Физический смысл соотношения неопределенностей (1) заключается в том, что в природе *объективно* не существует состояний частиц, которые бы одновременно характеризовались определенными значениями канонически сопряженных величин. Физический смысл соотношения (2) заключается в том, что из-за конечности времени жизни атомов в возбужденном состоянии энергия возбужденных состояний атомов не является точно определенной, поэтому соответствующий энергетический уровень характеризуется конечной шириной.

Невозможность одновременно точного определения координаты и соответствующей составляющей импульса не связана с несовершенством методов измерения или измерительных приборов, а является следствием специфики микробъектов, отражающей особенности их объективных свойств, а именно двойственную корпускулярно-волновую природу. *Соотношение неопределенностей является кванто-*

вым ограничением применимости классической механики к микрообъектам.

**Сопротивление полное**  $\Rightarrow$  см. *Цепь переменного тока, содержащая последовательно включенные резистор, катушку индуктивности и конденсатор.*

**Сопротивление реактивное**  $\Rightarrow$  см. *Цепь переменного тока, содержащая последовательно включенные резистор, катушку индуктивности и конденсатор.*

**Сопротивление реактивное емкостное**  $\Rightarrow$  см. *Ток переменный, текущий через конденсатор емкостью  $C$ .*

**Сопротивление реактивное индуктивное**  $\Rightarrow$  см. *Ток переменный, текущий через катушку индуктивностью  $L$ .*

**Составляющая ускорения нормальная**  $\Rightarrow$  см. *Ускорение мгновенное (ускорение).*

**Составляющая ускорения тангенциальная**  $\Rightarrow$  см. *Ускорение мгновенное (ускорение).*

**Состояние возбужденное**  $\Rightarrow$  см. *Энергия атома водорода по Бору.*

**Состояние 1s в атоме водорода** является сферически-симметричным, т. е. не зависит от углов  $\theta$  и  $\varphi$ . Волновая функция электрона в этом состоянии определяется только расстоянием  $r$  электрона от ядра:  $\psi = \psi_{100}(r)$ , где цифры 100 соответственно указывают, что  $n = 1$ ,  $l = 0$  и  $m_l = 0$ .

*Уравнение Шрёдингера для стационарных состояний в сферических координатах для атома водорода*

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0$$

или

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0.$$

Волновую функцию, описывающую 1s-состояние электрона в атоме водорода, будем искать в виде

$$\psi = C e^{-r/a},$$

[ $a$  — постоянная, имеющая размерность длины, а  $C$  — некоторая постоянная, определяемая из условия нормировки].

После соответствующих подстановок и преобразований получим

$$\left( \frac{1}{a^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \right) + \frac{2}{r} \left( \frac{me^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar^2} - \frac{1}{a} \right) = 0.$$

Это уравнение должно тождественно удовлетворяться для любых значений  $r$ , поэтому

$$\frac{1}{a^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} = 0, \quad \frac{me^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar^2} - \frac{1}{a} = 0.$$

Из этих уравнений следует, что

$$a = \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{me^2}, \quad E = -\frac{me^4}{8\hbar^2\epsilon_0^2},$$

т. е.  $a$  совпадает с первым боровским радиусом для атома водорода по теории Бора, а  $E$  — со значением энергии основного состояния ( $n = 1$ ) по теории Бора (см. *Энергия электрона в атоме водорода по Бору*).

Благодаря сферической симметрии  $\psi$ -функции вероятность обнаружения электрона на расстоянии  $r$  одинакова по всем направлениям, поэтому элемент объема  $dV$ , отвечающий одинаковой плотности вероятности, обычно представляют в виде объема сферического слоя радиусом  $r$  и толщиной  $dr$ :  $dV = 4\pi r^2 dr$ .

Согласно условию нормировки вероятностей,

$$1 = \int_0^{\infty} |\psi|^2 dV = \int_0^{\infty} C^2 e^{-2r/a} \cdot 4\pi r^2 dr,$$

откуда

$$C = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}}.$$

Нормированная волновая функция, отвечающая 1s-состоянию электрона в атоме водорода,

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a}.$$

Вероятность обнаружения электрона в элементе объема (см. *Функция волновая и ее статистический смысл*)

$$dW = |\psi|^2 dV = |\psi|^2 4\pi r^2 dr.$$

Подставив в эту формулу волновую функцию  $\psi_{100}(r)$ , получим

$$dW = \frac{1}{\pi a^3} e^{-2r/a} \cdot 4\pi r^2 dr.$$

Вычислим расстояние  $r_{\max}$  от ядра, на котором электрон может быть обнаружен с наибольшей вероятностью. Исследуя выражение  $dW/dr$  на максимум, получим, что  $r_{\max} = a$ . На рис. 182 пунктиром представлена также плотность вероятности обнаружения электрона по теории Бора (классической теории), откуда следует, что плотность вероятности обнаружения электрона в 1s-состоянии отлична от нуля только для  $r = a$ .

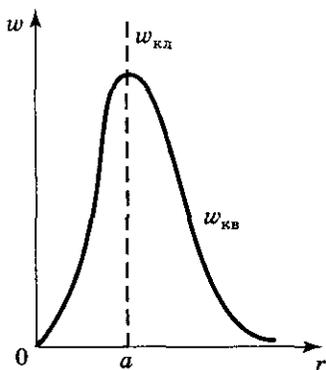


Рис. 182

Плотность вероятности лишь при  $r = a$  достигает максимума, оставаясь отличной от нуля во всем пространстве.

В основном состоянии атома водорода наиболее вероятным рас-

стоянием электрона до ядра является расстояние, равное первому боровскому радиусу.

В этом заключается квантово-механический смысл боровского радиуса.

**Состояние основное**  $\Rightarrow$  см. *Энергия атома водорода по Бору*.

**Состояния стационарные**  $\Rightarrow$  см. *Уравнение Шрёдингера для стационарных состояний*.

**Спектр атома водорода линейчатый.** Согласно экспериментальным данным, спектр излучения атома водорода состоит из серий линий, частоты которых описываются следующими формулами:

- в ультрафиолетовой области спектра

$$\nu = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

[ $n = 2, 3, 4, \dots$  (*серия Лаймана*)];

- в видимой области спектра

$$\nu = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

[ $n = 3, 4, 5, \dots$  (*серия Бальмера*)];

- в инфракрасной области спектра

$$\nu = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

[ $n = 4, 5, 6, \dots$  (*серия Пашена*)],

$$\nu = R \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

[ $n = 5, 6, 7, \dots$  (*серия Брэкета*)],

$$\nu = R \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

[ $n = 6, 7, 8, \dots$  (*серия Пфунда*)],

$$\nu = R \left( \frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

[ $n = 7, 8, 9, \dots$  (*серия Хэмфри*)]

[ $R$  — постоянная Ридберга].

Атомы водорода могут быть описаны *обобщенной формулой Бальмера*

$$\nu = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

[ $m$  имеет в каждой данной серии постоянное значение,  $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  (определяет серию),  $n$  принимает целочисленные значения начиная с числа  $m + 1$  (определяет отдельные линии данной серии)].

*Обобщенная серия Бальмера* может быть переписана в виде

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

[ $1/\lambda$  — волновое число;  $R' = R/c$  — постоянная Ридберга].

Спектральную линию с наибольшей длиной волны из всех линий данной серии называют *головной линией серии*, линия, соответствующая  $n = \infty$ , — *коротковолновая граница*; к ней примыкает непрерывный спектр.

**Спектр атома водорода по Бору.**

Подставляя в формулу для энергии электрона в атоме водорода

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ эВ}$$

различные целочисленные значения  $n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), получаем возможные уровни энергии стационарных состояний электрона, схематически представленные на рисунке в виде горизонтальных прямых. С увеличением квантового числа  $n$  энергетические уровни все больше и больше сближаются и при  $n \rightarrow \infty$   $E \rightarrow 0$ . Электрон в атоме водорода обладает минимальной энергией ( $E_1 = -13,6$  эВ) при  $n = 1$  и максимальной ( $E_\infty = 0$ ) при  $n = \infty$ .

Выше уровня  $E = 0$  электрон может иметь любую энергию, так как в данном случае он является свободным (поэтому на рисунке вы-

ше  $E = 0$  представлен непрерывный спектр).

На рис. 183 стрелками показаны переходы, приводящие к излучению линий, принадлежащих различным сериям спектра излучения

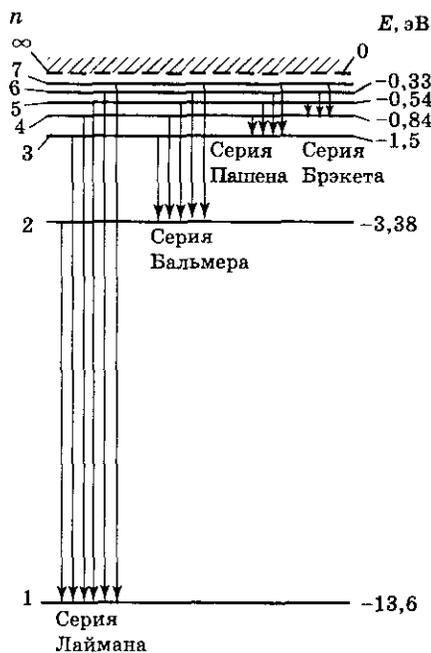


Рис. 183

атома водорода. Например, переход электронов с возбужденных уровней ( $n = 2, 3, 4, \dots$ ) на основной ( $n = 1$ ) приводит к *серии Лаймана*, переход с возбужденных уровней ( $n = 3, 4, 5, \dots$ ) на уровень  $m = 2$  — к *серии Бальмера*, переход с возбужденных уровней ( $n = 4, 5, 6, \dots$ ) на уровень  $m = 3$  — к *серии Пашена* и т. д.

Спектр поглощения атома водорода является линейчатым. При нормальных условиях он содержит только одну серию — серию Лаймана. Это объясняется тем, что при относительно небольшой температуре и незначительном давлении атомы

водорода не возбуждаются и поглощение будет происходить только с первого энергетического уровня, при этом наблюдаются лишь переходы из основного состояния в возбужденные, т. е. возникает серия Лаймана.

**Спектр атома водорода при квантово-механическом описании.** Квантовые числа позволяют детализировать спектр излучения (поглощения), полученный в теории Бора (см. *Спектр атома водорода по Бору*).

В квантовой механике вводятся *правила отбора*, ограничивающие число возможных переходов электронов в атоме, связанных с испусканием и поглощением света. Теоретически доказано и экспериментально подтверждено, что для дипольного излучения электрона, движущегося в центрально-симметричном поле ядра, могут осуществляться только такие переходы, для которых:

- изменение орбитального квантового числа  $\Delta l$  удовлетворяет условию

$$\Delta l = \pm 1;$$

- изменение магнитного квантового числа  $\Delta m_l$  удовлетворяет условию

$$\Delta m_l = 0, \pm 1.$$

Учитывая число возможных состояний, соответствующих данному  $n$ ,

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2$$

[орбитальное квантовое число  $l$  изменяется от 0 до  $n-1$ , а каждому  $l$  соответствует  $2l+1$  различных состояний  $m$  (см. *Числа квантовые*)] и правило отбора  $\Delta l = \pm 1$ , рассмот-

рим спектральные серии атома водорода (рис. 184):

- *серия Лаймана*  $np \rightarrow 1s$  ( $n = 2, 3, \dots$ );
- *серия Бальмера*  $np \rightarrow 2s$ ,  $ns \rightarrow 2p$ ,  $nd \rightarrow 2p$  ( $n = 3, 4, \dots$ ) и т. д.

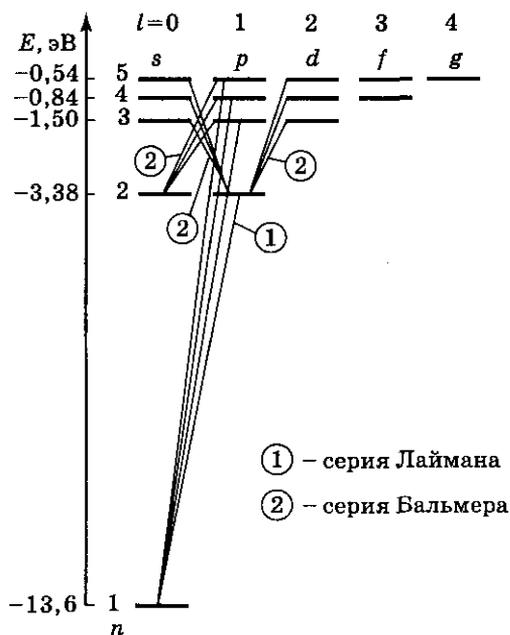


Рис. 184

Переход электрона из основного состояния в возбужденное обусловлен увеличением энергии атома и может происходить только при сообщении атому энергии извне, например за счет поглощения атомом фотона. Так как поглощающий атом находится обычно в основном состоянии, то спектр атома водорода состоит из линий, соответствующих переходам  $1s \rightarrow np$  ( $n = 2, 3, \dots$ ).

**Спектр дифракционный**  $\rightarrow$  см. *Дифракция Фраунгофера на щели*.

**Спектр рентгеновский сплошной (тормозной).** При торможении бомбардирующих анод рентгеновской трубки электронов, энергия которых не

превышает определенной характерной для вещества анода величины, возникает сплошной рентгеновский спектр, не зависящий от материала анода, а определяемый только энергией электронов, бомбардирующих анод, и называемый *тормозным спектром*.

Типичное распределение энергии в сплошном рентгеновском спектре представлено на рис. 185 (разные спектры соответствуют различным напряжениям на электродах трубки). Существование сплошного рентгеновского спектра не противоречит классической теории излучения, так как при торможении движущихся зарядов должно действительно возникать излучение со сплошным спектром.

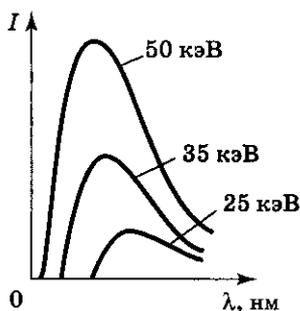


Рис. 185

Экспериментальное исследование тормозного спектра показало:

- существование максимума интенсивности, смещающегося с повышением напряжения в сторону коротких волн;
- существование минимальной длины волны  $\lambda_{\min}$  (граница сплошного спектра), не зависящей от вещества анода, а определяемой только кинетической энергией электронов, вызывающих тормозное рентгеновское излучение (чем больше энергия, тем меньше  $\lambda_{\min}$ ).

Существование коротковолновой границы сплошного спектра не согласуется с выводами классиче-

ской электродинамики, но вытекает из квантовых представлений: энергия рентгеновских фотонов  $h\nu$ , возникающих при торможении электронов, не может превышать кинетическую энергию  $eU$  этих электронов, т. е.

$$h\nu \leq eU.$$

Следовательно, частота излучения не может быть больше  $\nu_{\max} = eU/h$ , а длина волны — меньше значения

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}} = \frac{ch}{eU},$$

что полностью соответствует экспериментальным данным (см. рис. 185). Так как  $\lambda_{\min}$  может быть точно определена (резкая граница), то по рентгеновскому спектру можно вычислить постоянную Планка  $h$  (это один из наиболее точных методов ее определения).

**Спектр рентгеновский характеристический** — линейчатый спектр, определяемый только материалом анода и появляющийся на фоне сплошного спектра в виде отдельных резких линий при достаточно большой энергии бомбардирующих анод электронов (см. *Спектры рентгеновские*).

Особенности характеристических рентгеновских спектров:

- они просты и однотипны — состоят из нескольких серий, обозначаемых  $K$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $N$  и  $O$ ;
- каждая серия содержит небольшой набор отдельных линий, обозначаемых в порядке убывания длины волны индексами  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , ... ( $K_\alpha$ ,  $K_\beta$ ,  $K_\gamma$ , ...,  $L_\alpha$ ,  $L_\beta$ ,  $L_\gamma$ , ...);
- при переходе от легких элементов к тяжелым весь спектр, без изменения его структуры, монотонно смещается в сторону коротких волн;
- атомы каждого химического элемента, независимо от того, нахо-

дятся ли они в свободном состоянии или входят в химическое соединение, обладают определенным, присущим только данному элементу характеристическим спектром; если анод состоит из нескольких элементов, то и характеристическое рентгеновское излучение представляет собой наложение спектров этих элементов.

Возбуждение характеристических рентгеновских спектров обязательно процессам, происходящим во внутренних, застроенных оболочках атомов, имеющих сходное строение.

Схема их возникновения представлена на рис. 186. Пусть под влиянием внешнего электрона или высокоэнергетического фотона вырывается один из внутренних  $K$ -электронов металла анода. На его место может перейти электрон с более удаленных от ядра оболочек  $L$ ,  $M$ ,  $N$ , ... Такие переходы сопровождаются испусканием рентгеновских квантов и возникновением спектральных линий  $K$ -серии:  $K_\alpha$  ( $L \rightarrow K$ ),  $K_\beta$  ( $M \rightarrow K$ ),  $K_\gamma$  ( $N \rightarrow K$ ) и т.д. Самой длинноволновой линией  $K$ -серии является линия  $K_\alpha$ . Частоты линий возрастают в ряду  $K_\alpha \rightarrow K_\beta \rightarrow K_\gamma$ , по-

скольку энергия, высвобождаемая при переходе электрона на  $K$ -оболочку с более удаленных оболочек, увеличивается. Наоборот, интенсивность линий в ряду  $K_\alpha \rightarrow K_\beta \rightarrow K_\gamma$  убывает, так как вероятность переходов электронов с  $L$ -оболочки на  $K$ -оболочку больше, чем с более удаленных оболочек  $M$  и  $N$ .

$K$ -серия сопровождается другими сериями, так как при испускании ее линий появляются вакансии в оболочках  $L$ ,  $M$ , ..., которые будут заполняться электронами, находящимися на более высоких уровнях.

**Спектры рентгеновские** — спектры испускания и поглощения рентгеновского излучения (электромагнитного излучения с длиной волны в пределах от  $10^{-12}$  до  $10^{-9}$  м).

Самым распространенным источником рентгеновского излучения является рентгеновская трубка.

Исследование спектрального состава рентгеновского излучения показывает, что его спектр имеет сложную структуру (рис. 187) и зависит как от энергии электронов, так и от материалов анода. Спектр представляет собой наложение сплошного спектра, ограниченного со стороны коротких волн некото-

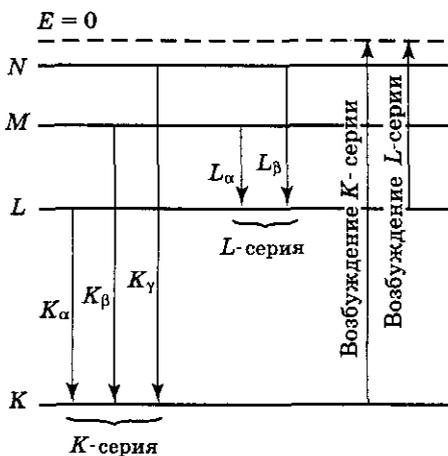


Рис. 186

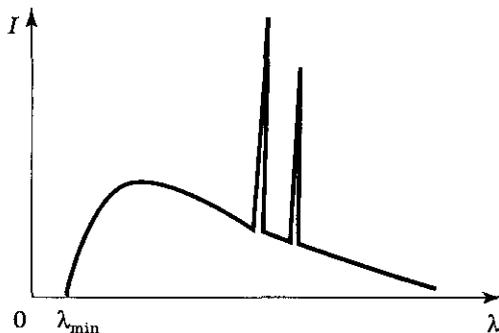


Рис. 187

рой границей  $\lambda_{\min}$ , называемой *границей сплошного спектра*, и линейчатого спектра — совокупности отдельных линий, появляющихся на фоне сплошного спектра.

**Спин изотопический (изоспин)**  $\rightarrow$  см. *Мультиплет изотопический*.

**Спин (собственный момент импульса) ядра** складывается из спинов нуклонов и орбитальных моментов импульса нуклонов (обусловлены движением нуклонов относительно общего центра масс ядра).

*Спин ядра* квантуется по закону

$$L_{\text{я}} = \hbar \sqrt{I(I+1)}$$

[ $I$  — *спиновое ядерное квантовое число* (его часто называют *спином ядра*), которое принимает целые или полуцелые значения: 0, 1/2, 1, 3/2, ... . Так как спиновое квантовое число нуклона  $s = 1/2$ , то ядра с четными  $A$  имеют целые  $I$ , с нечетными — полуцелые  $I$ ].

**Спин электрона.** Применение приборов большой разрешающей способности позволило обнаружить расщепление спектральных линий на три (триплет) и четыре (квартет) компонента у атомов щелочных металлов, на два (дублет) — у атома водорода. Расщепление спектральной линии на компоненты известно под названием *тонкой структуры*. Спектральную линию, состоящую из нескольких близко расположенных компонентов, называют *мультиплетом*.

Расщепление спектральных линий обусловлено расщеплением энергетических уровней. Для объяснения мультиплетности спектров Дж. Уленбек и С. Гаудсмит высказали гипотезу о том, что электрон обладает собственным механическим моментом импульса  $\vec{L}_s$ , по-

лучившим название *спина электрона*.

Спин электрона — квантовая величина, у нее нет классического аналога. Кроме того, оказалось, что существование спина и его свойств — прямое следствие уравнения Дирака, которое заменяет уравнение Шрёдингера в релятивистской механике.

*Спин электрона* квантуется по закону

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}$$

[ $s$  — *спиновое квантовое число*].

Спин — не исключительное свойство электрона; им обладают протоны, нейтроны и другие элементарные частицы.

По аналогии с орбитальным моментом импульса, проекция  $L_{sz}$  спина квантуется так, что вектор  $\vec{L}_s$  может принимать  $2s + 1$  ориентаций. Если с помощью спина объяснять расщепление спектральных линий на два подуровня, то следует предположить, что  $2s + 1 = 2$ , откуда  $s = 1/2$ . Так как спиновое квантовое число имеет единственное значение 1/2, то оно, не внося различия между состояниями, для их описания вместе с другими квантовыми числами обычно не используется.

Проекция спина на направление внешнего магнитного поля, являясь квантованной величиной, определяется выражением

$$L_{sz} = \hbar m_s$$

[ $m_s$  — *магнитное спиновое число*; оно может иметь только два значения:  $m_s = \pm 1/2$ ].

Таким образом, опытные данные привели к необходимости характеризовать электроны (и микрочастицы вообще) добавочной внутренней степенью свободы. Поэтому для полного описания состояния электрона в атоме необходимо наряду с *главным, орбитальным и маг-*

нитным квантовыми числами задавать еще магнитное спиновое квантовое число.

**Способность разрешающая дифракционной решетки.** Пусть максимум  $m$ -го порядка для длины волны  $\lambda_2$  наблюдается под углом  $\varphi$ , тогда  $d \sin \varphi = m\lambda_2$  (см. Дифракция Фраунгофера на одномерной дифракционной решетке). При переходе от максимума к соседнему минимуму разность хода изменяется на  $\lambda/N$  [ $N$  — число щелей решетки].

Следовательно, минимум  $\lambda_1$ , наблюдаемый под углом  $\varphi_{\min}$ , удовлетворяет условию

$$d \sin \varphi_{\min} = m\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{N}.$$

По критерию Рэлея,  $\varphi = \varphi_{\min}$ , т. е.

$$m\lambda_2 = m\lambda_1 + \frac{\lambda_1}{N}$$

$$\text{или } \lambda_2/(\lambda_2 - \lambda_1) = mN.$$

Так как  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  близки между собой, т. е.  $\lambda_2 - \lambda_1 = \delta\lambda$ , то, согласно формуле для разрешающей способности спектрального прибора  $R = \lambda/(\delta\lambda)$ ,

$$R_{\text{диф. реш}} = mN.$$

Разрешающая способность дифракционной решетки пропорциональна порядку  $m$  спектра и числу  $N$  щелей, т. е. при заданном числе щелей увеличивается при переходе к большим значениям порядка  $m$  интерференции.

**Способность разрешающая спектрального прибора** — безразмерная величина

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

[ $\delta\lambda$  — абсолютное значение минимальной разности длин двух волн

двух соседних спектральных линий, при которой эти линии регистрируются отдельно].

**Способность спектральная поглощательная** показывает, какая доля энергии, переносимой за единицу времени на единицу площади поверхности тела падающими на нее электромагнитными волнами с частотами от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ , поглощается телом:

$$A_{\nu, T} = \frac{dW_{\nu, \nu + d\nu}^{\text{погл}}}{dW_{\nu, \nu + d\nu}}$$

[ $A_{\nu, T}$  зависит от природы тела, температуры и различается для излучений с различными частотами, поэтому ее относят к определенным  $T$  и узкому интервалу частот от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ ].

**Среда диспергирующая** — среда, в которой наблюдается дисперсия волн.

**Среда оптически более плотная**  $\Rightarrow$  см. Отражение полное.

**Среда оптически менее плотная**  $\Rightarrow$  см. Отражение полное.

**Среда оптически однородная** — среда, для которой показатель преломления везде одинаков.

**Статика** — раздел механики, в котором изучаются законы равновесия системы тел. Законы статики отдельно от законов динамики физика не рассматривает.

**Степень поляризации**

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

[ $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  — соответственно максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, пропускаемого анализатором].

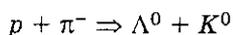
• Для естественного света  $I_{\max} = I_{\min}$  и  $P = 0$ .

• Для плоскополяризованного света  $I_{\min} = 0$  и  $P = 1$ .

**Стопы**  $\Rightarrow$  см. *Фотозмульсии ядерные*.

**Странность.** Исследование рождения и превращения гиперонов (см. *таблицу элементарных частиц*, с. 261) привело к введению квантовой характеристики элементарных частиц — *странности*.

Ее введение оказалось необходимым для объяснения ряда парадоксальных (с точки зрения существовавших представлений) свойств этих частиц. Дело в том, что гипероны должны были, как представлялось, обладать временем жизни примерно  $10^{-23}$  с, что в  $10^{13}$  раз (!) меньше установленного на опыте. Подобное время жизни можно объяснить лишь тем, что распад гиперонов происходит в результате слабого взаимодействия. Кроме того, оказалось, что всякий раз гиперон рождается в паре с  $K$ -мезоном. Например, в реакции



с  $\Lambda^0$ -гипероном всегда рождается  $K^0$ -мезон, в поведении которого обнаруживаются те же особенности, что и у гиперона. Если приписать каонам  $S = 1$ ,  $\Lambda^0$ - и  $\Sigma$ -гиперонам  $S = -1$  и считать, что у нуклонов и  $\pi$ -мезонов  $S = 0$ , то сохранение суммарной странности частиц в сильном взаимодействии объясняет как совместное рождение  $\Lambda^0$ -гиперона с  $K^0$ -мезоном, так и невозможность распада частиц с не равной нулю странностью за счет сильного взаимодействия на частицы, странность которых равна нулю.

**Закон сохранения странности:** *странность сохраняется в процессах сильного и электромагнитного взаимодействий.*

**Структура тонкая**  $\Rightarrow$  см. *Спин электрона*.

**Сцинтиллятор**  $\Rightarrow$  см. *Счетчик сцинтилляционный*.

**Сцинтилляции**  $\Rightarrow$  см. *Счетчик сцинтилляционный*.

**Счетчик Гейгера—Мюллера** по конструкции и принципу действия существенно не отличается от пропорционального счетчика, но работает в области вольт-амперной характеристики, соответствующей самостоятельному разряду.

Счетчики Гейгера—Мюллера фиксируют вспышки корональных разрядов, не зависящих от первичной ионизации. Для прекращения разрядов, т. е. для приведения счетчика в рабочее состояние, параллельно с нитью включается такое сопротивление, чтобы возникающий в счетчике разряд вызывал на сопротивлении падение напряжения, достаточное для его прерывания.

Эффективность регистрации заряженных частиц близка к 100%, у  $\gamma$ -квантов — 1—3%, временное разрешение составляет  $\sim 10^{-6}$  с.

Недостатки счетчиков Гейгера—Мюллера — большое время восстановления ( $\sim 10^{-4}$ — $10^{-3}$  с) и невозможность измерять энергию частицы.

**Счетчик полупроводниковый** по принципу работы аналогичен ионизационной камере; однако в нем вместо газа используется полупроводниковый диод.

Поверхности полупроводника (из кремния или германия) легируются соответственно донорными и акцепторными примесями. На эти стороны подается обратное напряжение, запирающее диод и оттягивающее свободные электроны и дырки, увеличивая толщину переходного слоя. Заряженная частица проникает в область  $p$ - $n$ -перехода,

резко обедненных носителями тока, где создает за счет ионизации дополнительные (неравновесные) электронно-дырочные пары. Возникающие неравновесные носители под действием внешнего поля перемещаются к электродам, создавая во внешней цепи электрический сигнал.

Полупроводниковые счетчики превосходят другие счетчики по компактности, могут работать в магнитном поле, малые размеры рабочей области позволяют довести временное разрешение до  $\sim 10^{-7}$  с, в области малых энергий (электроны — до 2 МэВ, протоны — до 20 МэВ) обладают  $\sim 100\%$ -ной эффективностью.

**Счетчик пропорциональный** — разновидность газоразрядных счетчиков [выполняются в виде наполненного инертным газом с небольшой примесью многоатомных газов металлического цилиндра (катод) с тонкой проволокой (анод), натянутой на его оси], в которых электроны, образованные заряженными частицами, двигаясь к аноду, приобретают энергию, достаточную для вторичной ионизации, — возникает самостоятельный электрический разряд.

В данном случае выходной импульс пропорционален первичной ионизации, т. е. энергии влетевшей в счетчик частицы. Поэтому счетчики не только регистрируют частицу, но и измеряют ее энергию. Их основной недостаток — сильная зависимость амплитуды импульса от состава газа и приложенного напряжения, а также недостаточно высокое временное разрешение ( $\sim 10^{-7}$  с).

Наряду с пропорциональными счетчиками применяют *пропорциональные камеры* — совокупность большого числа ( $10^3$ — $10^4$ ) пропорциональных счетчиков в одном объ-

еме. С их помощью можно воспроизводить траекторию частицы.

**Счетчик сцинтилляционный** включает в себя сцинтиллятор (кристаллофосфор), в котором под действием ионизирующих излучений возникают световые вспышки — сцинтилляции, фотоэлектрический умножитель (один или несколько), преобразующий сцинтилляции в электрические импульсы, регистрируемые электронной аппаратурой. В качестве сцинтилляторов применяют кристаллы некоторых неорганических (ZnS для  $\alpha$ -частиц; NaI — Tl, CsI — Tl для  $\beta$ -частиц и  $\gamma$ -квантов) и органических (антрацен, пластмассы для  $\gamma$ -квантов) веществ.

Сцинтилляционные счетчики обладают высоким временным разрешением ( $\sim 10^{-9}$  с), малым временем восстановления ( $\sim 10^{-8}$  с), большим коэффициентом усиления ( $\sim 10^8$ ). Эффективность их составляет  $\sim 100\%$  для заряженных частиц и  $\sim 30\%$  для  $\gamma$ -квантов.

Для многих сцинтилляторов интенсивность световой вспышки в широком интервале энергий пропорциональна энергии первичной частицы, поэтому данные счетчики используются для измерения энергии регистрируемых частиц.

**Счетчик черенковский** работает на эффекте Вавилова—Черенкова. Назначение черенковских счетчиков — это измерение энергии частиц, движущихся в веществе со скоростью, превышающей фазовую скорость света в данной среде, и разделение этих частиц по массам. Зная угол испускания излучения, можно определить скорость частицы, что при известной массе частицы равносильно определению ее энергии. Если масса частицы не известна, то она может быть определена по независимому измерению энергии ча-

стицы. Кроме того, при наличии двух пучков частиц с разной скоростью будут различны и углы испускания излучений, по которым можно искомые частицы определить.

Для черенковских счетчиков разрешение по скоростям (иными словами, по энергиям) составляет  $10^{-3}$ — $10^{-5}$ . Это позволяет отделять элементарные частицы друг от друга при энергии порядка 1 ГэВ, когда углы испускания излучения различаются очень мало. Время разрешения счетчиков достигает  $10^{-9}$  с. Счетчики Черенкова устанавливаются на космических кораблях для исследования космического излучения.

**Счетчики (электронные детекторы)** → см. *Детекторы частиц и их характеристики.*

## Т

**Тело абсолютно твердое** — тело, которое ни при каких условиях не может деформироваться, и при всех условиях расстояние между двумя точками (или, точнее, между двумя частицами) этого тела остается постоянным.

**Тело абсолютно неупругое** — тело, полностью сохраняющее деформированное состояние после прекращения действия внешних сил.

**Тело абсолютно упругое** — тело, деформация которого подчиняется закону Гука, а после прекращения действия внешних сил принимает свои первоначальные размеры и форму.

**Тело отсчета** — произвольно выбранное тело, относительно которого определяется положение других (движущихся) тел.

Положение любого движущегося тела определяется по отношению к телу отсчета, поэтому *механическое движение относительно.*

**Тело рабочее** — тело, совершающее круговой процесс и обменивающееся энергией с другими телами.

**Тело серое** — тело, спектральная поглощательная способность которого меньше единицы, но одинакова для всех частот и зависит только от температуры, материала и состояния поверхности тела:

$$A_{\nu, T} = A_T = \text{const} < 1.$$

**Тело черное** — тело, способное поглощать полностью при любой температуре все падающее на него излучение любой частоты:

$$A_{\nu, T} = 1.$$

**Температура** — физическая величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия макроскопической системы.

**Температура критическая** — см. *Изотермы Ван-дер-Ваальса.*

**Температура радиационная** — температура черного тела, при которой его энергетическая светимость  $R_e$  равна энергетической светимости  $R_T$  исследуемого тела.

В данном случае регистрируется энергетическая светимость исследуемого тела и по закону Стефана—Больцмана вычисляется его *радиационная температура*:

$$T_p = \sqrt[4]{R_T / \sigma}.$$

Радиационная температура  $T_p$  тела всегда меньше его истинной температуры  $T$ . Для доказательства этого предположим, что исследуемое тело является серым. Тогда, используя закон Стефана—Больцмана

( $R_e = \sigma T^4$ ) и формулу для энергетической светимости серого тела, получаем

$$R_T^c = A_T R_e = A_T \sigma T^4,$$

$$R_T^c = \sigma T_p^4.$$

Из сравнения этих выражений вытекает, что

$$T_p = \sqrt[4]{A_T} T.$$

Так как  $A_T < 1$ , то  $T_p < T$ , т. е. истинная температура тела всегда выше радиационной.

**Теорема Гаусса для поля  $\vec{B}$ :** поток вектора магнитной индукции сквозь произвольную замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS = 0.$$

Эта теорема отражает факт отсутствия магнитных зарядов, вследствие чего линии магнитной индукции не имеют ни начала, ни конца и являются замкнутыми.

**Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме:** поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на  $\epsilon_0$ :

$$\oint_S \vec{E}_n d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n Q_i$$

[ $\epsilon_0$  — электрическая постоянная;

$\sum_{i=1}^n Q_i$  — алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности  $S$ ;  $n$  — число зарядов].

В общем случае электрические заряды могут быть «размазаны» с некоторой *объемной плотностью*  $\rho = \frac{dQ}{dV}$ . Тогда теорему Гаусса можно записать в виде

$$\oint_S \vec{E}_n d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

[ $\int_V \rho dV$  — суммарный заряд, заключенный внутри замкнутой поверхности  $S$ , охватывающей некоторый объем  $V$ ].

**Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике:** поток вектора смещения электростатического поля в диэлектрике сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных электрических зарядов:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^n Q_i$$

[ $D_n$  — составляющая вектора  $\vec{D}$  по направлению нормали  $\vec{n}$  к площадке  $d\vec{S}$ ;  $dS = dS \cdot \vec{n}$  — вектор, модуль которого равен  $dS$ , а направление совпадает с нормалью  $\vec{n}$  к площадке. Интегрирование ведется по всей поверхности. В такой форме теорема Гаусса справедлива для электростатического поля как для однородной и изотропной, так и для неоднородной и анизотропной сред].

**Теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$**   $\Rightarrow$  см. Закон полного тока для магнитного поля в вакууме; Закон полного тока для магнитного поля в веществе.

**Теорема о циркуляции вектора  $\vec{H}$ :** циркуляция намагниченности  $\vec{J}$  по произвольному замкнутому контуру

ру  $L$  равна алгебраической сумме молекулярных токов, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L \vec{J} d\vec{l} = I.$$

**Закон полного тока для магнитного поля в веществе:**

$$\oint_L \left( \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = I$$

[выражение, стоящее в скобках, есть вектор  $\vec{H}$  напряженности магнитного поля (см. *Магнитное поле в веществе*)].

**Теорема о циркуляции вектора  $\vec{H}$ :** циркуляция вектора  $\vec{H}$  по произвольному замкнутому контуру  $L$  равна алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I.$$

**Теорема о циркуляции вектора  $\vec{H}$  обобщенная.** Максвелл обобщил теорему о циркуляции вектора  $\vec{H}$ , введя в ее правую часть полный ток

$$I_{\text{полн}} = \int_S \vec{j}_{\text{полн}} d\vec{S} \text{ сквозь поверхность } S,$$

натянутую на замкнутый контур  $L$ .

**Обобщенная теорема о циркуляции вектора  $\vec{H}$ :**

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}.$$

**Теорема Штейнера:** момент инерции тела относительно любой оси вращения равен моменту его инерции  $J_C$  относительно параллельной оси, проходящей через центр масс  $C$  тела, сложенному с произведением массы  $m$  тела на квадрат расстояния  $a$  между осями:

$$J = J_C + ma^2.$$

**Теория дисперсии света электронная** рассматривает дисперсию света как результат взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами, входящими в состав вещества и совершающими вынужденные колебания в переменном электромагнитном поле волны.

Рассмотрим однородный диэлектрик и формально предположим, что дисперсия — следствие зависимости *диэлектрической проницаемости*  $\epsilon$  от частоты  $\omega$  световых волн. Абсолютный показатель преломления среды

$$n = \sqrt{\epsilon}$$

[по теории Максвелла,  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ , но в оптической области спектра для всех веществ *магнитная проницаемость*  $\mu \approx 1$ ];

$$\epsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{P}{\epsilon_0 E}$$

[ $\chi$  — *диэлектрическая проницаемость среды*;  $\epsilon_0$  — *электрическая постоянная*;  $P$  — *мгновенное значение поляризованности*].

Следовательно,

$$n^2 = 1 + \frac{P}{\epsilon_0 E}.$$

Предположим, что вынужденные колебания совершает только один оптический электрон (наиболее слабо связанный с ядром). *Наведенный дипольный момент* электрона, совершающего вынужденные колебания, равен  $p = ex$ , где  $e$  — заряд электрона,  $x$  — смещение электрона под действием электрического поля световой волны.

Если концентрация атомов в диэлектрике равна  $n_0$ , то мгновенное значение поляризованности

$$P = n_0 p = n_0 ex.$$

Тогда

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 ex}{\epsilon_0 E}. \quad (1)$$

Следовательно, задача сводится к определению смещения  $x$  электрона под действием внешнего поля  $E$ . Поле световой волны будем считать функцией частоты  $\omega$ , т. е. изменяющимся по гармоническому закону

$$E = E_0 \cos \omega t.$$

Уравнение вынужденных колебаний электрона для простейшего случая (без учета силы сопротивления, обуславливающей поглощение энергии падающей волны)

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{eE_0}{m} \cos \omega t$$

[ $eE_0$  — амплитудное значение силы, действующей на электрон со стороны поля волны;  $\omega_0$  — собственная частота колебаний электрона;  $\omega$  — частота внешнего поля;  $m$  — масса электрона].

Решение этого уравнения

$$x = A \cos \omega t,$$

$$A = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

Подставив эти выражения в (1), получим

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2)},$$

откуда вытекает, что  $n$  зависит от частоты внешнего поля, т. е. действительно подтверждается явление дисперсии света, хотя и при указанных выше упрощениях.

Перейдя от  $n^2$  к  $n$ , получим кривую, изображенную на рис. 188. В области от  $\omega = 0$  до  $\omega = \omega_0$   $n$  больше единицы и возрастает с увеличением  $\omega$  (нормальная дисперсия); при  $\omega = \omega_0$   $n = \pm \infty$ ; в области от  $\omega = \omega_0$  до  $\omega = \infty$   $n$  меньше единицы и возрастает от  $-\infty$  до 1 (нормальная дисперсия). Подобное поведение  $n$  вблизи собственной частоты  $\omega_0$  по-

лучилось в результате допущения об отсутствии сил сопротивления при колебаниях электронов. Если принять в расчет и это обстоятельство, то график функции  $n(\omega)$  вблизи  $\omega_0$  задается штриховой линией  $AB$ . Область  $AB$  — область аномальной дисперсии ( $n$  убывает при возрастании  $\omega$ ), остальные участки зависимости  $n$  от  $\omega$  описывают нормальную дисперсию ( $n$  возрастает с возрастанием  $\omega$ ).

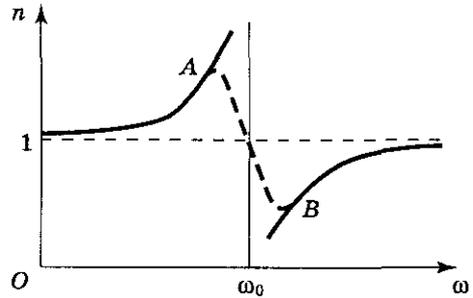


Рис. 188

**Теплоемкость** — физическая величина, определяемая количеством теплоты, необходимым для нагревания вещества на 1 К.

**Теплоемкость молярная** — физическая величина, определяемая количеством теплоты, необходимым для нагревания 1 моль вещества на 1 К:

$$C_m = \frac{dQ}{v dT}$$

[ $v = m/M$  — количество вещества].

**Теплоемкость удельная** — физическая величина, определяемая количеством теплоты, необходимым для нагревания 1 кг вещества на 1 К:

$$c = \frac{dQ}{m dT}$$

[ $m$  — масса вещества].

**Термодинамика** — раздел физики, изучающий общие свойства макроскопических систем, находящихся

в состоянии термодинамического равновесия, и процессы перехода между этими состояниями.

**Термостат** — термодинамическая система, которая может обмениваться теплотой с телами без изменения температуры.

**Течение** — движение жидкости (газа).

**Течение ламинарное (слоистое)** — течение жидкости (газа), при котором вдоль потока каждый выделенный тонкий слой скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними.

**Течение турбулентное (вихревое)** — течение жидкости (газа), при котором вдоль потока происходит интенсивное вихреобразование и перемешивание жидкости (газа).

**Течение установившееся (стационарное)** — течение жидкости (газа), при котором форма и расположение линий тока, а также значения скоростей в каждой ее точке со временем не изменяются.

**Типы взаимодействий элементарных частиц.** Согласно современным представлениям, в природе существует четыре типа фундаментальных взаимодействий: *сильное, электромагнитное, слабое и гравитационное.*

• **Сильное взаимодействие.** Обуславливает связь протонов и нейтронов в ядрах атомов и обеспечивает исключительную прочность этих образований, лежащих в основе стабильности вещества.

• **Электромагнитное взаимодействие.** Характерно для всех элементарных частиц, за исключением нейтрино, антинейтрино и фотона. Ответственно, в частности, за существование атомов и молекул, обуславливая взаимодействие в них положительно заряженных ядер и

отрицательно заряженных электронов.

• **Слабое взаимодействие.** Ответственно за взаимодействия частиц, происходящие с участием нейтрино и антинейтрино (например,  $\beta$ -распад), а также за безнейтринные процессы распада, характеризующиеся довольно большим временем жизни распадающейся частицы.

• **Гравитационное взаимодействие.** Присуще всем без исключения частицам, однако ввиду малости масс элементарных частиц оно пренебрежимо мало и в процессах микромира, по-видимому, несущественно.

Фундаментальные взаимодействия характеризуются *относительной интенсивностью и радиусом действия* (см. табл. 7). Чем сильнее интенсивность, тем быстрее протекают процессы.

Таблица 7

Взаимодействие	Интенсивность	Радиус действия, м
Сильное	$\sim 1$	$\sim 10^{-16}$
Электромагнитное	1/137	$\infty$
Слабое	$\sim 10^{-10}$	$\sim 10^{-18}$
Гравитационное	$\sim 10^{-38}$	$\infty$

**Типы диэлектриков:**

• **диэлектрики** (например,  $N_2$ ,  $H_2$ ,  $CO_2$ ) с *неполярными молекулами* — молекулами, имеющими симметричное строение, т. е. центры «тяжести» положительных и отрицательных зарядов в отсутствие внешнего электрического поля совпадают и, следовательно, *электрический момент* диполя молекулы (дипольный момент) равен нулю;

• **диэлектрики** (например,  $H_2O$ ,  $CO$ ) с *полярными молекулами* — молекулами, которые в отсутствие

внешнего электрического поля обладают дипольным моментом. При отсутствии внешнего поля дипольные моменты полярных молекул вследствие теплового движения ориентированы в пространстве хаотично и их результирующий момент равен нулю;

- *диэлектрики* (например, NaCl, KBr), молекулы которых имеют ионное строение. Ионные кристаллы представляют собой просторанственные решетки с правильным чередованием ионов разных знаков. В этих кристаллах нельзя выделить отдельные молекулы, а рассматривать их можно как систему двух вдвинутых одна в другую ионных подрешеток. При наложении на ионный кристалл электрического поля происходит некоторая деформация кристаллической решетки или относительное смещение подрешеток, приводящее к возникновению дипольных моментов.

#### Типы радиоактивного излучения:

- *альфа-излучение* — отклоняется электрическим и магнитным полями, обладает высокой ионизирующей способностью и малой проникающей способностью; представляет собой поток ядер гелия; заряд  $\alpha$ -частицы равен  $+2e$ , а масса совпадает с массой ядра изотопа гелия  ${}^4_2\text{He}$ ;

- *бета-излучение* — отклоняется электрическим и магнитным полями; его ионизирующая способность значительно меньше (примерно на два порядка), а проникающая способность гораздо больше, чем у  $\alpha$ -частиц; представляет собой поток быстрых электронов;

- *гамма-излучение* — не отклоняется электрическим и магнитным полями, обладает относительно слабой ионизирующей способностью и очень большой проникающей спо-

собностью; представляет собой коротковолновое электромагнитное излучение с чрезвычайно малой длиной волны  $\lambda < 10^{-10}$  м и вследствие этого — ярко выраженными корпускулярными свойствами, т. е. является потоком частиц —  $\gamma$ -квантов (фотонов).

**Ток индукционный**  $\rightarrow$  см. *Индукция электромагнитная*.

**Ток переменный.** Установившиеся вынужденные электромагнитные колебания можно рассматривать как протекание в цепи, содержащей резистор, катушку индуктивности и конденсатор, *переменного тока*.

**Ток переменный, текущий через катушку индуктивностью  $L$**  ( $R \rightarrow 0$ ,  $C \rightarrow 0$ ). Если напряжение, приложенное к концам участка цепи,  $U = U_m \cos \omega t$  (рис. 189, а), то в ней потечет переменный ток, в результате чего возникнет ЭДС самоиндукции  $\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}$ .

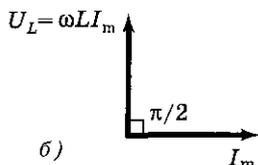
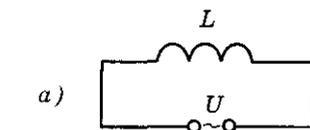


Рис. 189

*Закон Ома для участка цепи*

$$U_m \cos \omega t - L \frac{dI}{dt} = 0, \quad (1)$$

откуда

$$dI = \frac{U_m}{L} \cos \omega t dt.$$

Интегрируя, получаем

$$I = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t = \frac{U_m}{\omega L} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) = \\ = I_m \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\left[ I_m = \frac{U_m}{\omega L} \right].$$

Реактивное индуктивное сопротивление

$$R_L = \omega L.$$

Так как внешнее напряжение приложено к катушке индуктивности, то

$$U_L = L \frac{dI}{dt}.$$

Падение напряжения на катушке индуктивности

$$U_L = \omega L I_m \cos \omega t.$$

Падение напряжения  $U_L$  опережает по фазе ток  $I$ , текущий через катушку, на  $\pi/2$ , что и показано на векторной диаграмме (рис. 189, б).

**Ток переменный, текущий через конденсатор емкостью  $C$  ( $R \rightarrow 0$ ,  $L \rightarrow 0$ ).** Если напряжение, приложенное к концам участка цепи (рис. 190, а),  $U = U_m \cos \omega t$ , то конденсатор перезаряжается и в цепи потечет переменный ток. Так как внешнее напряжение приложено к конденсатору, то

$$\frac{Q}{C} = U_C = U_m \cos \omega t.$$

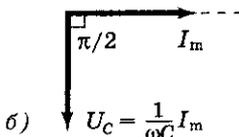
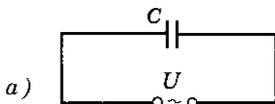


Рис. 190

Сила тока

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\omega C U_m \sin \omega t = \\ = I_m \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\left[ I_m = \omega C U_m = \frac{U_m}{1/(\omega C)} \right].$$

Реактивное емкостное сопротивление

$$R_C = \frac{1}{\omega C}.$$

Для постоянного тока ( $\omega = 0$ )  $R_C = \infty$ , т. е. постоянный ток через конденсатор течь не может.

Падение напряжения на конденсаторе

$$U_C = \frac{1}{\omega C} I_m \cos \omega t.$$

Падение напряжения  $U_C$  отстает по фазе от текущего через конденсатор тока  $I$  на  $\pi/2$ , что и показано на векторной диаграмме (рис. 190, б).

**Ток переменный, текущий через резистор сопротивлением  $R$  ( $L \rightarrow 0$ ,  $C \rightarrow 0$ ).** Если напряжение, приложенное к концам участка цепи,  $U = U_m \cos \omega t$ , то через резистор (рис. 191, а) протекает ток

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{R} \cos \omega t = I_m \cos \omega t.$$

Амплитуда силы тока

$$I_m = \frac{U_m}{R}.$$

На рис. 191, б дана векторная диаграмма амплитудных значений

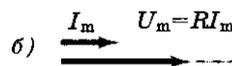
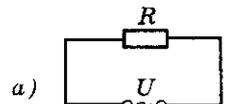


Рис. 191

силы тока  $I_m$  и напряжения  $U_m$  на резисторе (сдвиг фаз между  $I_m$  и  $U_m$  равен нулю).

**Ток постоянный** — ток, сила тока и направление которого не изменяются со временем.

**Ток полный**  $\Rightarrow$  см. *Ток смещения*.

**Ток проводимости**  $\Rightarrow$  см. *Ток электрический*.

**Ток смещения.** По Максвеллу, всякое переменное электрическое поле должно вызывать появление в окружающем пространстве вихревого магнитного поля. Пусть цепь переменного тока содержит конденсатор. Между обкладками заряжающегося и разряжающегося конденсатора имеется переменное электрическое поле, поэтому, согласно Максвеллу, через конденсатор «протекает» *ток смещения*, причем в тех участках, где отсутствуют проводники. По Максвеллу, переменное электрическое поле в конденсаторе в каждый момент времени создает такое магнитное поле, как если бы между пластинами конденсатора существовал ток смещения, равный току в проводящих проводах, т. е. токи проводимости ( $I$ ) и смещения ( $I_{см}$ ) равны:  $I_{см} = I$ .

Ток проводимости вблизи обкладок конденсатора

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} \int_S \sigma dS = \int_S \frac{\partial \sigma}{\partial t} dS = \int_S \frac{\partial D}{\partial t} dS$$

[поверхностная плотность заряда  $\sigma$  на обкладках равна электрическому смещению  $D$  в конденсаторе].

В общем случае

$$I = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}$$

[подынтегральное выражение рассматриваем как частный случай скалярного произведения  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}$ ,

когда  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  и  $d\vec{S}$  взаимно параллельны].

В общем случае  $I = \int_S \vec{j} d\vec{S}$  (см.

*Сила тока*). Учитывая, что  $I_{см} = I$ , находим

$$I_{см} = \int_S \vec{j}_{см} d\vec{S}$$

*Плотность тока смещения*

$$\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Из всех физических свойств, присущих току проводимости, Максвелл приписал току смещения лишь одно — *способность создавать в окружающем пространстве магнитное поле*.

В диэлектриках ток смещения состоит из двух слагаемых. Так как  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$  (см. *Смещение электрическое*), то плотность тока смещения

$$\vec{j}_{см} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$$

[ $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  — *плотность тока смещения в вакууме*;  $\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$  — *плотность*

*тока поляризации* — тока, обусловленного упорядоченным движением электрических зарядов в диэлектрике (смещение зарядов в неполярных молекулах или поворот диполей в полярных молекулах)].

Возбуждение магнитного поля токами поляризации правомерно, так как токи поляризации по своей природе не отличаются от токов проводимости. Однако то, что и другая часть плотности тока смещения  $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ , не связанная с движением за-

рядов, а обусловленная только изменением электрического поля во времени, также возбуждает магнитное поле, является принципиально новым утверждением Максвелла. Даже в вакууме всякое изменение во времени электрического поля приводит к возникновению в окружающем пространстве магнитного поля.

Название «ток смещения» является условным, а точнее исторически сложившимся, так как ток смещения по своей сути — это изменяющееся со временем электрическое поле.

Максвелл ввел понятие полного тока, равного сумме токов проводимости и смещения. *Плотность полного тока*

$$\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Введя понятия тока смещения и полного тока, Максвелл по-новому подошел к рассмотрению замкнутости цепей переменного тока. Полный ток в них замкнут, т. е. на концах проводника обрывается лишь ток проводимости, а в диэлектрике (вакууме) между концами проводника имеется ток смещения, который замыкает ток проводимости.

**Ток электрический** — упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов. В проводнике под действием приложенного электрического поля  $\vec{E}$  свободные электрические заряды перемещаются: положительные — по полю, отрицательные — против линий индукции поля. В проводнике возникает электрический ток, называемый *током проводимости*.

Для возникновения и существования электрического тока необходимо, с одной стороны, наличие свободных носителей тока — заря-

женных частиц, способных перемещаться упорядоченно, а с другой — наличие электрического поля, энергия которого, каким-то образом восполняясь, расходовалась бы на их упорядоченное движение.

За направление тока условно принимают направление движения положительных зарядов.

**Толщина пленки оптическая**  $\rightarrow$  см. *Просветление оптики*.

**Тороид** — кольцевая катушка, витки которой намотаны на сердечник, имеющий форму тора (рис. 192).

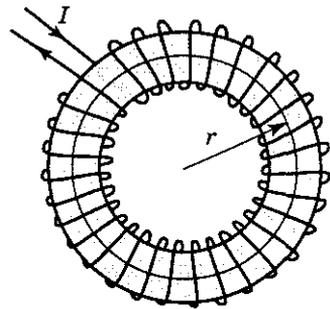


Рис. 192

Магнитное поле сосредоточено внутри тороида, оно однородно, вне его поле отсутствует.

Линии магнитной индукции (из соображений симметрии) — окружности, центры которых расположены на оси тороида. В качестве контура выберем окружность радиусом  $r$ . По теореме о циркуляции вектора  $\vec{B}$ ,

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI.$$

*Магнитная индукция поля внутри тороида (в вакууме)*

$$B = \mu_0 \frac{NI}{2\pi r}.$$

**Точка воды тройная**  $\rightarrow$  см. *Шкалы температурные*.

**Точка критическая**  $\Rightarrow$  см. *Изотермы Ван-дер-Ваальса*.

**Точка Кюри**  $\Rightarrow$  см. *Ферромагнетики*.

**Точка материальная** — тело, обладающее массой, размерами которого в данной задаче можно пренебречь.

Материальная точка — абстракция, но ее введение облегчает решение практических задач (например, движущиеся вокруг Солнца планеты при расчетах можно принять за материальные точки).

**Траектория** движения материальной точки — линия, описываемая этой точкой в пространстве. В зависимости от формы траектории движение может быть прямолинейным или криволинейным.

**Трансформаторы** — устройства, применяемые для понижения или повышения напряжения переменного тока.

Работа трансформатора основана на явлении взаимной индукции. Переменный ток  $I_1$  (возникает, так как концы первичной обмотки присоединены к источнику переменного напряжения с ЭДС  $\mathcal{E}_1$ ) создает в первичной обмотке (число витков  $N_1$ ) переменное магнитное поле, являющееся причиной взаимной индукции во вторичной обмотке (число витков  $N_2$ ).

Мощность тока в обмотках трансформатора практически одинакова:

$$\mathcal{E}_2 I_2 = \mathcal{E}_1 I_1,$$

откуда

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1},$$

т. е. сила тока в обмотках обратно пропорциональна числу витков в этих обмотках.

Если  $N_2/N_1 > 1$ , то трансформатор — повышающий. Он увеличивает переменную ЭДС и понижает силу тока. Если  $N_2/N_1 < 1$ , то трансформатор — понижающий. Он уменьшает ЭДС и повышает силу тока.

*Коэффициент трансформации* — отношение числа витков  $N_2/N_1$ , показывающее, во сколько раз ЭДС во вторичной обмотке больше (или меньше), чем в первичной.

**Трек**  $\Rightarrow$  см. *Детекторы частиц и их характеристики*.

**Трение внешнее (сухое)** — трение, возникающее в плоскости касания двух соприкасающихся тел при их относительном перемещении.

**Трение внутреннее** — трение между частями одного и того же тела, например между разными слоями жидкости или газа, скорость которых изменяется от слоя к слою.

**Трение покоя** — трение при отсутствии относительного перемещения соприкасающихся тел.

**Трение скольжения** — трение при относительном перемещении соприкасающихся тел.

**Трубка тока** — часть жидкости, ограниченная линиями тока.



**Угол Брюстера**  $\Rightarrow$  см. *Закон Брюстера*.

**Угол краевой**  $\Rightarrow$  см. *Смачивание*.

**Угол поворота**. Если твердое тело вращается вокруг неподвижной оси, то отдельные точки этого тела будут описывать окружности разных радиусов, центры которых лежат на оси вращения. Положение

некоторой точки, движущейся по окружности радиусом  $R$  (рис. 193),

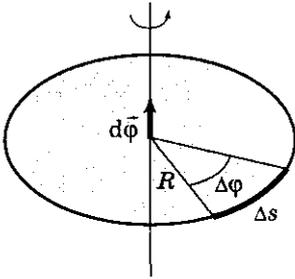


Рис. 193

через промежуток времени  $\Delta t$  задан углом  $\Delta\phi$ . Элементарные (бесконечно малые) повороты можно рассматривать как векторы (они обозначаются символами  $\Delta\vec{\phi}$  или  $d\vec{\phi}$ ). Модуль вектора  $d\vec{\phi}$  равен углу поворота, а его направление совпадает с направлением поступательного движения острия винта, головка которого вращается в направлении движения точки по окружности, т. е. подчиняется *правилу правого винта* (см. рис. 193). Вектор  $d\vec{\phi}$  — *псевдовектор*.

**Угол предельный**  $\Rightarrow$  см. *Отражение полное*.

**Угол скольжения**  $\Rightarrow$  см. *Дифракция на пространственной решетке*.

**Удар (соударение)** — столкновение двух или более тел, при котором взаимодействие длится очень короткое время.

**Удар абсолютно неупругий** — столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое целое.

**Удар абсолютно упругий** — столкновение двух тел, в результате которого в обоих взаимодействующих телах не остается никаких деформаций и вся кинетическая энергия, которой обладали тела до

удара, после удара вновь превращается в кинетическую энергию (отметим, что это *идеализированный случай*).

**Удар центральный** — удар, при котором тела до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры масс.

**Узел стоячей волны**  $\Rightarrow$  см. *Уравнение стоячей волны*.

**Узел электрической цепи** — любая точка разветвления цепи, в которой сходится не менее трех проводников с током.

Ток, входящий в узел, считается *положительным*, а ток, выходящий из узла, — *отрицательным*.

**Уравнение адиабатного процесса**  $\Rightarrow$  см. *Адиабатный процесс*.

**Уравнение волновое** — дифференциальное уравнение, описывающее распространение волн в однородной и изотропной среде:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

или

$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (1)$$

[ $v$  — фазовая скорость;  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  — оператор Лапласа].

Решением уравнения (1) является уравнение любой волны. Соответствующей подстановкой можно убедиться, что уравнению (1) удовлетворяют, в частности, *плоская волна* и *сферическая волна*. Для плоской волны, распространяющейся вдоль оси  $X$ , волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$

**Уравнение волновое для электромагнитной волны.** Из уравнений Максвелла следует, что для однородной и изотропной среды вдали от зарядов и токов, создающих электромагнитное поле, векторы напряженностей  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  переменного электромагнитного поля удовлетворяют волновому уравнению типа

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad \Delta \vec{H} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

$[\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  — оператор Лапласа;  $v$  — фазовая скорость].

Всякая функция, удовлетворяющая этим уравнениям, описывает некоторую волну. Следовательно, электромагнитные поля действительно могут существовать в виде электромагнитных волн.

*Фазовая скорость электромагнитных волн*

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

$[c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ ;  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  — соответственно

электрическая и магнитная постоянные;  $\epsilon$  и  $\mu$  — соответственно электрическая и магнитная проницаемости среды].

В вакууме (при  $\epsilon = 1$  и  $\mu = 1$ ) скорость распространения электромагнитных волн совпадает со скоростью  $c$ . Так как  $\epsilon \mu > 1$ , то скорость распространения электромагнитных волн в веществе всегда меньше, чем в вакууме.

От записанных волновых уравнений можно перейти к уравнениям

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}$$

[индексы  $y$  и  $z$  при  $E$  и  $H$  подчеркивают лишь то, что векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$

направлены вдоль взаимно перпендикулярных осей  $Y$  и  $Z$ ].

Этим уравнениям удовлетворяют *плоские монохроматические электромагнитные волны* (электромагнитные волны одной строго определенной частоты), описываемые уравнениями

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi), \\ H_z = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

$[E_0$  и  $H_0$  — соответственно амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волны,  $\omega$  — круговая частота волны;  $k = \omega/v$  — волновое число;  $\varphi$  — начальные фазы колебаний в точках с координатой  $x = 0$ ].

В записанных уравнениях плоских электромагнитных волн  $\varphi$  одинаково, так как колебания векторов в электромагнитной волне происходят с одинаковой фазой.

**Уравнение вынужденных механических колебаний дифференциальное.** Чтобы в реальной колебательной системе получить незатухающие колебания, надо компенсировать потери энергии. В случае механических колебаний, например пружинного маятника, компенсация происходит под действием внешней вынуждающей силы, изменяющейся по гармоническому закону

$$F = F_0 \cos \omega t.$$

*Закон движения для пружинного маятника*

$$m \ddot{x} = -kx - r \dot{x} + F_0 \cos \omega t.$$

Учитывая, что  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$  и

$\delta = \frac{r}{2m}$  (см. Маятник пружинный),

после преобразований получим дифференциальное уравнение вынужденных колебаний маятника:

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t.$$

Решение этого уравнения в *установившемся* режиме (рис. 194):

$$x = A \cos(\omega t - \varphi)$$

[  $A$  и  $\varphi$  задаются выражениями

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}},$$

$$\varphi = \arctg \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} ] .$$

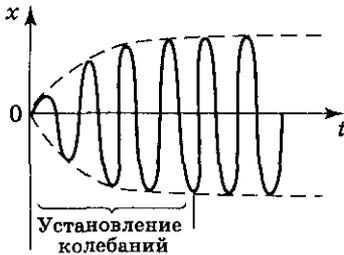


Рис. 194

В *установившемся* режиме вынужденные колебания происходят с частотой  $\omega$  и являются гармоническими. Амплитуда  $A$  и фаза колебаний  $\varphi$  также зависят от  $\omega$ .

**Уравнение вынужденных электромагнитных колебаний дифференциальное.** Чтобы в колебательном контуре, содержащем активное сопротивление, получить незатухающие колебания, потери энергии компенсируют подводимой к контуру внешней периодически изменяющейся по гармоническому закону ЭДС или переменного напряжения

$$U = U_m \cos \omega t.$$

Тогда уравнение

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L} \dot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0$$

(см. *Уравнение свободных затухающих колебаний в контуре дифференциальное*) с учетом внешнего

переменного напряжения можно записать в виде

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L} \dot{Q} + \frac{1}{LC} Q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t.$$

Учитывая, что коэффициент затухания  $\delta = \frac{R}{2L}$  и собственная частота контура  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , получаем *дифференциальное уравнение вынужденных электромагнитных колебаний*

$$\ddot{Q} + 2\delta \dot{Q} + \omega_0^2 Q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t.$$

Решение этого уравнения в *установившемся* режиме:

$$Q = Q_m \cos(\omega t - \alpha)$$

[  $\alpha$  — сдвиг по фазе между зарядом и приложенным напряжением;

$$Q_m = \frac{U_m/L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}} =$$

$$= \frac{U_m}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R}{1/(\omega C) - \omega L} ] .$$

Сила тока в контуре при установившихся колебаниях  $I = \dot{Q} = -\omega Q_m \sin(\omega t - \alpha) = I_m \cos(\omega t - \alpha + \frac{\pi}{2}) = I_m \cos(\omega t - \varphi)$ , где амплитуда силы тока

$$I_m = \omega Q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

[  $\varphi = \alpha - \pi/2$  — сдвиг по фазе между током и приложенным напряжением];

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \left( \alpha - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R},$$

откуда следует, что ток отстает по фазе от напряжения ( $\varphi > 0$ ), если  $\omega L > 1/(\omega C)$ , и опережает напряжение ( $\varphi < 0$ ), если  $\omega L < 1/(\omega C)$ .

**Уравнение гармонических колебаний**  $\Rightarrow$  см. *Гармонические колебания*.

**Уравнение гармонических колебаний дифференциальное**  $\Rightarrow$  см. *Гармонические колебания*.

**Уравнение динамики вращательного движения твердого тела основное.** Работа при вращении тела идет на увеличение его кинетической энергии ( $dA = dT$ ):

$$dT = d\left(\frac{J_z \omega^2}{2}\right) = J_z \omega d\omega,$$

поэтому  $M_z d\varphi = J_z \omega d\omega$ , или

$$M_z \frac{d\varphi}{dt} = J_z \omega \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon;$$

$M = J_z \varepsilon$  — основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси.

Учитывая формулу  $L_z = J_z \varepsilon$  (см. Момент импульса твердого тела) и продифференцировав ее по времени, получим

$$\frac{dL_z}{dt} = J_z \frac{d\varepsilon}{dt} = J_z \varepsilon = M_z,$$

т. е.

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z.$$

Это выражение — еще одна форма уравнения динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси: производная момента импульса твердого тела относительно оси равна моменту сил относительно той же оси.

**Уравнение Майера**

$$C_p = C_v + R$$

показывает, что  $C_p$  всегда больше  $C_v$  на величину  $R$ , т. е. на молярную

газовую постоянную. Это объясняется тем, что при нагревании газа при постоянном давлении требуется еще дополнительное количество теплоты на совершение работы расширения газа, так как постоянство давления обеспечивается увеличением объема газа.

**Уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов основное** выводится на основе предположений, что молекулы газа движутся хаотически, число взаимных столкновений между молекулами газа пренебрежимо мало по сравнению с числом ударов о стенки сосуда, а соударения молекул со стенками сосуда абсолютно упругие.

Уравнение записывается в виде

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2$$

[ $p$  — давление газа;  $n$  — концентрация молекул;  $m_0$  — масса одной молекулы;  $\langle v_{\text{кв}} \rangle$  — средняя квадратичная скорость молекул

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2}$$

(считается, что в объеме  $V$  имеется  $N$  молекул, движущихся со скоростями  $v_1, v_2, \dots, v_N$ )].

Учитывая, что  $n = N/V$ , получаем

$$pV = \frac{1}{3} N m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2;$$

$$pV = \frac{2}{3} N \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{2} = \frac{2}{3} E$$

[ $E$  — суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул газа].

Так как масса газа  $m = N m_0$ , то

$$pV = \frac{1}{3} m \langle v_{\text{кв}} \rangle^2.$$

Для 1 моль газа это уравнение запишется в виде

$$pV_m = \frac{1}{3} M \langle v_{\text{кв}} \rangle^2$$

[ $M$  — молярная масса].

Согласно уравнению Клапейрона—Менделеева,  $pV_m = RT$ , откуда средняя квадратичная скорость молекул

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{m_0 N_A}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

[ $k = R/N_A$  — постоянная Больцмана].

**Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости:** произведение скорости течения несжимаемой жидкости на поперечное сечение трубки тока есть величина постоянная для данной трубки тока (рис. 195):

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad \text{или} \quad Sv = \text{const}$$

[ $S$  — площадь поперечного сечения трубки тока;  $v$  — скорость жидкости].

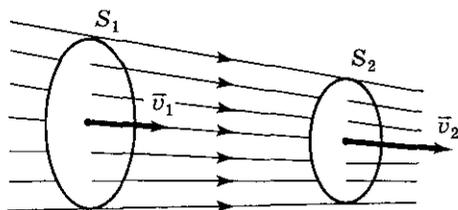


Рис. 195

**Уравнение плоской волны,** распространяющейся вдоль положительного направления оси  $X$  в среде, не поглощающей энергию, имеет вид

$$\xi(x, t) = A \cos \left[ \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right]$$

[ $A = \text{const}$  — амплитуда волны;  $\omega$  — циклическая частота;  $\varphi_0$  — начальная фаза волны, определяемая в общем случае выбором начал отсчета  $x$  и  $t$ ;  $\left[ \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right]$  — фаза плоской волны].

Для характеристики волн используется волновое число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}. \quad (1)$$

Предположим, что при волновом процессе фаза постоянна, т. е.

$$\omega \left( t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 = \text{const}.$$

Продифференцировав это выражение и сократив на  $\omega$ , получим  $dt - \frac{1}{v} dx = 0$ , откуда  $\frac{dx}{dt} = v$ . Следовательно, скорость  $v$  есть не что иное, как скорость распространения фазы волны, и ее называют фазовой скоростью.

Из выражения (1) вытекает, что фазовая скорость

$$v = \frac{\omega}{k}.$$

Учитывая эту формулу, уравнение плоской волны можно придать вид

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0).$$

**Уравнение плоской электромагнитной волны**  $\rightarrow$  см. Уравнение волновое для электромагнитной волны.

**Уравнение свободных гармонических колебаний заряда в контуре дифференциальное.** Рассмотрим дифференциальное уравнение колебаний заряда в контуре

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L} \dot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0.$$

Если  $R = 0$ , то свободные электромагнитные колебания в контуре являются гармоническими и дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний заряда в контуре

$$\ddot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0$$

(см. также Осциллятор гармонический). Заряд  $Q$  совершает гармонические колебания по закону

$$Q = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

где  $Q_m$  — амплитуда колебаний заряда конденсатора с циклической

частотой  $\omega_0$ , называемой *собственной частотой контура*, т. е.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

и периодом

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

— формула Томсона.

Сила тока в колебательном контуре

$$I = \dot{Q} = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) = I_m \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi/2),$$

[ $I_m = \omega_0 Q_m$  — амплитуда силы тока].

Напряжение на конденсаторе

$$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{Q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

[ $U_m = \frac{Q_m}{C}$  — амплитуда напряжения].

**Уравнение свободных затухающих колебаний в контуре дифференциальное.** Согласно *закону Ома*, для контура, содержащего катушку индуктивностью  $L$ , конденсатор емкостью  $C$  и резистор сопротивлением  $R$ ,

$$IR + U_C = \mathcal{E}_s$$

[ $IR$  — напряжение на резисторе;

$U_C = \frac{Q}{C}$  — напряжение на конденсаторе;

$\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}$  — ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке при протекании в ней переменного тока ( $\mathcal{E}_s$  — единственная ЭДС в контуре)].

Следовательно,  $L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{Q}{C} = 0$ .

Разделив это выражение на  $L$  и учитывая, что  $I = \dot{Q}$  и  $\frac{dI}{dt} = \ddot{Q}$ , получим

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L} \dot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0.$$

В рассматриваемом колебательном контуре внешние ЭДС отсутствуют, поэтому колебания являются свободными электромагнитными колебаниями.

Учитывая, что  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  (см.

*Уравнение свободных гармонических колебаний заряда в контуре дифференциальное*), и принимая коэффициент затухания  $\delta = \frac{R}{2L}$ , получаем дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний в контуре:

$$\ddot{Q} + 2\delta \dot{Q} + \omega_0^2 Q = 0.$$

Колебания заряда совершаются по закону

$$Q = Q_m e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi)$$

с частотой

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

[ $Q_m e^{-\delta t}$  — амплитуда затухающих колебаний заряда конденсатора;  $Q_m$  — начальная амплитуда].

**Уравнение свободных затухающих колебаний дифференциальное.** В качестве примера рассмотрим пружинный маятник массой  $m$ , совершающий малые колебания под действием упругой силы  $F = -kx$ . В данном случае сила трения пропорциональна скорости, т. е.

$$F_{\text{тр}} = -rv = -r\dot{x}$$

[ $r$  — коэффициент сопротивления; знак минус указывает на противоположные направления силы трения и скорости].

Закон движения маятника

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}.$$

Принимая, что коэффициент затухания

$$\delta = \frac{r}{2m},$$

и учитывая, что  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  (см. *Маятник пружинный*), получаем дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний маятника

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

[ $x$  — смещение колеблющегося тела из положения равновесия;  $\delta$  — коэффициент затухания;  $\omega_0$  — циклическая частота свободных незатухающих колебаний той же колебательной системы (т. е. при  $\delta = 0$ ), называемая *собственной частотой* колебательной системы].

Решение этого уравнения

$$x = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi)$$

[ $A = A_0 e^{-\delta t}$  — амплитуда затухающих колебаний;  $A_0$  — начальная амплитуда;  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ ].

Зависимость  $x = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi)$  показана на рис. 196 сплошной линией, а зависимость  $A = A_0 e^{-\delta t}$  — штриховыми линиями. Промежуток времени  $\tau = 1/\delta$ , в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в  $e$  раз, называется *временем релаксации*.

При малых затуханиях условно пользуются понятием периода затухающих колебаний — промежутка времени между двумя последующи-

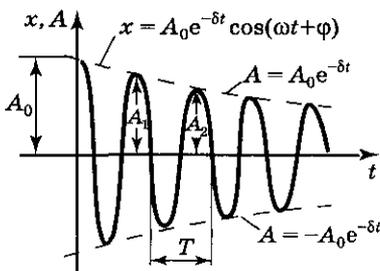


Рис. 196

ми максимумами (или минимумами) колеблющейся величины:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$$

**Уравнение стоячей волны** (см. также *Волны стоячие*). Сложим две волны, имеющие одинаковую амплитуду, частоту и начальную фазу (отсчет времени в момент, когда начальная фаза обеих волн равна нулю) и распространяющиеся навстречу друг другу:

$$\begin{cases} \xi_1 = A \cos(\omega t - kx), \\ \xi_2 = A \cos(\omega t + kx). \end{cases}$$

Сложим эти уравнения. Учитывая, что  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , получим уравнение стоячей волны:

$$\begin{aligned} \xi(x, t) &= 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t = \\ &= 2A \cos kx \cos \omega t. \end{aligned}$$

Из уравнения вытекает, что в каждой точке этой волны происходят колебания той же частоты  $\omega$  с амплитудой  $A_{\text{ст}} = \left| 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \right|$ , зависящей от координаты  $x$  рассматриваемой точки. В точках среды, где

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

амплитуда колебаний достигает максимального значения, равного  $2A$ . В точках среды, где

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \pi,$$

амплитуда колебаний обращается в нуль. Точки, в которых амплитуда колебаний максимальна ( $A_{\text{ст}} = 2A$ ), называются *пучностями стоячей волны*, а точки, в которых амплитуда колебаний равна нулю ( $A_{\text{ст}} = 0$ ), называются *узлами стоячей волны*. Точки среды, находящиеся в уз-

лах, колебаний не совершают. Соответственно *координаты пучностей и узлов*:

$$x_u = \pm m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

$$x_{\text{узл}} = \pm \left( m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Из этих формул следует, что расстояние между двумя соседними пучностями и двумя соседними узлами одинаково и равно  $\lambda/2$ . Расстояние между соседними пучностью и узлом стоячей волны равно  $\lambda/4$ .

**Уравнение сферической волны** — волны, волновые поверхности которых имеют вид концентрических сфер, — записывается как

$$\xi(r, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0)$$

[ $r$  — расстояние от центра волны до рассматриваемой точки среды].

В случае сферической волны даже в среде, не поглощающей энергию, амплитуда колебаний не остается постоянной, а убывает с расстоянием по закону  $1/r$ . Это уравнение справедливо лишь для  $r$ , значительно превышающих размеры источника (тогда источник колебаний можно считать точечным).

**Уравнение Шрёдингера временное** → см. *Уравнение Шрёдингера общее*.

**Уравнение Шрёдингера для стационарных состояний.** Если силовое поле, в котором частица движется, стационарно, т. е. функция  $U = U(r)$  не зависит от времени и имеет смысл потенциальной энергии, то решение *общего уравнения Шрёдингера*

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(\vec{r}, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (1)$$

можно искать в виде произведения двух функций, одна из которых

есть функция только координат, другая — только времени:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) \varphi(t). \quad (2)$$

Подставив функцию (2) в уравнение Шрёдингера (1) и разделив левую и правую части на произведение  $\psi(\vec{r}) \varphi(t)$ , получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{\psi(\vec{r})} \left[ \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\vec{r}) + U(\vec{r}) \psi(\vec{r}) \right] = \\ = i\hbar \frac{1}{\varphi(t)} \frac{d\varphi(t)}{dt}. \end{aligned} \quad (3)$$

Так как левая часть уравнения (3) зависит только от  $r$ , а правая — только от  $t$ , то их можно приравнять одной и той же постоянной разделения, в качестве которой можно выбрать  $E$  — полную энергию частицы. Таким образом,

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\vec{r}) + U(\vec{r}) \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}), \quad (4)$$

$$i\hbar \frac{d\varphi(t)}{dt} = E \varphi(t). \quad (5)$$

Уравнение (4) называют *уравнением Шрёдингера для стационарных состояний* — состояний с фиксированными значениями энергии. Его обычно записывают в более удобном виде:

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0. \quad (6)$$

Решая уравнение (5), получаем

$$\varphi(t) = C e^{-\frac{i}{\hbar} E t} \quad (7)$$

[ $C$  — произвольная постоянная].

Подставляя (7) в (2), видим, что в случае стационарного силового поля состояние частицы описывается волновой функцией

$$\Psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) C e^{-\frac{i}{\hbar} E t}$$

[постоянная  $C$  включена в функцию  $\psi(\vec{r})$ ], откуда следует, что стационарность состояния не исключает зависимости волновой функции от

времени, а только ограничивает ее гармоническим законом  $e^{-\frac{i}{\hbar}Et} = e^{-i\omega t}$ . В стационарном состоянии плотность вероятности

$$w = |\Psi(\vec{r}, t)|^2 = |\psi(\vec{r})|^2$$

выражается только через  $\psi(\vec{r})$  и не зависит от времени. Общепринято  $\psi(\vec{r})$  также называть *волновой функцией*, хотя она является только координатной (амплитудной) частью волновой функции  $\Psi(\vec{r}, t)$  стационарного состояния.

В стационарное уравнение Шрёдингера (6) в качестве параметра входит полная энергия  $E$  частицы. Такие уравнения имеют бесчисленное множество решений. Из них посредством наложения граничных условий отбирают решения, имеющие физический смысл. Для уравнения Шрёдингера такими условиями являются условия *регулярности волновых функций*: волновые функции вместе со своими первыми производными должны быть конечными, однозначными и непрерывными. Следовательно, реальный физический смысл имеют только решения, выражаемые регулярными функциями  $\psi$ . Однако регулярные решения имеют место не при любых значениях параметра  $E$ , а лишь при определенном их наборе, характерном для данной задачи. Эти значения энергии называют *собственными*. Решения, которые соответствуют собственным значениям энергии, называют *собственными функциями*. Собственные значения  $E$  могут в принципе иметь как непрерывный, так и дискретный спектр значений.

**Уравнение Шрёдингера для стационарных состояний в сферических координатах** → см. *Задача квантово-механическая об атоме водорода*.

**Уравнение Шрёдингера общее.** Статистическое толкование волн де

Бройля и соотношение неопределенностей Гейзенберга привели к выводу, что уравнением движения в квантовой механике, описывающим движение микрочастиц в силовых полях, должно быть уравнение, из которого бы вытекали наблюдаемые на опыте волновые свойства частиц. Основное уравнение должно быть уравнением относительно волновой функции  $\Psi(x, y, z, t)$ , так как именно она, или, точнее, величина  $|\Psi|^2$ , определяет вероятность пребывания частицы в момент времени  $t$  в объеме  $dV$ , т. е. в области с координатами  $x$  и  $x + dx$ ,  $y$  и  $y + dy$ ,  $z$  и  $z + dz$ . Так как искомое уравнение должно учитывать волновые свойства частиц, то оно должно быть волновым уравнением, подобно уравнению, описывающему электромагнитные волны.

Шрёдингер (1926) постулировал фундаментальное соотношение — основное уравнение нерелятивистской квантовой механики, справедливость которого (как и всяких постулатов) подтверждается согласием с опытом получаемых с его помощью результатов. Уравнение Шрёдингера — нерелятивистское уравнение относительно основной характеристики состояния микрообъектов — волновой функции  $\Psi(\vec{r}, t)$  — имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(\vec{r}, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

[ $\hbar = h/(2\pi)$ ;  $m$  — масса частицы;  $\Delta$  — оператор Лапласа

( $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ );  $i$  — мнимая

единица;  $U(\vec{r}, t)$  — потенциальная энергия частицы в силовом поле, в котором частица движется].

Это уравнение называют также *временным уравнением Шрёдингера*.

Общее уравнение Шрёдингера справедливо для любой частицы,

движущейся с малой (по сравнению со скоростью света) скоростью, т. е. со скоростью  $v \ll c$ . Оно дополняется условиями, накладываемыми на волновую функцию:

- волновая функция должна быть конечной, однозначной и непрерывной;

- производные  $\frac{\partial \Psi}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial \Psi}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial \Psi}{\partial z}$ ,  $\frac{\partial \Psi}{\partial t}$

должны быть непрерывны;

- функция  $|\Psi|^2$  должна быть интегрируема; это условие в простейших случаях сводится к условию нормировки вероятностей.

**Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта.** Согласно Эйнштейну, свет частотой  $\nu$  не только испускается и поглощается, но и распространяется в пространстве отдельными порциями — квантами. Эти кванты электромагнитного излучения получили название *фотонов*.

*Уравнение Эйнштейна*

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}, \quad (1)$$

т. е. энергия падающего фотона расходуется на совершение электроном работы выхода  $A$  из металла и на сообщение вылетевшему фотоэлектрону кинетической энергии  $\frac{mv_{\max}^2}{2}$ .

Уравнение Эйнштейна позволяет объяснить второй и третий законы фотоэффекта. Из него непосредственно следует, что максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона линейно возрастает с увеличением частоты падающего излучения и не зависит от его интенсивности (числа фотонов), так как ни  $A$ , ни  $\nu$  от интенсивности света не зависят (*второй закон фотоэффекта*). Так как с уменьшением частоты света кинетическая энергия фотоэлектронов уменьшается (для данного металла  $A = \text{const}$ ), то при некоторой

достаточно малой частоте  $\nu = \nu_0$  кинетическая энергия фотоэлектронов станет равной нулю и фотоэффект прекратится (*третий закон фотоэффекта*). Согласно изложенному, из (1) получаем, что

$$\nu_0 = \frac{A}{h}$$

и есть *красная граница фотоэффекта* для данного металла. Она зависит лишь от работы выхода электрона, т. е. от химической природы вещества и состояния его поверхности.

Отметим, что согласно Эйнштейну можно объяснить первый закон фотоэффекта и его безынерционность. По Эйнштейну, каждый квант поглощается только одним электроном. Поэтому число вырванных фотоэлектронов должно быть пропорционально интенсивности света (*первый закон фотоэффекта*). Безынерционность фотоэффекта объясняется тем, что передача энергии при столкновении фотона с электроном происходит почти мгновенно.

Уравнение Эйнштейна можно записать  $\left( \frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_0 \right.$  (см. *Характеристика вольт-амперная фотоэффекта*) и  $\left. \nu = \frac{A}{h} \right)$  в виде

$$h\nu = h\nu_0 + eU_0.$$

**Уравнения Максвелла в интегральной и дифференциальной форме.**

*Интегральная форма уравнений Максвелла:*

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}; \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV;$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}; \quad \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Величины, входящие в уравнения Максвелла, не являются независимыми и между ними существует следующая связь (изотропные несегнетоэлектрические и неферромагнитные среды):

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad \vec{j} = \gamma \vec{E}$$

[\$\epsilon\_0\$ и \$\mu\_0\$ — соответственно электрическая и магнитная постоянные; \$\epsilon\$ и \$\mu\$ — диэлектрическая и магнитная проницаемости; \$\gamma\$ — удельная проводимость вещества].

Из уравнений Максвелла вытекает, что источниками электрического поля могут быть либо электрические заряды, либо изменяющиеся во времени магнитные поля, а магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися электрическими зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями. Уравнения Максвелла не симметричны относительно электрического и магнитного полей. Это связано с тем, что в природе существуют электрические заряды, но нет зарядов магнитных.

*Интегральная форма уравнений Максвелла для стационарных полей:*

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0; \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q;$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I; \quad \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0,$$

т. е. источниками электрического поля в данном случае являются только электрические заряды, источниками магнитного — только токи проводимости. В данном случае электрические и магнитные поля независимы друг от друга, что и позволяет изучать отдельно *постоянные* электрическое и магнитное поля.

*Дифференциальная форма уравнений Максвелла.* Воспользовавшись известными из векторного анализа теоремами Стокса и Гаусса

$$\oint_L \vec{A} d\vec{l} = \int_S \text{rot } \vec{A} d\vec{S};$$

$$\oint_S \vec{A} d\vec{S} = \int_V \text{div } \vec{A} dV,$$

можно записать *уравнения Максвелла в дифференциальной форме:*

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \text{div } \vec{D} = \rho,$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad \text{div } \vec{B} = 0.$$

Если заряды и токи распределены в пространстве непрерывно, то обе формы уравнений Максвелла — интегральная и дифференциальная — эквивалентны. Однако когда имеются *поверхности разрыва* — поверхности, на которых свойства среды или полей меняются скачкообразно, то интегральная форма уравнений является более общей.

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме предполагают, что все величины в пространстве и времени изменяются непрерывно. Чтобы достичь математической эквивалентности обеих форм уравнений Максвелла, дифференциальную форму дополняют *граничными условиями*, которым должно удовлетворять электромагнитное поле на границе раздела двух сред.

Уравнения Максвелла — наиболее общие уравнения для электрических и магнитных полей в покоящихся средах.

Из уравнений Максвелла следует, что переменное магнитное поле всегда связано с порождаемым им электрическим полем, а переменное электрическое поле всегда связано с

порождаемым им магнитным, т. е. электрическое и магнитное поля неразрывно связаны друг с другом — они образуют единое *электромагнитное поле*.

**Уровни энергии** → см. *Яма потенциальная одномерная прямоугольная с бесконечно высокими «стенками»*.

**Ускорение** — характеристика неравномерного движения; определяет быстроту изменения скорости по модулю и направлению.

**Ускорение мгновенное (ускорение)** — векторная величина, определяемая первой производной скорости по времени

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Составляющие ускорения: *тангенциальная*  $\vec{a}_\tau$  — характеризует быстроту изменения скорости по модулю (направлена по касательной к траектории; рис. 197) и *нормальная*  $\vec{a}_n$  — характеризует быстроту изменения скорости по направлению (направлена к центру кривизны траектории; рис. 197).

*Полное ускорение* при криволинейном движении

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n, \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

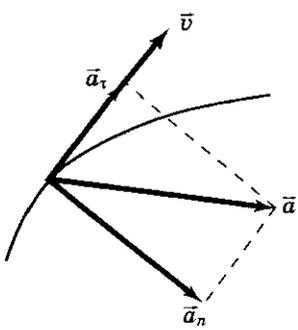


Рис. 197

**Ускорение полное** → см. *Ускорение мгновенное (ускорение)*.

**Ускорение среднее** неравномерного движения за промежуток времени  $\Delta t$  — векторная величина, равная отношению изменения скорости  $\Delta \vec{v}$  к промежутку времени, за которое это изменение произошло:

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

**Ускорение угловое** — вектор, определяемый первой производной угловой скорости по времени. При вращении тела вокруг неподвижной оси вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения в сторону вектора элементарного приращения угловой скорости. При ускоренном движении вектор  $\vec{\epsilon}$  сонаправлен вектору  $\vec{\omega}$  (рис. 198, а), при замедленном — противоположен ему (рис. 198, б).

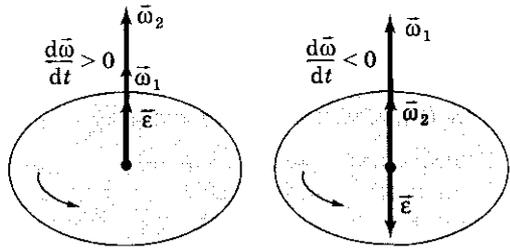


Рис. 198

**Условие интерференционного максимума** → см. *Интерференция света*.

**Условие интерференционного минимума** → см. *Интерференция света*.

**Условие нормировки вероятностей.** Вероятность найти частицу в момент времени  $t$  в некотором объеме  $V$ , согласно теореме сложения вероятностей,

$$W = \int_V dW = \int_V |\Psi|^2 dV$$

[ $dW = |\Psi|^2 dV$ ; см. *Функция волновая и ее статистический смысл*].

Проинтегрировав это выражение в бесконечных пределах, получим вероятность того, что частица в момент времени  $t$  находится где-то в пространстве. Это есть вероятность достоверного события, а ее в теории вероятностей считают равной 1. Поэтому принимают, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(x, y, z, t)|^2 dV = 1$$

— условие нормировки вероятностей. Функция  $\Psi$  в данном случае является нормированной волновой функцией.

Так как волновая функция — объективная характеристика состояния микрочастиц, то она должна удовлетворять ряду ограничений. Она должна быть конечной (вероятность не может быть больше единицы), однозначной (вероятность не может быть неоднозначной величиной) и непрерывной (вероятность не может изменяться скачком).

**Условия регулярности волновых функций** → см. Уравнение Шрёдингера для стационарных состояний.

**Участок цепи неоднородный** — участок цепи с источником тока (участок, на котором действуют сторонние силы).

**Участок цепи однородный** — участок, на котором не действуют сторонние силы.



**Фаза волны начальная** → см. Уравнение плоской волны.

**Фаза плоской волны** → см. Уравнение плоской волны.

**Фаза колебаний** → см. Гармонические колебания.

**Фаза колебаний начальная** → см. Гармонические колебания.

**Фермионы** → см. Принцип неразличимости тождественных частиц.

**Ферромагнетики** — вещества, обладающие спонтанной намагниченностью (намагничены даже при отсутствии внешнего магнитного поля). Ферромагнетики — сильномагнитные вещества, в то время как диа- и парамагнетики — слабомагнитные.

Для каждого ферромагнетика имеется определенная температура, называемая *точкой Кюри*, при которой он теряет свои магнитные свойства. При нагревании образца выше точки Кюри ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик. Переход вещества из ферромагнитного состояния в парамагнитное, происходящий в точке Кюри, не сопровождается поглощением или выделением теплоты.

Процесс намагничения ферромагнетиков сопровождается изменением его линейных размеров и объема. Это явление получило название *магнитоstriction*.

**Физика молекулярная** — раздел физики, изучающий строение и свойства вещества исходя из молекулярно-кинетических представлений, основывающихся на том, что все тела состоят из молекул, находящихся в непрерывном хаотическом движении.

**Фокус линзы** — точка  $F$ , лежащая на главной оптической оси, в которой пересекаются лучи параксиального светового пучка, распространяющиеся параллельно главной оптической оси.

**Формула барометрическая** → см. Распределение Больцмана во внешнем потенциальном поле.

**Формула Бальмера обобщенная** → см. Спектр атома водорода линейчатый.

**Формула Больцмана** → см. Энтропия.

**Формула Вульфа—Брэггов** → см. Дифракция на пространственной решетке.

**Формула Планка.** Планк, основываясь на квантовой гипотезе, вывел правильное, согласующееся с опытными данными выражение для спектральной плотности энергетической светимости черного тела:

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1}.$$

Таким образом, Планк теоретически вывел универсальную функцию Кирхгофа ( $r_{\nu, T}$ ), которая блестяще согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектрах излучения черного тела во всем интервале частот и температур.

Учитывая, что  $\nu = \frac{c}{\lambda}$  и  $r_{\lambda, T} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu, T}$ , можно перейти к другой записи формулы Планка:

$$r_{\lambda, T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(kT\lambda)} - 1}.$$

Из формулы Планка выводятся все частные законы, описывающие тепловое излучение, а также вычисляются постоянные в законах теплового излучения. Следовательно, формула Планка является полным решением основной задачи теплового излучения, поставленной Кирхгофом.

**Формула Томсона** → см. Уравнение свободных гармонических колебаний заряда в контуре дифференциальное.

**Формула тонкой линзы:**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

[ $f$  — фокусное расстояние линзы;  $a$  и  $b$  — расстояния от линзы до предмета и его изображения].

Если  $a = \infty$ , т. е. лучи падают на линзу параллельным пучком (рис. 199, а), соответствующее этому случаю расстояние  $b = OF = f$  (равно фокусному расстоянию). Если  $b = \infty$ , т. е. изображение находится в бесконечности и, следовательно, лучи выходят из линзы параллельным пучком (рис. 199, б), то  $a = OF = f$ . Таким образом, фокусные расстояния линзы, окруженные с обеих сторон одинаковой средой, равны.

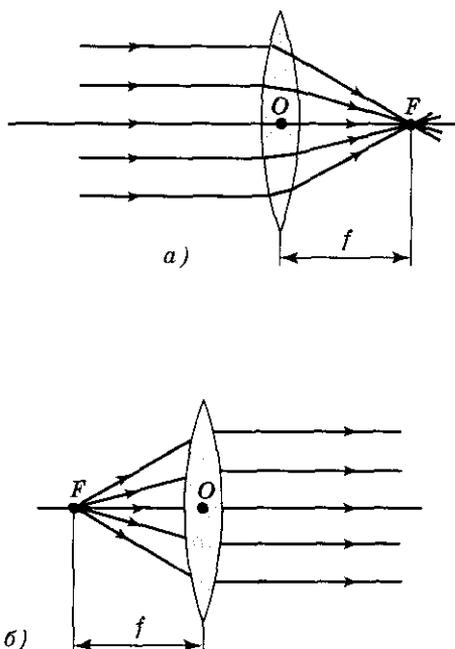


Рис. 199

**Формула Циолковского.** Применим уравнение движения тела переменной массы

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} - \vec{u} \frac{dm}{dt}$$

к движению ракеты, на которую не действуют внешние силы. Полагая  $\vec{F} = 0$  и считая, что скорость выбрасываемых газов относительно раке-

ты постоянна (ракета движется прямолинейно), запишем

$$m \frac{dv}{dt} = -u \frac{dm}{dt},$$

откуда получаем формулу Циолковского

$$v = -u \int_{m_0}^m \frac{dm}{m} = u \ln \frac{m_0}{m}.$$

Из формулы Циолковского следует, что:

- чем больше конечная масса  $m$  ракеты, тем больше должна быть стартовая масса  $m_0$  ракеты;

- чем больше скорость  $u$  истечения газов, тем больше может быть конечная масса при данной стартовой массе ракеты.

Эти выражения получены для нерелятивистских движений, т. е. для случаев, когда скорости  $v$  и  $u$  малы по сравнению со скоростью  $c$  распространения света в вакууме.

**Фотон.** Согласно гипотезе Эйнштейна, свет испускается, поглощается и распространяется дискретными порциями (*квантами*), названными *фотонами*, т. е. фотон — это квант электромагнитного поля.

*Энергия фотона*

$$\epsilon = h\nu.$$

Электромагнитная волна, несущая энергию  $\epsilon$ , обладает импульсом  $p = \frac{\epsilon}{c}$ . Такое же соотношение имеет место между энергией и импульсом фотона:

$$p = \frac{\epsilon}{c} = \frac{h\nu}{c}.$$

Из квантовых соотношений  $\epsilon = h\nu$  и  $p = \frac{h\nu}{c}$ , а также из общих принципов относительности следует, что масса фотона равна нулю и фотон движется со скоростью  $c$  —

скоростью распространения света в вакууме. Следовательно, фотон — особая частица, отличная от всех других элементарных частиц, таких, как электрон, протон и нейтрон, которые могут двигаться и со скоростями, меньшими  $c$ , и даже покоиться.

**Фотоны** — эта группа элементарных частиц состоит из одной частицы — *фотона* (см. табл. на с. 261).

**Фототок насыщения** → см. *Характеристика вольт-амперная фотоэффекта*.

**Фотоэмульсии ядерные** — простейший трековый детектор заряженных частиц. Прохождение заряженной частицы в эмульсии вызывает ионизацию, приводящую к образованию центров скрытого изображения. После проявления обнаруживается след, образованный зернами металлического серебра, который рассматривают в микроскоп. Так как эмульсия — среда более плотная, чем газ и жидкость, то при прочих равных условиях в эмульсии (по сравнению с вильсоновской и пузырьковой камерами) трек более короткий (например, трек длиной 0,5 мм в эмульсии эквивалентен треку в 1 м в камере Вильсона). Фотоэмульсии применяются для изучения реакций, вызываемых в ускорителях частицами сверхвысоких энергий и в космических лучах. Для исследований используют также *стопы* — большое число маркированных фотоэмульсионных фотопластинок, помещаемых на пути частиц и после проявления промеряемых под микроскопом.

**Фотоэффект вентильный** (разновидность внутреннего фотоэффекта) — возникновение ЭДС (фото-ЭДС) при освещении контакта двух разных полупроводников или полупроводника и металла (при отсутствии внешнего электрического поля).

**Фотоэффект внутренний** — вызванные электромагнитным излучением переходы электронов внутри полупроводника или диэлектрика из связанных состояний в свободные без вылета наружу.

**Фотоэффект внешний** — испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения.

**Фотоэффект многофотонный (нелинейный)**. Если интенсивность света очень большая (например, лазерные пучки), то электрон, испускаемый металлом, может одновременно получить энергию не от одного, а от  $N$  фотонов ( $N = 2 \div 7$ ).

*Уравнение Эйнштейна для многофотонного фотоэффекта*

$$Nh\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}.$$

В опытах с фокусируемыми лазерными пучками плотность фотонов очень большая, поэтому электрон может поглотить не один, а несколько фотонов. При этом электрон может приобрести энергию, необходимую для выхода из вещества, даже под действием света с частотой, меньшей красной границы (порог однофотонного фотоэффекта). В результате красная граница смещается в сторону более длинных волн.

**Фотоэффект нелинейный**  $\Rightarrow$  см. *Фотоэффект многофотонный*.

**Функции собственные**  $\Rightarrow$  см. *Уравнение Шрёдингера для стационарных состояний*.

**Функция волновая антисимметричная**  $\Rightarrow$  см. *Принцип неразличимости тождественных частиц*.

**Функция волновая и ее статистический смысл**. С движением частицы, обладающей определенной энергией и импульсом, связывается плоская

волна де Бройля (см. *Скорость волны де Бройля фазовая и групповая*).

В общем случае (произвольное движение частицы в произвольных силовых полях) состояние частицы в квантовой механике задается более сложной, вообще говоря комплексной, функцией  $\Psi(\vec{r}, t)$ , зависящей от координат и времени. Эту функцию называют *волновой функцией* (или *пси-функцией*). В частном случае свободного движения частицы волновая функция переходит в плоскую волну де Бройля.

По статистической интерпретации волновой функции, согласно Борну, вероятность найти частицу в момент времени  $t$  с координатами  $x$  и  $x + dx$ ,  $y$  и  $y + dy$ ,  $z$  и  $z + dz$  определяется интенсивностью волновой функции, т. е. квадратом пси-функции. Так как в общем случае  $\Psi$  — комплексная функция, а вероятность должна быть всегда действительной и положительной величиной, то за меру интенсивности принимается *квадрат модуля волновой функции*

$$|\Psi|^2 = \Psi^* \Psi$$

[ $\Psi^*$  — функция, комплексно сопряженная  $\Psi$ ].

Вероятность  $dW$  нахождения частицы в элементе объема  $dV$  в момент времени  $t$ , согласно статистической интерпретации  $\Psi$ -функции,

$$dW = |\Psi|^2 dV.$$

*Плотность вероятности*

$$w = \frac{dW}{dV} = |\Psi|^2$$

определяет вероятность нахождения частицы в момент времени  $t$  в окрестности данной точки пространства. Плотность вероятности — величина, наблюдаемая на опыте, в то время как сама волновая функция, являясь комплексной, наблюдению недоступна. В этом заключается существенное отличие в описании со-

стояний частиц в квантовой и классической механике (в классической механике величины, описывающие состояние частиц, наблюдаемы).

**Функция волновая координатная** → см. Уравнение Шрёдингера для стационарных состояний.

**Функция волновая нормированная** → см. Условие нормировки вероятностей.

**Функция волновая симметричная** → см. Принцип неразличимости тождественных частиц.

**Функция Кирхгофа универсальная** → см. Закон Кирхгофа.



**Характеристика вольт-амперная фотоэффекта** — зависимость фототока  $I$ , образуемого потоком электронов, испускаемых катодом под действием света, от напряжения  $U$  между электродами. Ее исследование возможно, например, с помощью установки, принципиальная схема которой представлена на рис. 200.

Два электрода (катод  $K$  из исследуемого металла и анод  $A$  — в схеме Столетова применялась металлическая сетка) в вакуумной

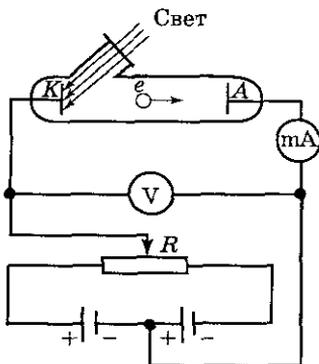


Рис. 200

трубке подключены к батарее так, что с помощью потенциометра  $R$  можно изменять не только значение, но и знак подаваемого на них напряжения. Ток, возникающий при освещении катода монохроматическим светом (через кварцевое окошко), измеряется включенным в цепь миллиамперметром.

Вольт-амперная характеристика, соответствующая двум различным освещенностям  $E_e$  катода (частота света в обоих случаях одинакова), приведена на рис. 201. По мере увеличения  $U$  фототок постепенно возрастает, т. е. все большее число фотоэлектронов достигает анода.

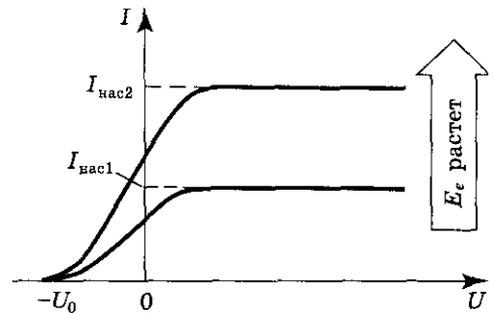


Рис. 201

Пологий характер кривых показывает, что электроны вылетают из катода с различной скоростью. Максимальное значение силы тока  $I$  (фототок насыщения) определяется таким значением  $U$ , при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода:

$$I_{\text{нас}} = en$$

[ $n$  — число электронов, испускаемых катодом в 1 с].

Из вольт-амперной характеристики следует, что при  $U = 0$  фототок не исчезает. Следовательно, электроны, выбитые светом из катода, обладают некоторой начальной скоростью  $v$ , а значит, и отличной от нуля кинетической энергией и могут

достигнуть анода без внешнего поля. Для того чтобы фототок стал равным нулю, необходимо приложить *задерживающее напряжение*  $U_0$ . При  $U = U_0$  ни один из электронов, даже обладающий при вылете из катода максимальной скоростью  $v_{\max}$ , не может преодолеть задерживающего поля и достигнуть анода. Следовательно,

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_0,$$

т. е., измерив задерживающее напряжение  $U_0$ , можно определить максимальную скорость и кинетическую энергию фотоэлектронов.

При изучении вольт-амперной характеристики разнообразных материалов при различной частоте падающего на катод излучения и различной энергетической освещенности катода и обобщения полученных данных были установлены *законы внешнего фотоэффекта*.

**Холодильник**  $\Rightarrow$  см. *Тепловой двигатель*.



**Центр качания**  $\Rightarrow$  см. *Маятник физический*.

**Центр линзы оптический** — точка, лежащая на главной оптической оси и обладающая тем свойством, что лучи проходят сквозь нее не преломляясь.

**Центр масс системы материальных точек** — воображаемая точка  $C$ , положение которой характеризуется распределением массы этой системы. Радиус-вектор точки  $C$

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{m}$$

$[m_i$  и  $\vec{r}_i$  — соответственно масса и радиус-вектор  $i$ -й материальной точки;  $n$  — число материальных точек в системе;  $m = \sum_{i=1}^n m_i$  — масса системы].

**Цепь переменного тока, содержащая последовательно включенные резистор, катушку индуктивности и конденсатор** (рис. 202, а), на концы которой подается переменное напряжение  $U = U_m \cos \omega t$ .

В цепи возникает переменный ток, который вызовет на всех элементах цепи соответствующее падение напряжения  $U_R, U_L, U_C$ . На рис. 202, б представлена векторная диаграмма амплитуд падений напряжений на резисторе ( $U_R$ ), катушке ( $U_L$ ) и конденсаторе ( $U_C$ ). Амплитуда  $U_m$  приложенного напряжения должна быть равна векторной сумме амплитуд этих падений напряжения. Как видно на рис. 202, б, угол  $\varphi$  определяет раз-

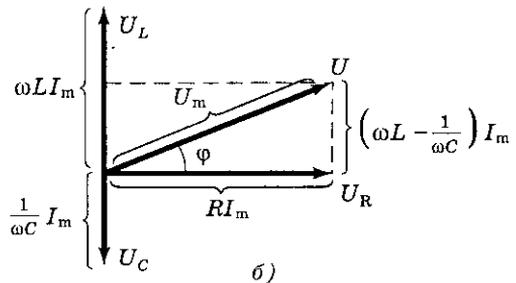
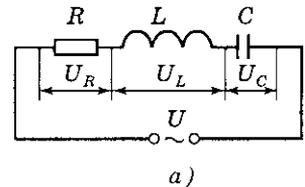


Рис. 202

ность фаз между напряжением и силой тока. Из рисунка следует, что

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}.$$

Амплитудное значение силы тока

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Следовательно, если напряжение в цепи изменяется по закону  $U = U_m \cos \omega t$ , то в цепи течет ток

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi)$$

[ $\varphi$  и  $I_m$  определяются вышеприведенными формулами].

*Полное сопротивление цепи*

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \\ &= \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}. \end{aligned}$$

*Реактивное сопротивление*

$$X = R_L - R_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}.$$

**Цикл**  $\rightarrow$  см. *Круговой процесс*.

**Цикл Карно** — прямой обратимый круговой процесс, состоящий из двух *изотерм* и двух *адиабат* (рис. 203).

*Рабочее тело* — идеальный газ, заключенный в сосуд с подвижным поршнем.

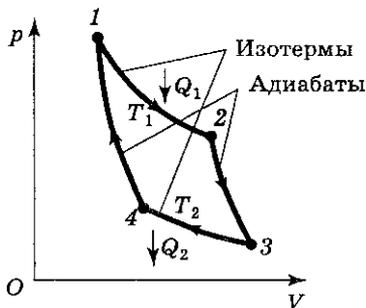


Рис. 203

Работа, совершаемая в рассматриваемых процессах (табл. 8):

Таблица 8

Процесс	Работа
Изотермическое расширение	$A_{12} = \frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = Q_1$
Адиабатное расширение	$A_{23} = -\frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1)$
Изотермическое сжатие	$A_{34} = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = -Q_2$
Адиабатное сжатие	$A_{41} = -\frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = -A_{23}$

Работа, совершаемая в результате кругового процесса,

$$\begin{aligned} A &= A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = \\ &= Q_1 + A_{23} - Q_2 - A_{23} = Q_1 - Q_2. \end{aligned}$$

Термический КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Из уравнений для адиабат  $2 \Rightarrow 3$  и  $4 \Rightarrow 1$

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1},$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}$$

получаем  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$ .

**Цикл обратный** — цикл, при котором совершается отрицательная работа  $A = \oint p dV < 0$  (цикл протекает против часовой стрелки; см. *Процесс круговой*).

**Цикл прямой** — цикл, при котором совершается положительная работа  $A = \oint p dV > 0$  (цикл протекает по часовой стрелке; см. *Процесс круговой*).

**Циркуляция вектора магнитной индукции** по замкнутому контуру — интеграл

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl$$

[ $d\vec{l}$  — вектор элементарной длины контура, направленной вдоль обхода контура;  $B_l = B \cos \alpha$  — составляющая вектора  $\vec{B}$  в направлении касательной к контуру (с учетом выбранного направления обхода);  $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{B}$  и  $d\vec{l}$ ].

**Циркуляция вектора напряженности электростатического поля.** Работа силы  $\vec{F}$  в поле точечного заряда  $Q$  на элементарном перемещении  $d\vec{l}$  заряда  $Q_0$  (рис. 204) равна

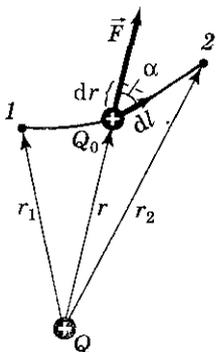


Рис. 204

$$dA = \vec{F} d\vec{l} = F dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r^2} dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r^2} dr.$$

Работа при перемещении заряда  $Q_0$  из точки 1 в точку 2

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{QQ_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{QQ_0}{r_1} - \frac{QQ_0}{r_2} \right)$$

не зависит от траектории перемещения, а определяется только положениями начальной 1 и конечной 2 точек. Следовательно, электростатическое поле точечного заряда является потенциальным, а электростатические силы — консервативными.

Работа по любому замкнутому пути  $L$

$$\oint_L dA = 0.$$

Если во внешнем поле перенести единичный точечный положительный заряд, то элементарная работа сил поля на пути  $d\vec{l}$  равна  $\vec{E} d\vec{l} = E_l dl$ , где  $E_l = E \cos \alpha$  — проекция вектора  $\vec{E}$  на направление элементарного перемещения. Тогда циркуляция вектора напряженности

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \oint_L E_l dl = 0.$$

Следовательно, циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю. Такое силовое поле называется *потенциальным*.

**Цуг волновой.** Волны, излучаемые любыми независимыми источниками света, всегда некогерентны. В двух самостоятельных источниках света атомы излучают независимо друг от друга. В каждом из таких атомов процесс излучения конечен и длится очень короткое время ( $\tau \approx 10^{-8}$  с). За это время возбужденный атом возвращается в нормальное состояние и излучение им света прекращается. Возбуждись вновь, атом снова начинает испускать световые волны, но уже с новой начальной фазой. Так как разность фаз между излучением

двух таких независимых атомов изменяется при каждом новом акте испускания, то волны, спонтанно излучаемые атомами любого источника света, некогерентны. Волны, испускаемые атомами, лишь в течение интервала времени  $\approx 10^{-8}$  с имеют приблизительно постоянные амплитуду и фазу колебаний, тогда как за больший промежуток времени и амплитуда, и фаза изменяются. Прерывистое излучение света атомами в виде отдельных коротких импульсов называется *волновым цугом*.

Описанная модель испускания света справедлива и для любого макроскопического источника, так как атомы светящегося тела излучают свет также независимо друг от друга. Это означает, что начальные фазы соответствующих им волновых цугов не связаны между собой. Помимо этого, даже для одного и того же атома начальные фазы разных цугов отличаются для двух последующих актов излучения. Следовательно, свет, испускаемый макроскопическим источником, некогерентен.

## 4

**Частота вращения** — число полных оборотов, совершаемых телом при равномерном его движении по окружности в единицу времени:

$$n = \frac{1}{T} = \frac{N}{t}$$

[ $N$  — число оборотов, совершаемых телом за промежуток времени  $t$ ].

**Частота колебаний** — число полных колебаний, совершаемых в единицу времени:

$$\nu = \frac{1}{T}$$

[ $T$  — период колебаний].

**Частота колебательной системы собственной**  $\Rightarrow$  см. *Резонанс механический*.

**Частота контура собственной**  $\Rightarrow$  см. *Уравнение свободных гармонических колебаний заряда в контуре дифференциальное*.

**Частота круговая**  $\Rightarrow$  см. *Частота циклическая*.

**Частота циклическая (круговая)**  $\Rightarrow$  см. *Гармонические колебания; Уравнение плоской волны*.

**Частицы тождественные** — частицы, обладающие одинаковыми физическими свойствами: массой, спином, электрическим зарядом и другими внутренними характеристиками (квантовыми числами).

**Четность  $P$**  — квантовое число, характеризующее симметрию волновой функции элементарной частицы (или системы элементарных частиц) относительно зеркального отражения. Если при зеркальном отражении волновая функция частицы не меняет знака, то четность частицы  $P = +1$  (четность положительная), если меняет знак, то четность частицы  $P = -1$  (отрицательная).

**Закон сохранения четности:** при всех превращениях, претерпеваемых системой частиц, четность состояния не изменяется.

Сохранение четности связано со свойством зеркальной симметрии пространства и указывает на инвариантность законов природы по отношению к замене правого левым, и наоборот. Впоследствии оказалось, что в слабых взаимодействиях закон сохранения четности может нарушаться. *Закон сохранения четности, как и закон сохранения странности, выполняется только при сильных и электромагнитных взаимодействиях.*

**Числа квантовые.** Общее решение уравнения Шрёдингера для стационарных состояний в сферических координатах:

$$\psi(r, \vartheta, \varphi) = R_{n,l}(r) \theta_{l,m_l}(\vartheta) \Phi_{m_l}(\varphi)$$

$[R_{n,l}(r)$  — радиальная волновая функция, зависящая только от  $r$  ( $n$  и  $l$  — целые числа); функция  $\theta(\vartheta)$  имеет два целочисленных индекса:  $l$  и  $m_l$ ; функция  $\Phi(\varphi)$  — один целочисленный индекс  $m_l$ ].

Главное квантовое число  $n$ , согласно формуле

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2},$$

определяет энергетические уровни электрона в атоме и может принимать любые целочисленные значения начиная с единицы:

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

Из решения уравнения Шрёдингера вытекает, что момент импульса (механический, орбитальный момент) электрона квантуется, т. е. не может быть произвольным, а принимает дискретные значения:

$$L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}$$

$[l$  — орбитальное квантовое число, которое при заданном  $n$  принимает значения  $l = 0, 1, \dots, (n-1)$ , т. е. всего  $n$  значений, и определяет момент импульса электрона в атоме].

Вектор  $\vec{L}_l$  момента импульса электрона может иметь лишь такие ориентации в пространстве, при которых его проекция  $L_{lz}$  на направление  $z$  внешнего магнитного поля принимает квантованные значения, кратные  $\hbar$ :

$$L_{lz} = \hbar m_l$$

$[m_l$  — магнитное квантовое число, которое при заданном  $l$  может при-

нимать значения  $m_l = 0, \pm 1, \dots, \pm l$ , т. е. всего  $2l + 1$  значений].

Магнитное квантовое число  $m_l$  определяет проекцию момента импульса электрона на заданное направление, причем вектор момента импульса электрона в атоме может иметь в пространстве  $2l + 1$  ориентаций.

Вероятность обнаружения электрона в различных частях атома различна. Электрон при своем движении как бы «размазан» по всему объему, образуя электронное облако, плотность (густота) которого характеризует вероятность нахождения электрона в различных точках объема атома.

Квантовые числа  $n$  и  $l$  характеризуют размер и форму электронного облака, а квантовое число  $m_l$  характеризует ориентацию электронного облака в пространстве.

В атомной физике, по аналогии со спектроскопией, состояние электрона характеризуют квантовыми числами:

$l = 0$  называют *s-состоянием* (электрон в этом состоянии называют *s-электроном*);

$l = 1$  называют *p-состоянием*;

$l = 2$  называют *d-состоянием*;

$l = 3$  называют *f-состоянием*

и т. д.

Значение главного квантового числа указывается перед условным обозначением орбитального квантового числа. Например, электроны в состояниях с  $n = 2$  и  $l = 0$  и  $1$  обозначают соответственно символами  $2s$  и  $2p$ .

На рис. 205 для примера приведено распределение электронной плотности (формы электронного облака)  $|\psi_{nlm_l}|^2$  для состояний атома водорода при  $n = 1$  и  $n = 2$ . Оно зависит от  $n$ ,  $l$  и  $m_l$ .

Так, при  $l = 0$  электронная плотность отлична от нуля в центре и не зависит от направления (сферически-симметрична), а для остальных состояний в центре равна нулю и зависит от направления.

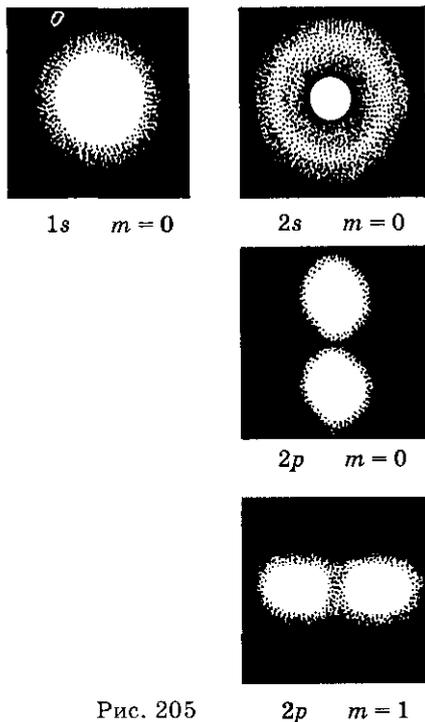


Рис. 205

**Число барионное  $B$**  — квантовое число, приписываемое элементарным частицам, относящимся к группе адронов.

Адроны с  $B = 0$  образуют подгруппу мезонов (пионы, каоны,  $\eta$ -мезон), а адроны с  $B = +1$  образуют подгруппу барионов (к ним относят нуклоны и гипероны). Для лептонов и фотона  $B = 0$ .

**Число волновое**  $\Rightarrow$  см. Уравнение плоской волны.

**Число зарядовое  $Z$**  — число протонов в ядре, совпадающее с порядковым номером химического элемента в периодической системе элементов Менделеева.

**Число квантовое**  $\Rightarrow$  см. Яма потенциальная одномерная прямоугольная с бесконечно высокими «стенками»; Радиусы разрешенных орбит в бордовской модели атома водорода.

**Число квантовое главное**  $\Rightarrow$  см. Числа квантовые.

**Число квантовое магнитное**  $\Rightarrow$  см. Числа квантовые.

**Число квантовое орбитальное**  $\Rightarrow$  см. Числа квантовые.

**Число квантовое спиновое**  $\Rightarrow$  см. Спин электрона.

**Число квантовое спиновое магнитное**  $\Rightarrow$  см. Спин электрона.

**Число квантовое спиновое ядерное**  $\Rightarrow$  см. Спин (собственный момент импульса) ядра.

**Число лептонное  $L$**  — квантовое число, приписываемое элементарным частицам, относящимся к группе лептонов. Обычно принимают, что  $L = +1$  для лептонов ( $e^-, \mu^-, \tau^-, \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ),  $L = -1$  для антилептонов ( $e^+, \mu^+, \tau^+, \tilde{\nu}_e, \tilde{\nu}_\mu, \tilde{\nu}_\tau$ ) и  $L = 0$  для всех остальных элементарных частиц.

**Число массовое  $A$**  — общее число нуклонов в атомном ядре. Таким образом, разность чисел  $N = A - Z$  определяет число нейтронов в ядре. Нуклонам (протону и нейтрону) приписывается  $A = 1$ , электрону  $-A = 0$ .

Для обозначения ядер используется символическая запись. Например,  ${}^{27}_{13}\text{Al}$ ,  ${}^{238}_{92}\text{U}$  и т. д.

${}^A_Z X$  — символ химического элемента,

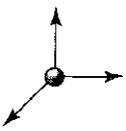
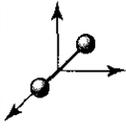
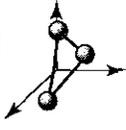
$A$  — массовое число (число нуклонов в ядре),

$Z$  — атомный номер (число протонов в ядре).

**Число степеней свободы** — число независимых переменных, полностью определяющих положение системы в пространстве.

**Число степеней свободы молекул газов**  
(табл. 9):

Таблица 9

Газ	Модель молекулы газа	Число степеней свободы • поступательные • вращательные • всего
одно-атомный		пост. 3 вр. — Всего: 3
двух-атомный		пост. 3 вр. 2 Всего: 5
много-атомный		пост. 3 вр. 3 Всего: 6

В состоянии термодинамического равновесия на каждую поступательную и вращательную степени свободы приходится в среднем кинетическая энергия  $kT/2$ .



**Ширина интерференционной полосы**  
→ см. *Расчет интерференционной картины от двух источников.*

**Шкала электромагнитных волн.** Электромагнитные волны, обладая широким диапазоном частот (длин волн) отличаются по способам их генерации и регистрации, а также по своим свойствам. В табл. 10 представлены различные виды электромагнитных волн, хотя следует отметить, что граница между различными их видами условна.

**Шкалы температурные.** В соответствии с решением XI Генеральной конференции по мерам и весам (1960) можно применять только две температурные шкалы — *термодинамическую* и *Международную практическую*, градуированные соответственно в кельвинах (К) и градусах Цельсия (°С).

В *Международной практической шкале* температура замерзания и кипения воды при давлении  $1,013 \cdot 10^5$  Па равна соответственно

Таблица 10

Вид излучения	Длина волны, м	Частота волны, Гц	Источник излучения
Радиоволны	$10^3 - 10^{-4}$	$3 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^{12}$	Колебательный контур, генераторы радиочастот, генераторы СВЧ
Световые волны: инфракрасное излучение	$5 \cdot 10^{-4} - 8 \cdot 10^{-7}$	$6 \cdot 10^{11} - 3,75 \cdot 10^{14}$	Лампы, лазеры
видимый свет	$8 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}$	$3,75 \cdot 10^{14} - 7,5 \cdot 10^{14}$	
ультрафиолетовое излучение	$4 \cdot 10^{-7} - 10^{-9}$	$7,5 \cdot 10^{14} - 3 \cdot 10^{17}$	
Рентгеновское излучение	$2 \cdot 10^{-9} - 6 \cdot 10^{-12}$	$1,5 \cdot 10^{17} - 5 \cdot 10^{19}$	Трубка Рентгена
γ-Излучение	$< 6 \cdot 10^{-12}$	$> 5 \cdot 10^{19}$	Радиоактивный распад, ядерные процессы, космические процессы

0 и 100 °С (реперные точки). Термодинамическая температурная шкала определяется по одной реперной точке, в качестве которой взята тройная точка воды (температура, при которой лед, вода и насыщенный пар при давлении 609 Па находятся в термодинамическом равновесии). Температура этой точки по термодинамической шкале равна 273,16 К (точно).

В термодинамической шкале температура замерзания воды равна 273,15 К (при том же давлении, что и в Международной практической шкале), поэтому, по определению, термодинамическая температура и температура по Международной практической шкале связаны соотношением

$$T = 273,15 + t.$$

### Э

**Экстратоки самоиндукции.** При изменении силы тока в проводящем контуре возникает ЭДС самоиндукции, в результате чего в контуре появляются дополнительные токи, называемые *экстратоками самоиндукции*. Экстратоки самоиндукции, согласно правилу Ленца, всегда направлены так, чтобы препятствовать изменениям тока в цепи, т. е. направлены противоположно току, создаваемому источником. При выключении источника тока экстратоки имеют такое же направление, что и ослабевающий ток. Следовательно, наличие индуктивности в цепи приводит к замедлению исчезновения или установления тока в цепи.

При размыкании цепи, содержащей источник тока с ЭДС  $\mathcal{E}$ , резистор сопротивлением  $R$  и катушку индуктивностью  $L$ , сила тока

убывает по экспоненциальному закону  $I = I_0 e^{-t/\tau}$  (см. кривую 1 на рис. 206), где  $I_0$  — установившееся значение силы тока;  $\tau = \frac{L}{R}$  — *время релаксации* — промежуток времени, за который сила тока уменьшается в  $e$  раз.

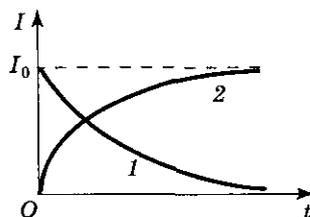


Рис. 206

При замыкании цепи сила тока

$$I = I_0(1 - e^{-t/\tau})$$

(см. кривую 2 на рисунке).

Сила тока возрастает от начального значения  $I = 0$  и асимптотически стремится к установившемуся значению  $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$ . Скорость нарастания тока определяется тем же временем релаксации  $\tau = \frac{L}{R}$ , что и убывание тока. Установление тока происходит тем быстрее, чем меньше индуктивность цепи и больше ее сопротивление.

**Емкость конденсатора**  $\rightarrow$  см. *Конденсаторы и их типы*.

**Емкость уединенного проводника** определяется зарядом, сообщенного которому проводнику изменяет его потенциал на единицу:

$$C = \frac{Q}{\varphi}$$

[ $Q$  — заряд, сообщенный проводнику;  $\varphi$  — потенциал проводника].

**Электрон**  $\rightarrow$  см. *Заряд электрический*.

**Энергия** — универсальная мера различных форм движения и взаимодействия.

**Энергия заряда потенциальная** → см. Потенциал электростатического поля.

**Энергия возбуждения** — энергия, которую необходимо сообщить атому, чтобы электрон из основного состояния перешел в одно из возбужденных состояний.

**Энергия ионизации** — энергия, необходимая для удаления электрона из атома, находящегося в основном состоянии.

**Энергия кинетическая вращения.** Мысленно разобьем абсолютно твердое тело, вращающееся около неподвижной оси  $Z$  (рис. 207), на элементарные объемы. Элементарные объемы массами  $m_i$  опишут окружности различных радиусов  $r_i$  и будут двигаться с разной скоростью  $v_i$ . Кинетическая энергия вращающегося тела

$$T_{\text{вр}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2},$$

Угловая скорость вращения объемов одинакова (тело — абсолютно твердое):

$$\omega = v_1/r_1 = v_2/r_2 = \dots = v_n/r_n.$$

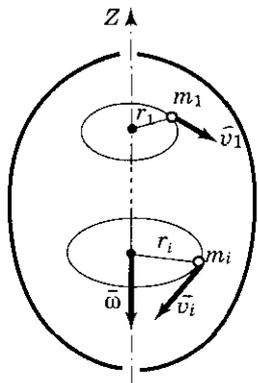


Рис. 207

Тогда

$$T_{\text{вр}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \omega^2}{2} r_i^2 = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \frac{J_z \omega^2}{2}$$

[ $J_z$  — момент инерции тела относительно оси  $Z$ ].

**Энергия кинетическая движущегося тела.** Работа  $dA$  силы  $\vec{F}$  на пути, который тело прошло за время возрастания скорости от 0 до  $v$ , идет на увеличение кинетической энергии тела:

$$dA = dT,$$

$$\vec{F} d\vec{r} = m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{r} = m \vec{v} d\vec{v} = mv dv = dT,$$

откуда

$$T = \int_0^v mv dv = \frac{mv^2}{2}.$$

Расчет велся для *инерциальной системы отсчета* (использовался второй закон Ньютона).

В разных инерциальных системах отсчета, движущихся друг относительно друга, скорость тела, а следовательно, и кинетическая энергия будут неодинаковы. Кинетическая энергия всегда положительна.

**Энергия кинетическая механической системы** — энергия механического движения этой системы.

**Энергия магнитного поля.** Проводник, по которому протекает электрический ток, всегда окружен магнитным полем, причем магнитное поле появляется и исчезает вместе с появлением и исчезновением тока. Магнитное поле, подобно электрическому, является носителем энергии. Естественно предположить, что энергия магнитного поля равна работе, которая затрачивается токком на создание этого поля.

Рассмотрим контур индуктивностью  $L$ , по которому течет ток  $I$ . С данным контуром сцеплен магнитный поток  $\Phi = LI$ , причем при изменении тока на  $dI$  магнитный поток изменяется на

$$d\Phi = L dI.$$

Для изменения магнитного потока на величину  $d\Phi$  необходимо совершить работу

$$dA = I d\Phi = LI dI.$$

Тогда работа по созданию магнитного потока  $\Phi$  равна

$$A = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Энергия магнитного поля, связанного с контуром,

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

**Энергия механическая полная** — энергия механического движения и взаимодействия (равна сумме кинетической и потенциальной энергии):

$$E = T + \Pi.$$

**Энергия нулевых колебаний** → см. *Осциллятор линейный гармонический*.

**Энергия поверхностная.** Суммарная энергия частиц жидкости складывается из энергии их хаотического (теплого) движения и потенциальной энергии, обусловленной силами межмолекулярного взаимодействия. Для перемещения молекулы из глубины жидкости в поверхностный слой надо затратить работу. Эта работа совершается за счет кинетической энергии молекул и идет на увеличение их потенциальной энергии. Поэтому молекулы поверхностного слоя жидкости обладают большей по-

тенциальной энергией, чем молекулы внутри жидкости. Эта дополнительная энергия, которой обладают молекулы в поверхностном слое жидкости, называемая *поверхностной энергией*, пропорциональна площади слоя  $\Delta S$ :

$$\Delta E = \sigma \Delta S$$

[ $\sigma$  — поверхностное натяжение].

**Энергия потенциальная** — механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

Работа консервативных сил при элементарном (бесконечно малом) изменении конфигурации системы равна приращению потенциальной энергии, взятому с обратным знаком, поскольку работа совершается за счет убыли потенциальной энергии

$$dA = -d\Pi,$$

$$\bar{F} d\vec{r} = -d\Pi, \quad \Pi = -\int \bar{F} d\vec{r} + C$$

[ $C$  — постоянная интегрирования].

Потенциальная энергия определяется с точностью до некоторой произвольной постоянной. Это не отражается на физических законах, так как в них входит или разность потенциальных энергий в двух положениях тела, или производная  $\Pi$  по координатам. Поэтому потенциальную энергию тела в каком-то определенном положении считают равной нулю (выбирают нулевой уровень отсчета), а энергию тела в других положениях отсчитывают относительно нулевого положения.

**Энергия потенциальная гравитационного взаимодействия** → см. *Работа в поле тяготения*.

**Энергия потенциальная упругорастянутого (упругосжатого) стержня** равна работе, совершаемой внешними силами при деформации:

$$\Pi = A = \int_0^{\Delta l} F dx$$

где  $x$  — абсолютное удлинение стержня, изменяющееся в процессе деформации от 0 до  $\Delta l$ . Согласно закону Гука,  $F = kx = ESx/l$ . Поэтому

$$\Pi = \int_0^{\Delta l} \frac{ES}{l} x dx = \frac{1}{2} \frac{ES}{l} (\Delta l)^2,$$

т. е. потенциальная энергия упругорастянутого стержня пропорциональна квадрату деформации  $(\Delta l)^2$ .

**Энергия реального газа внутренняя** складывается из кинетической энергии теплового движения его молекул (определяет внутреннюю энергию идеального газа, равную  $C_V T$ ) и потенциальной энергии межмолекулярного взаимодействия. Потенциальная энергия реального газа обусловлена только силами притяжения между молекулами. Наличие сил притяжения приводит к возникновению *внутреннего давления* на газ:

$$p' = \frac{a}{V_m}.$$

Работа, затрачиваемая на преодоление сил притяжения между молекулами газа, идет на увеличение потенциальной энергии системы:

$$dA = p' dV_m = d\Pi \quad \text{или} \quad d\Pi = \frac{a}{V_m^2} dV,$$

откуда

$$\Pi = -\frac{a}{V_m}$$

(постоянная интегрирования принята равной нулю). Тогда внутренняя энергия 1 моль реального газа

$$U_m = C_V T - \frac{a}{V_m}$$

растет с повышением температуры и увеличением объема.

**Энергия связи ядра** — это энергия, необходимая для расщепления ядра на отдельные нуклоны. Энергия связи нуклонов в ядре

$$E_{св} = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_{я}]c^2$$

$[m_p, m_n, m_{я}$  — соответственно масса протона, нейтрона и ядра. В таблицах обычно приводятся не масса  $m_{я}$  ядер, а масса  $m$  атомов]. Поэтому для энергии связи ядра пользуются формулой

$$E_{св} = [Zm_H + (A - Z)m_n - m]c^2$$

$[m_H$  — масса атома водорода]. Так как  $m_H$  больше  $m_p$  на величину  $m_e$ , то первый член в квадратных скобках включает в себя массу  $Z$  электронов. Но так как масса атома  $m$  отличается от массы ядра  $m_{я}$  как раз на массу  $Z$  электронов, то вычисления по обеим формулам приводят к одинаковым результатам.

**Энергия связи данного состояния** — энергия, необходимая для удаления электрона из атома, находящегося в данном возбужденном состоянии.

**Энергия связи ядра удельная** — энергия связи, приходящаяся на один нуклон:

$$\delta E_{св} = \frac{E_{св}}{A}.$$

Она характеризует устойчивость (прочность) атомных ядер: чем больше  $\delta E_{св}$ , тем устойчивее яд-

ро; зависит от массового числа химического элемента (рис. 208).

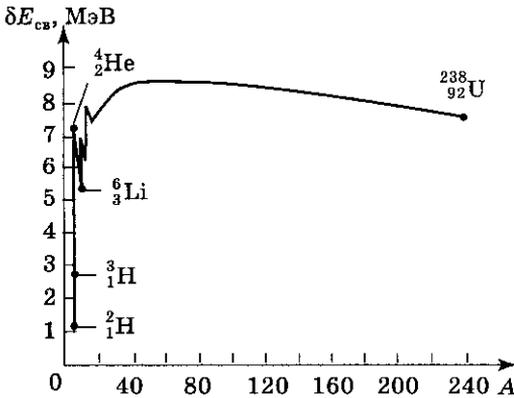


Рис. 208

Для легких ядер ( $A \leq 12$ ) удельная энергия связи возрастает до  $6 + 7$  МэВ, претерпевая целый ряд скачков (например, для  ${}^2_1\text{H}$   $\delta E_{\text{св}} = 1,1$  МэВ, для  ${}^4_2\text{He}$  —  $7,1$  МэВ, для  ${}^6_3\text{Li}$  —  $5,3$  МэВ), затем более медленно возрастает до максимальной величины  $8,7$  МэВ у элементов с  $A = 50 + 60$ , постепенно уменьшается у тяжелых элементов (например, для  ${}^{238}_{92}\text{U}$  она составляет  $7,6$  МэВ).

Из зависимости удельной энергии связи от массовых чисел вытекает, что энергетически выгодны следующие процессы:

- деление тяжелых ядер на более легкие;
- слияние легких ядер в более тяжелые.

При этих процессах выделяется огромное количество энергии; эти процессы в настоящее время осуществляются практически (реакции деления и термоядерные реакции).

**Энергия термодинамической системы внутренняя  $U$**  — энергия хаотического (теплового) движения микрочастиц системы (молекул, атомов, электронов, ядер и т.д.) и энергия взаимодействия этих частиц.

Внутренняя энергия — однозначная функция термодинамического состояния системы, т. е. в каждом состоянии система обладает вполне определенной внутренней энергией (она не зависит от того, как система пришла в данное состояние).

**Энергия электрона в атоме водорода по Бору.** Полная энергия электрона в атоме водорода складывается из

его кинетической энергии  $\left( \frac{m_e v^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right)$  и потенциальной энергии в электростатическом поле ядра  $\left( -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right)$ :

$$E = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Учитывая квантованные для радиусов стационарных орбит значения  $r_n = n^2 \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{m_e e^2}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) (см. Радиусы разрешенных орбит в боровской теории атома водорода), получаем

$$E_n = -\frac{1}{2} \frac{m_e e^4}{n^2 8\hbar^2 \epsilon_0} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (1)$$

[знак минус означает, что электрон находится в связанном состоянии].

Из этой формулы следует, что энергия электрона в атоме водорода может принимать только дискретные значения, т. е. энергия атома квантуется. Подставив в (1) фундаментальные постоянные и выразив

энергию в электронвольтах, получим, что

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ эВ} \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

т. е. энергетические состояния атома водорода образуют последовательность энергетических уровней, изменяющихся в зависимости от  $n$ . Состоянию с минимальной энергией, или основному состоянию, соответствует  $n = 1$ , а его энергия  $E_1 = -13,6$  эВ. Состояния с  $n > 1$  являются *возбужденными*.

### Энергия электрона в атоме водорода при квантово-механическом описании.

В теории дифференциальных уравнений доказывается, что решения уравнения Шрёдингера для стационарных состояний в сферических координатах являются непрерывными, однозначными и конечными в следующих случаях:

- при любых положительных непрерывных значениях энергии;
- при дискретных отрицательных значениях энергии.

Первый случай соответствует свободному электрону (заштрихованная область на рис. 209), второй — получаемым из уравнения Шрёдингера собственным значениям энергии

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

в точности совпадающим с уровня-

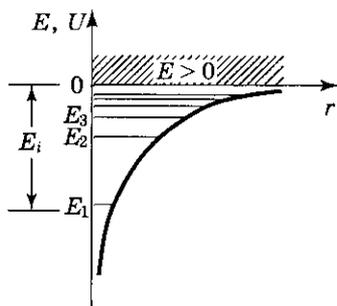


Рис. 209

ми энергии в модели атома Бора! (см. *Энергия электрона в атоме водорода по Бору*).

Следовательно, решение уравнения Шрёдингера приводит для атома водорода к появлению дискретных энергетических уровней  $E_1, E_2, \dots, E_n$ , показанных на рисунке в виде горизонтальных прямых. Самый нижний уровень  $E_1$ , отвечающий минимально возможной энергии, — основной, все остальные ( $E_n > E_1, n = 2, 3, \dots$ ) — возбужденные. Электрон находится внутри гиперболической потенциальной ямы

(потенциальная энергия взаимодействия с ядром в атоме водорода  $U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ ). При  $E < 0$  движение

электрона является связанным. Электрон находится внутри гиперболической «потенциальной ямы». Из рисунка следует, что по мере роста главного квантового числа  $n$  энергетические уровни располагаются теснее и при  $n = \infty$   $E_\infty = 0$ . При  $E > 0$  движение электрона является свободным. Хотя выражения для энергии в квантовой механике и теории Бора совпадают, но если Бору пришлось вводить дополнительные постулаты, то в квантовой механике дискретные значения энергии, являясь следствием самой теории, вытекают непосредственно из решения уравнения Шрёдингера.

**Энтропия** (введена Клаузиусом, 1865 г.). Для выяснения физического смысла этой величины введем понятие *приведенного количества теплоты* — физическая величина, равная отношению количества теплоты  $Q$ , полученного телом в изотермическом процессе, к температуре  $T$  теплоотдающего тела. При-

веденное количество теплоты, сообщаемое телу на бесконечно малом участке процесса, равно  $\delta Q/T$ .

*Приведенное количество теплоты, сообщаемое телу в любом обратимом круговом процессе, равно нулю:*

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0.$$

Подынтегральное выражение — полный дифференциал некоторой функции, которая определяется только состоянием системы и не зависит от пути, каким система пришла в это состояние:

$$\frac{\delta Q}{T} = dS.$$

Энтропия — функция состояния, полным дифференциалом которой является  $\delta Q/T$ .

Энтропия замкнутой системы может либо возрасть (в случае необратимых процессов), либо оставаться постоянной (в случае обратимых процессов):

$\Delta S \geq 0$  — неравенство Клаузиуса.

Если система совершает равновесный переход из состояния 1 в состояние 2, то изменение энтропии

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU + \delta A}{T}$$

[подынтегральное выражение и пределы интегрирования определяются через величины, характеризующие исследуемый процесс].

Энтропия определяется с точностью до аддитивной постоянной. Физический смысл имеет не сама энтропия, а разность энтропий.

Энтропия связывается с термодинамической вероятностью состояния системы — числом способов, которыми может быть реализовано данное состояние макроскопической системы, или числом микро-

состояний, осуществляющих данное макросостояние [по определению,  $W \geq 1$ , т. е. термодинамическая вероятность не есть вероятность в математическом смысле (последняя  $< 1!$ )].

**Формула Больцмана:**

$$S = k \ln W$$

[ $k$  — постоянная Больцмана].

Энтропия определяется логарифмом числа микросостояний, с помощью которых может быть реализовано данное макросостояние. Следовательно, энтропия может рассматриваться как мера вероятности состояния термодинамической системы. Формула Больцмана позволяет дать энтропии следующее статистическое толкование: энтропия является мерой неупорядоченности системы.

**Эффект Вавилова—Черенкова:** электромагнитное излучение, возникающее при движении релятивистских заряженных частиц в среде с постоянной скоростью  $v$ , превышающей фазовую скорость света в этой среде, т. е. при условии  $v > c/n$ .

Согласно электромагнитной теории, заряженная частица (например, электрон) излучает электромагнитные волны лишь при движении с ускорением. Оказалось, что это утверждение справедливо только до тех пор, пока скорость заряженной частицы не превышает фазовую скорость  $c/n$  электромагнитных волн в среде, в которой частица движется. Если частица обладает скоростью  $v > c/n$ , то, даже двигаясь равномерно, она будет излучать электромагнитные волны. Таким образом, электрон, движущийся в прозрачной среде со скоростью, превышающей фазовую скорость света в данной среде, должен сам излучать свет.

Отличительная особенность эффекта Вавилова—Черенкова: рас-

пространение не по всем направлениям, а лишь по направлениям, составляющим острый угол  $\theta$  с траекторией частицы, т. е. вдоль образующих конуса, ось которого совпадает с направлением скорости частицы:

$$\cos\theta = \frac{c}{nv}$$

[ $\theta$  — угол между направлением распространения излучения и вектором скорости частицы;  $n$  — показатель преломления среды].

**Эффект диамагнитный**  $\rightarrow$  см. *Диамагнетики*.

**Эффект Доплера в акустике** — изменение частоты колебаний, воспринимаемой приемником, при движении источника этих колебаний и приемника друг относительно друга

$$v = \frac{(v \pm v_{\text{пр}})v_0}{v \mp v_{\text{ист}}}$$

[ $v$  — частота звука, воспринимаемая движущимся приемником;  $v_0$  — частота звука, посылаемая источником;  $v_{\text{пр}}$  — скорость движения приемника;  $v_{\text{ист}}$  — скорость движения источника;  $v$  — скорость распространения звука. Верхний знак берется, если при движении источника или приемника происходит их сближение, нижний знак — в случае их взаимного удаления].

*Эффект Доплера в акустике* объясняется тем, что частота колебаний, воспринимаемых приемником, определяется скоростью движения источника колебаний и приемника относительно среды, в которой происходит распространение звуковых волн.

**Эффект Доплера для электромагнитных волн.** Эффект Доплера наблюда-

ется также при движении друг относительно друга источника и приемника электромагнитных волн. Так как особой среды, служащей носителем электромагнитных волн, не существует, то частота световых волн, воспринимаемых приемником (наблюдателем), определяется только относительной скоростью источника и приемника (наблюдателя). Закономерности эффекта Доплера для электромагнитных волн устанавливаются на основе *специальной теории относительности*.

Теория относительности приводит к следующей формуле, описывающей эффект Доплера для электромагнитных волн в вакууме:

$$v = v_0 \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + (v/c) \cos\theta} \quad (1)$$

[ $v$  — скорость источника света относительно приемника;  $c$  — скорость света в вакууме;  $\theta$  — угол между вектором скорости  $\vec{v}$  и направлением наблюдения, измеряемый в системе отсчета, связанной с наблюдателем].

При  $\theta = 0$

$$v = v_0 \frac{\sqrt{1 - v/c}}{\sqrt{1 + v/c}} \quad (2)$$

— продольный эффект Доплера, наблюдаемый при движении приемника вдоль линии, соединяющей его с источником. При  $v \ll c$ , разлагая (2) в ряд и пренебрегая членом второго порядка, получаем

$$v = v_0(1 - v/c).$$

Следовательно, при удалении источника и приемника друг от друга (при их положительной относительной скорости) наблюдается сдвиг в более длинноволновую область ( $v < v_0$ ,  $\lambda > \lambda_0$ ) — так

называемое *красное смещение*. При сближении же источника и приемника (при их отрицательной относительной скорости) наблюдается сдвиг в более коротковолновую область ( $\nu > \nu_0$ ,  $\lambda < \lambda_0$ ) — *фиолетовое смещение*.

При  $\theta = \pi/2$  выражение (1) примет вид

$$v = v_0 \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (3)$$

— *поперечный эффект Доплера*, наблюдаемый при движении приемника перпендикулярно линии, соединяющей его с источником. Этот эффект зависит от  $v^2/c^2$ , т. е. является эффектом второго порядка малости относительно продольного эффекта Доплера (зависит от  $v/c$ ). Поперечный эффект Доплера, хотя и много меньше продольного, имеет принципиальное значение, так как не наблюдается в акустике (при  $v \ll c$  из (3) следует, что  $v = v_0$ !), и является, следовательно, *релятивистским эффектом*.

**Эффект Комптона** — упругое рассеяние коротковолнового электромагнитного излучения (рентгеновского и  $\gamma$ -излучений) на свободных (или слабосвязанных) электронах вещества, сопровождающееся увеличением длины волны.

При рассеянии монохроматического рентгеновского излучения веществами с легкими атомами (например, бор) Комpton обнаружил, что в составе рассеянного излучения наряду с излучением первоначальной длины волны наблюдается также более длинноволновое излучение. Разность  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  (*комptonский сдвиг*) не зависит от длины волны излучения и от природы рассеивающего вещества, а зависит только от угла  $\theta$  между направле-

ниями рассеянного и первичного излучений:

$$\Delta\lambda = 2\lambda_C \sin^2 \frac{\theta}{2} = \lambda_C (1 - \cos\theta)$$

[ $\lambda_C = 2,43$  пм — *комптоновская длина волны*].

Эффект Комптона необъясним на основе волновых представлений. Согласно волновой теории, механизм рассеяния объясняется «раскачиванием» электронов электромагнитным полем падающей волны. В таком случае частота рассеянного излучения должна совпадать с частотой излучения падающего.

На основе квантовых представлений эффект Комптона рассматривается как упругое рассеяние фотона на свободном покоящемся электроне (рис. 210). Здесь  $\vec{p}$  — импульс налетающего фотона,  $\vec{p}'$  —

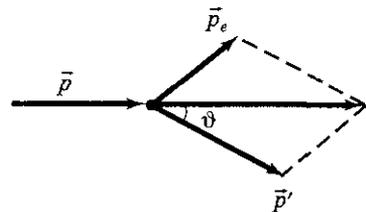


Рис. 210

импульс фотона, рассеянного под углом  $\theta$ ,  $\vec{p}'_e$  — импульс электрона отдачи. Фотон, столкнувшись с электроном, передает ему часть своей энергии и импульса и изменяет направление движения (рассеивается). Уменьшение энергии фотона означает увеличение длины волны рассеянного излучения. При каждом таком столкновении выполняются законы:

- закон сохранения импульса

$$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}'_e$$

или, используя теорему косинусов,

$$p_e^2 = p^2 + p'^2 - 2pp' \cos \vartheta;$$

• закон сохранения энергии

$$W_0 + \varepsilon = W + \varepsilon'$$

$[W_0 = mc^2$  — энергия электрона до столкновения;  $\varepsilon = h\nu$  — энергия налетающего фотона;

$$W = \sqrt{p_e^2 c^2 + m^2 c^4}$$

— энергия электрона после столкновения (используется релятивистская формула, так как скорость электрона отдачи в общем случае значительна);  $\varepsilon' = h\nu'$  — энергия рассеянного фотона].

Подставив эти выражения в законы сохранения, получим

$$mc^2 + h\nu = \sqrt{p_e^2 c^2 + m^2 c^4} + h\nu',$$

$$p_e^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2}{c^2} \nu\nu' \cos \vartheta.$$

Решая эти уравнения совместно, находим

$$mc^2(\nu - \nu') = h\nu\nu'(1 - \cos \vartheta).$$

Учитывая, что  $\nu = c/\lambda$ ,  $\nu' = c/\lambda'$  и  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ , имеем

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \vartheta) = \frac{2h}{mc} \sin^2 \frac{\vartheta}{2},$$

т. е. получили формулу для комptonовского сдвига ( $\lambda_C = \frac{h}{mc} = 2,43$  пм).

Наличие в составе рассеянного излучения несмещенной линии (излучения первоначальной длины волны) можно объяснить тем, что если электрон сильно связан с атомом, как это имеет место для внутренних электронов (особенно в тяжелых атомах), то фотон обменивается энергией и импульсом с атомом в целом (ведь мы предполагали, что

фотон соударяется лишь со свободным электроном). Так как масса атома по сравнению с массой электрона очень велика, то атому передается лишь ничтожная часть энергии фотона. Поэтому в данном случае длина волны  $\lambda$  рассеянного излучения практически не будет отличаться от длины волны  $\lambda$  падающего излучения.

**Эффект парамагнитный** → см. *Парамагнетизма*.

**Эффект туннельный** — специфическое квантовое явление, в результате которого микробиъект может «пройти» сквозь потенциальный барьер.

Рассмотрим движение частицы в поле сил, которое может быть представлено в виде прямоугольного одномерного потенциального барьера конечной ширины  $l$  и высоты  $U_0$  (рис. 211). Подобный барьер описывается потенциальной энергией вида

$$U_0 = \begin{cases} 0 & (x < 0), \\ U_0 & (0 \leq x \leq l), \\ 0 & (x > l). \end{cases}$$

Предположим, что частица движется в положительном направлении оси  $X$  и ее энергия меньше высоты потенциального барьера

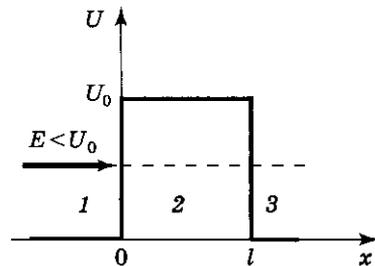


Рис. 211

( $E < U_0$ ) (см. рис. 211). Оказывает-ся, что в данном случае имеется отличная от нуля вероятность, что частица окажется в области  $x > l$ , т. е. проникнет сквозь барьер. Этот, казалось бы, парадоксальный вывод следует непосредственно из решения уравнения Шрёдингера, описывающего движение микрочастицы при данных условиях задачи.

Уравнения Шрёдингера и их решения для областей 1, 2 и 3<sup>1</sup>

- $\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + k_1^2 \psi_1 = 0, \quad k_1^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E,$   
 $\psi_1 = e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x} \quad (A_1 = 1);$
- $\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} - \beta^2 \psi_2 = 0, \quad \beta^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E - U),$   
 $\psi_2 = A_2 e^{-\beta x} + B_2 e^{\beta x}$   
 (для  $\beta l \gg 1, B_2 \approx 0$ ).
- $\frac{\partial^2 \psi_3}{\partial x^2} + k_3^2 \psi_3 = 0, \quad k_3^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E,$   
 $\psi_3 = A_3 e^{ik_3 x} \quad (B_3 = 0).$

Таким образом, волновая функция не равна нулю и внутри барьера, а в области 3, если барьер не очень широк, будет опять иметь вид волн де Бройля с тем же импульсом, т. е. с той же частотой, но с меньшей амплитудой. Следовательно, получили, что частица имеет отличную от нуля вероятность прохождения через потенциальный барьер конечной ширины, т. е. наблюдается *туннельный эффект*.

**Эффект Холла** — возникновение в проводнике с током плотностью  $\vec{j}$ , помещенном в магнитное поле  $\vec{B}$ , электрического поля с напряженностью, перпендикулярной  $\vec{B}$  и  $\vec{j}$ .

При указанном направлении  $\vec{j}$  скорость носителей тока — электро-

нов — в металлической пластинке, помещенной в магнитное поле  $B$  (рис. 212), направлена справа нале-

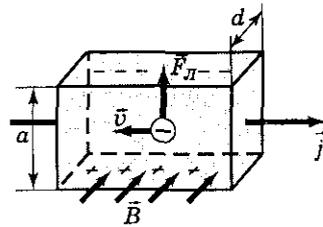


Рис. 212

во. Электроны испытывают действие *силы Лоренца*, которая в данном случае направлена вверх. Таким образом, у верхнего края пластинки возникнет повышенная концентрация электронов (он зарядится отрицательно), а у нижнего — их недостаток (зарядится положительно). В результате этого между краями пластинки возникнет дополнительное поперечное электрическое поле, направленное снизу вверх. Когда напряженность  $E_B$  этого поперечного поля достигнет такого значения, что его действие на заряды будет уравновешивать силу Лоренца, то установится стационарное распределение зарядов в поперечном направлении. Тогда

$$eE_B = \frac{e\Delta\phi}{a} = evB \quad \text{или} \quad \Delta\phi = vBa$$

[ $a$  — ширина пластинки;  $\Delta\phi$  — поперечная (холловская) разность потенциалов].

Учитывая, что сила тока  $I = jS = nevS$  [ $S$  — площадь поперечного сечения пластинки толщиной  $d$ ;  $n$  — концентрация электронов;  $v$  — средняя скорость упорядоченного движения электронов], получаем

$$\Delta\phi = \frac{I}{nead} Ba = \frac{1}{en} \frac{IB}{d} = R \frac{IB}{d},$$

т. е. холловская поперечная разность потенциалов пропорциональна магнитной индукции  $B$ , силе то-

<sup>1</sup> Подробнее см.: Т. И. Трофимова. Оптика и атомная физика (законы, проблемы, задачи). М., 1999. С. 173.

ка  $I$  и обратно пропорциональна толщине пластинки  $d$ ;  $R = \frac{1}{en}$  — постоянная Холла, зависящая от вещества.

**Эффективность детекторов** → см. *Детекторы частиц и их характеристики*.

## Я

**Явления переноса** — необратимые процессы в термодинамически неравновесной системе, в результате которых происходит пространственный перенос энергии, массы, импульса.

К явлениям переноса относят *теплопроводность* (обусловлена переносом энергии), *диффузию* (обусловлена переносом массы) и *внутреннее трение* (обусловлено переносом импульса).

**Ядро атома и его состав.** *Атомное ядро* — положительно заряженная центральная часть атома, в которой сосредоточена практически вся масса атома. Все атомные ядра (кроме ядра атома водорода) состоят из элементарных частиц — *протонов* и *нейтронов*. Протоны и нейтроны называют *нуклонами*. Нуклоны в ядре удерживаются ядерными силами и движутся внутри ядра с релятивистскими скоростями. Наряду с термином «атомное ядро» используется также название *нуклид* (общее название атомных ядер, отличающихся числом протонов  $Z$  и нейтронов  $N$ ).

*Протон* ( $p$ ) — положительно заряженная частица с зарядом, равным элементарному заряду  $e$ , и массой покоя  $m_p = 1,6726485 \cdot 10^{-27}$  кг  $\approx 1836m_e$  ( $m_e$  — масса электрона). *Нейтрон* ( $n$ ) — нейтральная частица с массой покоя  $m_n = 1,6749543 \cdot 10^{-27}$  кг  $\approx$

$\approx 1839m_e$ . Протоны и нейтроны являются *фермионами* и имеют спин  $\hbar/2$ .

**Ядро дочернее** → см. *Распад радиоактивный*.

**Ядро материнское** → см. *Распад радиоактивный*.

**Яма потенциальная одномерная прямоугольная с бесконечно высокими «стенками».** Эта задача имеет принципиальное значение, поскольку потенциальная яма есть первое приближение силового поля, связывающего электроны в атоме, а также атомы в кристаллической решетке.

Одномерная прямоугольная «потенциальная яма» с бесконечно высокими «стенками» описывается энергией вида

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0, \\ 0, & 0 \leq x \leq l, \\ \infty, & x > l \end{cases}$$

[ $l$  — ширина «ямы», а энергия отсчитывается от ее дна (рис. 213)].

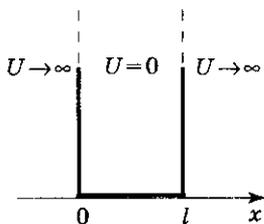


Рис. 213

В пределах ямы ( $0 \leq x \leq l$ ) уравнение Шрёдингера для стационарных состояний сведется к виду

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0 \quad \text{или}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 \psi = 0 \quad \left( k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \right).$$

Общее решение этого уравнения:

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx.$$

Из условия непрерывности  $\psi(0) = \psi(l) = 0$  имеем  $B = 0$ . Тогда

$$\psi(x) = A \sin kx.$$

Условию  $\psi(l) = A \sin kl = 0$  удовлетворяет равенство

$$k = \frac{\pi n}{l} \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Подставив это выражение в предыдущее и найдя коэффициент  $A$  из условия нормировки, получим нормированные собственные функции

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Из условий  $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$  и  $k = \frac{\pi n}{l}$

следует, что *собственные значения энергии* (им и соответствуют *собственные функции*)

$$E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

т. е. спектр энергии частицы является дискретным (или квантованным). Квантованные значения  $E_n$  называют *уровнями энергии*, а число  $n$ , их определяющее, — *квантовым числом*.

Квантово-механическое рассмотрение данной задачи приводит к выводу, что частица не может иметь энергию меньшую, чем минимальная энергия, равная  $\pi^2 \hbar^2 / (2ml^2)$ . Наличие отличной от нуля минимальной энергии не случайно и вытекает

из соотношения неопределенностей. Неопределенность координаты  $\Delta x$  частицы в «яме» шириной  $l$  равна  $\Delta x = l$ . Тогда, согласно соотношению неопределенностей, импульс не может иметь точное, в данном случае нулевое, значение. Неопределенность импульса  $\Delta p \approx \hbar/l$ .

На рис. 214 изображены уровни энергии частицы в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими «стенками». Здесь же представлены для  $n = 1, 2, 3$  собственные функции  $\psi_n(x)$  и плотности вероятности обнаружения частицы на различных расстояниях от «стенок ямы», равные  $|\psi_n(x)|^2 = \psi_n^*(x) \psi_n(x)$ . Из рисунка следует, что, например, в состоянии с  $n = 2$  частица не может находиться в центре ямы, в то время как одинаково часто может пребывать в ее левой и правой частях (заметим, что классическая частица с равной вероятностью может быть в любой точке ямы). Такое поведение частицы указывает на несостоятельность представлений о траекториях частиц в квантовой механике.

Рассмотренная задача физически мало реальна — это простая иллюстрация сути дискретных уровней энергии в теории Шрёдингера.

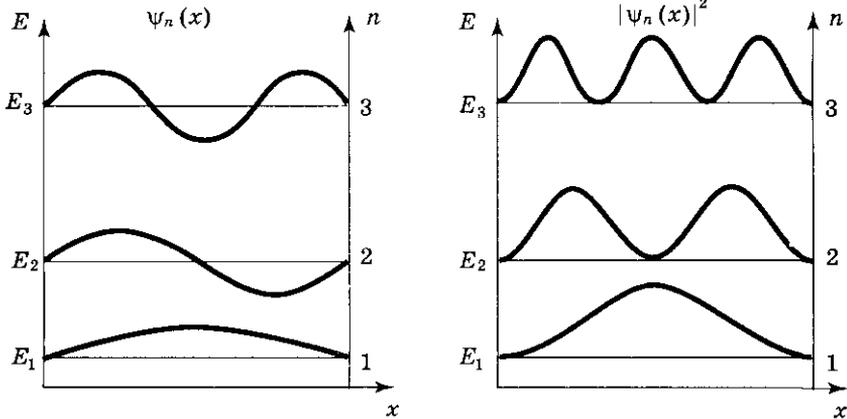
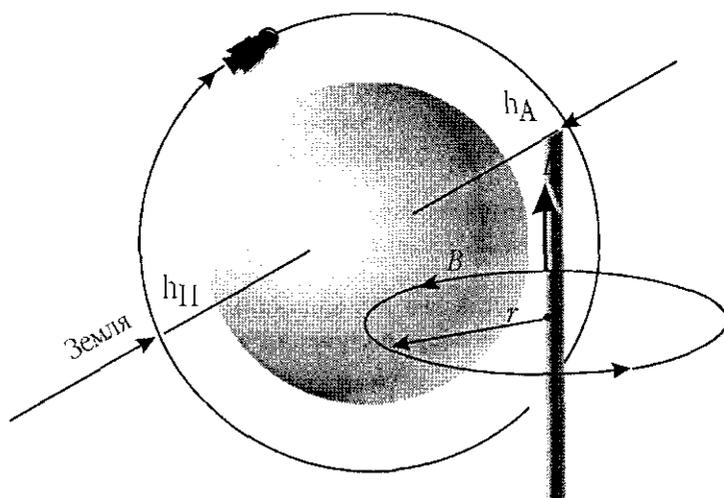


Рис. 214

# ПРИЛОЖЕНИЯ



## Основные единицы СИ

**Метр (м)** — длина пути, проходимого светом в вакууме за  $1/299792458$  с.

**Килограмм (кг)** — масса, равная массе международного прототипа килограмма (платино-иридиевого цилиндра, хранящегося в Международном бюро мер и весов в Севре, близ Парижа).

**Секунда (с)** — время, равное  $9\,192\,631\,770$  периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133.

**Ампер (А)** — сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии  $1$  м один от другого, создает между этими проводниками силу, равную  $2 \cdot 10^{-7}$  Н на каждый метр длины.

**Кельвин (К)** —  $1/273,16$  термодинамической температуры тройной точки воды.

**Моль (моль)** — количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько атомов содержится в нуклиде  $^{12}\text{C}$  массой  $0,012$  кг.

**Кандела (кд)** — сила света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой  $540 \cdot 10^{12}$  Гц, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет  $\frac{1}{683}$  Вт/ср.

## Дополнительные единицы СИ

**РадIAN (рад)** — угол между двумя радиусами окружности, длина дуги между которыми равна радиусу.

**Стерadian (ср)** — телесный угол с вершиной в центре сферы, вырезающей на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы.

## Производные единицы физических величин

Наименование величины	Единица		
	определяющее уравнение	обозначение	наименование и определение
<i>Единицы геометрических и механических величин</i>			
Площадь	$S = l^2$	м <sup>2</sup>	<i>Квадратный метр</i> равен площади квадрата со сторонами, длины которых равны $1$ м
Объем	$V = l^3$	м <sup>3</sup>	<i>Кубический метр</i> равен объему куба с ребрами, длины которых равны $1$ м
Скорость	$v = \frac{s}{t}$	м/с	<i>Метр в секунду</i> равен скорости равномерного и прямолинейного движения, при котором точка за $1$ с перемещается на расстояние $1$ м

Наименование величины	Единица		
	определя- ющее уравнение	обозна- чение	наименование и определение
Ускорение	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	м/с <sup>2</sup>	Метр в секунду в квадрате равен ускорению прямолинейного ускоренного движения точки, при котором за 1 с скорость точки изменяется на 1 м/с
Угловая скорость	$\omega = \frac{\varphi}{t}$	рад/с	Радиан в секунду равен угловой скорости равномерно вращающегося тела, все точки которого за 1 с поворачиваются на угол 1 рад
Угловое ускорение	$\varepsilon = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$	рад/с <sup>2</sup>	Радиан в секунду в квадрате равен угловому ускорению равноускоренно вращающегося тела, при котором оно за 1 с изменит угловую скорость на 1 рад/с
Частота периодического процесса	$\nu = \frac{1}{T}$	Гц	Герц равен частоте периодического процесса, при которой за 1 с совершается 1 цикл процесса
Плотность	$\rho = \frac{m}{V}$	кг/м <sup>3</sup>	Килограмм на кубический метр равен плотности однородного вещества, масса которого при объеме 1 м <sup>3</sup> равна 1 кг
Сила	$F = ma$	Н	Ньютон равен силе, которая массе 1 кг сообщает ускорение 1 м/с <sup>2</sup> в направлении действия силы: $1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м/с}^2$
Импульс	$p = mv$	кг · м/с	Килограмм-метр в секунду равен импульсу материальной точки массой 1 кг, движущейся со скоростью 1 м/с
Давление	$p = \frac{F}{S}$	Па	Паскаль равен давлению, создаваемому силой 1 Н, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью 1 м <sup>2</sup> : $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$
Работа, энергия	$A = Fs$	Дж	Джоуль равен работе, совершаемой силой 1 Н на пути 1 м: $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}$
Мощность	$N = \frac{A}{t}$	Вт	Ватт равен мощности, при которой за время 1 с совершается работа 1 Дж: $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}$
Момент инерции	$J = mr^2$	кг · м <sup>2</sup>	Киллограмм-метр в квадрате равен моменту инерции материальной точки массой 1 кг, находящейся от оси на расстоянии 1 м

Наименование величины	Единица		
	определяющее уравнение	обозначение	наименование и определение
Момент силы	$M = Fl$	Н · м	<i>Ньютон-метр</i> равен моменту силы, равной 1 Н, относительно точки, расположенной на расстоянии 1 м от линии действия силы
Момент импульса	$L = mvr$	кг · м <sup>2</sup> /с	<i>Килограмм-метр в квадрате на секунду</i> равен моменту импульса материальной точки, движущейся по окружности радиусом 1 м и имеющей импульс 1 кг · м/с
Градиент скорости	$\left  \frac{\Delta v}{\Delta x} \right $	с <sup>-1</sup>	<i>Секунда в минус первой степени</i> равна градиенту скорости, при котором скорости слоев жидкости (газа), отстоящих друг от друга на расстоянии 1 м, отличаются на 1 м/с
Динамическая вязкость	$\eta = \frac{F}{S \left  \frac{\Delta v}{\Delta x} \right }$	Па · с	<i>Паскаль-секунда</i> равен динамической вязкости среды, касательное напряжение в которой при ламинарном течении и градиенте скоростей слоев, находящихся на расстоянии 1 м по нормали направлению скорости, равной 1 м/с: 1 Па · с = 1 Н · с/м <sup>2</sup>
Кинематическая вязкость	$\nu = \frac{\eta}{\rho}$	м <sup>2</sup> /с	<i>Квадратный метр на секунду</i> равен кинематической вязкости среды с динамической вязкостью 1 Па · с и плотностью 1 кг/м <sup>3</sup>
<i>Единицы тепловых величин</i>			
Количество теплоты, внутренняя энергия		Дж	<i>Джоуль</i> равен количеству теплоты, эквивалентному работе 1 Дж
Тепловой поток (тепловая мощность)		Вт	<i>Ватт</i> равен тепловому потоку, эквивалентному механической мощности 1 Вт
Градиент температуры	$\left  \frac{\Delta T}{\Delta x} \right $	К/м	<i>Кельвин на метр</i> равен температурному градиенту поля, в котором на участке длиной 1 м в направлении градиента температура изменяется на 1 К
Теплопроводность	$\lambda = \frac{Q}{\left  \frac{\Delta T}{\Delta x} \right }$	$\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	<i>Ватт на метр-кельвин</i> равен теплопроводности вещества, в котором при стационарном режиме с поверхностной плотностью потока 1 Вт/м <sup>2</sup> устанавливается температурный градиент 1 К/м

Наименование величины	Единица		
	определяющее уравнение	обозначение	наименование и определение
Теплоемкость системы	$C = \frac{dQ}{dt}$	Дж/К	Джоуль на кельвин равен теплоемкости системы, температура которой повышается на 1 К при подведении к системе количества теплоты 1 Дж
Удельная теплоемкость	$c = \frac{dQ}{m dt}$	$\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$	Джоуль на килограмм-кельвин равен удельной теплоемкости вещества, имеющего при массе 1 кг теплоемкость 1 Дж/К
Молярная теплоемкость	$C_m = \frac{dQ}{\nu dt}$	$\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$	Джоуль на моль-кельвин равен молярной теплоемкости вещества, имеющего при количестве вещества 1 моль теплоемкость 1 Дж/К
Энтропия	$\frac{\delta Q}{T}$	Дж/К	Джоуль на кельвин равен изменению энтропии системы, которой при температуре $T$ К в изотермическом процессе сообщается количество теплоты $\delta Q$
Поверхностное натяжение	$\sigma = \frac{F}{l}$	$\frac{\text{Н}}{\text{м}} = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2}$	Ньютон на метр равен поверхностному натяжению жидкости, создаваемому силой 1 Н, приложенной к участку контура свободной поверхности длиной 1 м и действующей нормально к контуру и по касательной к поверхности
<b>Единицы электрических и магнитных величин</b>			
Электрический заряд (количество электричества)	$Q = It$	К	Кулон равен электрическому заряду, прошедшему через поперечное сечение проводника при силе постоянного тока 1 А за время 1 с
Объемная плотность электрического заряда	$\rho = \frac{Q}{V}$	Кл/м <sup>3</sup>	Кулон на кубический метр равен объемной плотности электрического заряда, при которой в объеме 1 м <sup>3</sup> равномерно распределен заряд 1 Кл
Поверхностная плотность электрического заряда	$\sigma = \frac{Q}{S}$	Кл/м <sup>2</sup>	Кулон на квадратный метр равен поверхностной плотности электрического заряда, при которой заряд, равномерно распределенный по поверхности площадью 1 м <sup>2</sup> , равен 1 Кл
Линейная плотность электрического заряда	$\tau = \frac{Q}{l}$	Кл/м	Кулон на метр равен линейной плотности электрического заряда, при которой заряд, равномерно распределенный по нити длиной 1 м, равен 1 Кл
Напряженность электрического поля	$E = \frac{E}{Q_0}$	$\frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В}}{\text{м}}$	Ньютон на кулон равен напряженности электрического поля в точке поля, в которой на точечный электрический заряд 1 Кл поле действует с силой 1 Н. Вольт на метр равен напряженности однородного электрического поля, создаваемого разностью потенциалов 1 В между точками, находящимися на расстоянии 1 м на линии напряженности поля.

Наименование величины	Единица		
	определяющее уравнение	обозначение	наименование и определение
Поток электрического смещения	$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum_{i=1}^n Q_i$	Кл	Кулон равен потоку электрического смещения, связанному с суммарным свободным зарядом 1 Кл
Электрическое смещение		Кл/м <sup>2</sup>	Кулон на квадратный метр равен электрическому смещению, при котором поток электрического смещения сквозь поперечное смещение площадью 1 м <sup>2</sup> равен 1 Кл
Электрический потенциал	$\varphi = \frac{A}{Q_0}$	В	Вольт равен потенциалу такой точки поля, в которой заряд 1 Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж: 1 Вт = 1 Дж/Кл
Электрическая емкость	$C = \frac{Q}{\varphi}$	Ф	Фарад равен электрической емкости такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл
Электрический момент диполя	$p =  Q l$	Кл · м	Кулон-метр равен электрическому моменту диполя, заряды которого, равные каждый 1 Кл, расположены на расстоянии 1 м один от другого
Поляризованность	$\vec{P} = \frac{\vec{p}}{V}$	Кл, м <sup>2</sup>	Кулон на квадратный метр равен поляризованности диэлектрика, при которой диэлектрик объемом 1 м <sup>3</sup> имеет электрический момент 1 Кл · м
Плотность электрического тока	$j = \frac{I}{S}$	А/м <sup>2</sup>	Ампер на квадратный метр равен плотности электрического тока, при которой сила тока, равномерно распределенного по поперечному сечению проводника площадью 1 м <sup>2</sup> , равна 1 А
Электрическое сопротивление	$R = \frac{U}{I}$	Ом	Ом равен сопротивлению такого проводника, в котором при напряжении 1 В течет постоянный ток 1 А
Электрическая проводимость	$G = \frac{1}{R}$	См	Сименс равен проводимости участка электрической цепи сопротивлением 1 Ом
Удельное электрическое сопротивление	$\rho = \frac{RS}{l}$	Ом · м	Ом-метр равен удельному электрическому сопротивлению проводника площадью поперечного сечения 1 м <sup>2</sup> и длиной 1 м, имеющего сопротивление 1 Ом
Удельная электрическая проводимость	$\sigma = \frac{1}{\rho}$	См/м	Сименс на метр равен удельной электрической проводимости проводника, который при площади поперечного сечения 1 м <sup>2</sup> и длине 1 м имеет электрическую проводимость 1 См

Наименование величины	Единица		
	определяющее уравнение	обозначение	наименование и определение
Магнитная индукция	$B = \frac{F}{Il}$	Тл	Тесла равна магнитной индукции такого однородного магнитного поля, которое действует с силой 1 Н на каждый метр длины проводника, расположенного перпендикулярно направлению поля, если по этому проводнику проходит ток 1 А: $1 \text{ Тл} = \frac{1 \text{ Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}$
Магнитный поток	$\Phi = BS$	Вб	Вебер равен магнитному потоку, проходящему сквозь плоскую поверхность площадью 1 м <sup>2</sup> , расположенную перпендикулярно однородному магнитному полю, индукция которого равна 1 Тл: $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2$
Напряженность магнитного поля	$H = \frac{B}{\mu_0}$	А/м	Ампер на метр равен напряженности такого поля, магнитная индукция которого в вакууме равна $4\pi \cdot 10^{-7}$ Тл
Магнитный момент контура с током	$p = IS$	А · м <sup>2</sup>	Ампер-квадратный метр равен моменту контура площадью 1 м <sup>2</sup> , если по нему течет ток 1 А
Индуктивность	$L = \frac{\Phi}{I}$	Гн	Генри равен индуктивности такого контура, магнитный поток которого при токе 1 А равен 1 Вб: $1 \text{ Гн} = 1 \text{ Вб/А}$
Намагниченность	$J = \frac{\sum p_a}{V}$	А · м	Ампер на метр равен намагниченности, при которой вещество объемом 1 м <sup>3</sup> имеет магнитный момент 1 А · м <sup>2</sup>
<b>Единицы величин энергетической фотометрии и световых величин</b>			
Энергия излучения	$W$	Дж	Джоуль равен энергии излучения, эквивалентной работе 1 Дж
Поток излучения	$\Phi_c = \frac{W}{t}$	Вт	Ватт равен потоку излучения, эквивалентному механической мощности 1 Вт
Энергетическая сила света (сила излучения)	$I_e = \frac{\Phi_e}{\omega}$	Вт/ср	Ватт на стерадиан равен энергетической силе света точечного источника, излучающего в телесном угле 1 ср поток излучения 1 Вт
Энергетическая яркость	$B_c = \frac{\Delta I_c}{\Delta S}$	$\frac{\text{Вт}}{\text{ср} \cdot \text{м}^2}$	Ватт на стерадиан-квадратный метр равен энергетической яркости равномерно излучающей плоской поверхностью площадью 1 м <sup>2</sup> в перпендикулярном ей направлении при силе излучения 1 Вт/ср

Наименование величины	Единица		
	определяющее уравнение	обозначение	наименование и определение
Световой поток		лм	Люмен равен световому потоку, испускаемому точечным источником силой света 1 кд внутри телесного угла 1 ср (при равномерности поля излучения внутри телесного угла)
Светимость	$R = \frac{\Phi}{S}$	лм/м <sup>2</sup>	Люмен на квадратный метр равен светимости поверхности площадью 1 м <sup>2</sup> , испускающей световой поток 1 лм
Яркость	$B = \frac{I}{S}$	кд/м <sup>2</sup>	Кандела на квадратный метр равна яркости светящейся поверхности площадью 1 м <sup>2</sup> при силе света 1 кд
Освещенность	$E = \frac{\Phi}{S}$	лк	Люкс равен освещенности поверхности, на 1 м <sup>2</sup> которой падает световой поток 1 лм
<b>Единица радиационной величины</b>			
Активность нуклида	$A = \left  \frac{dN}{dt} \right $	Бк	Беккерель равен активности нуклида, при которой за 1 с происходит один акт распада

### Основные физические постоянные

Скорость света в вакууме	$c = 3,00 \cdot 10^8$ м/с
Нормальное ускорение свободного падения	$g = 9,81$ м/с <sup>2</sup>
Гравитационная постоянная	$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ м <sup>3</sup> /(кг · с <sup>2</sup> )
Постоянная Авогадро	$N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup>
Молярная газовая постоянная	$R = 8,31$ Дж/(К · моль)
Постоянная Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	$e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	$m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$ кг
Удельный заряд электрона	$e/m_e = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг
Постоянная Стефана—Больцмана	$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м <sup>2</sup> · К <sup>4</sup> )
Постоянная Вина	$b = 2,90 \cdot 10^{-3}$ м · К
Постоянная Планка	$h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
Постоянная Ридберга	$R = 3,29 \cdot 10^{15}$ с <sup>-1</sup>
	$R' = 1,10 \cdot 10^7$ м <sup>-1</sup>
Первый боровский радиус	$a_0 = 5,28 \cdot 10^{-11}$ м
Комптоновская длина волны электрона	$\lambda_C = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м
Магнетон Бора	$\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
	$1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ м/Ф
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Масса изотопа $^1_1\text{H}$	$m_H = 1,6736 \cdot 10^{-27}$ кг

### Десятичные приставки к названиям единиц

Т — тера ( $10^{12}$ )	д — деци ( $10^{-1}$ )	н — нано ( $10^{-9}$ )
Г — гига ( $10^9$ )	с — санти ( $10^{-2}$ )	п — пико ( $10^{-12}$ )
М — мега ( $10^6$ )	м — милли ( $10^{-3}$ )	ф — фемто ( $10^{-15}$ )
к — кило ( $10^3$ )	мк — микро ( $10^{-6}$ )	а — атто ( $10^{-18}$ )

### Некоторые внесистемные величины

1 сут = 86400 с	1'' = 4,85 · 10 <sup>-6</sup> рад
1 год = 365,25 сут = 3,16 · 10 <sup>7</sup> с	1 мм рт. ст. = 133,3 Па
1° = 1,75 · 10 <sup>-2</sup> рад	1 эВ = 1,6 · 10 <sup>-19</sup> Дж
1' = 1,91 · 10 <sup>-4</sup> рад	

### Астрономические величины

Радиус Земли	6,37 · 10 <sup>6</sup> м	Радиус Луны	1,74 · 10 <sup>6</sup> м
Масса Земли	5,98 · 10 <sup>24</sup> кг	Масса Луны	7,33 · 10 <sup>22</sup> кг
Радиус Солнца	6,95 · 10 <sup>8</sup> м	Расстояние от центра Земли до центра Солнца	1,49 · 10 <sup>11</sup> м
Масса Солнца	1,98 · 10 <sup>30</sup> кг	Расстояние от центра Земли до центра Луны	3,84 · 10 <sup>8</sup> м

### Некоторые математические формулы

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{tg} x) = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

$$\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x$$

$$\int e^x dx = e^x$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^n}\right) = -\frac{n}{x^{n+1}}$$

$$\int \cos x dx = \sin x$$

$$\int_0^{\infty} x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad (n \neq -1)$$

$$\int_0^{\infty} x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} a^{-2}$$

$$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$$

$$\int \sin x dx = -\cos x$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx = n!$$

# Содержание

Предисловие . . . . .	3	5. Оптика. Квантовая природа излучения	139
ОСНОВЫ ФИЗИКИ . . . . .	5	5.1. Элементы геометрической оптики . . . . .	139
1. Физические основы механики . . . . .	6	5.2. Интерференция света . . . . .	142
1.1. Элементы кинематики . . . . .	6	5.3. Дифракция света . . . . .	148
1.2. Элементы динамики материальной точки и поступательного движения твердого тела . . . . .	14	5.4. Взаимодействие электромагнитных волн с веществом . . . . .	154
1.3. Работа и энергия . . . . .	20	5.5. Поляризация света . . . . .	160
1.4. Механика твердого тела . . . . .	27	5.6. Квантовая природа излучения	165
1.5. Тяготение. Элементы теории поля . . . . .	37	6. Элементы квантовой механики . . . . .	174
1.6. Элементы механики жидкостей	42	6.1. Волновые свойства микрочастиц . . . . .	174
1.7. Элементы специальной (частной) теории относительности . . . . .	47	6.2. Уравнение Шрёдингера и его применение в некоторых задачах . . . . .	179
2. Основы молекулярной физики и термодинамики . . . . .	52	7. Элементы физики атомов и молекул	189
2.1. Молекулярно-кинетическая теория идеальных газов . . . . .	52	7.1. Атом водорода по Бору и его квантово-механическое описание . . . . .	189
2.2. Основы термодинамики . . . . .	60	7.2. Элементы современной физики атомов и молекул . . . . .	195
2.3. Реальные газы и жидкости . . . . .	66	8. Элементы физики атомного ядра и элементарных частиц . . . . .	200
3. Электричество и магнетизм . . . . .	71	8.1. Характеристики атомного ядра. Ядерные силы . . . . .	200
3.1. Электростатика . . . . .	71	8.2. Радиоактивность . . . . .	202
3.2. Постоянный электрический ток	85	8.3. Ядерные реакции и их основные типы . . . . .	206
3.3. Магнитное поле . . . . .	93	8.4. Элементы физики элементарных частиц . . . . .	210
3.4. Электромагнитная индукция . . . . .	101	ТОЛКОВЫЙ СЛОВАРЬ ФИЗИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ . . . . .	213
3.5. Магнитные свойства вещества	107	Приложения . . . . .	391
3.6. Основы теории Максвелла . . . . .	110		
4. Колебания и волны . . . . .	112		
4.1. Механические колебания . . . . .	112		
4.2. Электромагнитные колебания	121		
4.3. Упругие волны . . . . .	128		
4.4. Электромагнитные волны . . . . .	134		