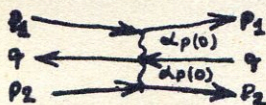




ГЛУБОКОНЕУПРУГИЕ
И МНОЖЕСТВЕННЫЕ
ПРОЦЕССЫ

Мандул



А.А. Дим



D1,2 - 7411

**Международный семинар
по глубоконеупругим и множественным
процессам при высоких энергиях**

Дубна, СССР, 7-13 июня 1973 г.

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
АКАДЕМИЯ НАУК СССР**

**International Seminar
on Deep Inelastic and Many-Body
Processes at High Energies**

7-13 June, 1973, Dubna, USSR

**JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH
ACADEMY OF SCIENCES OF THE USSR**

Дубна 1973

Настоящий сборник содержит обзорные доклады, представленные на Международный семинар "Глубоконеупругие и множественные процессы при высоких энергиях", который проходил в Дубне с 7 по 13 июня 1973 года. Семинар был организован Объединенным институтом ядерных исследований и Академией наук СССР.

Оргкомитет семинара: А.М.БАЛДИН - председатель
В.Г.ГРИШИН - зам.председателя
Н.Н.МЕЛЬНИКОВА - ученый секретарь
А.Б.ГОВОРКОВ
М.Г.ЛОЩИЛОВ
Р.М.МУРАДЯН
Ю.М.ПОПОВ
В.А.ЦАРЕВ

Ответственный за выпуск А.Б.Говорков.

Отпечатано методом прямого репродуцирования с материалов, представленных оргкомитетом.

СОДЕРЖАНИЕ

Н.Н.Боголюбов. Вступительное слово	7
Введение	9
Э.Новак. Дифракционные неупругие процессы при высоких энергиях	13
J.Bartke. Correlations in non-diffractive production processes at high energies	50
П.Ф.Ермолов. Исследование некоторых инклюзивных реакций в pp-взаимодействиях при энергии 70 Гэв	68
В.Г.Гришин. Исследование множественного рождения частиц в π^-p - и \bar{K}^-n -взаимодействиях при $p = 40$ Гэв/с	78
К.Д.Толстов. Неупругие столкновения пионов с энергией 45, 60 Гэв и протонов с энергией 50,67 Гэв с нуклонами и ядрами	83
M.Sene, C.Dang-Vu, J.Le Guyader. Study of inclusive reaction $pp \rightarrow \pi^- X$ and exclusive reactions in pp interactions at 13.1 GeV/c	101
J.R.Sanford. The NAL research facility and early experimental results	118
M.Derrick. Some recent results from a study of pp interactions at 205 GeV/c	126

B.J. Blumenfeld, F.W. Büsser, L. Camilleri, R.L. Cool,
 L. Di Lella, G. Gladding, L.M. Lederman, L. Litt, A. Placchi,
 B.G. Pope, S.L. Segler, A.M. Smith, J.K. Yoh, E. Zavattini. .

Observation of large transverse momentum phenomena at the CERN ISR	I48
H. Schiller. Planarity of high energy collisions	I64
С.А. Славатинский. Исследование множественных процессов при энергиях, больших 2×10^3 Гэв	I80
А.Х. Виницкий, Ж.С. Такибаев. Особенности механизма неупругого взаимодействия пионов с нуклонами при ускорительных энергиях	211
Ж.С. Такибаев, П.А. Усик. Образование тяжелых кластеров в периферических взаимодействиях адронов	219
З.В. Анзон, Ж.С. Такибаев, И.Я. Часников. Множественные процессы в пион-ядерных взаимодействиях при высоких энергиях	229
J. Ranft, G. Ranft. Many particle production in hadron-hadron collisions and the thermodynamic model	242
J. Kripfganz, E.M. Ilgenfritz. Statistical bootstrap of the decay spectra of a single fireball	265
В.П. Шелест. Статистический бутстрап и дуальная резонансная модель	276
И.Л. Розенталь. Гидродинамическая теория множественных процессов	291
И.Л. Розенталь. Дополнение: Об аналогии и различии между мультипериферизмом и гидродинамической теорией множественных процессов	311

J. Engels, K. Schilling, H. Satz. Statistical and thermodynamical descriptions of hadron production in e^+e^- annihilation	317
V. Šimák. Annihilation processes at high energies	352
А. Б. Говорков. Универсальное распределение для множественности и гипотеза индуцированного излучения частиц в протон-протонных столкновениях при высоких энергиях	369
А. А. Логунов, М. А. Мествиришвили. Общие принципы теории поля и инклюзивные процессы при высоких энергиях ..	376
Б. И. Завьялов. Автомодельная асимптотика в квантовой теории поля и особенности коммутаторов токов в окрестности светового конуса	414
В. И. Захаров. Партоновая модель и экспериментальные данные о глубоконеупругих процессах	419
В. В. Анисович, В. М. Шехтер. Кварковая модель для многочастичных процессов	428
А. Б. Кайдалов, В. А. Хозе. О трехреджиионном описании инклюзивных протонных спектров	450
С. Г. Матинян, Д. Ф. Пирогов, Н. Л. Тер-Исаакян, Д. Г. Шахназарян. Об излучении жестких фотонов в e^+e^- аннигиляции в адроны при высоких энергиях	458
А. М. Балдин. Множественные процессы при столкновении релятивистских ядер	463
Д. Д. Бавков, Л. С. Воробьев, Г. А. Лексин, В. Л. Столин, В. Б. Федоров, А. Д. Хованский. Эффекты масштабной инвариантности при обратном рассеянии ядрами протонов с энергией несколько Гэв.	472
Г. И. Копылов, М. И. Подгорецкий. Интерференционные корреляции между тождественными частицами	483
А. Д. Долгов, В. И. Захаров, Л. Б. Окунь. Об угрозе $SU(9)$ симметрии в калибровочных теориях с цветными триплетными	494

Уважаемые коллеги!

От имени дирекции Объединенного института ядерных исследований и Академии наук СССР разрешите открыть семинар по глубоконеупругим и множественным процессам при высоких энергиях. На семинаре будут обсуждены наиболее актуальные проблемы теории и эксперимента физики высоких энергий.

Приятно отметить вклад, внесенный в данную область работами академика М.А. Маркова, в которых впервые было получено указание на возможную точечноподобность в лептон-адронных взаимодействиях. В большом цикле работ группы дубненских теоретиков под руководством проф. А.Н. Тавхелидзе была развита весьма плодотворная идея автомодельного поведения в глубоконеупругих сильных и электромагнитных взаимодействиях. В работах проф. А.М. Балдина, председателя Оргкомитета нашего семинара, были получены весьма интересные результаты по автомодельному поведению в релятивистской ядерной физике. Явление масштабной инвариантности или автомодельности в сильных инклюзивных реакциях, впервые экспериментально обнаруженное в результате запуска Серпуховского ускорителя, будет подробно обсуждено на семинаре. Большую роль в развитии теории инклюзивных реакций сыграли пионерские работы

серпуховских теоретиков под руководством академика А.А.Логунова.

В заключение позвольте выразить признательность нашим гостям, принявшим приглашение участвовать в работе семинара, и выразить уверенность в том, что дальнейшее расширение международного сотрудничества ученых будет содействовать развитию науки на благо человечества.

Академик Н.Н.БОГОЛЮБОВ



В В Е Д Е Н И Е

Серия семинаров, инициированная в свое время академиком М. А. Марковым, представляет собой небольшие международные конференции по относительно узким, но наиболее актуальным проблемам ядерной физики.

Выбор на этот раз темы "Множественные и глубоко неупругие процессы" был продиктован исключительной ее актуальностью. Эти процессы являются в настоящее время наиболее интенсивно изучаемыми процессами физики высоких энергий. Достаточно отметить, что в промежутке времени менее трех месяцев, помимо нашего семинара, состоялись два подобных специализированных совещания на эту же тему в США и в Италии.

Эта тема занимает очень важное место в периодической и обзорной литературе последних лет. Становится все более очевидным, что решение одной из центральных проблем современной физики — проблемы построения теории сильных взаимодействий — невозможно без привлечения существенной информации о множественных процессах.

Их изучение уже привело к обнаружению и исследованию качественно новых закономерностей, проливающих свет на свойства будущей динамической теории и стимулировавших значительное число теоретических работ.

В отличие от изучавшихся ранее процессов столкновения частиц анализ множественных процессов очень затруднителен необходимостью выбрать среди огромного объема информации тот объем, который в состоянии охватить человеческий разум.

(На современных ускорителях регистрируются события, в которых образуются десятки частиц). Особую трудность представляет недостаточность существующих понятий для рассмотрения такого сложного объекта как "внутренняя материя"; хотя это понятие не является хорошо определенным, оно играет основную роль в множественных процессах. Этот особый вид материи пытаются описывать и на основе новых квазичастиц (партоны, кварки и т.п.) и на основе старых понятий, заимствованных из гидродинамики, термодинамики, механики сплошных сред, диаграммной техники, Редже-моделей.

Несмотря на относительную беспомощность теории в рассмотрении этих явлений, уже первые количественные эксперименты с множественными процессами привели к обнаружению принципиально нового закона природы, который получил название принципа масштабной инвариантности.

Если подтвердится гипотеза о том, что масштабная инвариантность является универсальным законом природы при сверхвысоких энергиях, то по сути дела речь идет о существенном обобщении такого фундамента физики как релятивистская инвариантность.

Обнаружение нового принципа симметрии всегда вызывает очень сильные ограничения на допустимый класс теорий и позволяет получать большое число строгих следствий без детального знания динамики. Принципы симметрии являются основными аксиомами, сверхзаконами физики, и выяснение их области применимости, а тем более — установление новых принципов симметрии, — задача первостепенной важности.

Строго говоря, масштабную инвариантность нельзя считать экспериментальным открытием. Теоретикам уже давно было ясно, что предельный случай физики высоких энергий, когда массы частиц становятся незначительными, должен приводить к существованию более общей — конформной инвариантности (см., например, Е. Вигнер "Этюды о симметрии", "Мир", Москва 1971, стр. 56 и цитированную там литературу).

Требование существования конформной группы симметрии в асимптотике ставит ряд чрезвычайно интересных и трудных вопросов в квантовой теории поля.

В нашем сборнике представлены самые разнообразные точки зрения теоретиков на процессы множественного рождения частиц и на отмеченный выше круг проблем, что хорошо отражает существующую ситуацию.

Большой интерес к проблеме множественных процессов вообще и к масштабной инвариантности в особенности был инициирован интенсивными экспериментальными исследованиями на крупнейших ускорителях. На семинаре с сообщениями о последних достижениях в этой области выступили представители всех крупнейших ускорительных центров мира и ряда крупных лабораторий, ведущих исследования на этих ускорителях.

Таким образом, читатель этого сборника сможет получить сводку экспериментальных результатов по множественным процессам на июнь 1973 г.

Лаборатория высоких энергий ОИЯИ была особенно заинтересована в проведении Семинара, поскольку работающие на ее установках сотрудники располагают новыми материалами, полученными на больших пузырьковых камерах и, кроме того, развивают новое оригинальное направление — релятивистскую ядерную физику. Первые

применения идей множественного рождения к столкновениям релятивистских ядер выяснили возможности совершенно нового подхода к этой проблеме. В частности, в ЛВЭ были обнаружены проявления масштабной инвариантности в множественных процессах при столкновении составных систем — атомных ядер с атомными ядрами. Большие перспективы развития этого нового направления вызвали к жизни не только существенную перестройку Дубненского синхрофазотрона, но и разработку проекта нового ускорителя — "Нуклотрона" — сверхпроводящего ускорителя, специально приспособленного для ускорения сложных ядер. В связи с этим ЛВЭ явилась инициатором и основным организатором Семинара.

Большой вклад в организацию Семинара был сделан Лабораторией теоретической физики ОИЯИ, а также Научным советом по физике электромагнитных взаимодействий АН СССР.

Оргкомитет и участники Семинара выражают глубокую благодарность дирекции и административно-техническим службам ОИЯИ, оказавшим максимальное содействие и взявших на себя значительную часть забот по организации семинара и изданию настоящего сборника.

Председатель Оргкомитета

А. М. БАЛДИН

ДИФРАКЦИОННЫЕ НЕУПРУГИЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

З. Новак

Объединенный институт ядерных исследований

За последние годы развивались два подхода к описанию множественного рождения частиц при высоких энергиях. Один из них (мы будем его называть дифракционной диссоциацией) исходит из того, что рождение новых частиц происходит за счет фрагментации налетающей частицы или частицы мишени, что вторичные частицы напоминают первичные, и что их тем самым можно связать соответственно с одной из первичных. На языке моделей Редже основной вклад дает траектория Померанчука. Однако, как было наглядно изложено в работе Грибова^{/1/}, эта сингулярность вызывает ряд трудностей и неясностей с теоретической точки зрения.

С другой стороны, существует подход, который мы условно будем называть мультипериферическим и для которого характерно короткодействие между соседними частицами типа $e^{-\alpha(\mathcal{U}_2 - \mathcal{U}_1)}$, где \mathcal{U}_1 - быстрота отдельных частиц. В этом подходе вторичные частицы не "помнят" происхождения из той или другой первичной.

Для каждого подхода существует ряд моделей. До прошлого года сторонники обоих подходов пытались объяснить все наблюдаемые эффекты только с помощью соответствующих моделей, при этом они встретили ряд трудностей.

В моделях дифракционной диссоциации для объяснения экспериментально наблюдаемого логарифмического роста средней множественности заряженных частиц $\langle n \rangle$ с энергией налетающей частицы,

Хва предположил^{/2/}, что образуются все более и более тяжелые **файрболы**, распадающиеся в растущее число вторичных частиц, причем для обеспечения логарифмической закономерности требовалось

распределение по множественности $\sigma \sim n^{-2}$. Отклонение от такой зависимости было объяснено влиянием кинематических факторов (t_{\min}); введение, однако, такой поправки приведет к появлению ямы вместо плато в распределении по быстроте /3/ или к зависимости от энергии некоторых параметров, в так называемых моделях "Нова", которые по идее этой модели должны быть постоянными /4/.

Авторы мультипериферического подхода испытывают серьезные трудности при объяснении неупругого инклюзивного протонного спектра, который имеет пик при $x = \frac{2-p_1}{\sqrt{s}} \approx 1$. Кроме того, энергетическая зависимость некоторых моментов множественности (в частности, f_2) по всей вероятности, отклоняется от предсказываемого для данного подхода /5/.

В связи с этим за последний год значительно изменилась философия подхода к механизму множественного рождения частиц при высоких энергиях. Вильсоном /6/ и Фейнманом /7/ была предложена так называемая двухкомпонентная модель, являющаяся суммой обоих подходов с подбираемыми вкладами каждой компоненты. В частности, параметры могут быть выбраны так, что остается только один из вышеизложенных подходов.

Сильнейшим аргументом в пользу дифракционной компоненты является пик в инвариантном спектре протонов реакции $pp \rightarrow pX$ вблизи $x = 1$. Типичный пример показан на рис. 1. Данные получены на спектрометре СНИМ-коллаборации при $\sqrt{s} = 24,31$ и 45 Гэв /8/. Если сравнивать спектры этих трех экспериментов, то получится, что они в рамках 10-процентной неопределенности в нормализации согласуются со скейлингом. Видно, что пик ограничен областью $x \gtrsim 0.9$.

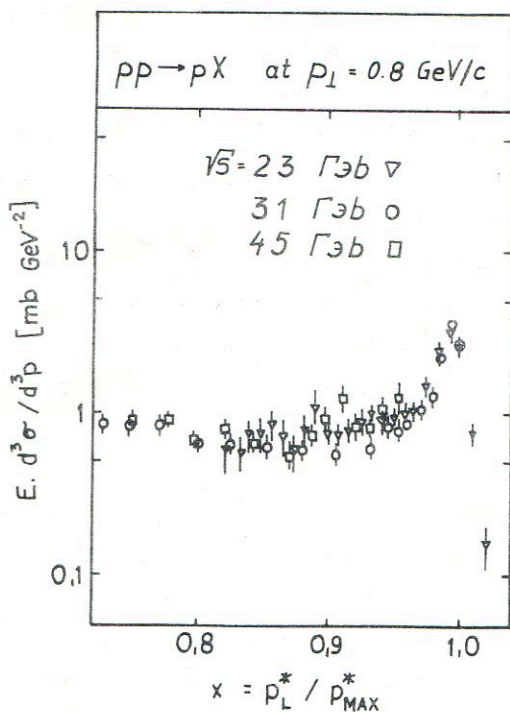


Рис. 1. Инвариантное сечение неупругих протонов в зависимости от x при фиксированных $p_{\perp} = 0,8 \text{ ГэВ}/c$ и разных энергиях налетающих частиц в pp - взаимодействиях ($\sqrt{s} = 23,4; 30,8$ и 45 ГэВ)^{/8/}.

Такой же пик в спектре протонов той же реакции при $\sqrt{s} \approx 10$ и 19 Гэв имеется в работе /9/. Хотя измеренный интервал по x охватывает только $0,79 \leq x \leq 0,94$, из рис. 2 видно, что пик протонов имеется в районе $x \geq 0,9$. Этот пик появляется более ярко при высших энергиях. Образование такого пика ниже 30 Гэв с ростом энергии хорошо демонстрируется в работе АВССНН - коллаборации /10/, где сравнивается спектр Π^+ - мезонов в реакции $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ x$ при 8, 16 и 23 Гэв (рис.3). Видно, что пик образуется опять при $x \geq 0,9$. Пример пика в протонном спектре при средних энергиях из той же работы показан на рис.4.

Из рис.3. видно, что появление пика связано исключительно с низкими множественностями. Аналогичная картина наблюдается при выборе некоторых эксклюзивных реакций как в πp^- , так и в pp^- взаимодействиях. Например, на рис.5 показан спектр протонов реакции $pp \rightarrow pp \pi^+ \pi^-$, имеющий сильные пики при $|x| \geq 0,9$ /11/.

Другой подход авторов работы /12/ состоял в исследовании зависимости параметра n из $\sigma \sim p_{LAB}^{-n}$ как функции x для протона и самого быстрого Π -мезона в реакции $\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ x$ при тех же энергиях. Показанный на рис. 6 параметр n существенно отличается в полосах $x_p > 0,875$ или $x_{\pi^+} > 0,875$ от его значений в сторону меньшей энергетической зависимости сечения.

Такое сильное различие можно толковать опять как проявление двух механизмов, приписав вышеуказанному дифракционное происхождение.

Итак, можно считать, что одиночные дифракционные процессы ограничены областью $x \geq 0,9$, более того, наблюдается скейлинг, по крайней мере, при высоких энергиях. Но скейлинг для определенных значений x (где можно применять приближение $1-x = M^2/s$) означает расширение пика в распределении массы диссоциированной системы M с ростом энергии.

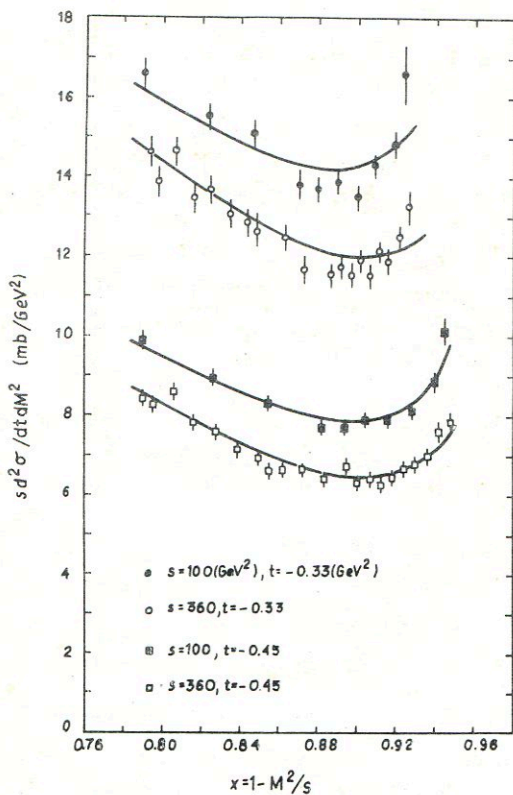


Рис.2. Распределение по x инвариантного сечения неупругих протонов для реакции $pp \rightarrow pX$ при $\sqrt{s} = 10$ и 19 Гэв и фиксированных t /9/.

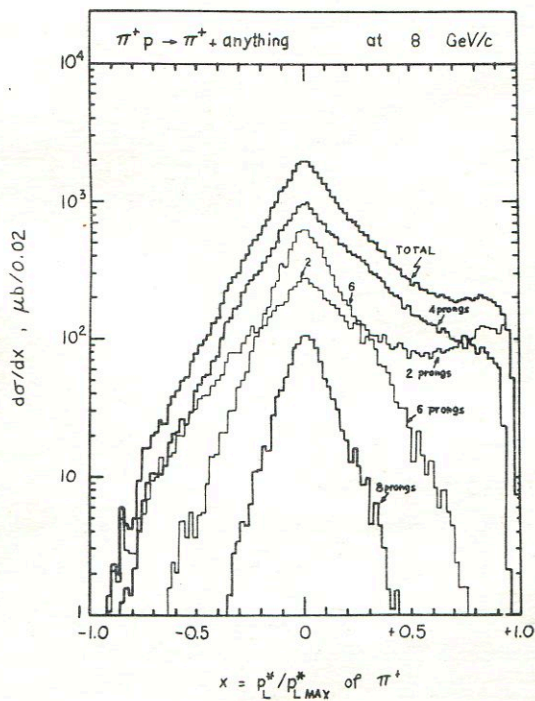


Рис.3. Инклюзивное и топологическое распределение $d\sigma/dx$ в
 а) зависимости от x для π^+ - мезонов в реакции
 $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ X$ при $p_{LAB} = 8; 16$ и 23 Гэв/с [10].

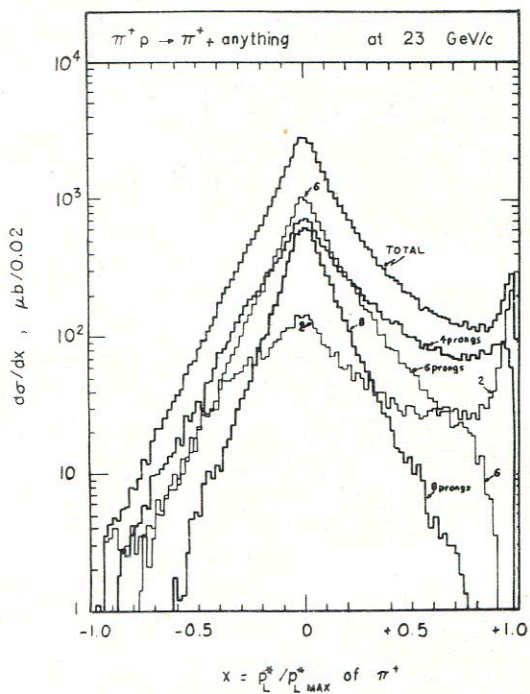


Рис.3. Инклюзивное и топологическое распределение $d\sigma/dx$
 в зависимости от x для π^+ - мезонов в реакции
 $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ X$ при $p_{LAB} = 8, 16$ и 23 ГэВ/с $/10/$.

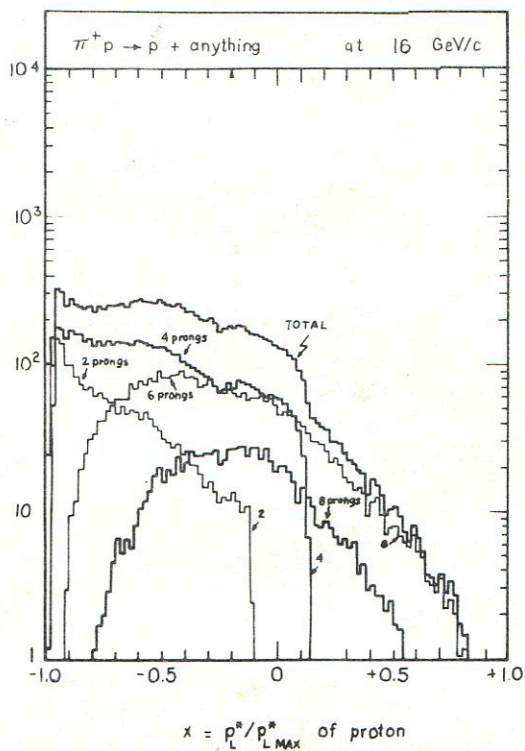


Рис.4. Инклюзивное и топологическое распределение dG/dx в зависимости от x для протонов в реакции $\pi^+ p \rightarrow pX$ при $p_{LAB} = 8; 16$ и 23 Гэв/с [10].

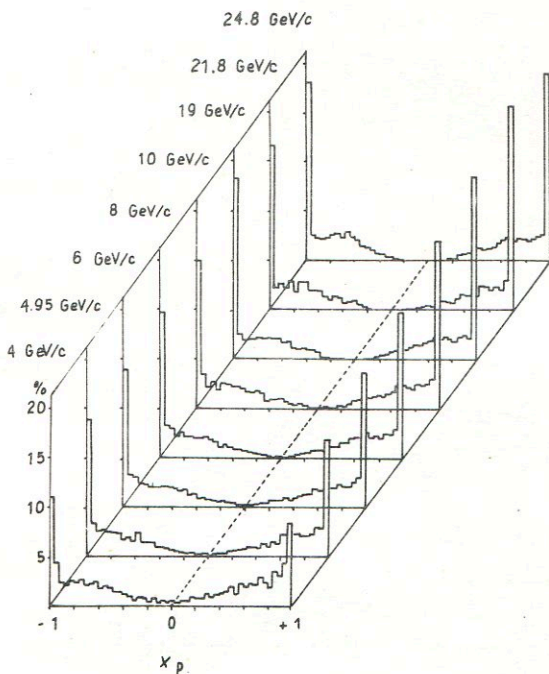


Рис.5. Инвариантное сечение протонов в реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ при разных энергиях в зависимости от x /II/.

$\pi^+ p \rightarrow \pi_f^+ + p + \text{anything}$ at 8 and 23 GeV/c

EXPONENT N

0									+1	x_f
1.3	1.0	0.9	0.8	0.9	0.8	1.2	0.4			
1.2	0.7	0.4	0.6	0.7	0.7	0.8	0.6	-1.6		
1.3	0.8	0.7	0.6	0.7	0.6	0.7	0.6	-1.0		
1.4	0.8	0.5	0.5	0.5	0.6	0.7	0.7	-0.7		
1.2	0.6	0.5	0.4	0.4	0.4	0.7	0.8	-0.5		
1.5	0.5	0.3	0.4	0.5	0.5	0.6	0.9	-0.2		
1.1	0.4	0.2	0.4	0.7	0.8	0.9	0.7	-0.5		
0.3	-0.4	-0.6	-0.7	-0.5	-0.3	-0.2	0.0	-0.4		
-1										
	x_p									

Рис.6. Экспонент $n(x_p, x_{\pi_f^+})$ выражения $\sigma \sim p^{-n}$ для реакции $\pi^+ p \rightarrow p \pi_f^+ X$ между 8 и 23 Гэв. Статистическая ошибка составляет $\sim 0,1 / \sqrt{12}$.

В работе /8/ была вычислена недостающая масса M в реакции $pp \rightarrow pX$. Рис. 7 показывает пример такого распределения по массам, полученного СНИМ - коллаборацией. Хотя разрешающая способность имеет порядок нескольких Гэв, видно, что структура в массовом спектре имеется до $5 + 10$ Гэв.

В работе /13/, проведенной при энергиях $\sqrt{s} = 31, 45$ и $53,4$ Гэв, наблюдается сдвиг в спектре недостающих масс M в реакциях $pp \rightarrow pX$ как с ростом энергии, так и в зависимости от множественности^{х)}. Сдвиг этой массы можно оценить по смещению пика распределения масс по сравнению с упругим пиком. Это смещение показано в таблице I и подтверждает указанную тенденцию растяжки.

Наконец, указание на растяжку можно получить и из рис.2. Если считать, что растяжка отсутствует, и исходить из кривой при $\sqrt{s} = 19$ Гэв с минимумом вблизи $x = 0,9$, то при $\sqrt{s} = 10$ Гэв этот минимум ожидался бы при $x \approx 0,65$ в противоречии с наблюдением.

Полное сечение дифракционной компоненты можно получить, интегрируя данный пик как по x , так и по p_{\perp} , или, иначе говоря, по недостающей массе M и переданному импульсу. В настоящий момент трудности в оценке этой величины в pp - взаимодействиях состоят в том, что на ISR можно получить данные только при более высоких t , а пузырьковые камеры в NAL имеют пока еще малую статистику, чтобы оценить это сечение. В работе /14/ приводятся данные от ISR:

х) Множественность заряженных частиц в данном эксперименте можно оценить только качественно, в зависимости от того, сколько счетчиков дают сигналы.

Таблица I

Положение пика в распределении недостающей массы реакции $pp \rightarrow pX$ в зависимости от множественности (качественная оценка) и энергии /13/

Энергия → (Гэв/ Множествен. ↓	31	45	53,4
низкая	1,8	2,5	2,9
средняя	3,0	4,0	5,3
большая	4,7	6,8	8,3

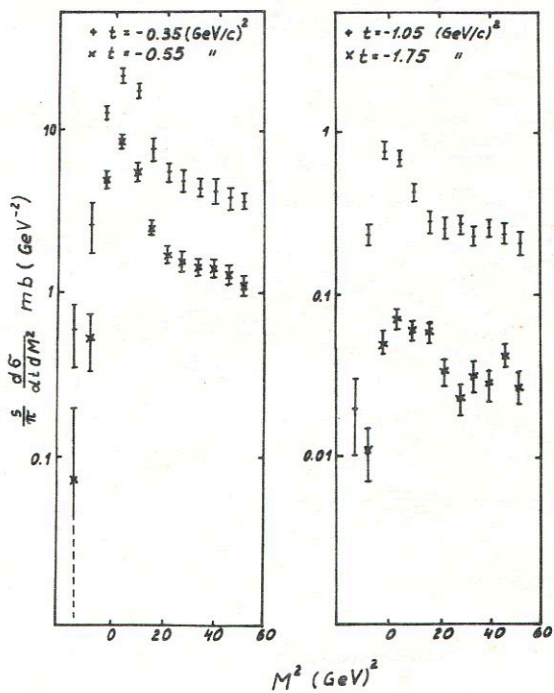


Рис.7. Распределение недостающей массы для реакции $pp \rightarrow pX$ при $\sqrt{s} = 30,8$ Гэв при разных значениях t /8/.

$$\sigma_{SD}(\sqrt{s} = 23 \text{ ГэВ}) = 5,4 \pm 1.0 \text{ мб}$$

$$\sigma_{SD}(\sqrt{s} = 31 \text{ ГэВ}) = 5,0 \pm 1.0 \text{ мб},$$

причем данные при первой энергии не противоречат результатам NAL при $p_{LAB} = 300 \text{ ГэВ/с}$ ($\sqrt{s} = 24 \text{ ГэВ}$).

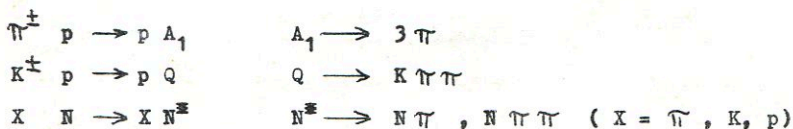
Другая цифра дана авторами работы /15/, проводящими pp-эксперимент при $E_{LAB} = 100 \text{ ГэВ}$ с помощью пузырьковой камеры.

Они получают $\sigma_{SD} = 6,8 \pm 1.0 \text{ мб}$.

Таким образом, все цифры находятся в районе 5-7 мб. Рассуждать о том, как это сечение ведет себя с энергией, преждевременно.

Однако, если вышеуказанный скейлинг оправдывается при всех значениях p_{\perp} , то можно сделать заключение о постоянстве этого сечения. В предположении постоянства сечения дифракционной компоненты расширение спектра масс означает одновременно спад сечения дифракционной диссоциации при фиксированной массе. Такой спад с энергией наблюдается в действительности, если рассматривать некоторые эксклюзивные реакции в области низких энергий.

Примерами таких реакций могут быть:



где под A_1, Q понимают эти пики независимо, являются они резонансами или нет. Примеры показаны на рис. 8 /16/.

Если энергетическую зависимость полного сечения данной реакции характеризовать параметром n из $\sigma \sim p^{-n}$, то, как видно из таблицы II, имеется спад как для упругих, так и, в более сильной мере, для неупругих реакций /17/. С другой стороны, дифференциальное сечение в направлении вперед имеет для обеих реакций более

Таблица II

Экспонент n выражения $\sigma \sim p^n$ для некоторых
дифракционных реакций

Упругое рассеяние	n	Дифракционная диссоциация	n
K^+p	$0,09 \pm 0,03$	$K^0 \rightarrow Q$	$0,59 \pm 0,16$
K^-p	$0,38 \pm 0,04$	$K^+ \rightarrow Q$	$0,60 \pm 0,05$
$\pi^- N$	$0,2$	$\pi^- \rightarrow A_I$	$0,41 \pm 0,11$
		$\pi^- \rightarrow A_2^{x)}$	$0,57 \pm 0,09$
		$\pi^- \rightarrow A_3$	$0,8 \pm 0,6$
NN	$0,2$	$N \rightarrow N^*$	$0,4 \pm 0,6$

x) Только натуральная часть обмена

Таблица III

Экспонент n для образования вперед 3π - системы
в реакции $\pi^- A \rightarrow A 3\pi$, где A - протоны
и ядра /18,47/

$M (3\pi)$	n (на протонах)	n (на ядрах)
$0,9 - 1,1$	$- 0,6 \pm 0,2$	$- 0,5 \pm 0,1$
$1,0 - 1,2$		$- 0,1 \pm 0,2$
$1,1 - 1,3$	$- 0,7 \pm 0,2$	$- 0,2 \pm 0,2$

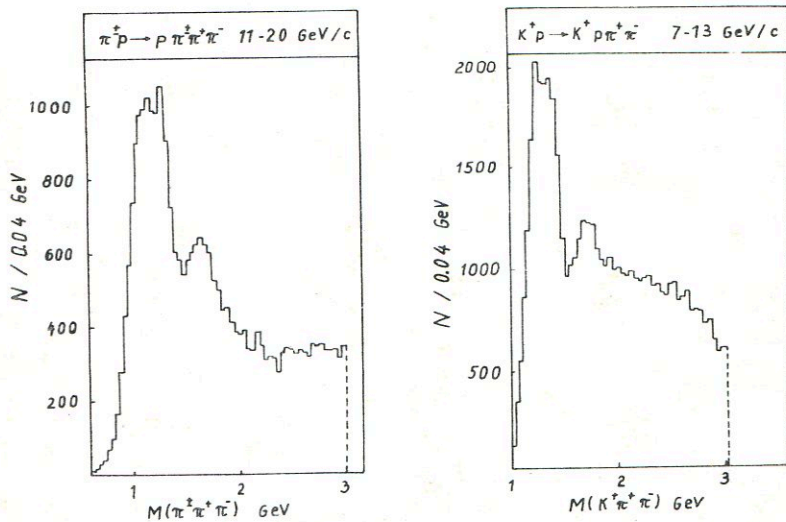


Рис. 8. Суммарное распределение эффективных масс 3π - и $K\pi\pi$ - систем для реакций $\pi^\pm p \rightarrow p \pi^\pm \pi^+ \pi^-$ и $K^+ p \rightarrow p K^+ \pi^+ \pi^-$ соответственно /16/.

слабую зависимость от ν . В случае упругих реакций оно обеспечивает постоянство или даже рост полного сечения некоторых реакций, в случае неупругих реакций, например $\pi^- p \rightarrow p (3\pi^-)$, ν , заданное в таблице III, является также значительно меньшим, чем для полного сечения данной реакции /18/. Пики, наблюдаемые в этих эксклюзивных реакциях, однако не расширяются с ростом энергии, во всяком случае не в такой мере, как это требовалось при наблюдении скейлинга в x . К сожалению, данные имеются пока только в ограниченной области энергий, но при скейлинге пик в $3\pi^-$ системе (A_1) должен был бы расширяться в 2 раза при переходе от $p_{LAB} = 5$ до 25 ГэВ. Этого не наблюдалось /19/.

Модели, предсказывающие растяжку спектра масс за счет открытия новых каналов, могут быть оправданы, но не с теми же жесткими условиями, обсужденными в первой части, вытекающими из описания всех экспериментальных фактов только фрагментационными процессами. Такие идеи были проверены Покорским и Ван Ховом /20/, которые использовали для этого реакцию $\pi^- p \rightarrow \pi^- x$ при 16 ГэВ.

При предположении, что до недостающей массы $M=1,75$ ГэВ имеется преимущественно дифракционная диссоциация (к такому выводу авторы приходят на основе анализа продольного фазового пространства и факторизации), оказывается, что со спадом канала $\pi^- p \rightarrow (N\pi) \pi^-$ открывается новый канал $\pi^- p \rightarrow (N\pi\pi) \pi^-$, компенсирующий этот спад (рис.9). Такое поведение означало бы, что с ростом энергии увеличивается множественность заряженных частиц дифракционной компоненты, что пока, как будет видно в дальнейшем, показано неоднозначно.

Первоначальные исследования по двухкомпонентной модели велись на основе распределения по множественности заряженных частиц b_n , средней множественности $\langle n \rangle$ и ее моментов

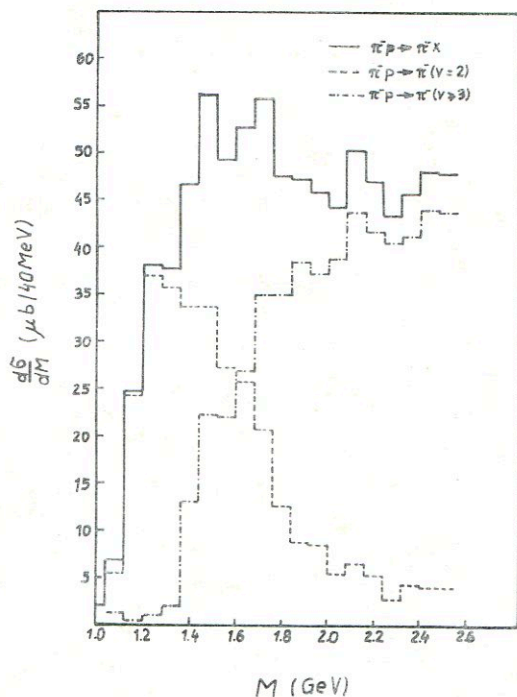


Рис.9. Распределение по недостающей части для реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^-X$ (сплошная линия), распределение массы $N\pi$ - системы реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^- (N\pi)$ (штрихованная линия) и разность между этими двумя распределениями (штрих-пунктирная линия) /20/.

в частности, $f_2 = \langle n(n-1) \rangle - \langle n \rangle^2$. Для двухкомпонентной модели эти величины можно разложить на дифракционную и мультипериферическую части (индексы D и M соответственно).

В частности, имеем:

$$\bar{b}_n = \bar{b}_n^D + \bar{b}_n^M = (D + M) \bar{b}_{ine1}$$

$$\langle n \rangle = D \langle n_D \rangle + M \langle n_M \rangle$$

$$f_2 = D f_{2D} + M f_{2M} + (\langle n_D \rangle - \langle n_M \rangle)^2,$$

где M и D - доли мультипериферической и дифракционной компонент /21/. Кроме того, часто фигурирует дисперсия $\tilde{D}^2 = \langle (n - \bar{n})^2 \rangle$, для поведения которой Врублевский нашел эмпирическую формулу $\tilde{D} = A \langle n \rangle + B$ /22/. Авторы работ /23-27/ получили D и M в предположениях:

а) из поведения $\langle n \rangle$ и f_2 с энергией, где они предполагают, что $\langle n_M \rangle \sim \ln v$ и $f_{2M} \sim \ln v$ в случае короткодействующих корреляций или $f_{2M} = 0$ в случае независимой эмиссии нейтральных пар частиц. Для дифракционных моделей большинство авторов предлагали постоянные величины $\langle n_D \rangle$ и f_{2D} ;

б) либо приписывают отклонение от пуассоновского распределения \bar{b}_n (соответствует $f_2 = 0$, и тем самым опять независимой эмиссии) дифракционной компоненте. Действительно, в работе /15/ показано, что мультипериферическая компонента хорошо аппроксимируется пуассоновским распределением ($\chi^2 = 2,8$ для 7 степеней свободы), если исключить дифракционный пик в распределении недостающих масс;

в) либо по вышеуказанной форме Врублевского. В этой связи Ван Хов показал, что коэффициент A в первом приближении

при $\langle n_D \rangle \ll \langle n_M \rangle$ можно принять за $A = \sqrt{D/M}$ /26/.
 Результаты отдельных авторов /23-27/ приводятся в таблице IV.
 Несмотря на сравнительно большие расхождения в предположениях,
 сечения дифракционной компоненты близки друг к другу и совпадают
 с данными, полученными от протонного спектра.

В уже указанной работе /8/ измерили инклюзивный протонный
 спектр с дополнительным условием, что хотя бы одна заряженная
 частица попадает в угловые интервалы $90 \pm 14^\circ$, $117,5 \pm 12,5^\circ$
 и $180 \pm 11,5^\circ$. Как видно из рис. 10, протонный пик около $x = 1$
 связан с событиями без медленных пионов. Тем самым получены
 прямые указания на так называемые дальнедействующие корреляции.
 Авторы этой работы вычисляли средние множественности заряженных
 частиц $\langle n \rangle$, испущенных в заднюю полусферу для случаев с прото-
 ном в пике ($x > 0,99$) и вне пика ($0,72 < x < 0,84$), и нашли, что
 $\langle n \rangle = 2,8 \pm 0,5$ и $6,7 \pm 1,5$ соответственно.
 Если сравнивать это значение с приведенными в таблице IV, то
 они хорошо согласуются между собой. Более того, Славатинский,
 используя данные космических лучей в интервале энергии
 до 10^3 Гэв, показал /28/, что множественность заряженных пионов,
 производимых в этих столкновениях дифракционным образом, состав-
 ляет $\langle n_{\pi^{\pm}} \rangle = 2,3$, что тоже говорит в пользу постоянного значения
 множественности.

Но такое постоянство находится в противоречии с вышеупомя-
 нутой идеей о росте $\langle n_D \rangle$ с ростом энергии за счет открытия
 новых каналов. Кроме того, имеются первые указания на несогла-
 сованность третьего момента f_3 с простой двухкомпонентной
 моделью, предполагающей постоянство средней множественности
 дифракционной компоненты /29/.

Оценки дифракционной компоненты из распределений по множественностям для $\rho\rho$ -взаимодействий

Источники	Метод (см. текст)	Интервал энергии	D %	\bar{S}_D мб	$\langle n_D \rangle$	S_2	S_4	S_6	S_8
/23/	б)	15-303	24	7,7	4,1	2,3	3,1	1,7	0,6
/24/	а)	50-303	16	5,1	3,6	2,0	2,2	0,9	-
/25/	а) и б)	102-303	25	8,5	3,5	4,4	2,4	1,1	0,6
/26/	в)	4-205	26	7,7	2,5	-	-	-	-
/27/	а) $\langle n_n \rangle \sim S^b$	35-303	28	8	$1,33 \pm 0,10^*$				

*) $\langle n_D \rangle$

D1,2 - 7411

Глубоконеупругие и множественные процессы
при высоких энергиях

В сборнике публикуются обзорные доклады, представленные на Международный семинар по глубоконеупругим и множественным процессам при высоких энергиях (Дубна, 7-13 июня 1973 года).

Содержание сборника посвящено интенсивно изучаемым в настоящее время на гигантских ускорителях в СССР и за рубежом процессам множественного рождения частиц в адронных и электромагнитных взаимодействиях.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1973

Deep Inelastic and Many-Body Processes D1,2 - 7411
at High Energies

The collection contains review talks submitted to the International Seminar on Deep Inelastic and Many-Body Processes at High Energies (Dubna, June 7-13, 1973).

The contents of the reviews are devoted to the processes of multiple particle production in hadron and electromagnetic interactions intensively investigated at present at giant accelerators in the USSR and abroad.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1973

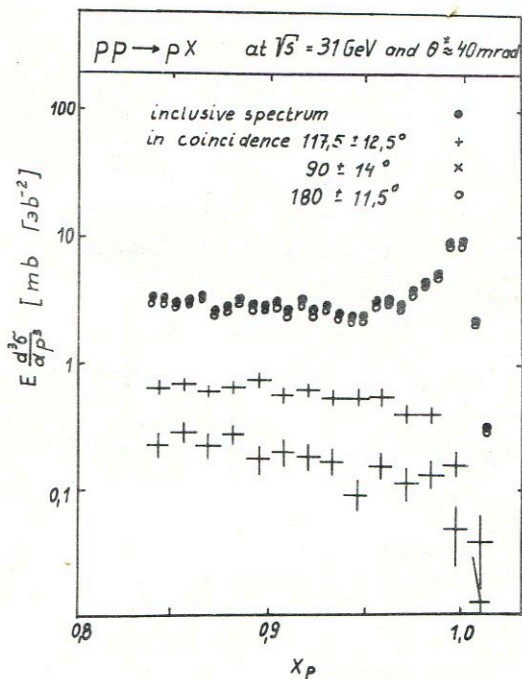


Рис. 10. Инвариантное сечение неупругих протонов при $\sqrt{s} = 31$ Гэв в зависимости от X . Показан спектр без ограничения и совпадающий с Π -мезонами, попавшими в один из указанных угловых интервалов /8/.

Качественное описание протонного спектра в рамках теории Редже часто осуществляется с помощью трехреджевой модели. Однако проблемы, связанные с такой параметризацией, обсуждены в работе /30/, представленной на этом симпозиуме, и поэтому здесь не обсуждаются.

Большой интерес для понимания процесса представляет вопрос, является ли диссоциированная система резонансом или нет?

На практике встречаются разные ответы.

Одним из примеров является фоторождение векторных мезонов ρ , ω , ϕ , приведшее к созданию модели векторной доминантности, предполагающей превращение γ - кванта в векторный мезон и упругое рассеяние последнего.

В реакциях $\chi N \rightarrow \chi N^\pi$ имеется смешанная и противоречивая ситуация. С одной стороны, анализ экспериментов по недостающей массе указывает на структуру массового распределения с узкими резонансами, например $N^\pi(1520)$, $N^\pi(1680)$ /31/, причем при аппроксимации спектра выражением $d\sigma/dM = A + B s^{-1/2}$ при $s \rightarrow \infty$ остается резонансная структура, в то время как фон исчезает (рис. II) /32/. С другой стороны, анализ $N\pi$ - системы как в нуклонных, так и в когерентных процессах указывает на наличие широкого бесструктурного максимума (рис. I2) /33/.

Последний вариант наблюдается и в 3π - и в $K\pi\pi$ - системах (вышеупомянутые пики A_1 , A_3 , Q , L). Фазовый анализ, например 3π системы, проведенный Асколи и др. /34/, показывает, что кроме $J^P = 2^+$ (A_2) никакая парциальная волна не имеет резонансного поведения. В частности, фаза $J^P = 1^+$ - волны с 3π - распадом, дающая в районе A_1 самый большой

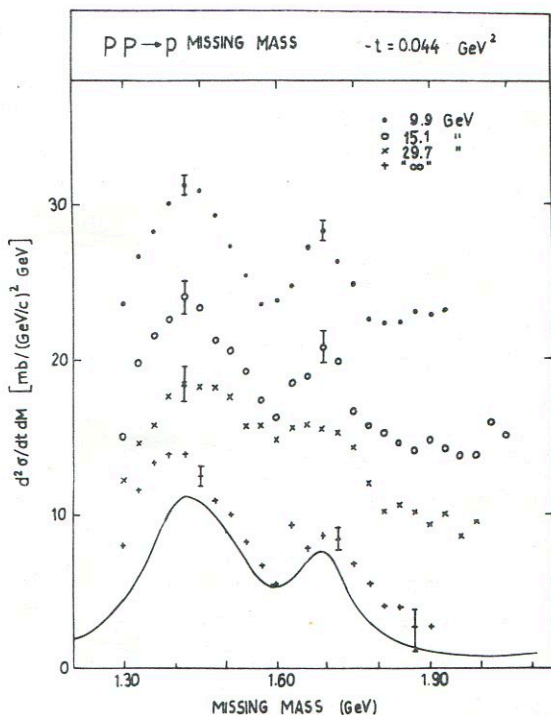


Рис. II. Зависимость $d^2\sigma/dt dM$ от недостающей массы M для реакции $pp \rightarrow pX$ при разных энергиях и фиксированном t . Значение $d^2\sigma/dt dM$ при $s \rightarrow \infty$ получено путем экстраполяции согласно $A + B s^{-1/2}$ /32/.

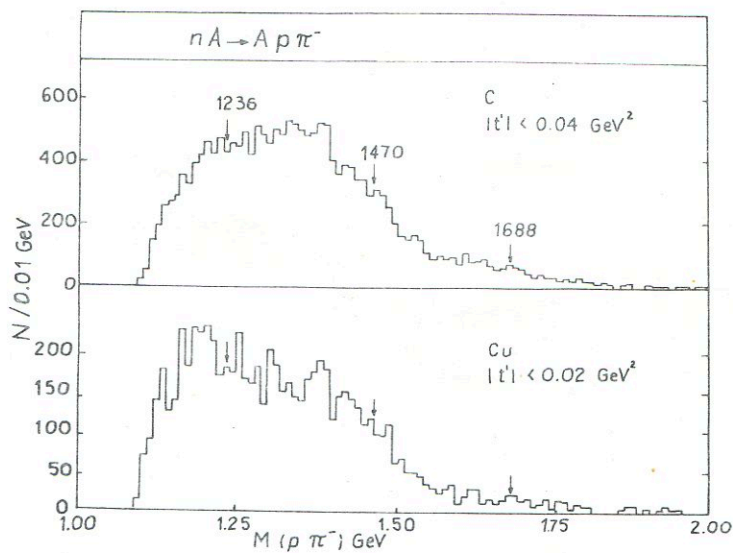


Рис.12. Пример беструктурного распределения эффективной массы $\rho\pi^-$ - системы, полученный в реакции $nA \rightarrow A\rho\pi^-$, где A - углерод и медь /33/.

вклад, не проходит через 90° (рис.13). Аналогичная ситуация наблюдается, по новейшим данным, для $K \pi \pi$ - системы /35/.

С другой стороны, анализ энергетической зависимости рождения A_2 - мезона дает зависимость $\sigma \sim p^{-0,57 \pm 0,03}$ /36/ х).

Тем самым параметр n отличается от всех недифракционных процессов и ближе к значениям, свойственным дифракционным процессам. Так, n , например, для A_1 (1,0 - 1,2 Гэв), A_2 (1,2-1,4 Гэв) и A_3 (1,5 - 1,8 Гэв) почти линейно зависит от массы 3π -системы.

Дифференциальное сечение описывается функцией $d\sigma/dt \sim t \cdot e^{bt}$.

Анализируя эффективную траекторию, ответственную за рождение A_2 ($\alpha(t) = (0,91 \pm 0,12) + (1,31 \pm 0,49)t$ или при фиксировании $\alpha' = 1$ $\alpha(t) = (0,84 \pm 0,05) + t$), видно, что она лежит значительно выше обычных мезонных траекторий, встречающихся в недифракционных процессах.

Следует отметить, что изоспиновый анализ обменной частицы также говорит за преимущественный изоскалярный обмен. Таким образом, рождение A_2 - мезона похоже на дифракционный процесс. Следовательно, имеются указания на два механизма дифракционного рождения: первый - диссоциированная система является резонансом, второй - нерезонансное образование этой системы.

Объяснение последнего механизма было дано в рамках так называемой модели Дрелл-Хинда -Дека, согласно, которой, например, процесс $\pi p \rightarrow \rho A_1$ происходит по диаграммам, изображенным на рис.14а /37/. Однако против такого объяснения имеется ряд аргументов:

а) при сравнении дифференциальных сечений упругого рассеяния или рождения частиц и античастиц на нуклонах наблюдается так называемый кроссовер-эффект (рис.15) /38,39/.

х) Натуральная часть обмена

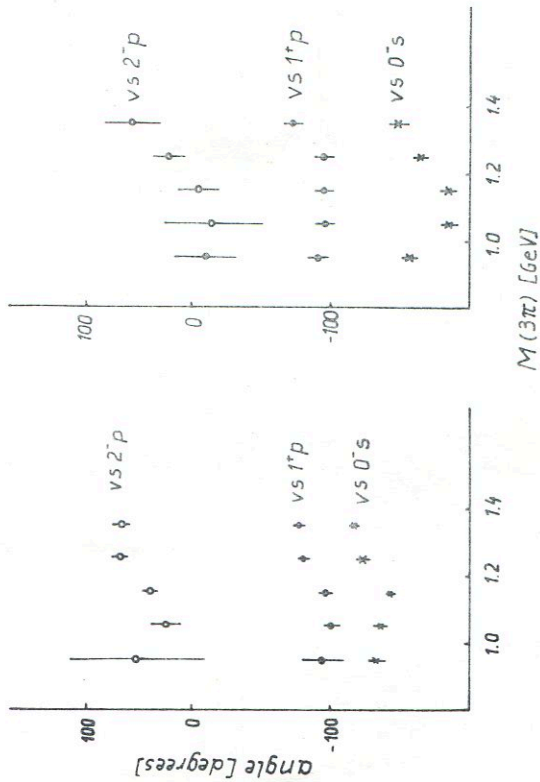


Рис. 13. Сдвиг фаз $J^P: \Lambda^+ - S$ - волны по отношению к указанным фазам для $3\pi^-$ - системы реакции $\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ \pi^- \pi^-$ в зависимости от $M(3\pi^-)$: а) при 40 Гэв; $0,04 \leq (t) \leq 0,33$ (Гэв/с) 2 ; б) при 7,5 Гэв; $(t) \leq 0,7$ (Гэв/с) 2 /34,36/.

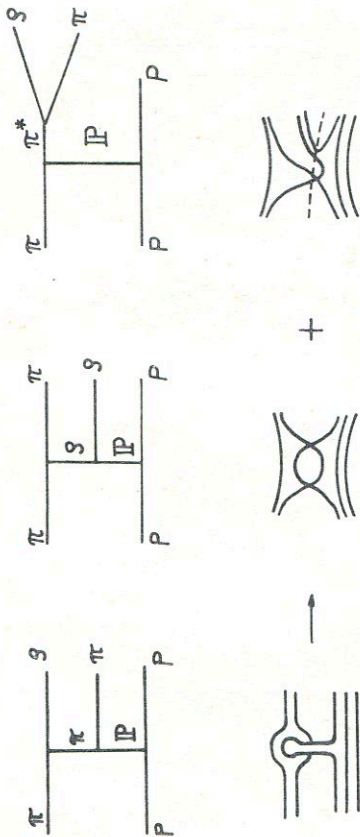


Рис. 14. а) Мультирежимные диаграммы для процесса $\pi P \rightarrow P S \pi$ согласно модели Дека /37/. б) Пример взаимодействия валентного кварка бариона с "внутренней" парой мезона, приводящий к дифракционным процессам согласно модели /42/.

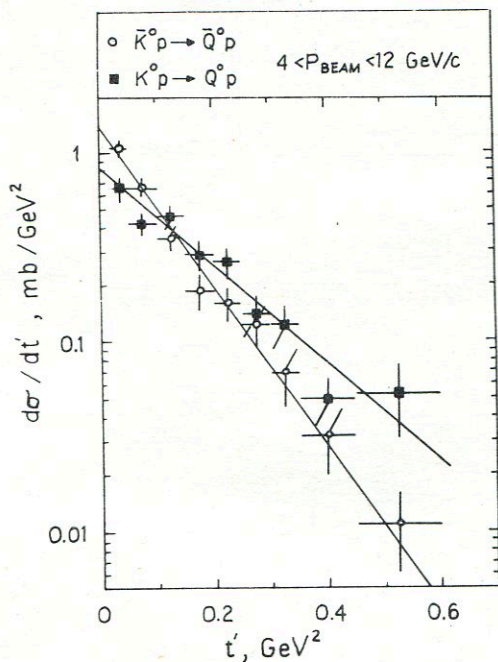


Рис.15. Дифференциальное сечение реакций $K^0 p \rightarrow p Q^0$
 и $\bar{K}^0 p \rightarrow p \bar{Q}^0$ в интервале первичных
 импульсов 4 + 12 Гэв/с /39/.

В рамках модели Редже его можно интерпретировать как интерференцию первичной (померонной) и вторичной (мезонной) траекторией. При объяснении вышеуказанного механизма дифракционной диссоциации кроссовер-эффект происходит от кроссовера упругого рассеяния по нижней вершине (рис.14а). Отсюда - для реакции $K^0 p \rightarrow p Q^0$ ($\bar{K}^0 p \rightarrow p \bar{Q}^0$) ожидалась бы картина, обратная тому, что наблюдается при эксперименте (рис.15) - ожидался бы узкий конус для $K^0 p \rightarrow p Q^0$ и более широкий для $\bar{K}^0 p \rightarrow p \bar{Q}^0$ x).

б) В работе /41/ было показано, что экспериментально наблюдаемое сильное изменение наклона b с массой M в описании дифференциального сечения $d\sigma/dt \sim e^{bt}$ не получается из данной модели.

в) В рамках реджезованных моделей первую диаграмму на рис.14а можно представить в виде /41/:

$$A \sim \frac{1}{s_{\pi\zeta} - m_{\pi}^2} \cdot s_{\pi N}^{\alpha_P = 1},$$

но при $t = 0$ $s_{\pi N} \approx \frac{s_{\pi\zeta} - m_{\pi}^2}{s_{A1} - m_{\pi}^2} \cdot s$, так что суммарно получится

$$A \sim \frac{s}{s_{A1} - m_{\pi}^2}.$$

Это, в свою очередь, говорит о том, что первая диаграмма не является выделенной, и что в принципе нужно учесть все диаграммы.

Но диаграмма с рассеянием ζ - мезона на нижней вершине, согласно /42/, даст более широкий пик в распределении масс, чем наблюдается в эксперименте.

x) Сторонники однобюнного обмена (Л.А. Пономарев) считают, что для оправдания такого аргумента энергия исследуемой реакции (4-12 Гэв) слишком неясна.

Среди моделей, с помощью которых пытаются объяснить эффекты дифракционной диссоциации, широко распространились модели, базирующиеся на наличии субструктуры у элементарных частиц. Например, согласно работе /42/, стационарный наблюдатель видит в адроне, помимо валентных кварков, виртуальную пару или несколько пар из кварк-антикварка в квантовом состоянии вакуума. В результате взаимодействий может происходить "радиационный распад" этих пар, включение которого превращает упругое рассеяние в дифракционную диссоциацию (рис.14в).

Авторы /42/ считают, что их модель удовлетворительно описывает большинство экспериментальных фактов, имеющих по дифракционной диссоциации, в частности:

- а) нерезонансный характер двухчастичных диссоциированных систем;
- б) диссоциация обеих налетающих частиц может происходить только при распаде нескольких пар, и тем самым менее вероятна, чем одиночная диссоциация. То же самое относится к рождению барион-антибарионных пар;
- в) число странных кварков сохраняется в низшем порядке;
- г) сохранение спиральности в v - канале можно наблюдать только для недиссоциированных систем;
- д) поскольку имеется распадный процесс, то он имеет все характеристики порогового процесса;
- е) данная модель объясняет кроссовер-эффект, причем для реакции $K^0 p \rightarrow p Q^0$ и $\bar{K}^0 p \rightarrow p \bar{Q}^0$ в правильном направлении.

Однако модель трудно проверяется, поскольку для количественного сравнения требуются знания кварк-кварковых взаимодействий.

Целый ряд реакций, относящихся к дифракционной диссоциации, наблюдается в более чистом виде в когерентных взаимодействиях тех же налетающих частиц на ядрах. К сожалению, по нашим сведениям, пока нет экспериментов с наблюдением инклюзивных спектров в когерентных взаимодействиях. Эксклюзивные реакции, как, например, $\pi^+ A \rightarrow A (3\pi)^+ /44/$, хорошо описываются оптической моделью Глаубера /45/. Исходя из этого, авторы работы /46/ попытались из когерентных данных определить сечение дифракционной диссоциации на нуклонах, входящее в соответствующую формулу как один из параметров. Если эти данные сравнивать с данными на свободных нуклонах, полученных на водородных камерах и очищенных соответствующими ограничениями, в частности, по t , то получается хорошее совпадение как по форме спектра масс диссоциированной системы, так и по энергетической зависимости. Однако по абсолютной шкале "водородные" события лежат выше когерентных, что авторы объясняют возможным недифракционным фоном в "водородных" событиях.

Влияние формфактора с Гауссовым или Вуд-саксоновым распределением плотности в когерентных взаимодействиях приводит к подавлению высших масс, усилению периферийности, сильному изменению энергетической зависимости сечения в направлении роста с энергией, т.е. к таким свойствам, которые отличают дифракционные процессы от недифракционных. Отсюда может возникнуть мысль, что сама дифракционная диссоциация является когерентным наложением элементарных процессов, свойства которых скрыты характеристиками когерентности. Элементарный акт, например, может происходить на партонах или кварках. Хотя имеются некоторые модели в этом направлении /47/, они испытывают серьезные трудности в связи с незнанием как волновой функции партонов, так и их взаимодействия.

Заклвчение

1. В неупругих взаимодействиях адронов с адронами существует дифракционная компонента, сечение которой сравнимо с упругим сечением.

2. Дифракционная компонента появляется как пик в спектре продольных импульсов протонов при $x \gtrsim 0,9$ или в массе диссоциированной системы. Есть указание на скейлинг при фиксированных x и на расширение структуры в распределении масс с ростом энергии.

3. Средняя множественность дифракционной компоненты значительно меньше общей средней множественности и мало зависит от энергии. Знание хода этой величины с энергией очень важно для понимания механизма дифракционной диссоциации.

4. Диссоциированная система может иметь как резонансный ($N^{\pm}(1520)$, $N^{\pm}(1680)$, A_2), так и нерезонансный (A_1 , Q) характер.

5. Приводятся некоторые аргументы против механизма Дека как объяснение нерезонансной дифракционной диссоциации.

6. Когерентные взаимодействия являются хорошим сепаратором дифракционных процессов. Данные хорошо описываются оптической моделью Глаубера. Формфактор ядра приводит к таким свойствам, которые отличают дифракционные процессы от недифракционных.

Автор благодарит В.В. Глаголева за критические замечания.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- I. Gribov V.H., Proceedings of the XVI International Conference on High Energy Physics NAL , vol.3, p.491 (1972).
2. Hwa R.C., Phys.Rev.Lett. 28 , 1487 (1972); Phys. Rev.Lett. 26, 1143 (1971).
3. Abarbanel H. et al., Phys.Rev.Lett. 30 , 67 (1973).
4. Berger E.L., Minirapporteur's talk at the XVI Internat. Conf. on High Energy Physics, Chicago, 1972 (unpublished).
5. См., например, Е.Бартке, доклад на этом симпозиуме.
6. Wilson K.G., Cornell Preprint CLNS I31 (1970).
7. Feynman R.P., High Energy Collisions, Stony Brook Conference, 1969.
8. Albow M.G. et al., Nucl. Phys. B51, 388 (1973); Nucl.Phys. B54 (1973), Phys.Lett. B44, 207 (1973).
9. Sannes F. et al., Phys.Rev.Lett. 30, 766 (1973).
10. Aachen - Berlin - Bonn - CERN - Cracow - Heidelberg - Warsaw - Coll., Private Communication.
11. Cecket G. et al., Nucl.Instr. and Meth. 103, 555 (1972).
12. H.Wahl (ABBCCHW-collaboration) talk at this symposium.
13. Aachen - CERN - Harvard - Genna- Torino - collaboration, Личное сообщение
14. Sens J.C. Proc. of the Conf. on Recent Advances in Particle Phys., New York (to be published).
15. Bromberg C.M. et al., Rochester-Michigan-Preprint 1973.
16. Cf. Nowak S. Proceedings of the I Internat.Symposium of High Energy Physics, Dresden 1971.

17. Leith D.W.G.S. Proceedings of the XVI International Conference on High Energy Physics , NAL, vol.3, p.32I, (1972).
18. Kittel W. et al., Nucl.Phys. B30, 333 (1971).
19. Ascoli G. Phys.Rev. D7, 669 (1973); Paler K., Nucl.Phys. B18, 2II (197); Bingham H. Nucl. Phys. B48, 589 (1972).
20. Pokorski and Van Hove L., GERN-preprint TH I656.
21. Bialas A. et al., Nucl.Phys. B48, 237 (1972).
22. Wroblewski A., Warsaw-preprint IFD / 72 / 2
23. Fialkowski K. et al., Phys.Lett. B43 , 6I (1973).
24. Harari H. et al., Phys.Lett. B43, 49 (1973).
25. Quigg C. NAL-Preprint NAL-THY93 (1972).
26. Van Hove L., Phys.Lett. B43, 65 (1973).
27. Lach J., Malamud E., Phys.Lett. B44, 474 (1973).
28. Слаботинский С.А., доклад на этом симпозиуме.
29. Fialkowski K. et al., Phys.Lett. B43, 493 (1973).
30. Кайдалов А.Б., доклад на этом симпозиуме и письмо в ЖЭТФ, I7 626 (1973).
31. Anderson E.W. et al., Phys.Rev.Lett. I6, 855 (1966),
Edelstein R.M. et al., Phys.Rev. D5, 1073 (1972),
Allaby J.V. et al., Nucl.Phys. B52, 316 (1973).
32. Frampton P.H. et al., Phys.Lett. 38B, 78 (1972).
33. Boesebeck K. et al., Nucl. Phys. B28, 368 (1971),
Graessler H. et al., Nucl.Phys. B47 , 43 (1972),
Longo M.L. et al., Phys.Lett. B36, 560 (1971).
34. Ascoli G. et al., Phys.Rev.Lett. 25, 962 (1970),
Phys.Rev.Lett. 26, 929 (1971), Phys.Rev. D7, 669 (1973)

35. Aachen - Berlin - CERN - London - Vienna - collaboration,
Private Communication.
36. Kpuse U.E. et al., paper 602 at the XVI Intern.Conf. on
High Energy Physics, Chicago , 1972.
Antipow Y. et al., CERN-IHEP spectrometer, Progress
report N 3. 1972 r.
37. Dnell S.D. and Hiida K., Phys.Lett., 7 , 199 (1961),
Deck R., Phys.Lett. 13 , 1969 (1964),
Berger E.L., Phys.Rev. 166 , 1525 (1968).
38. Beapre J.V. et al., Phys.Lett. 41B, 393 (1972).
39. Brandenburg G.W. et al., Nucl. Phys., B45, 397 (1972).
40. Miettinen H.I., Phys.Lett. 40B, 127 (1972).
41. Fox G. Proc. of the Exp.Meson Spectroscopy Conf. 1972,p.271.
42. Lubatti H.J. et al., Seattle Preprint VTL PUB II (1973).
43. Kane G. Acta phys.polonica, B3, 845 (1972).
44. Bemporad C. et al., Nucl.Phys. B33 , 397 (1971),
Nucl.Phys. B42, 627 (1972).
45. Kolbig K.S. and Matgolis B., Nucl.Phys. B6, 85 (1968),
Bensch W., Acta phys.polonica B3, 679 (1972).
46. Muhlemann P. et al., Nucl.Phys. (to be published).
47. Byers N., Acta phys.polonica B3, 889 (1972),
Horn D. et al., Nucl.Phys. B48, 557 (1972)

CORRELATIONS IN NON-DIFFRACTIVE PRODUCTION
PROCESSES AT HIGH ENERGIES

Jerzy BARTKE

Institute of Nuclear Physics, Cracow

Investigation of the reaction mechanism in some high-energy exclusive particle production reactions leads to the definition of the so-called diffractive processes. Processes such as the production of A_1 and A_3 systems in π^-p , of Q and Q' systems in K^-p , or of some nuclear resonances, showed characteristics very similar to those of elastic scattering: low four-momentum transfer, constant or almost constant cross-section, and quantum numbers of the produced system compatible with pomeron exchange [1]. Other reactions, which contribute to the greater part of the total cross-section, did not show these features. This observation constitutes the basis of the so-called two-component model [2]. In this model one assumes that particles are produced either by "diffraction" or by "pionization", the first mechanism being responsible mainly for low and the second for high multiplicities. It should be noted that conclusions concerning the validity of such a model were obtained mainly from multiplicity distributions. It is therefore inevitable that one should quote here the paper by Mueller [3], who was the first to point out that multiplicity distributions contain much information on the production mechanism. One can extract this information, e.g., by studying the moments of the distribution

and comparing them with various theoretical models. It is the second moment, or rather the second correlation integral, f_2 , closely related to the dispersion of the distribution, D

$$f_2 = \langle n(n-1) \rangle - \langle n \rangle^2 = D^2 - \langle n \rangle$$

which has drawn most attention. From the experimental point of view multiplicity distributions constitute a very convenient kind of data, as they can be quickly obtained in any bubble chamber or emulsion experiment, only needing the number of prongs to be counted in the course of scanning. In fact, this should be supplemented with additional information about elastic scattering for which one should correct the two-prong data; this, however, is usually available from counter measurements. Above the fairly well explored region of 30 GeV we already know charged multiplicity distributions in pp collisions at 50, 69, 102, 205 and 303 GeV/c [4]. Reliable data from ISR can be expected after the splitfield magnet has been put into operation. For π^-p collisions there exist data at 40, 50, 60 and 205 GeV/c [5]. I do not quote here the cosmic ray data which are often biased in a way distorting multiplicity distributions.^{+) It would, of course, be interesting to}

^{+) It should, however, be noted that the observation that the ratio of the average charged multiplicity to the dispersion of the distribution, $\langle n_{ch} \rangle / D$, for pp collisions approaches a constant limit of 2 at high energies was made ten years ago in a study of cosmic-ray jets [6].}

know the full multiplicity distributions, including neutral pions, but this is much more difficult to obtain. Events with no or one neutral pion can be singled out by fitting procedure, but all others belong to the "no fit" category. For pp collisions data on π^0 production are available at 12.3, 19, and 205 GeV/c [7] for π^-p there exist data at 10, 25, and 40 GeV/c [8] . However, only the 40 GeV/c π^-p data, based on 4000 electron pairs recorded in the Dubna 2-metre propane bubble chamber, have small statistical errors. From other data only conclusions concerning the energy dependence of the average neutral pion multiplicity can be obtained /which is compatible with logarithmic growth with primary energy/ [9] . At a given energy the average number of neutral pions, $\langle n_{\pi^0} \rangle$, is almost independent of the number of charged particles, n_{ch} , at about 10 GeV/c, and increases with n_{ch} at higher energies. Average numbers of π^0 in each charged multiplicity can be estimated using the statistical isospin coefficients [10] but this method seems to become less satisfactory with increasing energy [11] . Nevertheless, most of our information about the two-component model and correlations in high-energy production processes comes only from the investigation of charged multiplicity distributions. The fact that it is only two years since Mueller's paper appeared in the July 1971 issue of the Physical Revue shows clearly how fruitful this approach has been. It was soon found that simple Poisson distribution, corresponding to the independent, uncorrelated emission of

produced particles, or to $f_2 = 0$, does not fit the experimental multiplicity distributions. Some confusion here came from the fact that Poisson distribution described very well the 16 GeV/c π^-p data [12], but it was shown later by Czyzewski and Rybicki [13] and by Wroblewski [14] that this was only an accidental agreement. Dispersion of the multiplicity distribution in pp collisions seems to follow the linear dependence [14]

$$D = A \langle n_{ch} \rangle + B$$

with $A = -B = 0.576 \pm 0.008$ /Fig.1/. For pion-proton collisions the situation is less clear. The data below 30 GeV seem to follow a linear dependence with a smaller slope [14], but the recent high-energy data fall close to the pp fit given above /Fig.2/.

In terms of the correlation integral, f_2 , the situation is as follows /we will discuss mainly pp collisions for which data are available in a much wider energy range/. The values of f_2 are relatively small and negative for $p_{LAB} < 30$ GeV/c, then at about 40 GeV/c pass through zero and go to positive values /Fig.3/. A similar dependence is observed for π^-p interactions [15]. This picture is inconsistent not only with $f_2 = \text{const} = 0$ corresponding to independent emission of particles, but also with the various production models proposed so far.⁺⁾ It is interesting to note that all these models, although rather different from each other, give similar results

⁺⁾ The multi-cluster model seems to be an exception here [16].

for f_2 - namely negative and increasing in absolute value with increasing multiplicity /i.e. with increasing energy/ [17] /Fig.4 /. A common feature of all these models is isospin conservation, taken into account exactly or approximately. Otherwise, the considered models have no or very weak correlations.

The "two-component" model seemed to remedy this situation, giving an understanding of the data. In this model two mechanisms are present: diffraction /D/ and pionization / π / :

$$\sigma_{inel} = \sigma_D + \sigma_{\pi}$$

$$\langle n \rangle = \frac{\sigma_D}{\sigma_{inel}} \langle n \rangle_D + \frac{\sigma_{\pi}}{\sigma_{inel}} \langle n \rangle_{\pi}$$

$$f_2 = \frac{\sigma_D}{\sigma_{inel}} f_2^D + \frac{\sigma_{\pi}}{\sigma_{inel}} f_2^{\pi} + \frac{\sigma_D \sigma_{\pi}}{(\sigma_{inel})^2} (\langle n \rangle_{\pi} - \langle n \rangle_D)^2.$$

It can be seen that even assuming both diffraction and pionization multiplicity distributions in the Poisson form, i.e.

$$f_2^D = f_2^{\pi} = 0, \text{ one can still obtain values of the correlation integral } f_2 \text{ which are positive and increase with}$$

energy if only multiplicity in pionization rises faster than that in diffraction. Using this simple conjecture Lach and Malamud [18] obtained the "diffractive" component, increasing logarithmically with energy, while the "pionization" component increased much faster - Fig.5. As we would prefer to see a constancy of the cross-section of the diffractive component, the situation appeared not altogether clear. Loskiwicz, for example, wanted to see in it a proof that high-energy production processes are composed of a multiperipheral-type component and some low-energy-particle component [19] .

A similar conjecture was earlier suggested for pion-proton collisions by Kisielewska and the same author [20] .

Fialkowski [21] assumed that the diffractive component is energy-independent. For pp collisions he estimated its contribution to be 22% of σ_{inel} /i.e. about 7 mb out of 32 mb total inelastic cross-section/. He obtained a good fit to f_2 /Fig.6 / and also to the dependence of the average charged multiplicity on the primary energy. In a later paper [22] Fialkowski and Miettinen went further, trying to separate diffractive and pionization components within each charged multiplicity. For the pionization component they assumed the independent particle emission which means Poisson distribution in multiplicity. Thus for the $2n+2$ - prong cross-section they used the formula

$$\sigma_{2n+2} = \sigma_{2n+2}^D + \sigma_{\pi} \frac{\langle n \rangle_{\pi}^n}{n!} e^{-\langle n \rangle_{\pi}}$$

The obtained decomposition of topological cross-sections into these two components appears quite reasonable - Fig.7. The average values of the diffractive cross-sections over the 30+300 GeV range are as follows:

2-prongs	2.3 ± 0.5 mb
4-prongs	3.1 ± 0.4 mb
6-prongs	1.7 ± 0.7 mb
8-prongs	0.6 ± 0.3 mb

For the highest multiplicities data are compatible with non-

diffractive contribution, as one would expect. The energy dependence of topological cross-sections has also been fitted very well.

A modification of the two-component model is now being applied to the $K^{\bar{p}}$ interactions where the 32 GeV/c data have recently become available [23]. An attempt is being made to decompose all observed exclusive channels and predict the behaviour of multineutral channels [24].

The physical background of the two-component model is strongly supported by the observation that pp annihilations, which represent the pionization process with no diffraction, behave in a quite different way from pp , πp , or $K^{\bar{p}}$ interactions [25] - Fig.8.

Without denying the great success of the two-component model, one should mention that the model in its simple form does not solve the problem fully. It was already noticed by Fialkowski last year [21] that, while the correlation integral f_2 can be very well fitted in the framework of the model, the integral f_3 does not agree with model predictions. Harari and Rabinovici [26] performed a two-component model fit assuming that all higher correlation integrals f_k ($k \geq 3$) vanish for the non-diffractive component. Piriš and Pokorski [27] show that none of the higher correlation integrals can be fitted by the simple version of the model which has been used so far. As the contribution to higher integrals comes mainly from higher multiplicities, it is the description of the pionization component which should be improved.

Some short-range correlations should be introduced into it. A study of the two-particle correlation function C_2 at the ISR energy of 2×15.5 GeV supports this conjecture, the curve being too flat in the central region - Fig.9. A more careful inspection also reveals some discrepancy in f_2 . When the "diffractive" states are subtracted, then f_2 for the remaining "pionization" tends to positive values. To repeat the arguments given earlier in this report, this means that weakly correlated models, shown to be unsuitable for describing the total multiplicity spectrum, will also be unable to describe the pionization component alone [17]. To the list of models discussed earlier Karczmarczuk [28] recently added one more - the uncorrelated jet model - UJM.

In summing up one can say that the two-component model describes well the main features of the high-energy production processes but still needs some modifications in order to improve the agreement with the data. Modifications must tend towards enhancing short-range correlations in the non-diffractive component.

It seems relevant to the subject of correlations in the pionization component to mention here the various "charge correlations" observed in exclusive high-energy production processes. It has been known for a long time [29] that the mean opening angle between pions of like charges $/++,-/$ is smaller than that between pions of unlike charges $/+-.^+)$

^{+) Evidence for a similar effect in $\pi^0 \pi^0$ pairs is given in Ref. [30].}

The magnitude of this effect is usually given in terms of the parameter γ defined as

$$\gamma = \frac{n(\theta > 90^\circ)}{n(\theta < 90^\circ)},$$

where $n(\theta > 90^\circ)$ stands for the number of pion pairs with an opening angle greater than 90° . The effect is specific to high multiplicities as can be seen from Fig. 10 [31]. Three- and four-pion correlations defined on the basis of the solid angle subtended by the directions of pion momenta have also been studied, but shown to result from two-pion correlations [32].

Another type of charge correlations in high-multiplicity interactions was reported last year by Loskiewicz [19, 33]. When ordering all pions in an event according to their cms longitudinal momenta p_L^* he found that some orderings seem to be enhanced. In the reaction $\pi^+p \rightarrow p 3\pi^+ 2\pi^-$ at 5 GeV/c the configuration $+++--$ is enhanced by 4.6 st.dev. In the reaction $\pi^+p \rightarrow p 4\pi^+ 3\pi^-$ at 8 GeV/c and 16 GeV/c /combined data/ the configurations $++++---$ and $+++----+$ are enhanced by six and two st.dev. respectively. None of the other configurations /altogether 35 for 8-prongs/ show any irregularities.

The fact that all the discussed charge correlations show up in interactions with the highest multiplicity suggests that they should be related to the pionization process.

In concluding I would like to thank the Organizing Committee of the Seminar for their invitation. I am also very grateful to Professor K.Zalewski for helpful discussions.

REFERENCES

1. see e.g. J.G.Rushbrook, Proc.III Internat.Colloquim on Multiparticle Reactions, Zakopane, June 1972, p.442
2. R.P.Feynman, "High energy collisions", Stony Brook Conf. 1969, p.237
K.G.Wilson, Cornell Univ. preprint CLNS-131 /1970/
A. Bialas, K.Fialkowski and K.Zalewski, Nucl.Phys.B48 /1972/ 237
3. A.H.Mueller, Phys.Rev. D4 /1971/ 150
4. pp 50 and 69 GeV/c : Soviet-French Collaboration, XVI Internat.Conf. on High Energy Physics, Batavia, Sept. 1972
102 GeV/c : J.Chapman et al., Univ. of Rochester report UR-395 /1972/
205 GeV/c : G.Charlton et al., Phys.Rev.Lett. 29 /1972/ 515
303 GeV/c : F.T.Dao et al., XVI Internat.Conf. on High Energy Physics, Batavia, Sept, 1972
5. p 40 GeV/c : Bucharest-Budapest-Cracow-Dubna-Hanoi-Serpukhov-Sofia-Taskent-Tbilisi-Ulan Bator-Warsaw Collab., O.Balea et al. Nucl.Phys. B52 /1973/ 414
50 GeV/c : France-Soviet Union and CERN-Soviet Union Collaboration, V.V.Amosov et al., CERN/DPH II/PHYS 73-5, 1973
60 GeV/c : Alma Ata-Budapest-Cracow-Dubna-Moscow-Tashkent-Ulan Bator Collab., Phys.Lett. 31B /1970/ 237
205 GeV/c : D.Bogert et al., Internat.Conference on New Results from Experiments on High Energy Particle Collisions at Vanderbilt Univ., Nashville, Tennessee, March 26-28, 1973
6. P.K. Malhotra, Nucl.Phys. 46 /1963/ 559

7. pp 12.3 GeV/c : J.H.Campbell et al., Batavia Conf.Sept. 1972
- 19 GeV/c : H.Boggild et al., Nucl.Phys. B27 /1971/ 285
- 205 GeV/c : G.Charlton et al. Batavia Conf., Sept.1972
3. p 10 GeV/c : T.Siemiarozuk, Nucl.Phys. 57 /1964/ 479
- 25 GeV/c : J.W.Elbert et al., Nucl.Phys. B19 /1970/ 85
- 40 GeV/c : Bucharest-Budapest-Cracow-Dubna-Hanoi-Serpukhov-Sofia-Tashkent-Tbilisi-Ulan Bator-Warsaw Collab. O.Balea et al., Nucl.Phys. B52 /1973/ 414
9. A.K.Wroblewski, "Many-Body Problems", Basko Polje School 1972
10. see e.g. J.Bartke, "Statistical Model and Cross-Sections for High-Energy Reactions", INP Report No. 719/PH, Cracow, 1970.
11. cf. III Internat Colloquium on Multiparticle Reactions, Zakopane, June 1972, p. 146 /discussion after the contribution by H.Piotrowska/
12. Aachen-Berlin-Bonn-CERN-Cracow-Heidelberg-Warsaw Collab., R.Honecker et al., Nucl.Phys. B13 /1969/ 571
13. O.Czyzewski and K.Rybicki, Nucl.Phys. B47 /1972/ 633
14. A.K.Wroblewski, Warsaw Univ. preprint No. IFD /72/2, 1972 and private communication
15. A.Bialas and K.Zalewski, Nucl.Phys. B42 /1972/ 325
- K.Fialkowski, K.Rybicki and R.Wit, Nucl.Phys. B44 /1972/509
16. G.Ranft and J.Ranft, Phys.Lett. 32B /1970/ 207
- J.Ranft and G.Ranft, Nucl.Phys. B53 /1973/ 217
17. J.Bartke, A.Zalewska and K.Zalewski, Cracow Univ. preprint No.TPJU-4/73, March 1973, submitted to Acta Phys.Polon.B
18. J.Lach and E.Malmud, NAL preprint, 1972
19. J.Loskiewicz, LPNHE preprint NO.72/10, Paris, October 1972
20. D.Kisielewska and J.Loskiewicz, Nucl.Phys. B49/1972/ 29
21. K.Fialkowski, Phys.Lett. 41B /1972/ 379 and Rutherford Lab. preprint No.RPP /T/34, 1972
22. K.Fialkowski and H.I.Miettinen, Phys.Lett., 43B /1973/ 61
23. France-Soviet Union and CERN-Soviet Union Collab. V.V.Amosov et al., CERN/DPHII/PHYS 73-5, 1973
24. V.Karimaki, CERN, to be published

25. A.Bialas, K.Fialkowski and K.Zalewski,
Nucl.Phys. B48 /1972/ 237
Fields et al., Argonne preprint ANL/HEP 7223, 1972
26. H.Harari and E.Rabinovici, Phys.Lett., 43B /1973/ 49
27. P.Pirillè and S.Pokorski, CERN preprint TH. 1607, December
1972
28. J.Karczmarczuk, Cracow Univ. preprint No.TPJU-14/72
November 1972.
29. G.Goldhaber et al., Phys.Rev.Lett. 3 /1959/ 181
G.Goldhaber et al., Phys.Rev. 120 /1960/ 300
J.Bartke et al., Phys.Lett. 24B /1967/ 163
30. K.Eskreys, Acta Phys.Polon. XXXVI /1969/ 237
31. L.Aniola, J.Bartke and T.Coghen, Cracow Univ. preprint
No.TPJU-1/73, January 1973, submitted to
Nuclear Physics
32. Aachen-Berlin-Bonn-CERN-Cracow-Heidelberg-Warsaw Collab.,
K.Boesebeck et al., Nucl.Phys. B52 /1973/ 189
33. J.Loskiewicz, Proc. III Internat.Colloquium on Multi-
particle Reactions, Zakopane, June 1972, p.147.

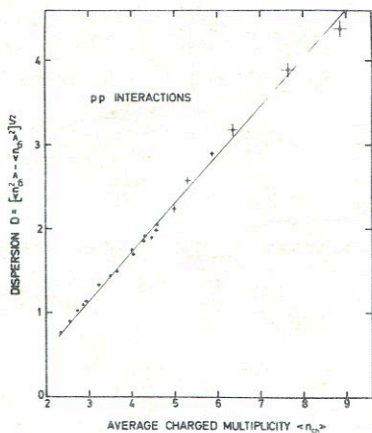


Fig. 1 - Dispersion of the charged multiplicity distribution as a function of the average charged multiplicity for pp interactions /from Ref. [14] /.

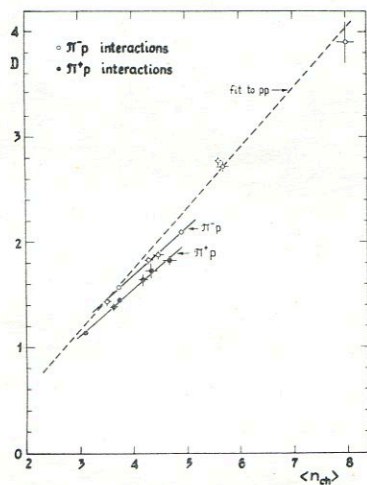


Fig. 2 - Dispersion of the charged multiplicity distribution as a function of the average charged multiplicity for p interactions /from Refs [14 and 5] /.

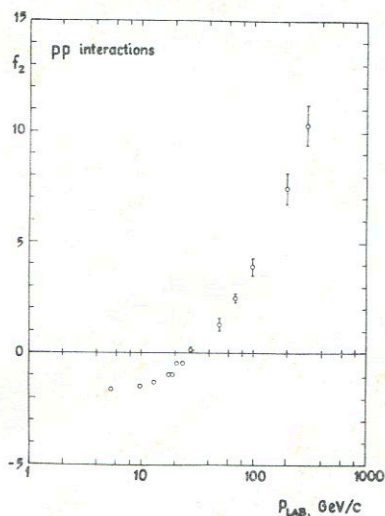


Fig. 3 - Correlation integral f_2 as a function of incident momentum for pp collisions /as compiled in the 50 GeV paper of Ref. [5] /.

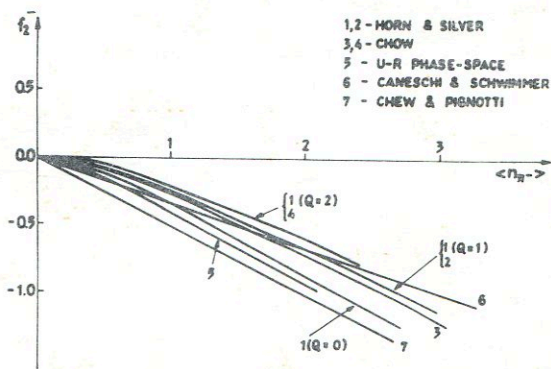


Fig. 4 - Predictions of various production models concerning the dependence of f_2 on the average number of negative secondary particles /from Ref. [17] /.

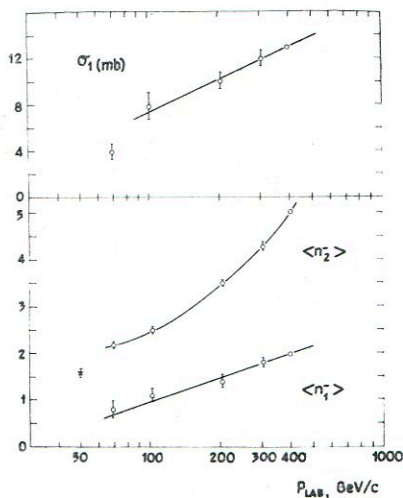


Fig. 5 - Decomposition of pp interactions into diffractive and non-diffractive parts [18] .

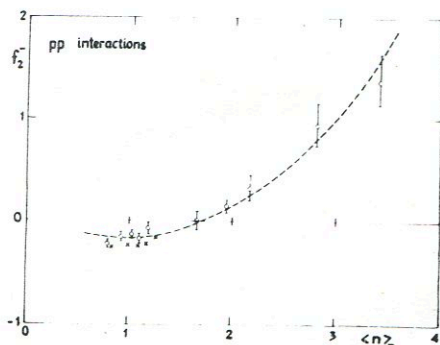


Fig. 6 - Fit to the correlation integral f_2^- for pp interactions obtained from the two-component model [21] .

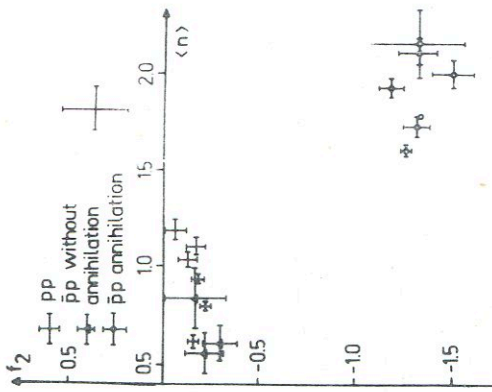


Fig. 8 - Correlation integral f_2 for $\bar{p}p$ annihilations [25].

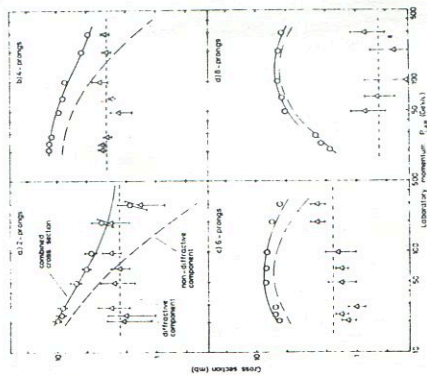


Fig. 7 - Decomposition of pp interactions of different topologies into diffractive and non-diffractive components [22].

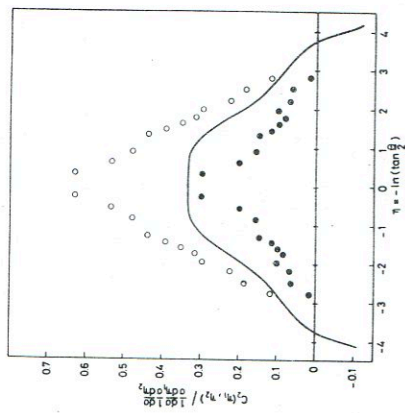


Fig. 9 - Two-particle correlation function for all charged particles in pp collisions at $\sqrt{s} = 31$ GeV. Open circles ISR data, solid line - predictions of a simple two-component model, black circles - difference between the two, giving the needed short-range correlations in the pionization component [27].

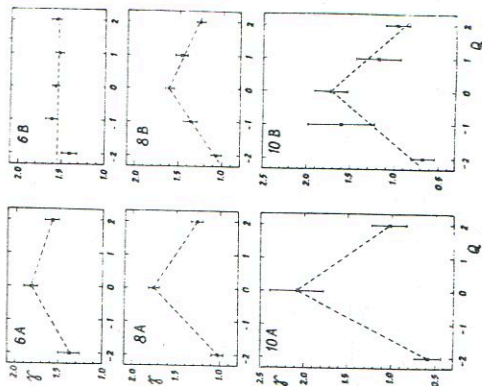


Fig. 10 - Dependence of the two-pion correlation parameter γ on the charge Q of the pion pair for $\bar{p}p$ interactions with various multiplicities [31]. Broken lines are drawn to guide the eye.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ ИНКЛЮЗИВНЫХ РЕАКЦИЙ
В PP - ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ ПРИ ЭНЕРГИИ 70 ГЭВ

Сотрудничество СССР - Франция

(Доклад представлен П.Ф. Ермоловым)

При исследовании процессов множественного образования частиц на ускорителе ИФВЭ (Серпухов) с помощью камеры "Мирабель" при энергии 69 Гэв были получены данные о следующих инклюзивных реакциях:



Данные основаны на части обработанного статистического материала, составляющего 760 событий реакции (1), 101 событие реакции (2), 76 событий реакции (3) и 1000 событий всех топологий с отрицательными частицами в конечном состоянии для реакции (4). В результате анализа и введения необходимых поправок были найдены сечения образования нейтральных частиц, которые составляют

$$\begin{aligned} \sigma_{pp \rightarrow \Pi^0 + X} &= 81,1 \pm 4.0 \text{ мб} \\ \sigma_{pp \rightarrow K^0 + X} &= 8,4 \pm 1.1 \text{ мб} \\ \sigma_{pp \rightarrow \Lambda + X} &= 3,6 \pm 0.5 \text{ мб} . \end{aligned}$$

Данные об инклюзивных спектрах в реакциях (1) + (3) были доложены на конференции в Нашвиле (США, март 1973). Здесь мы

укажем только на два важных результата, полученных из этих данных, а именно:

1) наблюдается рост среднего числа Π^0 -мезонов $\langle n \rangle_{\Sigma}$ в зависимости от числа заряженных частиц, т.е. имеется положительная корреляция в образовании Π^0 -мезонов, найденная ранее при других энергиях;

2) при сравнении результатов при энергии 70 Гэв с данными при других энергиях для инклюзивных спектров γ , K^0 и Λ - частиц можно заключить, что общее масштабирование наступает уже при энергиях, близких к 70 Гэв.

В данном докладе представляются новые результаты, полученные для реакции (4).

Одним из интересных вопросов является поведение инвариантных сечений $F(x, p_t^2, s)$ для исследуемых инклюзивных сечений

$$F(x, p_t^2, s) = \frac{2E}{\pi\sqrt{s}} \frac{d^2\sigma}{dx dp_t^2},$$

где E , p_t^2 , $x = 2 P_L / s$ есть хорошо известные переменные для выделенных частиц в системе центра масс. Проведенные в данной работе функции $F_1(x)$ и $F_2(p_t^2)$ представляют собой интегралы $F(x, p_t^2, s)$ по всем p_t^2 и x соответственно.

На рис. 1, 2 представлено для реакции (4) распределение по $F_1(x)$ и $F_2(p_t^2)$ вместе с соответствующими данными при 28,5 Гэв/с. Видно, что в области $x > 0,1$ $F_1(x)$ практически достигает предельного поведения, в то время как при малых x , соответствующих области фейнмановской "пионизации", $F_1(x)$ в диапазоне энергий 30-70 Гэв продолжает существенно возрастать.

На рис. 3 приведено распределение F для 69 Гэв/с для различных значений p_t^2 вместе с данными, полученными в NAL при 303

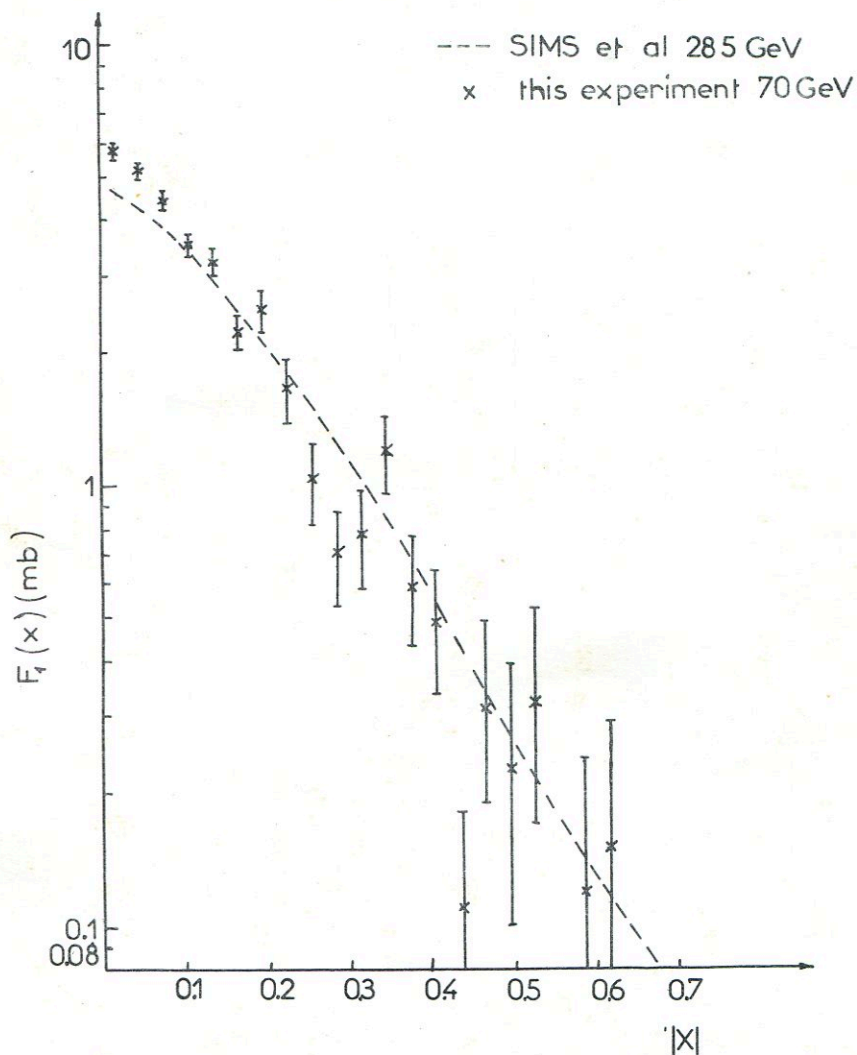


Рис.1. Инвариантное сечение, проинтегрированное по p_t^2 , $F_1(x)$ в зависимости от $|x|$.

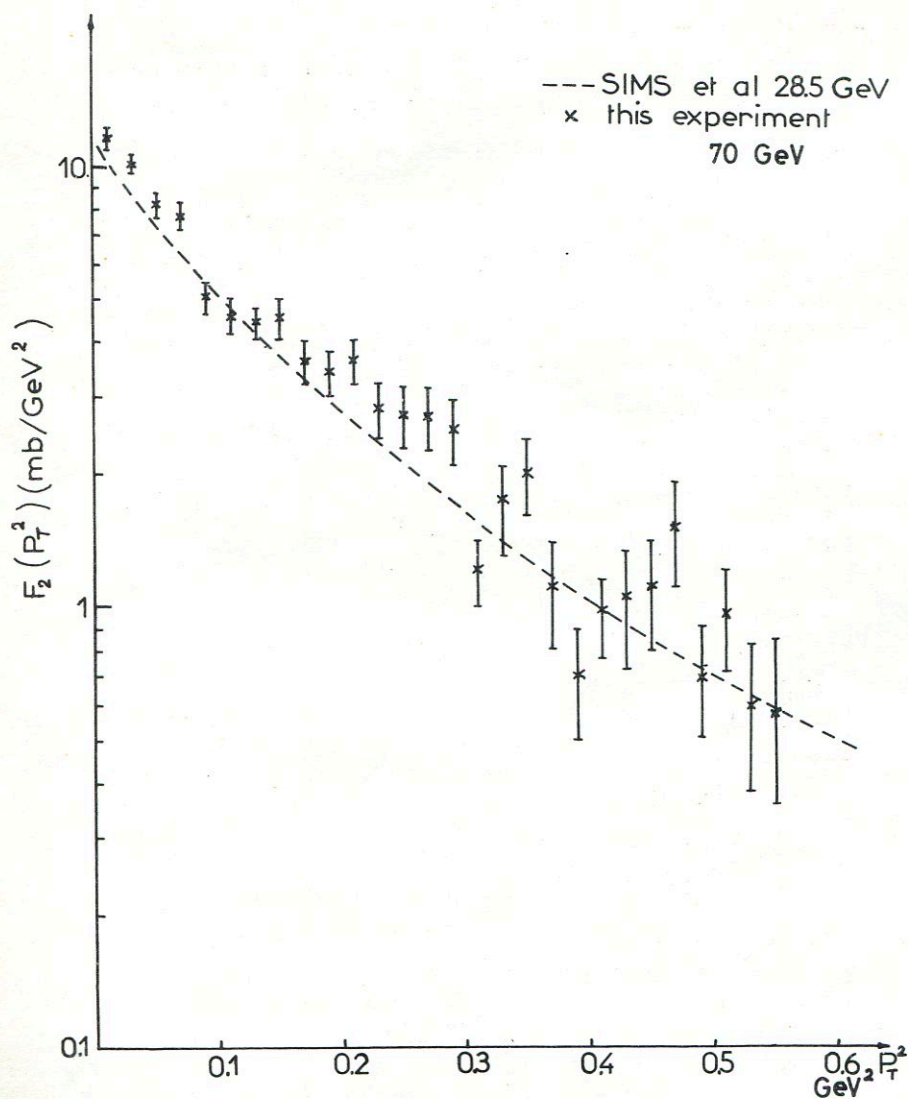


Рис. 2. Инвариантное сечение, проинтегрированное по $x_1, F_2(p_T^2)$ в зависимости от p_T^2 .

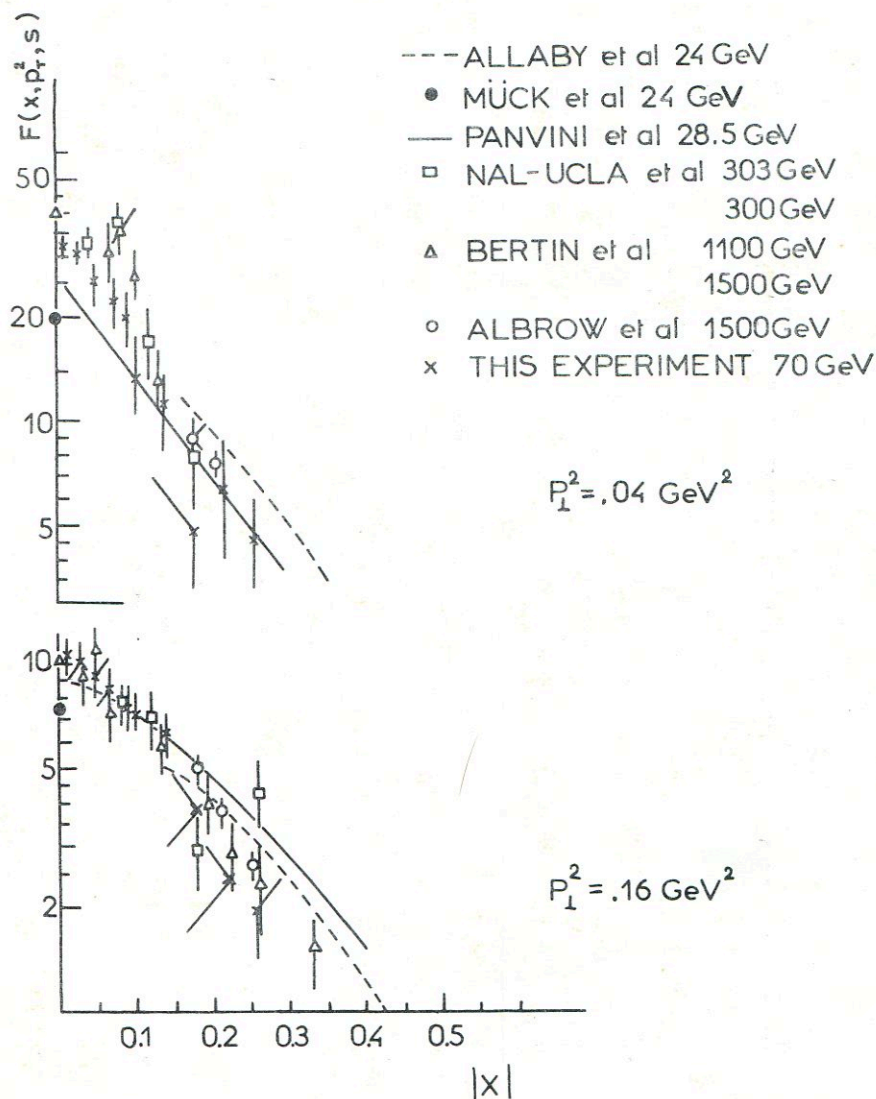


Рис. 3. Инвариантное сечение в зависимости от X для значений $p_t^2 = 0.04 \text{ GeV}^2$ и $p_t^2 = 0.16 \text{ GeV}^2$.

Гэв и данными ISR при более высоких энергиях. При $p_t^2 = 0,04$ Гэв² в области малых x инвариантное сечение $F(x, p_t, s)$ при 28,5 Гэв/с проходит существенно ниже, чем при более высоких энергиях, а при $p_t^2 = 0,16$ Гэв² данные при 69 Гэв также указывают на возрастание $F(x, p_t^2, s)$ при малых x .

Более точно зависимость инвариантного сечения $F(x, p_t^2, s)$ от S в области малых x можно установить по рис. 4, на котором приведены экспериментальные значения $F(x, p_t^2, s)$ при $x = 0$ для разных значений p_t в широком диапазоне S . Данные при 69 Гэв хорошо ложатся на гладкую кривую и указывают на более быстрый рост инвариантного сечения в области до 70 Гэв, чем при более высоких энергиях. Установленная закономерность свидетельствует о возможности простой степенной зависимости от S асимптотического выхода $F(x, p_t^2, s) \Big|_{x=0}$ к предельному значению.

В области "пионизации" инвариантное сечение удобнее изучать в зависимости от быстроты Y , где

$$Y = 1/2 \ln \left| \frac{E+p}{E-p} \right|,$$

так как область малых x соответствует при высоких энергиях широкому интервалу Y , логарифмически возрастающему с ростом энергии.

На рис. 5 приведено полное инвариантное сечение

$$F_1(Y^*, s) = \frac{1}{J} \int \frac{d^2G}{dY^* dp_t^2} dp_t^2$$

образования Π^- -мезонов в pp - взаимодействиях при 69 Гэв/с для всех множественностей вторичных Π^- , совместно с отдельными топологическими сечениями. Для сравнения на этом же

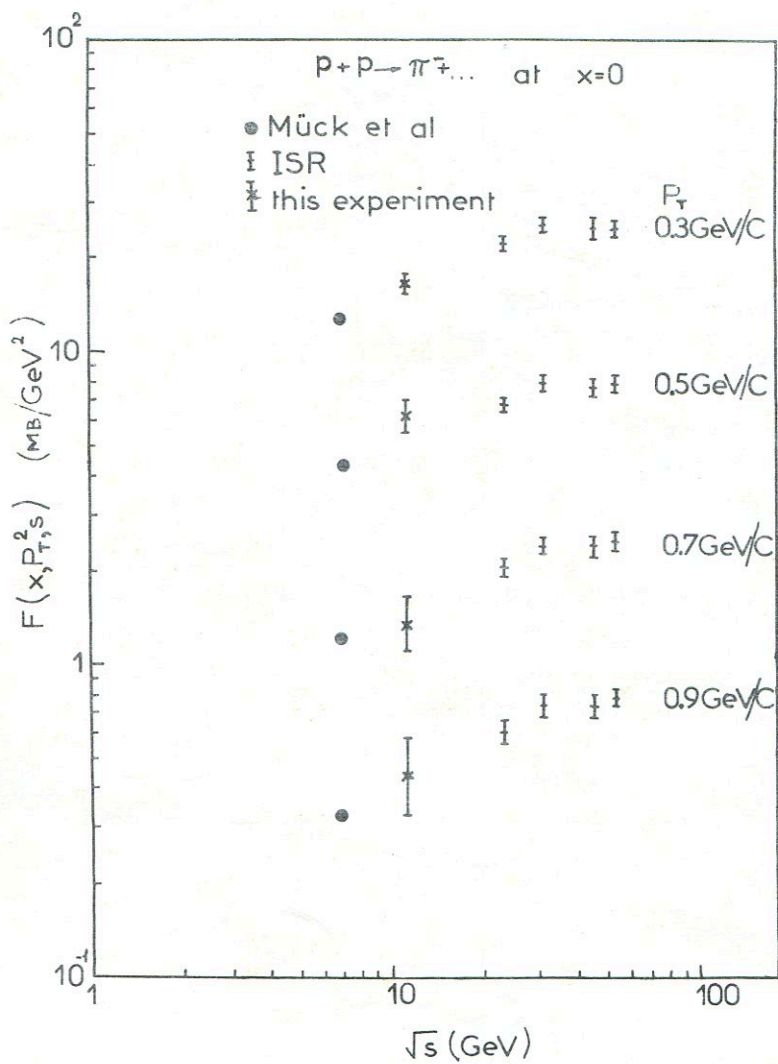


Рис. 4. Инвариантное сечение при $X = 0$ в зависимости от \sqrt{s} .

$P+P \rightarrow \pi^+ \pi^- X$

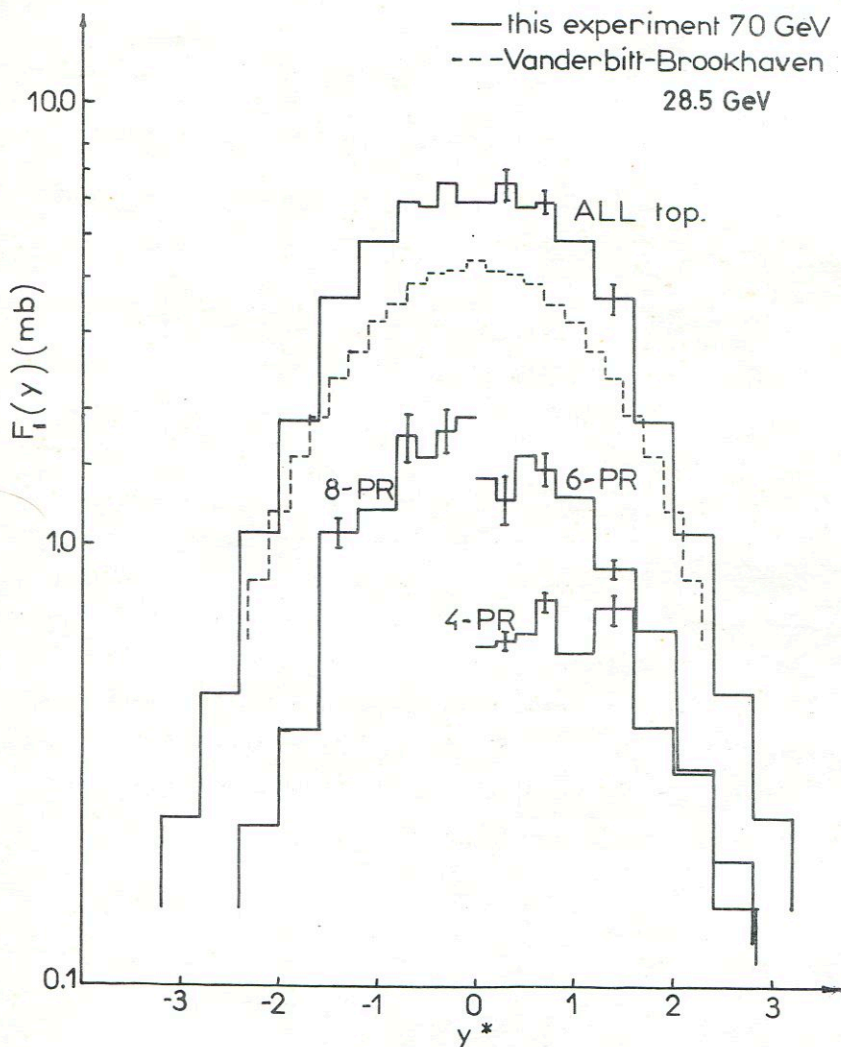


Рис. 5. Инвариантное сечение в зависимости от быстроты Y^* в с.ц.м. для событий разной множественности.

рисунке приведено распределение для полного инвариантного сечения выхода Π^- $F_1(y^*, s)$, полученное при 28,5 Гэв/с.

Как видно из рисунка, в области $Y^* = 0$ наблюдается небольшое плато и проявляется существенное сужение $F_1(y)$ с ростом множественности отрицательных пионов.

Как известно, в л.с. $Y = 0$ соответствует скорости протона мишени, и область малых скоростей является областью фрагментации протона - мишени. Из рис. 6 видно, что в области фрагментации протона данные при 24 Гэв/с и 69 Гэв/с хорошо совпадают с данными, полученными на ISR, однако для более высоких значений скоростей ($Y > 1$) инвариантное сечение $F(Y, p_t^2, s)$ Π^- -мезонов при 69 Гэв значительно превышает $F(y, p_t^2, s)$ при 24 Гэв, приближаясь при $Y \geq 2$ к области "плато", образуемому в распределении $F(y, p_s, s)$ при более высоких энергиях.

Таким образом, данные, полученные при исследовании pp - взаимодействий при 69 Гэв/с, подтверждают факт быстрого достижения для инвариантного сечения образования Π^- -мезонов предельного значения в области фрагментации и ясно указывают на более медленное изменение зависящей от S части амплитуды в области пионизации. Подобный характер выхода $F(y, p, s)$ к предельному значению для разных областей Y находит объяснение в рамках реджевского анализа сечений инклюзивных процессов.

pp(π^-)

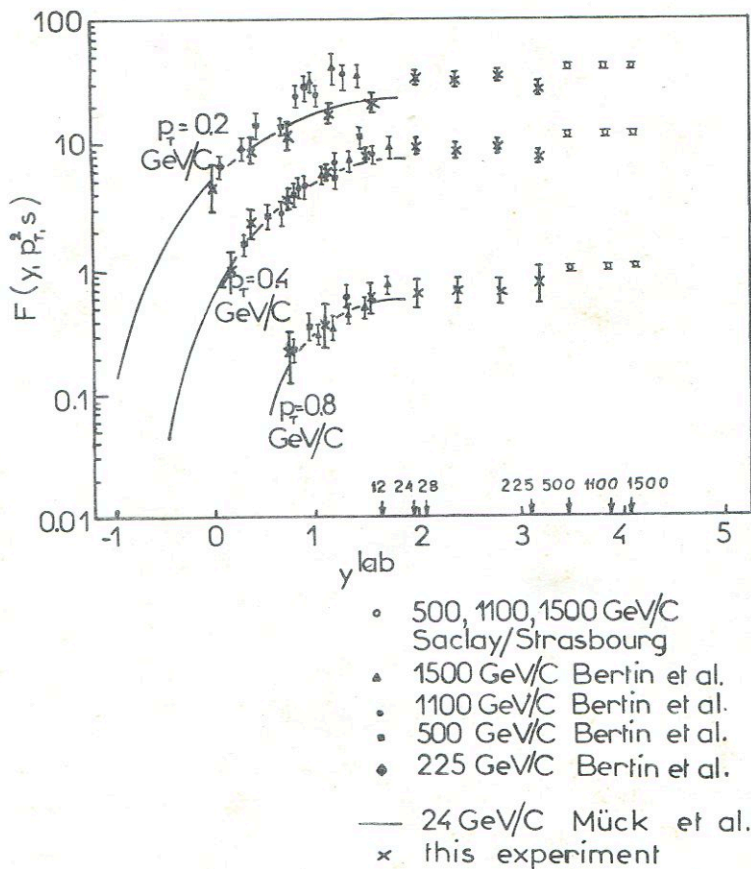


Рис.6. Инвариантное сечение в зависимости от быстроты Y в л.с..

ИССЛЕДОВАНИЕ МНОЖЕСТВЕННОГО РОЖДЕНИЯ ЧАСТИЦ
В Π^-p и Π^-n - ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ ПРИ $p=40$ Гэв/с

В.Г. ГРИШИН

Объединенный институт ядерных исследований

§1. ВВЕДЕНИЕ

Двухметровая пропановая пузырьковая камера ЛВЭ ОИЯИ экспонировалась в пучке отрицательных Π^- -мезонов с импульсом $(40,00 \pm 0,24)$ Гэв/с Серпуховского ускорителя. Камера находилась в магнитном поле с $\bar{H} \approx 15$ кгаусс. Всего было получено 300 тысяч стереофотографий.

Работы выполнены учеными институтов: Алма-Аты, Будапешта, Бухареста, Варшавы, Дубны, Кракова, Москвы, Серпухова, Софии, Ташкента, Тбилиси, Улан-Батора, Ханоя /1/. Основные результаты касаются следующих вопросов:

1. Множественность вторичных заряженных и нейтральных частиц в Π^-p , Π^-n и Π^-C - соударениях при $p = 40$ Гэв/с /1/ (§ 2).

2. Корреляции в рождении нейтральных и заряженных Π^- -мезонов (§ 3).

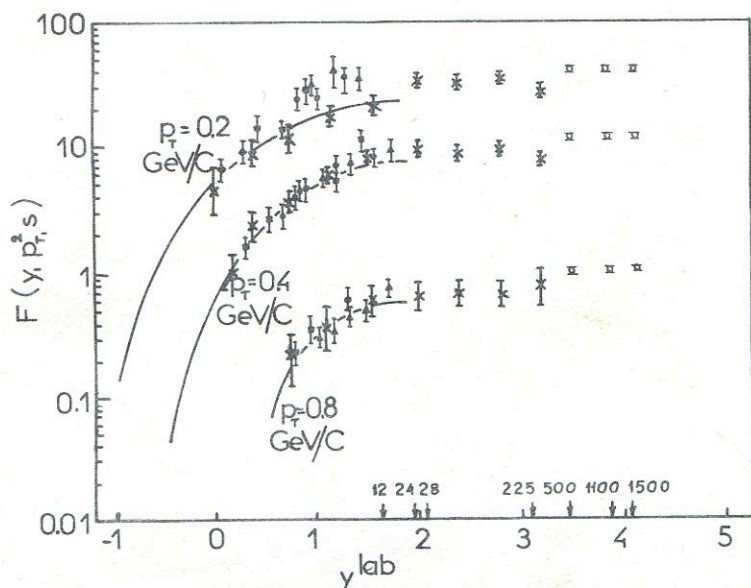
3. Масштабная инвариантность в "центральной области" (§ 4).

§2. МНОЖЕСТВЕННОСТЬ ВТОРИЧНЫХ ЧАСТИЦ

Был проведен двукратный просмотр 50 тысяч стереофотографий и найдено 5060 Π^-p - взаимодействий 2072 Π^-n - событий. На части статистики измерены и обработаны по соответствующим программам вторичные заряженные частицы, гамма-кванты и Λ^0 , K^0 - частицы. В результате получены данные по средним множественностям, представленные в таблице I.

Как видно из таблицы I, Π^-p и Π^-n - взаимодействия в пределах ошибок имеют одинаковые средние значения $\langle n_{\pi^0} \rangle$, $\langle n_{\Lambda^0} \rangle$,

pp(π^-)



- 500, 1100, 1500 GeV/c
Saclay/Strasbourg
- ▲ 1500 GeV/c Bertin et al.
- 1100 GeV/c Bertin et al.
- 500 GeV/c Bertin et al.
- ◆ 225 GeV/c Bertin et al.
- 24 GeV/c Mück et al.
- × this experiment

Рис.6. Инвариантное сечение в зависимости от быстроты Y в л.с..

ИССЛЕДОВАНИЕ МНОЖЕСТВЕННОГО РОЖДЕНИЯ ЧАСТИЦ
В Π^+ и Π^- - ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ ПРИ $p=40$ Гэв/с

В.Г. ГРИШИН

Объединенный институт ядерных исследований

§1. ВВЕДЕНИЕ

Двухметровая пропановая пузырьковая камера ЛВЭ ОИЯИ экспонировалась в пучке отрицательных Π^- -мезонов с импульсом $(40,00 \pm 0,24)$ Гэв/с Серпуховского ускорителя. Камера находилась в магнитном поле с $\bar{H} \approx 15$ кгаусс. Всего было получено 300 тысяч стереофотографий.

Работы выполнены учеными институтов: Алма-Аты, Будапешта, Бухареста, Варшавы, Дубны, Кракова, Москвы, Серпухова, Софии, Ташкента, Тбилиси, Улан-Батора, Ханоя ^{/1/}. Основные результаты касаются следующих вопросов:

1. Множественность вторичных заряженных и нейтральных частиц в Π^+ , Π^- и Π^0 - соударениях при $p = 40$ Гэв/с ^{/1/} (§ 2).
2. Корреляции в рождении нейтральных и заряженных Π^- - мезонов (§ 3).
3. Масштабная инвариантность в "центральной области" (§ 4).

§2. МНОЖЕСТВЕННОСТЬ ВТОРИЧНЫХ ЧАСТИЦ

Был проведен двукратный просмотр 50 тысяч стереофотографий и найдено 5060 Π^+ - взаимодействий 2072 Π^- - событий. На части статистики измерены и обработаны по соответствующим программам вторичные заряженные частицы, гамма-кванты и Λ^0 , K^0 - частицы. В результате получены данные по средним множественностям, представленные в таблице I.

Как видно из таблицы I, Π^+ и Π^- - взаимодействия в пределах ошибок имеют одинаковые средние значения $\langle n_{\pi^0} \rangle$, $\langle n_{\Lambda^0} \rangle$.

$\langle n_{K^0} \rangle$ и $\langle n_{\omega^+} \rangle$. Различие в $\langle n_{\pm} \rangle$ связано с отклонением коэффициента перезарядки протона в нейтрон от 0,5 ($\alpha \approx 0,4$). Если учесть значение α , то $\langle n_{\pi^0} \rangle / \langle n_{\pi^+} \rangle \approx 0,5$, что и ожидается при больших энергиях.

Большой интерес представляет вид зависимости $\langle n_{\pm} \rangle = \frac{\langle n_{\pm} \rangle^{-2}}{2}$ от энергии первичных частиц. Аппроксимация имеющихся данных по $\text{Pr} -$ взаимодействиям с помощью кривой $A_{\pm} + B_{\pm} e^{-\frac{E}{m^2}}$ дает удовлетворительное согласие ($\frac{\chi^2}{\text{д.ф.}} = 1,1$) при $A_{\pm} = (0,22 \pm 0,05)$ и $B_{\pm} = (0,69 \pm 0,02)$. Значение B_{\pm} в случае масштабной инвариантности должно быть равно $\frac{f_{\pm}(0)}{\sigma_{\text{tot}}}$, где $f_{\pm}(0)$ структурная функция при $X = 0$. Полученное значение B_{\pm} в пределах ошибок совпадает с нормированной величиной $f_{\pm}(0)$, полученной в нашем эксперименте. Аналогичный результат был получен и для $\langle n_{\pi^0} \rangle = f(E)$ в $\text{Pr} = 0,74 \pm 0,07$.

Распределения по множественности вторичных частиц (топологические сечения) описываются только моделью Вонг-1, где предполагается независимость рождения пар заряженных частиц. Исключаются все другие модели. Коэффициент корреляции f_2 в пределах ошибок равен нулю. Распределение по множественности вторичных заряженных частиц в событиях, где зарегистрированы Λ^0 и K^0 частицы, совпадает с общим распределением. Наши результаты по топологическим сечениям были проанализированы Кобой в переменных $\frac{n_{\pm}}{\langle n_{\pm} \rangle}$, $\langle n_{\pm} \rangle > \sigma_{n_{\pm}}$ и было показано, что имеет место скейлинг по множественности для Pr и $\text{Pn} -$ соударений при $p = 40$ и 50 Гэв/с. Универсальная кривая, описывающая эти данные, одинакова для $pp -$ соударений в интервале $50 \leq E_p \leq 300$ Гэв и $\text{PN} -$ соударений.

§3. КОРРЕЛЯЦИИ В РОЖДЕНИИ НЕЙТРАЛЬНЫХ И ЗАРЯЖЕННЫХ П - МЕЗОНОВ

Изучение корреляции в рождении Π^0 и Π^\pm - мезонов было проведено на статистике 6000 зарегистрированных (e^+e^-) пар в двухметровой пропановой пузырьковой камере. Для обработки этих событий была применена стандартная процедура, разработанная в ЛВЭ ОИЯИ в 1960-1968 годах. В результате было получено, что среднее число Π^0 - мезонов зависит от числа рожденных заряженных частиц линейным образом:

$$\langle n_{\Pi^0} \rangle = a_- + b_- n_-,$$

где $a_- = 1,85 \pm 0,15$ и $b_- = 0,32 \pm 0,04$. Причем коэффициент b_- одинаков для Π^p и Π^n - взаимодействий. Этот результат был подтвержден результатами, полученными на встречных пучках при $E_p = 1500$ Гэв ($b_- \approx 0,7$). При более низких энергиях ($E_p \leq 20$ Гэв) корреляция отсутствует ($b_- \approx 0$). Вся совокупность полученных данных по Π^p и Π^n - взаимодействиям по вторичным заряженным частицам и Π^0 - мезонам объясняется в модели, предложенной в работах^[2], где учитывается дифракция первичных частиц и предполагается рождение σ и ω кластеров в "центральной" области.

§4. МАСШТАБНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ В "ЦЕНТРАЛЬНОЙ" ОБЛАСТИ

Как известно, центральным вопросом в изучении инклюзивных процессов является исследование независимости структурной

функции
$$f(x, p_1^2) = \frac{2\omega}{\pi\sqrt{s}} \frac{d^2\sigma}{dx dp_1^2}$$

от энергии сталкивающихся частиц. В области фрагментации ($|x| > 0$) было показано, что уже при $E \leq 20$ Гэв имеет

место масштабная инвариантность. В "центральной области" ($|X| \approx 0$) эксперименты на встречных пучках показали, что для pp -столкновений структурная функция, может быть, не зависит от энергии лишь при $E_p \geq 1000$ Гэв.

Мы провели сравнение наших результатов с имеющимися данными по Πp - взаимодействиям при $E \leq 25$ Гэв и pp - взаимодействиям при $E_p = 500 + 1500$ Гэв в "центральной" области.

1) Значение $f(X=0)$.

В пределах ошибок значения $f(X=0)$ при $E = 18-40$ Гэв совпадают.

2) Нормированные значения $\frac{f(X=0)}{\sigma_{tot}}$ совпадают как для Πp - взаимодействий, так и для pp - взаимодействий при $E_p = 1500$ Гэв.

3) Абсолютные значения $\frac{1}{\sigma_{in}} \frac{d\sigma(\vartheta^*=90^\circ)}{d\Omega}$ для Π^0 , Π^+ и Π^- мезонов, рожденных в Πp - взаимодействиях при $p_s = 40$ Гэв, совпадают с аналогичными величинами, полученными в pp -соударениях при $E_p = 1500$ Гэв ($\frac{1}{\sigma_{in}} \frac{d\sigma(\vartheta^*=90^\circ)}{d\Omega} = 0,12 \pm 0,01$).

4) Отношения N_{Π^+}/N_{Π^-} и N_{Π^0}/N_{Π^-} в пределах ошибок ($\pm 6\%$) равны единице при $X \approx 0$.

Из этих результатов можно сделать следующие выводы.

Поведение инвариантных сечений в "центральной" области для Πp - взаимодействий при $p = 40$ Гэв и pp - взаимодействий при $E_p = 1500$ Гэв одинаково. Если имеет место масштабная инвариантность при $E_p = 1500$ Гэв, то она имеет место и для Πp - взаимодействий при $p_s = 40$ Гэв.

Таблица I

Тип	$\langle n_p \rangle$	$\langle n_{\pi^0} \rangle$	$\langle n_{\lambda^0} \rangle$	$\langle n_{K^0} \rangle$	$\langle n_{tot} \rangle^*$
$\pi^+ p$	5,62 $\pm 0,04$	2,43 $\pm 0,05$	0,07 $\pm 0,01$	0,23 $\pm 0,03$	8,75 $\pm 0,08$
$\pi^+ n$	5,32 $\pm 0,06$	2,23 $\pm 0,08$	0,06 $\pm 0,02$	0,21 $\pm 0,06$	8,42 $\pm 0,13$

$\langle n_{tot} \rangle$ - полное число всех вторичных частиц с учетом нейтронов. Коэффициент перезарядки протона в нейтрон $\alpha = 0,4$.

ЛИТЕРАТУРА

- Алма-Ата - Будапешт - Бухарест - Варшава - Дубна - Краков - Москва - Серпухов - София - Ташкент - Тбилиси - Улан-Батор - Ханой (сотрудничество).
ОИЯИ, Р1-6277, Дубна, 1972 г.
ОИЯИ, Р1-6491, Дубна, 1972 г.
ОИЯИ, Р1-6928, Дубна, 1973 г.
ОИЯИ, Р1-7103, Дубна, 1973 г.
- В.Г.Гришин, С.П.Кулешов, В.А.Матвеев, А.Н.Сисакян, Г.Янчо.
ОИЯИ, Д2-7180, 1973 г.

НЕУПРУГИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ ПИОНОВ С ЭНЕРГИЕЙ 45; 60 ГЭВ
И ПРОТОНОВ С ЭНЕРГИЕЙ 50; 67 ГЭВ С НУКЛОНАМИ И ЯДРАМИ

К.Д.Толстов

Объединенный институт ядерных исследований

Вскоре после получения на ускорителе ИФВЭ выведенных пучков π^- - мезонов (1969г.) и протонов (1971г.) коллективом институтов и лабораторий стран-участниц ОИЯИ: Алма-Ата, Будапешт, Дубна, Краков, Ленинград, Москва, София, Ташкент и Улан-Батор - начались работы по исследованию с помощью ядерных фотоэмульсий неупругих столкновений пионов 45 и 60 Гэв/с с протонов 50 и 67 Гэв/с с нуклонами, когерентной генерации частиц на ядрах и неупругих столкновений с ядрами /1 + 6/.

В настоящее время для pp -столкновений имеются более полные и в более широком интервале энергий данные, полученные в водородных пузырьковых камерах (Мирабель, Батавия) и на встречных пучках ускорителя ЦЕРНа, но нет данных о столкновениях с нейтронами, поэтому интересно сопоставление их с взаимодействиями пионов и протонов с протонами. Представляет интерес вопрос о механизме взаимодействия генерированных частиц с нуклонами ядра.

Совокупность данных по неупругим π^-p и pp -взаимодействиям на ускорителях, известных к началу наших работ, ограничивалась энергией ≈ 30 Гэв.

Выделение случаев неупругих πN -и pN - взаимодействий в наших опытах производилось по критериям, обычным в фотоэмульсионной практике, и, как пример, на рис.1 показано полученное распределение по числу заряженных частиц для π^- -мезонов 60 и 45 Гэв/с. Как видно, при $n = 3$ наблюдается отчетливый пик, а при $n=5$ некоторое превышение, обусловленное когерентными взаимодействиями

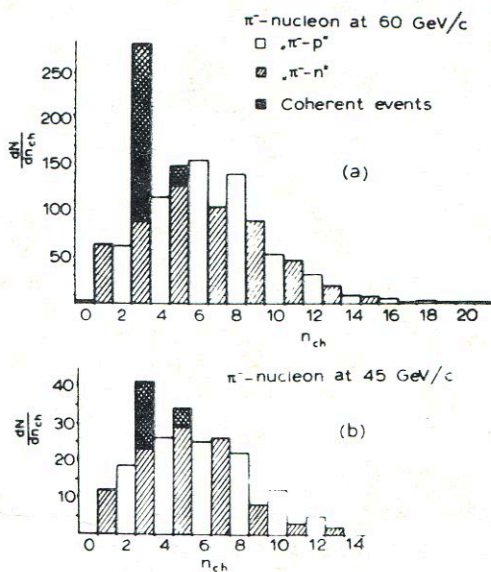


Рис. I. Распределение по числу заряженных частиц в π - p столкновениях при 60 и 45 Гэв/с.

на ядрах. Отделение когерентных событий производилось статистически, как превышение над огибающей (рис.1), или отдельных когерентных событий, характеризуемых узким распределением частиц на основе критерия $\sum \sin \theta_i$, действенность которого иллюстрируется на рис.2, причем оба способа дали согласованный результат.

После отделения когерентных событий распределение по множественности для столкновений с протонами и нейтронами имеет в пределах статистических ошибок регулярный вид для π -мезонов и протонов при указанных значениях их импульсов. Полученная средняя множественность в πp и в pp -столкновениях приведена на рис.3 совместно с более ранними эмульсионными данными и последующими результатами. Как следует из рисунка 3, эти данные для πp - взаимодействий согласуются со всей совокупностью известных сейчас результатов, и наивысшей по энергии остается пока точка при 60 Гэв/с. Для pp -столкновений эмульсионные результаты находятся несколько выше результирующей кривой (в пределах двойной статистической ошибки $\sim 5\%$).

Средняя множественность для π -p и pp -столкновений в функции энергии в с.ц.м. лучше фитируется степенным законом с показателем $\sim 0,66$.

В таблице I сопоставлены результаты для столкновения пионов и протонов с протонами и нейтронами.

Средняя множественность заряженных частиц для столкновений с нейтронами систематически на $\sim 0,5$ ниже, чем для столкновений с протонами.

Представляет интерес приведенное в таблице I равенство генерированных заряженных частиц в обоих типах столкновений, которое получено в предположении, что взаимная перезарядка протонов и нейтронов $p \leftrightarrow n$ составляет, по данным /7/, $\sim 0,3$.

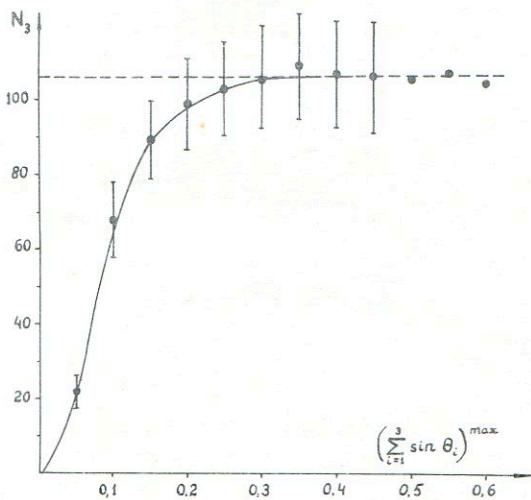


Рис. 2. Распределение когерентных событий в зависимости от выбора $(\sum_{i=1}^3 \sin \theta_i)^{\max}$

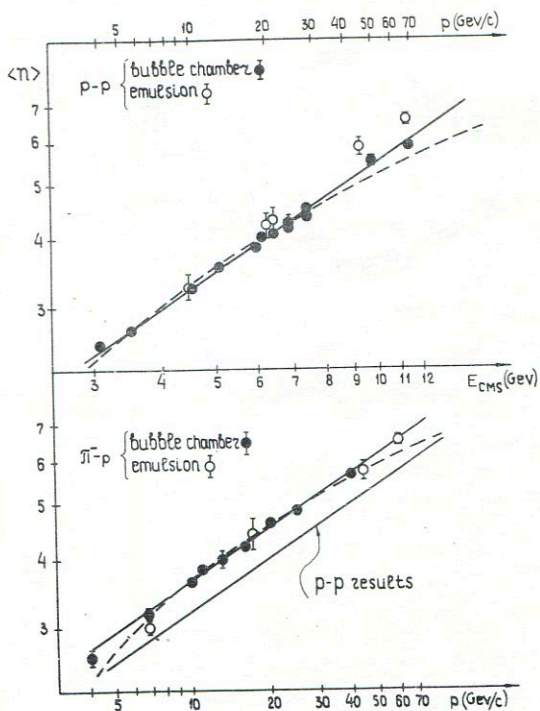


Рис.3. Среднее число заряженных частиц $\langle n^{\pm} \rangle$ для π^-p и $p-p$ - столкновений в зависимости от энергии.

ТАБЛИЦА I

Первичная части- ца и ее импульс в Гэв/с	Среднее число всех заря- женных частиц		Среднее число рожденных частиц	
	Мишень протон	Мишень нейтрон	Мишень протон	мишень нейтрон
\bar{K}^- 45	$5,7 \pm 0,2$	$5,2 \pm 0,3$	$5,0 \pm 0,2$	$4,9 \pm 0,2$
\bar{K}^- 60	$6,4 \pm 0,2$	$6,0 \pm 0,2$	$5,7 \pm 0,2$	$5,7 \pm 0,2$
P 50	$5,8 \pm 0,2$	$5,0 \pm 0,2$	$4,4 \pm 0,2$	$4,0 \pm 0,2$
P 67	$6,4 \pm 0,2$	$6,0 \pm 0,2$	$5,0 \pm 0,2$	$5,0 \pm 0,2$

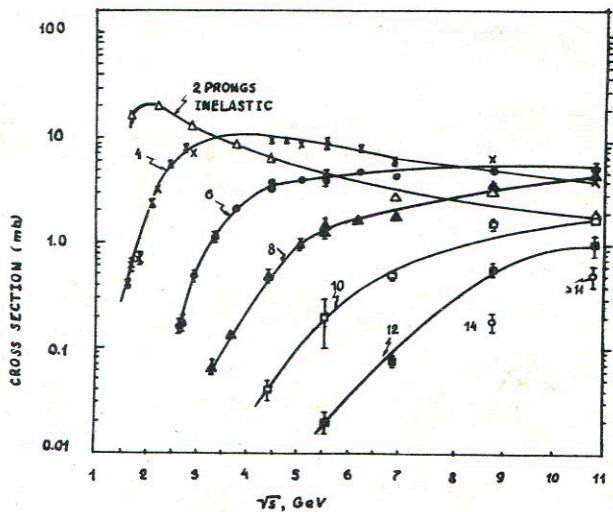


Рис.4. Парциальные сечения в $\pi^- p$ - столкновениях.

Следовательно, в интервале энергии до 70 Гэв наблюдается независимость в пределах $\sim 5\%$ точности среднего числа генерированных частиц от зарядового состояния нуклона - мишени.

Зависимость парциальных сечений в Π^-p - столкновениях от энергии показана на рис.4. Парциальные сечения последовательно проходят через максимум и не достигают насыщения, что предполагалось в ряде теоретических моделей. Аналогичная зависимость парциальных сечений от энергии известна сейчас для pp -столкновений в опытах на встречных пучках до энергии в с.ц.м. ~ 60 Гэв.

Рассмотрим далее угловые распределения частиц в системе центра масс. В опытах /1+6/ не производились измерения импульсов, и угловые распределения были получены на основе работы /8/ в предположении, что перезарядка протонов, доля релятивистских протонов в зависимости от числа частиц, распределения протонов и Π -мезонов по поперечным импульсам аналогичны тем, которые были получены в работе /9/ для Π^-p - столкновений при 16 Гэв/с и pp -столкновений при 30 Гэв/с /10/: для пионов $P_1^{3/2} \exp(-\frac{P_1}{0,175})$; $P_1 = 0,35$ Гэв/с, для протонов $P_1^2 \exp(-\frac{P_1}{0,166})$; $P_1 = 0,5$ Гэв/с. Полученные угловые распределения показаны на рисунках 5 для pp - и 6 - для Π^-p - столкновений. Достаточно симметричная картина в случае pp -столкновений указывает на справедливость использованного распределения P_1 в интервале 20 + 70 Гэв/с для импульса первичной частицы. Общая картина зависимости углового распределения от множественности вторичных частиц аналогична картине, известной при меньших энергиях, и характеризуется уменьшением анизотропии с ростом числа вторичных частиц и асимметрией вперед в Π^-p - столкновениях.

Распределения числа событий как функции переменной $\lg \lg \theta$, где θ - угол вылета частиц в лабораторной системе, для Π^-p - и Π^-n - столкновений показаны на рис.7, а для pp и pn на рисунке 8, из которых следует независимость этих распределений

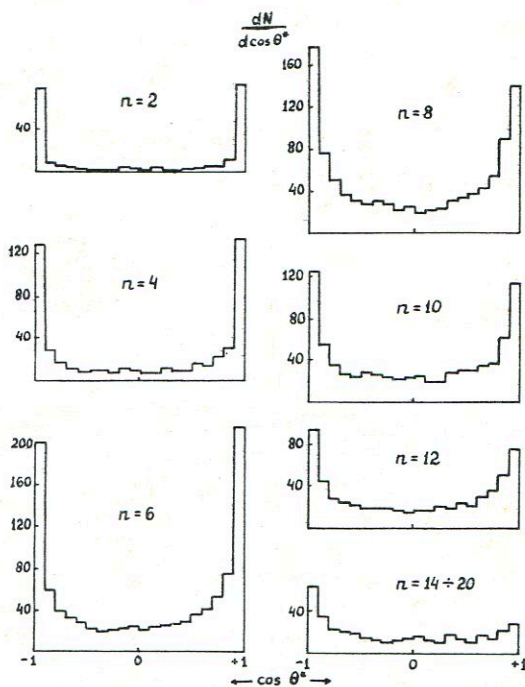


Рис.5. Угловое распределение в с.ц.м. для pp-столкновения при 67 Гэв/с.

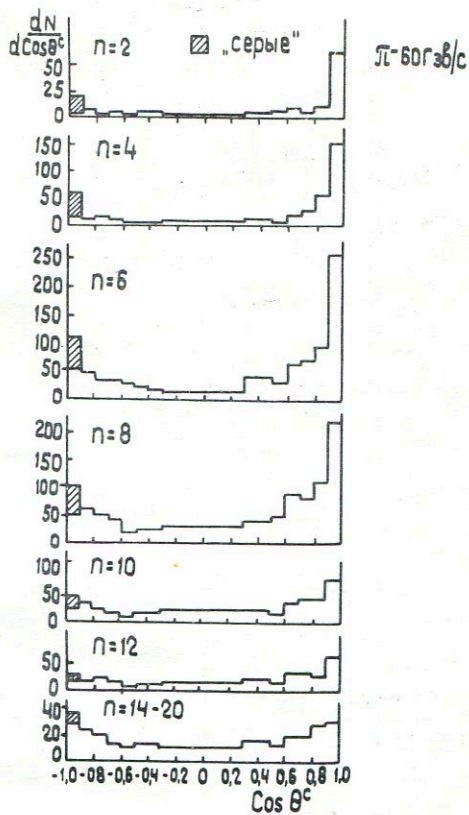


Рис.6. Угловое распределение в с.ц.м. для π^- столкновений при 60 Гэв/с.

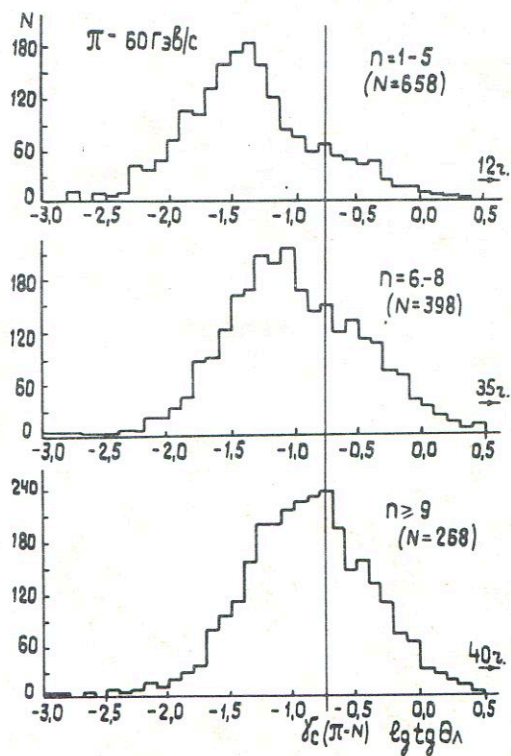


Рис.7. Распределение числа событий в πN - столкновении при 60 ГэВ/с в зависимости от $\lg \text{tg } \theta$ в л.с.

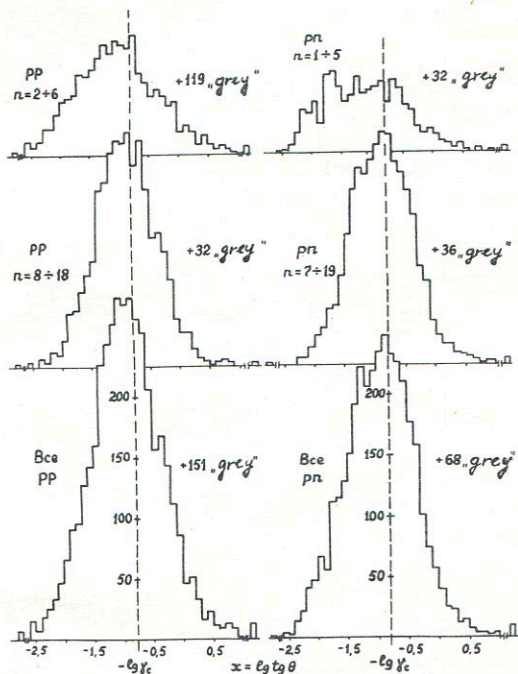


Рис.8. Распределение числа событий в PN - столкновениях при 67 ГэВ/с в зависимости от $\lg \operatorname{tg} \theta$ в Л.С.

от зарядового состояния нуклона-мишени. В /II/ сделан вывод об отличии опыта от предсказания модели предельной фрагментации, согласно которой необходимо наличие плоской части в распределении

$$dN/d\Omega dt d\theta.$$

В работе /II/ часть случаев π^-N - взаимодействий с множественностью $7 + 10$ заряженных частиц была проанализирована с целью обнаружения событий по модели образования одного фэйрбола.

Этот анализ приводился на основе работ /I2/ в предположении изотропии разлета пионов в собственной системе фэйрбола. Из 58 проанализированных случаев 9 показали согласие с предложенным тестом.

Это иллюстрирует рисунок 10, на котором показана зависимость доли частиц с углами $<\theta_R, F(\theta_R)$ от θ_R - угла вылета частиц с траекторией фэйрбола в лабораторной системе

$$F(\theta_R) = 1 - \frac{[1 - (m^2 - 1)\gamma_\beta^2 \operatorname{tg}^2 \theta_R]^{1/2}}{1 + \gamma_\beta^2 \operatorname{tg}^2 \theta_R}$$

γ_β - лоренц-фактор фэйрбола в л.с. $m = \frac{\beta_\beta}{\beta_0}$, β_0 - среднее значение β для пионов в системе фэйрбола.

Для сравнения рисунок 10 показывает, что при варьировании параметров сохраняется резкое отличие функции $F(\theta_R)$ для случаев, которые не удовлетворяют фэйрбольной модели. Анализ случаев, отнесенных к фэйрболам, дал для их массы значение $2,61 \pm 0,37$ Гэв и для среднего импульса пионов в системе фэйрбола $\langle P \rangle = 0,21 \pm 0,06$ Гэв/с.

В заключение остановимся на одном аспекте столкновений с ядрами, принципиальном для проблемы взаимодействия элементарных частиц.

Е.Л. Фейнбергом впервые для рассеяния быстрых электронов /I3/ было показано, что необходимо время для переориентации лоренцовского

сжатия поля электрона и поэтому сечение его взаимодействия непосредственно после рассеяния меньше обычного.

В работе /14/ это предположено и для процессов сильного взаимодействия.

Возможность сопоставления с опытом этой модели показана в работах /15,16/, где при исследовании зависимости сечения когерентной генерации от атомного номера предполагается, что сечение взаимодействия в ядре системы рожденных частиц не есть сумма их сечений, а равно или даже меньше отдельных πN - или ρN - сечений.

В работе /17/ главная роль в развитии каскада в ядре отводится последовательным столкновениям лидирующей ("сохранившейся") первичной частицы и сделан вывод о слабом взаимодействии вторичных частиц.

Еще раньше в работе /18/ был предложен механизм многочастичных взаимодействий, согласно которому частицы, рожденные при столкновении быстрой первичной с отдельным нуклоном ядра вылетают в узком конусе (для π^-p - столкновений при 60 Гэв/с $\theta < 6^\circ$), имеют близкие скорости и поэтому расстояния между ними при пролете через ядро меньше размеров нуклонов. Следовательно, они могут столкнуться с одним и тем же нуклоном ядра, образуя при взаимодействии единую систему.

В зеркальной системе этот процесс является как бы аналогом когерентной генерации при взаимодействии быстрой частицы с ядром. Очевидно, что такая модель по сравнению с обычным каскадным процессом должна привести к меньшему суммарному числу частиц, генерированных в столкновениях с ядром, более узкому их угловому распределению и меньшему числу нуклонов отдачи, вылетающих из ядра.

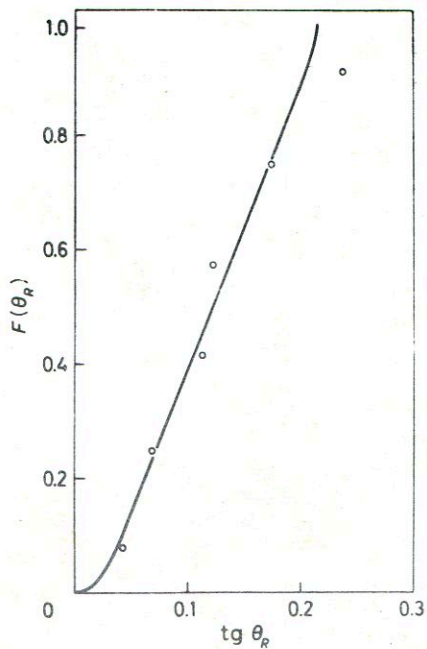


Рис.9. График функции $F(\theta_R)$ для события, параметризуемого по модели фэйрбола.

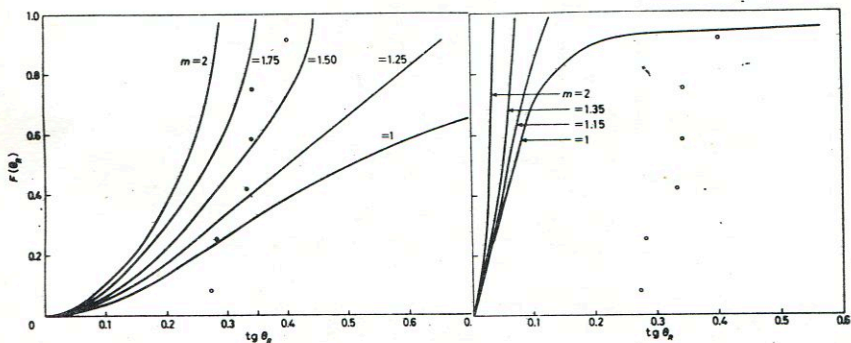


Рис.10. График функции $F(\theta_R)$ для событий, не параметризуемых по модели фэйрбола.

ТАБЛИЦА 2

Взаимодействия П-60 Гэв/с с ядрами Ag и Bz	Опыт	Расчет по /19/
$\langle n_s \rangle$	$10,2 \pm 0,3$	$9,3 \pm 0,5$
$\Theta_s, 1/2$	$16,4^{0\pm} 0,6^0$	$15,4^{0\pm} 0,6^0$
$\langle n_g \rangle$	$4,1 \pm 0,3$	$4,0 \pm 0,2$

Сопоставление расчетов на основе механизма многочастичных взаимодействий с опытом было проведено в работах /19,20/ и показано в таблице 2.

В заключение отметим, что в отличие от столкновений элементарных частиц, при рассмотрении столкновений с ядром, очевидно, нельзя уклоняться от рассмотрения сложного и интересного вопроса: как же происходит во времени и пространстве генерация частиц?

Исследования с ядрами в этом направлении представляют нам новые интересные возможности.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- I. Alma-Ata, Budapest, Dubna, Cracow, Moscow, Sofia, Tashkent, Ulan-Bator-
Collaboration. Lund, Intern. Conf. on Elementary, Lund (1969)
2. Alma-Ata et. al. Coll. Phys. Lett., 31B, 297, 31B, 241 (1970)
3. Alma-Ata, Cracow, Dubna, Leningrad, Moscow (FIAN and MGU) -Tashkent-
Ulan-Bator Collaboration Amsterdam Int. Conf. on Elem. Part. Amster-
dam (1971)
4. Alma-Ata et. al. Coll. Phys. Lett., 39B, 282, 39B, 285 (1972)
5. R. Khoshmukhamedov et. al. Preprint JINR EI-6598 (1972)
6. N. Dalkhazhav et. al. Preprint JINR EI-6599 (1972)
7. E. V. Anderson. Phys. Rev. Lett., 19, 198 (1967)
8. B. Furmanska et. al. Report Inst. of Nucl. Phys. Cracow N761/PH (1971)
9. Aachen-Berlin-Bonn-CERN-Cracow-Warsaw Coll.
10. R. R. Kinsey, T. W. Morris, B. S. Panvini BWL-rep., N I4934
11. A. G. Agnese et. al. Nuovo Cim., 13A, 144 (1973)
12. A. G. Agnese, A. Wataghin. Nuovo Cim., 5A, 1 (1971)
13. Е. Л. Фейнберг. ЖЭТФ 50, 202 (1966)
14. C. Vemprad et. al., Nucl. Phys., B33, 397 (1971)
15. H. N. Bingham. Acta Phys. Polonica B3, 31 (1972)
16. Е. Л. Фейнберг. Проблемы теорет. физики. Памяти И. Е. Тамма "Наука"
(1972); Препринт ОИЯИ P2-6867, стр. 56, Дубна (1972).
17. З. В. Анзон, Ж. С. Такибаев, И. Я. Часников. Письма ЖЭТФ, 14, 405 (1971)
18. J. Z. Artykov, V. S. Barashenkov, S. M. Eliseev. Nucl. Phys. B6, 11
(1968); Препринт ОИЯИ, P2-4510, Дубна (1969).
19. N. Dalkhazhav et. al. Intern. Conf. N. E. C. Oxford p. I74 (1972)
20. N. Dalkhazhav, G. S. Shabratova, K. D. Tolstov.
Nucl. Phys. B40, 190 (1972)

STUDY OF INCLUSIVE REACTION $pp \rightarrow \pi^- X$
AND EXCLUSIVE REACTIONS IN PP INTERACTIONS
AT 13.1 GEV/C

M. SENE - C. DANG-VU-J. LE GUYADER
LPNHE-UNIVERSITE PARIS VI-FACULTE DES SCIENCES

I- INTRODUCTION

In our experiment pp at 13.1 GeV/c we have studied all the exclusive fitted channels in all topologies : 4,6,8 and 10 prong events [1]. Because of the ambiguity between p and π^+ when the momentum of the positive track is greater than 1.5 GeV/c, we have 56% of non-classified events. So we have also looked at the inclusive reaction $pp \rightarrow \pi^- + X$ and we have compared the two studies. All negative tracks can be considered as π^- because the contamination in K^- is around 3% and such a small value cannot introduce biases.

We present the distributions of $\cos \theta^*$, p_T , p_L^* , x , y^* and make comparison at other energies and between results of inclusive and exclusive reactions.

II. EXPERIMENTAL RESULTS

In order to compare our results to others given at various energies, it is very important to normalize data correctly. From the total number of events and scanning efficiency and from total and topological cross sections it is possible to estimate a factor which is the number of microbarns per event ($\mu\text{b}/\text{event}$).

In table 1 we give the topological (charged prongs) cross sections.

Table 1

No charged prongs	4	6	8	10	12
Cross section (mb)	13.4 ± 1.1	$4.32 \pm .05$	$.63 \pm .02$	$.034 \pm .003$	$.002 \pm .0007$

a) Distribution of $\cos \theta^*$

In fig. 1 (a, b, c, d) are given the $\cos \theta^*$ distributions of π^- in each topology for the inclusive case. It is clear that with increasing multiplicity they become flatter. The value of this anisotropy can be estimated by the collimation parameter $C = (P - E) / (P + E)$ where P denotes the number of particles with $|\cos \theta^*| > .5$ and E the number of particles with $|\cos \theta^*| < .5$ (see table 2).

We present for comparison the values for π^- exclusive and inclusive studies. The R_1, R_2 and R_3 symbols refer to the fitted channels. R_1 without π^0 , R_2 with π^0 , R_3 with neutron (for example in 4 prong events $R_1 = pp \pi^+ \pi^-$, $R_2 = pp \pi^+ \pi^- \pi^0$, $R_3 = p \pi^+ \pi^+ \pi^- n$)

The collimation decreases with increasing multiplicity. This effect is more important for the exclusive case. It is due to the fact that in the inclusive reaction there are also multineutral events, so the real multiplicity of events is bigger than the multiplicity given by the charged prongs and, of course, as the number of π^0 must be between 0 or many π^0 (3 or 4) the C value in the inclusive case is in fact the value in the exclusive case for the multiplicity immediately greater:

$$\begin{array}{lll} \text{inclusive} & 4 \text{ prongs} & C = .29 \pm .01 \\ \text{exclusive} & 6 \text{ prongs} & C_{R_1} = .27 \pm .03, C_{R_2} = .29 \pm .01 \end{array}$$

We look also at the asymmetry parameter A of the angular distribution. In table 2 are listed the values of $A = (F - B) / (F + B)$ where F stands for the number of particles with $\cos \theta^* > 0$ and B for the number of particles with $\cos \theta^* < 0$. Because of the symmetry of the initial proton-proton state we expect that the c.m. angular distribution of the π^- should be symmetric around $\cos \theta^* = 0$. This condition is nearly satisfied.

Table 2
4 prongs 6 prongs 8 prongs 10 prongs

Inclusive study	π^-	C	.29 \pm .01	.16 \pm .01	.09 \pm .02	.17 \pm .06
		A	.01 \pm .01	.04 \pm .01	.01 \pm .02	.15 \pm .05
Exclusive study	R ₁	C	.48 \pm .02	.27 \pm .03	.16 \pm .04	.05 \pm .17
		A	.08 \pm .02	.02 \pm .02	.00 \pm .04	.05 \pm .27
	R ₂	C	.40 \pm .02	.29 \pm .02	.10 \pm .04	.00 \pm .12
		A	.02 \pm .03	.05 \pm .02	.05 \pm .04	.17 \pm .12
	R ₃	C	.32 \pm .03	.21 \pm .04	.14 \pm .06	.00 \pm .16
		A	.06 \pm .03	.00 \pm .03	.03 \pm .06	.05 \pm .16

b) p_T , p_L^* distributions

1b) The mean values of p_T and p_L^*

The mean values of p_T and $|p_L^*|$ in each topology in the two cases (inclusive and exclusive reactions) are of the same order (table 3). Though the p_T is limited and not the p_L^* we see that most of our events cannot be studied in terms of a model where p_T is neglected before p_L^* (longitudinal phase space study for example).

The mean values decrease with increasing multiplicity more slowly for p_T than for p_L^* and we come to the same conclusions as above by comparing inclusive and exclusive data.

Table 3.

		mean value GeV/c	4 prongs	6 prongs	8 prongs	10 prongs
Inclusive study	π^-	p_L^*	.322 \pm .003	.254 \pm .002	.189 \pm .003	.139 \pm .007
		p_T	.314 \pm .003	.296 \pm .004	.256 \pm .004	.207 \pm .012
Exclusive study	R ₁	p_L^*	.48 \pm .04	.33 \pm .01	.24 \pm .02	.18 \pm .04
		p_T	.35 \pm .03	.34 \pm .01	.31 \pm .01	.27 \pm .03
	R ₂	p_L^*	.38 \pm .05	.27 \pm .01	.20 \pm .02	.14 \pm .03
		p_T	.34 \pm .03	.31 \pm .01	.27 \pm .01	.23 \pm .02
R ₃	p_L^*	.37 \pm .04	.27 \pm .01	.20 \pm .02	.14 \pm .03	
	p_T	.39 \pm .03	.30 \pm .01	.28 \pm .01	.22 \pm .02	

2b) Comparison of $d\sigma/dp_T$ at 13 and 19 GeV/c

If in the target fragmentation region $0 \leq p_T \leq 1$ Smith et al. [6] have obtained between 13 to 28 GeV/c in pp $\pi^- X$ spectra of p_T which agree together (so the hypothesis of target fragmentation seems to be verified), on the contrary in fig 2, when the distributions of p_T on all values of p_L are compared, we note that at 19 GeV/c [7] the spectrum is a little shifted near great values of p_T , according to the results of nuclear emulsions [8] at very high energy which seems to indicate that p_T increases with incident energy like $\ln s^{1/2}$.

3b) p_T, p_L^* correlations

The π^- are not independently distributed over these two variables p_T and p_L^* . The correlation is illustrated in fig.3 which shows p_T as a function of $|p_L^*|$. A deep appears for low values of $|p_L^*|$.

In the exclusive study [1] we have looked at the same effect, in particular the correlation is given for the pp $\pi^+ \pi^+ \pi^-$ channel. As suggested by the Rochester group [9] we have also calculated

$$\langle p_T \rangle_\omega = \frac{\int_{p_T} E^* \frac{d^3\sigma}{d^3p} d^2 p_T}{\int E^* \frac{d^3\sigma}{d^3p} d^2 p_T}$$

and plotted this quantity as a function of $|p_L^*|$ (fig.3). We observe that the deep of the distribution is reduced. This result can be explained as a kinematical effect.

In the exclusive study the same spectrum [1] has been made and we note that if for π^- the "seagull" effect disappears it is only reduced for π^+ . This fact is probably due to the presence of the Δ^{++} resonance. The same study has been made by the Warsaw group and the ABCCCHW Collaboration [10] they give the same conclusions.

c) Distribution of rapidity y^* in the inclusive data.

1c) y^*, p_T^2 correlations.

At 28 GeV/c, Sims et al. [6] have fitted the invariant cross section for π^-

$$\frac{1}{\pi} \frac{d\sigma}{dy^* dp_T^2}$$

as a function of p_T^2 for various intervals of y^* by the function

$$f(y^*, p_T^2) = \Lambda (e^{-Bp_T^2} + C e^{-Dp_T^2})$$

The parameters B, C and D are nearly constant for $|y^*| \ll 1$, i.e. the function $f(y^*, p_T^2)$ seems to be factorisable for $|y^*| \ll 1$ into $F(y^*)G(p_T^2)$.

At 13 GeV/c we obtain the same result (Table 4). However :

Table 4

y^* intervals	B	C	D
$.0 \leq y^* \leq .2$	16.2 ± 1.1	$.32 \pm .06$	$4.9 \pm .3$
$.2 \leq y^* \leq .4$	16.9 ± 1.1	$.30 \pm .05$	$4.4 \pm .2$
$.4 \leq y^* \leq .6$	$15.3 \pm 0.$	$.25 \pm .03$	$4.5 \pm .14$
$.6 \leq y^* \leq .8$	18.6 ± 1.6	$.41 \pm .08$	$5.6 \pm .4$
$.8 \leq y^* \leq 1.0$	18.6 ± 2.1	$.31 \pm .10$	$5.8 \pm .6$
$1.0 \leq y^* \leq 1.2$	23.4 ± 2.5	$.30 \pm .09$	$7.0 \pm .8$
$1.2 \leq y^* \leq 1.4$	31.6 ± 5.0	$.42 \pm .16$	8.7 ± 1.3
$1.4 \leq y^* \leq 1.6$	23.0 ± 2.1	$.14 \pm .03$	$6.8 \pm .5$

- first, y^* is a function of p_T^2 so the factorisation in (p_T^2, y^*) is not to be compared directly with the factorisation in (p_T^2, p_L^2) or (x, p_T^2) ,

- secondly, this is not an effect of scaling in the central region, because if the prediction

$$\lim_{s \rightarrow \infty} f(y^*, p_T^2) = f'(p_T^2) \text{ when } y^* \sim 0$$

was proved here, the same effect should be observed in the system (x, p_T^2) . But it is not the case, in fact Sims et al. have also fitted the invariant cross section as a function of p_T^2 for various intervals of x by the function

$$A' (e^{-B' p_T^2} + C' e^{-D' p_T^2})$$

and their results show that the parameters B', C', D' depend highly on the x interval in the region $x \sim 0$.

2c) Kinematical correlations between pions of the 6-prong events.

We focus on the correlations between two π^- in the 6 prong events. The average value $\langle y_2^* \rangle$ is calculated for different intervals of y_1^* .

y_1^* intervals	$\langle y_2^* \rangle$
0. $\langle y_1^* \rangle < .4$	$-.01 \pm .02$
.4 $\langle y_1^* \rangle < .8$	$-.03 \pm .02$
.8 $\langle y_1^* \rangle < 1.2$	$-.08 \pm .02$
1.2 $\langle y_1^* \rangle < 1.6$	$-.05 \pm .03$

We observe an accumulation of events near $y_2^* \sim 0$ whatever y_1^* is, but the results above show that when the interval of y_1^* is more positive $\langle y_2^* \rangle$ is more negative. However only the results for $.8 \langle y_1^* \rangle < 1.2$ can be considered as significant.

At 21 GeV/c Berger has seen the same effect [11].

3c) Comparison at 13.1 and 19 GeV/c

By comparing dN / dy^* at 13.1 and 19 GeV/c it seems that the scaling is not reached in the central region. [2,3,4]

At 13.1 GeV/c the $|y^*|$ distribution can be fitted by a gaussian

function $Ae^{-B|y^*|^2}$. The fitted parameter B for the 4,6 and 8 prong events and also for the total statistic is given in table 5.

Table 5

	4 prongs	6 prongs	8 prongs	total statistic
B	$.51 \pm .01$	$.72 \pm .01$	$.96 \pm .03$	$.64 \pm .01$

At 19 GeV/c the same fit has been made : the result is $B \sim .5$. So it is clear that the B parameter decreases when the energy increases. It is, in fact, a kinematical effect.

d) Distribution of x in inclusive data

In fig.4 are given the cross sections $d\sigma/dx$ for each topology.

We observe the same kinematical effect as on the p_1^* distributions ; the spectra become narrower when the multiplicity increases.

In fig. 5 the invariant differential cross section

$$\frac{2 E^x}{\pi \sqrt{s}} \frac{d\sigma}{dx}$$

is plotted for pp and π^{\pm} p reactions :

$$\begin{aligned} \pi^- p &\rightarrow \pi^- X \text{ at } 8.05 \text{ and } 24.8 \text{ GeV/c} \\ \pi^+ p &\rightarrow \pi^- X \text{ at } 18.5 \text{ GeV/c} \\ pp &\rightarrow \pi^- X \text{ at } 13.1 \text{ GeV/c} \end{aligned}$$

Chan's prediction [5] seems to be confirmed, the x distributions are separated into two groups according as $(ab\bar{c})$ is exotic or not, the cross section of the exotic channel is smaller than that of the non-exotic channel. In the target fragmentation region the limiting behaviour seems to be reached at these energies, but in the central region it is not the case.

e) Distribution of p_L in inclusive data.

In fig.6 we give the comparison of

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dp_L}$$

for pp, π^{\pm} p, K^{\pm} p and γ p reactions :

$$\begin{aligned} \pi^- p &\rightarrow \pi^- X && \text{at } 25 \text{ GeV/c} \\ \gamma p &\rightarrow \pi^- X && \text{at } 6.15 \text{ GeV/c} \\ pp &\rightarrow \pi^- X && \text{at } 13 \text{ and } 28 \text{ GeV/c} \\ K^- p &\rightarrow \pi^- X && \text{at } 13 \text{ GeV/c} \\ K^+ p &\rightarrow \pi^- X && \text{at } 7 \text{ GeV/c} \\ K^+ p &\rightarrow \pi^- X && \text{at } 13 \text{ GeV/c} \end{aligned}$$

the comparison between the curves gives rise to the same conclusion as above in the target fragmentation region.

f) Distribution of p_T^2 in inclusive data

Table 6

	4 prongs	6 prongs	8 prongs	Total Statistic
First slope $p_T^2 < .12$ $ x < .3$	$13.8^{\pm .4}$	$14.4^{\pm .3}$	$18.8^{\pm .6}$	$14.6^{\pm .2}$
Second slope $p_T^2 > .12$ $ x < .3$	$6.9^{\pm .2}$	$6.9^{\pm .1}$	$11.7^{\pm .9}$	$6.6^{\pm .1}$

In the table 6 there are given the parameters of the fit of the experimental spectrum dN / dp_T^2 by an exponential function $e^{-Bp_T^2}$ for $|x| < .3$. For small values of p_T^2 the slope is steeper than for high values. The two slopes increase from four to eight prong events.

g) The (M_x^2, t) system

The distribution $d\sigma / dM_x^2$ (fig.7) for 4 to 8 prong events is fitted by an exponential function

$$e^{-BM_x^2}$$

The slope B increases with increasing multiplicity (table 7).

Table 7

	4 prongs	6 prongs	8 prongs	total statistic
B (GeV ⁻²)	.263 [±] .003	.341 [±] .002	.422 [±] .008	.300 [±] .001

The influence of the transfer t is clear, the M_x^2 distribution is shifted near the high values of M_x^2 when t increases (fig.8). This is also a kinematical effect.

h) Average values versus multiplicity

We have plotted the average values of $p_T^2, M_x^2, |p_L^*|, |x|, |y^*|$ and t versus the number of π^- . All the distributions are shown in fig. 9 and can be fitted by exponential or linear curves.

We can compare these results with the exclusive study for p_T and $|p_L^*|$ and we have the same results : the mean values of $|p_L^*|$ and p_T are fitted by exponential curves.

It is to be noted that the dependence on multiplicity is very simple. These results, only experimental, seem interesting and though they are kinematical, it is a very simple dependence.

III - CONCLUSION

We have made a systematical study of inclusive reaction $pp \rightarrow \pi^- X$ at 13.1 GeV/c and compared the results with our data in exclusive reactions and with results given at other energies.

The scaling hypothesis has an asymptotic character so at our energy we have not reached the scaling region. But our results are interesting for the understanding of the intermediate region.

In our study we note the very simple dependence on the mean values of longitudinal and transverse variables, also of M_x^2 and t , plotted as a function of the number of π^- .

REFERENCES

- 1 J. LE GUYADER and M. SENE : Nucl. Phys. B 52, 422 (1973) ;
Cl. DANG-VU : Thesis of 3ème Cycle, Paris 1973 ;
J. LE GUYADER : Thesis (unpublished)
- 2 L.VAN HOVE : Phys. Rep. 1C,7 (1971) ;
E.L.BERGER : Phenomenology of inclusive reactions,
Argonne National Laboratory, Report ANL/HEP 7134, July 16,
1971.
- 3 R.F. FEYNAMN : Phys. Rev. Lett. , 23,1415 (1969) ;
High Energy Collisions Stony Br
- 4 J. BENECKE, T.T. CHOU, C.N. YANG and E. YEN : Phys. Rev.
188, 2159 (1969) ;
Proceedings of the Colloquium on high multiplicity Hadronic
Interactions, Paris, May 1970.
- 5 H.M. CHAN et al : Phys. Rev. Lett., 26 , 672 (1971)
- 6 W.H. SIMS et al : Nucl. Phys., B 41, 317 (1972).
- 7 H. BOGGILD et al : Nucl. Phys. B 27, 1 (1971).
- 8 A. ADCOCK et al : Conf. on High Energy Physics, Kiev, 1970.
- 9 ROCHESTER, S.STONE et al, UR-875-349.
- 10 WARSAW, M.BARDADIN-OTWINOWSKA et al : Proc. of Sierra
Conf. on Elementary particles, Vol I, p. 628 (1963) ;
AACHEN-BERLIN-BONN-CERN-CRACOW-HEIDELBERG-WARSAW
Collaboration CERN/D. PhII / Phys. 72-19.
- 11 E.L.BERGER : Two Particles Correlations in Inclusive pp
Interactions between 13 and 28 GeV/c, Argonne National Laboratory,
Report ANL/HEP 60 439 (1972).

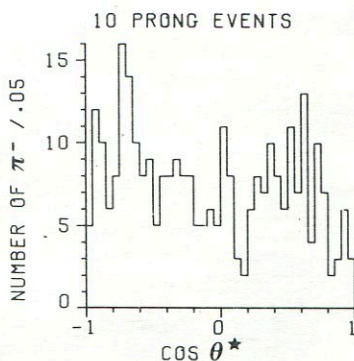
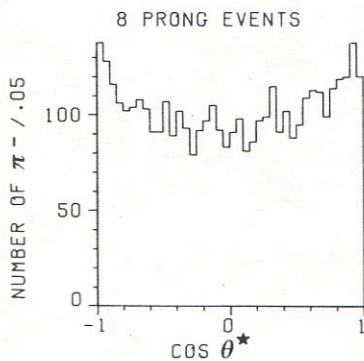
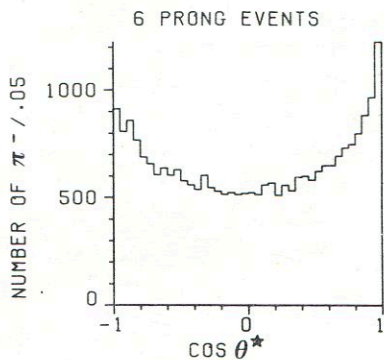
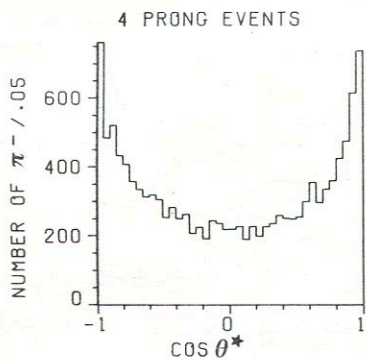
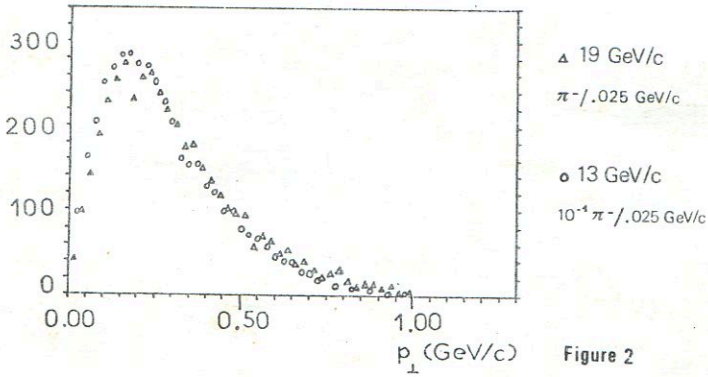
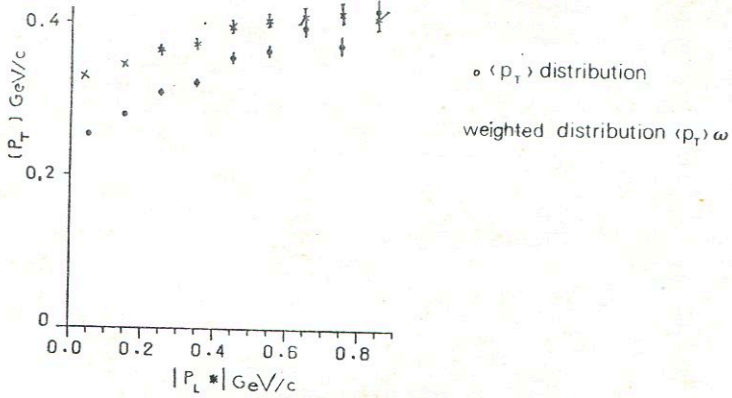


Figure 1

p_T distribution



$\langle p_T \rangle$ distribution vs $|p_L^*|$



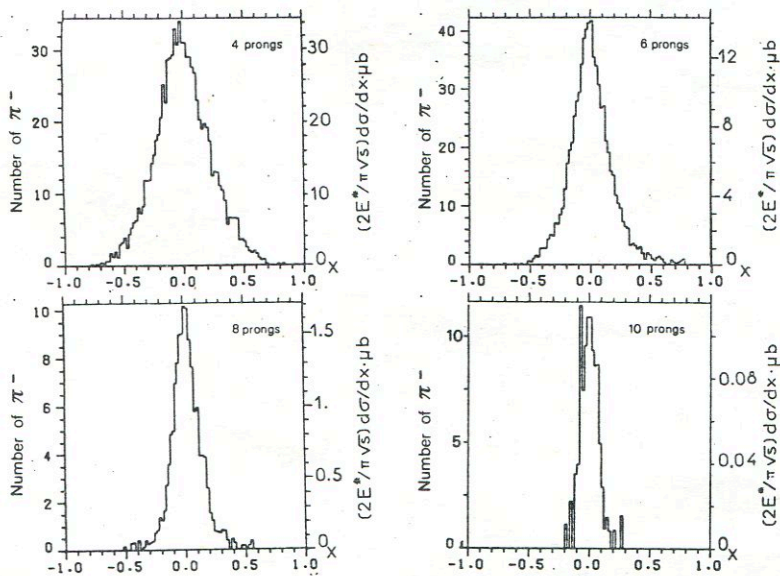


Figure 4

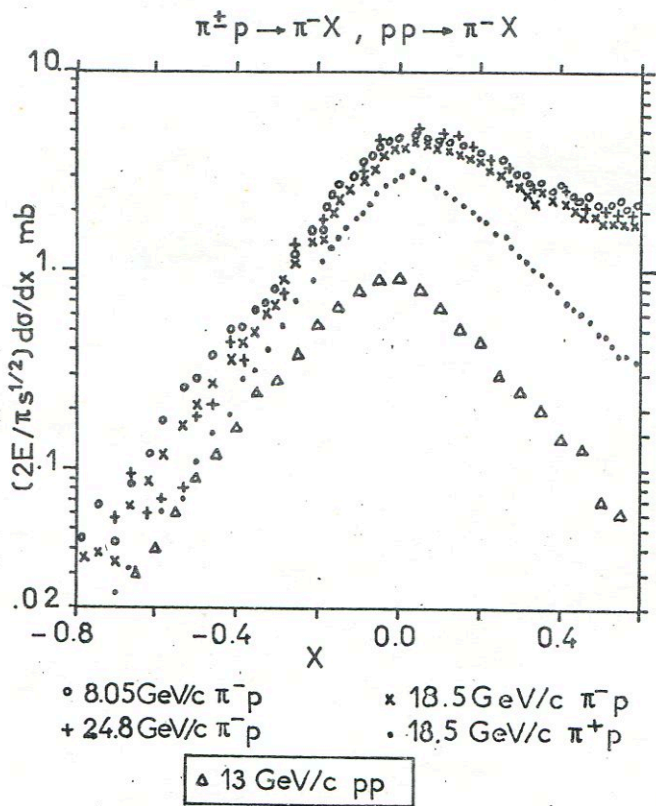


Figure 5

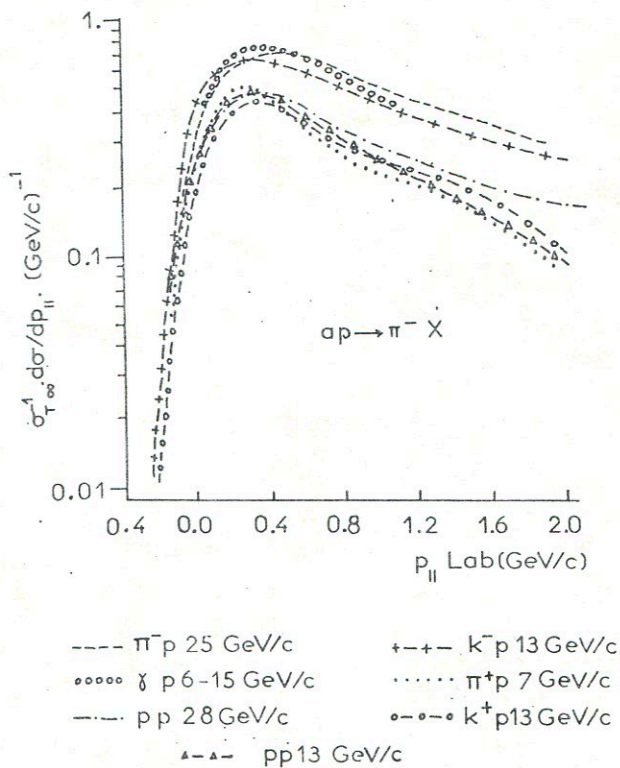


Figure 6

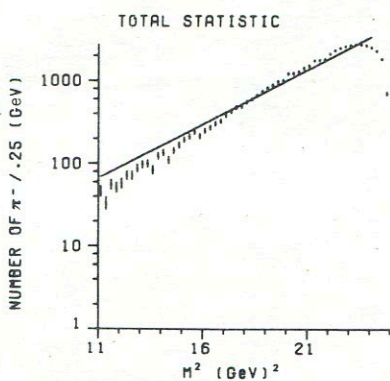
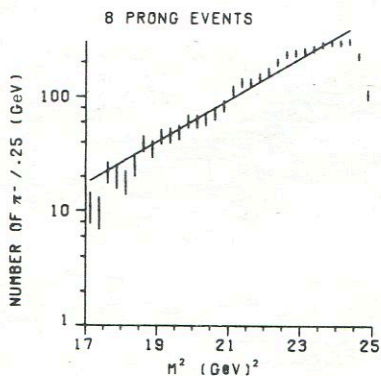
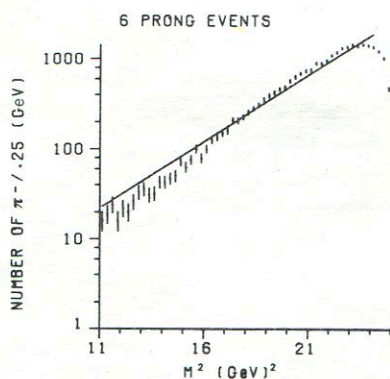
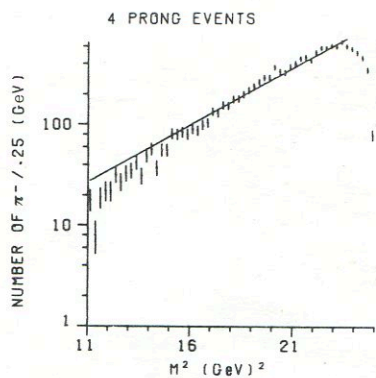


Figure 7

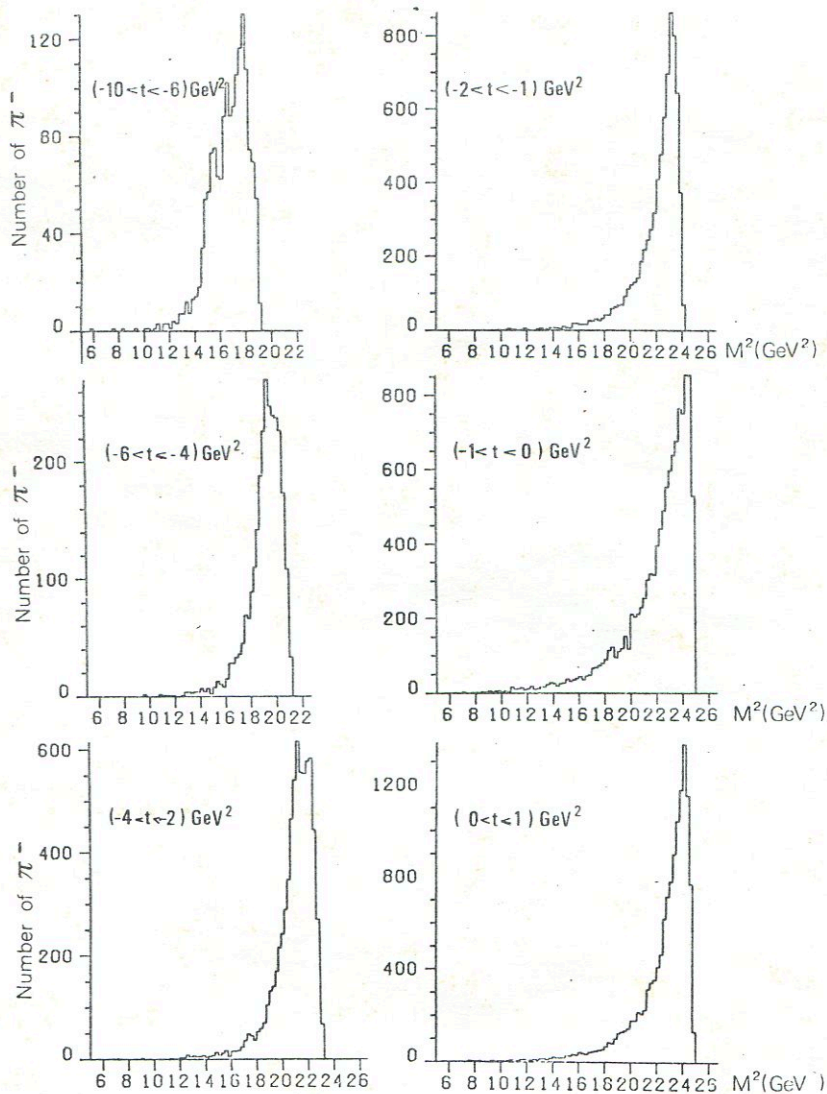


Figure 8

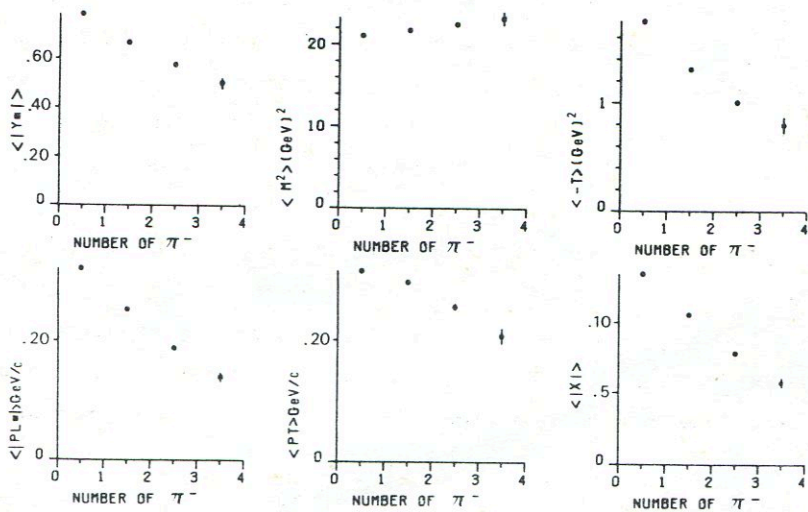


Figure 9

The NAL Research Facility and Early Experimental Results

James R. Sanford

National Accelerator Laboratory
Batavia, Illinois, U.S.A.

On twenty square kilometers of land about fifty kilometers west of Chicago, U.S.A. about 1,000 employees and an equal number of contractors have been building a large laboratory. The National Accelerator Laboratory consists of four accelerators and extensive experimental areas for research in high energy particle physics. As illustrated in Fig. 1, the major accelerator is a device with a diameter of 2 kilometers capable of reaching 300 to 500 GeV proton energies. Recent accelerator performance has consisted of providing over 10^{12} particles in a pulse of 6 seconds to the external experimental areas. Beams of protons at 100, 200, 300 and very recently 400 GeV have been used by experiments at the Laboratory. At present approximately six to eight experiments are running at the current time using 50 to 60 hours per week. The key points in the performance of the accelerator and experimental facilities are illustrated in Fig. 2.

The beam has been used in four experimental areas. The first one is the Internal Target Area where the hydrogen gas jet prepared at the Dubna Laboratory has been used by a group of physicists from the U.S. and the USSR in proton-proton elastic scattering. This experiment has run at the accelerator for nearly a year using the gas jet target and earlier targets of rotating carbon filaments and polyethylene foils. Since last summer, the beam has been extracted

from the accelerator with an efficiency of approximately 80% and used in the external experimental areas. The characteristics of the experimental areas are illustrated in Fig. 3.

The Meson Area is a facility with a series of general purpose secondary beams capable of operating up to momenta of nearly 300 GeV. Three of the beams have been used so far and experiments have started on quark searches, and total cross section measurements. The remaining beams will be tuned this summer and used for experiments in the fall.

In the Neutrino Area, the protons are used to provide source particles for specialized beams such as neutrinos and muons or hadrons for the 30" NAL/ANL bubble chamber. The early work in the chamber has consisted of studying the cross section dependence and multiplicities of particles produced in the chamber. The neutrino and muon experiments have been tuning up to study scaling and deep inelastic scattering. Future developments will consist of getting the 15' bubble chamber operating and using it for neutrino experiments. The chamber should be filled with hydrogen in the next few months and be able to be used for physics in the late fall of this year.

The Proton Area is somewhat similar to the Internal Target Area except it is possible to use heavy targets in the beam so that this is an appropriate place to mount search experiments such as ones looking for heavy leptons, W's, or any particles at large transverse momenta. When the proton beam is improved, a transmission target

station will be set in operation and future beams of photons will be constructed.

Fig. 4 illustrates some selected experimental results from the very early running of the research facility. One of interest to this group is the work that has been done with USSR-USA collaboration with the gas jet which is now taking data from 30 to 400 GeV for the purpose of measuring the slope parameter in the elastic differential scattering $d\sigma/dt \propto e^{-b|t|}$. The parameter (b) has been found to increase with energy approximately as $\ln s$, but no new values for the constant are available until the experimenters have completed the analysis of the 400 GeV data.

A recent run in the 30" chamber by NAL, LBL and the University of California at Berkeley were π^-p exposures at 200 GeV. There the charged prong multiplicity has been found to be $8.0 \pm .2$ and the total cross section $24 \pm .05$ millibarn. To me there is no apparent rise in the cross section above the 40 GeV Serpukhov data but the analysis is incomplete.

A quark search experiment by Yale and BNL in the Meson Area is nearly finished, and the group is reporting a limit of 10^{-35} cm^2 for 1/3 charge and 2/3 charge quarks produced from 300 GeV protons.

Finally a large experiment involving physicists from Harvard, Pennsylvania and Wisconsin have been using wide band neutrinos and have observed an event rate as high as 15 per hour when 10^{12} protons impinge upon a bare target in the neutrino area. The momentum

spectrum of the muons resulting from the neutrino interactions have a mean value of 1.5 GeV/c compared to a more typical mean value from hadron interactions of about 0.3 GeV/c. The group has also confirmed that the ratio of antineutrino to neutrino cross sections is about 1/3 in agreement with theory.

As you can see, NAL is in operation and doing physics. In closing, I would like to thank my Soviet hosts for their kind invitation and warm hospitality.

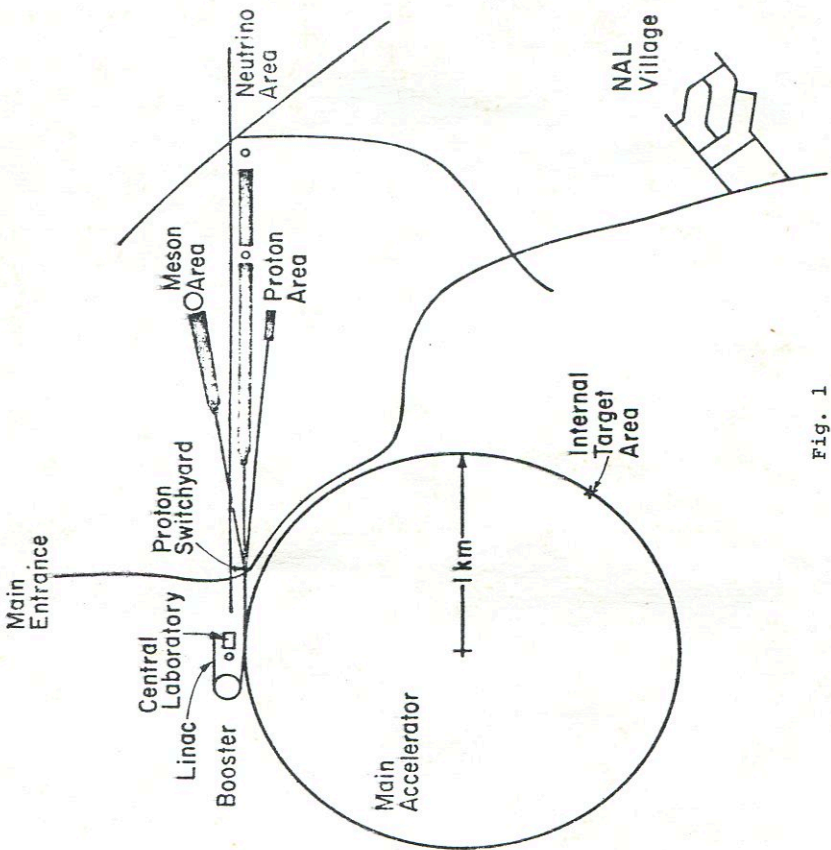


Fig. 1

Performance Table

	<u>July '71</u>	<u>Jan. '72</u>	<u>July '72</u>	<u>Jan. '73</u>	<u>July '73</u>
Energy (GeV)	0	20	200	300 (400)	300
Intensity (protons/pulse)	0	$\sim 10^9$	7×10^{10}	$\sim 10^{12}$	2.5×10^{12}
Expt'l Areas Operating	0	0 (1)	2	2 (3) (4)	3
Experiments in Progress at a time	0	0 (2)	4	~ 6	~ 8
Number of Completed Experiments	0	0	0	10	17

Fig. 2

Characteristics of Experimental Areas

<u>Area</u>	<u>Style</u>
Internal Target Area	p-p or p-C multiple traversal - thin target changing energy - scaling 30 GeV \rightarrow 300 GeV
Meson Area	General purpose secondary beams p's, π 's, n's, etc. <300 GeV σ , $d\sigma/dt$ inclusive, . . .
Neutrino Area	Specialized Beams ν 's, μ 's, hadrons for bubble chamber σ , deep inelastic, W's, multiplicities in the b.c. (30") Largest Detectors (ν , 15')
Proton Area	p-p, p-C, p-W - heavy targets search experiments for heavy leptons, W's, particles at large p (transmission target experiments) (electron/photon beam)

Fig. 3

Selected Experimental Results

P-p + p-p with gas jet (Internal Target Area)	USSR-USA Collaboration Took Data from 30-400 GeV $d\sigma/dt \sim e^{-b(s)} t $ b increases with energy ($\sim \ln s$) no new value of constants while analyzing 400 GeV data
$\pi^- p$ @200 GeV in 30" bubble chamber (Neutrino Area)	NAL, LBL, U. of California (Berkeley) $\langle n_{ch} \rangle = 8.0 \pm .2$ $\sigma_{total} = 24.0 \pm 0.5$ mb No apparent rise is seen in cross section from the 40 GeV Serpukhov data, but analysis is incomplete
Quark Search (Meson Area)	BNL, Yale Limit is 10^{-35} cm ² for 1/3 e and 2/3 e for 300 GeV production
Wide Band Neutrinos (Neutrino Area)	Harvard, Pennsylvania, Wisconsin few events/hr + 15/hr @ 10^{12} p/p $\langle p_{\mu} \rangle \sim 1.5$ GeV/c compared to hadron $\langle p_{\mu} \rangle \sim 0.3$ GeV/c $\frac{\sigma(\nu N + \mu^+ + \text{all})}{\sigma(\nu N + \mu^- + \text{all})} = 0.35 \pm 0.18$

Fig. 4

Some Recent Results from a Study of
pp Interactions at 205 GeV/c*

Argonne-NAL Collaboration[†]
presented by

M. Derrick
Argonne National Laboratory^x and
University College London

ABSTRACT

Recent results obtained from the study of 205 GeV/c proton-proton interactions observed in the 30-inch hydrogen bubble chamber at NAL are described. A total sample of 8828 events have been observed and some results from the events with associated K^0 decays and γ conversions are given. A study of the low mass enhancement produced in the 3655 events with a low momentum proton shows the enhancement is produced peripherally and in the 2, 4 and 6 prong topologies. The inclusive π^- distribution is compared to data from lower energies and from the ISR. The two particle correlations show the same features as observed at the ISR for all charge pairing but the pairs of like-charges exhibit a much weaker correlation.

* Work supported by U.S. Atomic Energy Commission and British Science Research Council.

[†] S. Barish, Y. Cho, D. Colley, M. Derrick, R. Engelmann, T. Fields, L. Hyman, K. Jaeger, B. Musgrave, J. Phelan, J. Rest, P. Schreiner, P. Schultz, R. Singer, H. Yuta, L. Voyvodic, R. Walker, and J. Whitmore.

^x Permanent address, Senior Visiting Fellow at University College London for academic year 1972-73.

INTRODUCTION

This paper deals with recent results obtained in the continuing study of 205 GeV pp interactions observed in the 30 inch bubble chamber at NAL. Since I have been away from Argonne on leave for most of the period since the Batavia Conference most of the results I will present to you come from the work of my colleagues over the past several months. The results already published by our group [1] came from work done last summer, on a sample of about 15,000 pictures. Since that time the amount of film analysed has tripled and the present results are based on the complete exposure in most cases.

Results obtained from V^0 events [2]

Neutral V^0 's have been found associated with 1266 events. The scanning for V^0 's is difficult, particularly when they lie inside the forward jet. It was often necessary to look at the film carefully under ~ 6 x life size magnification in order to elucidate the event and, as a result of this special scan, about 10% more events were found than had been found in the normal scan done with life size magnification. After geometrical reconstruction and 3c kinematic fitting, the V^0 's were assigned to the K^0 , Λ , $\bar{\Lambda}$ or γ hypotheses.

Ambiguities were resolved using the p_T distributions which peak at different values for the γ , Λ and K^0 decays. After event separation the C.M. decay distributions were consistent with isotropy.

Since there is a large loss of K^0 and Λ events produced in the forward C.M. hemisphere in such a small chamber and the pp system must, by definition, be symmetric in the C.M. system the final sample of K^0 , Λ and $\bar{\Lambda}$ was restricted

to the backward C.M. hemisphere. For the backward events the laboratory momentum is typically a few GeV/c and so kinematic separation of the γ , K^0 and Λ hypotheses is easily done. The γ conversions were taken in both hemispheres and were found to be forward/backward symmetric. Further details about fiducial lengths etc. can be found in Ref. [1] .

The present results which come from > 90% of the final data are summarized in Table I together with some other relevant numbers.

Events		Table I Results from V^0 fits		
		Inclusive cross sections mb		Mean No. per event
γ	508	π^0	93.9 ± 10.3	2.87 ± 0.32
K^0	282	K^0	11.33 ± 1.32	0.34 ± 0.04
$\Lambda(\Sigma^0)$	144	$\Lambda(\Sigma^0)$	3.64 ± 0.36	0.11 ± 0.01
$\bar{\Lambda}$	15 (7 unique)	$\bar{\Lambda}$	0.57 ± 0.15	0.017 ± 0.005
		$\sigma(\pi^-)$	92.68 ± 4.0	2.84 ± 0.06
		$\sigma(\text{inelastic})$	32.7 ± 1.0	

The numbers are compatible with those we have previously published.

Since the topology of each event can be easily measured in the bubble chamber the dependence of the mean π^0 multiplicity $\langle n_0 \rangle$ on the charged particle multiplicity can be studied. One of the most striking qualitative results obtained from the study of such events is the proportionality between $\langle n_0 \rangle$ and the number of π 's n_- [3] . The present results from this experiment are shown in Fig. 1 together with the results from the 69 GeV pp experiment in Mirabelle [4] . With improved statistical accuracy the data now suggests

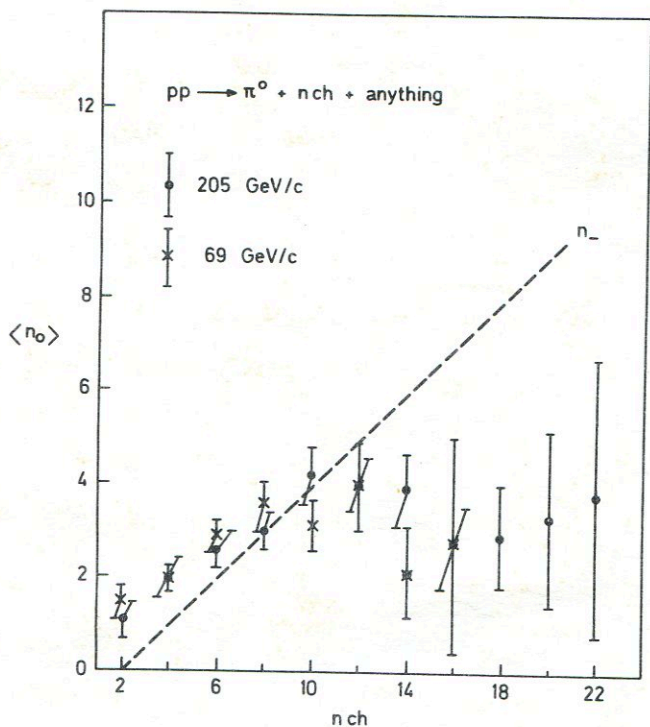


Fig. 4. The mean number of π^0 's per inelastic pp collision $\langle n_0 \rangle$ as a function of the number of charged prongs n_{ch} . The data from the present experiment at 205 GeV/c Mirabelle experiment are shown. The dashed line corresponds to the number of negative tracks per count. After a rise proportional to n_- the data show a levelling off at $n_{ch} \sim 12$.

that the proportionality of $\langle n_0 \rangle$ with n_- only holds for low prong numbers up to ~ 10 and is followed by a levelling off. Alternatively, the data is clearly compatible with a single straight line fit but the slope is less steep than the early data suggested.

Fig. 2 shows the same plot for K^0 (\bar{K}^0) for 12.4 GeV/c [5], 69 GeV [4] and 205 GeV/c. For the lowest energy the mean number of K^0 per event $\langle n_{K^0} \rangle$ falls rapidly with prong number, probably because of energy conservation, whereas for the two highest energies $\langle n_{K^0} \rangle$ is independent (or only weakly dependent on) n charged. The K^0 's seem to be associated with the events rather than the number of pions.

Results obtained from events with a slow proton [6]

Of the 8828 events in the event sample 3655 have a proton that can be recognized in the bubble chamber by bubble density. This means the momentum is $\langle \sim 1.2$ GeV/c. This number includes the elastic scattering events.

In all events with a low momentum proton the beam track and the slow proton track have been measured and the missing mass of the remaining system as well as the momentum transfer to the target proton calculated. Fig. 3(a) shows the missing mass squared distribution for the complete sample. The data is dominated by the large peak at low missing mass. After subtraction of the elastic events [7] (Fig. 3(b)) the low mass peak remains but now exhibits a shoulder on the high mass side.

Fig. 3(c) gives the mean charged multiplicity associated with these events. The shape of this data can be simply interpreted using the multi-peripheral model and is related to the slope of the charged multiplicity in pp collisions

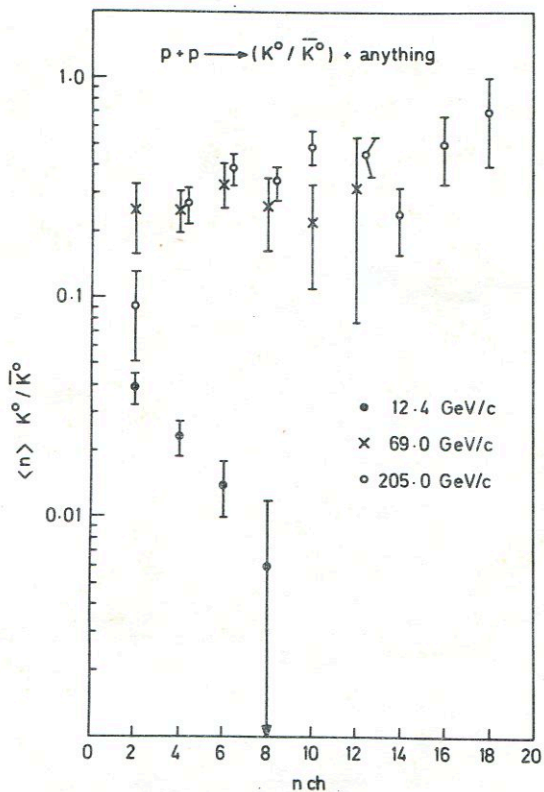


Fig. 2. The mean number of K^0 (\bar{K}^0) per inelastic pp collision as a function of n_{ch} . Data from 12.4 GeV/c observed in the Argonne 12 ft. chamber, 69 GeV/c and 205 GeV/c are shown. The higher energy data show a weak dependence on n_{ch} whereas at 12.4 GeV a strong fall is seen as n_{ch} increases.

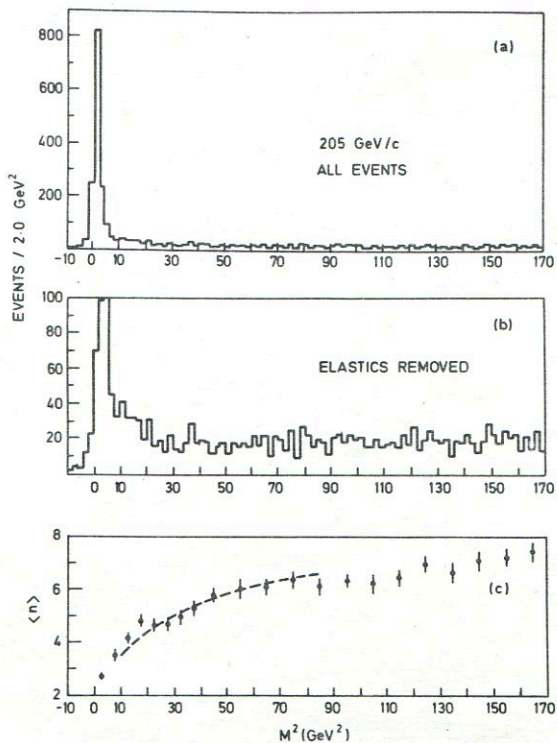


Fig. 3. (a) The distribution of missing mass squared (M^2) for all events having a low momentum proton in the laboratory. A strong peak is seen at low M^2 .
 (b) The same data with the elastic events removed. The low mass peak is still evident.
 (c) The mean charged multiplicity $\langle n \rangle$ as a function of M^2 . The dotted line represent the expectation from the multiproportional model as discussed in the text.

[8]. Specifically if $\langle n_{ch} \rangle = a + b \log s$ for pp interactions at C.M. energy \sqrt{s} then $\langle n \rangle$ as a function of M^2 is given by $\langle n \rangle = a + 1 + b \log M^2$ and this is shown by the dotted curve on Fig. 3(b).

A similar peak is also seen in the experiments at other energies as may be seen in Fig. 4 which shows data from experiments at four different energies from 28.5 GeV/c to 303 GeV/c [9].

One can now investigate how the peak depends on multiplicity. The data shown in Fig. 5 indicates that it is clear in the 2 and 4 prong events and is probably present in the 6 prongs but is not seen in the 8 or 10 prongs at the present statistical level. In addition the peak seems to broaden and move to higher masses as the multiplicity increases. The momentum transfer distributions of Fig. 6 show that the slope of the t distribution flattens from about 9 GeV^{-2} for $M^2 < 10 \text{ GeV}^2$ to 5 GeV^{-2} for $M^2 \sim 30 \text{ GeV}^2$ and continues to decrease as M^2 increases.

The data is shown in Fig. 7 as a function of Feynman x ($x=2P_L/\sqrt{s} = (1-M^2/s)$) and is seen to agree well both in shape and normalization with the ISR data of Albrow et al [10]. The bubble chamber data however extends to low t values and so allows the triple Regge analysis to be carried to smaller values of t .

Analysis of the four prong events in which the target is fragmented shows that at least part of the peak is associated with the $\Delta^{++}\pi^-$ decay. The cross section has not yet been accurately determined but it is about 5-6 mb at the three highest energies shown in Fig. 4 and so comparable to the elastic cross section of 7 mb.

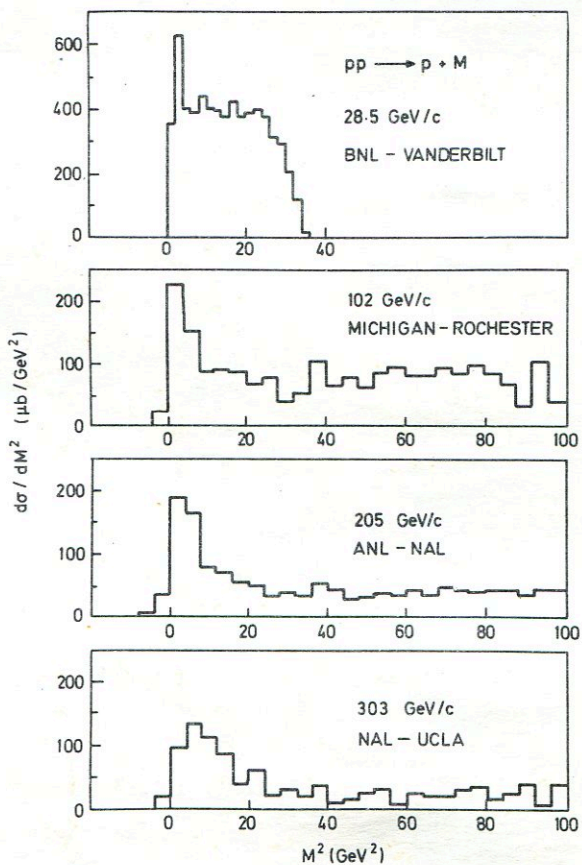


Fig.4. The distribution of missing mass squared for inelastic pp interactions at different energies. The low mass peak is seen at all energies in a qualitatively similar manner.

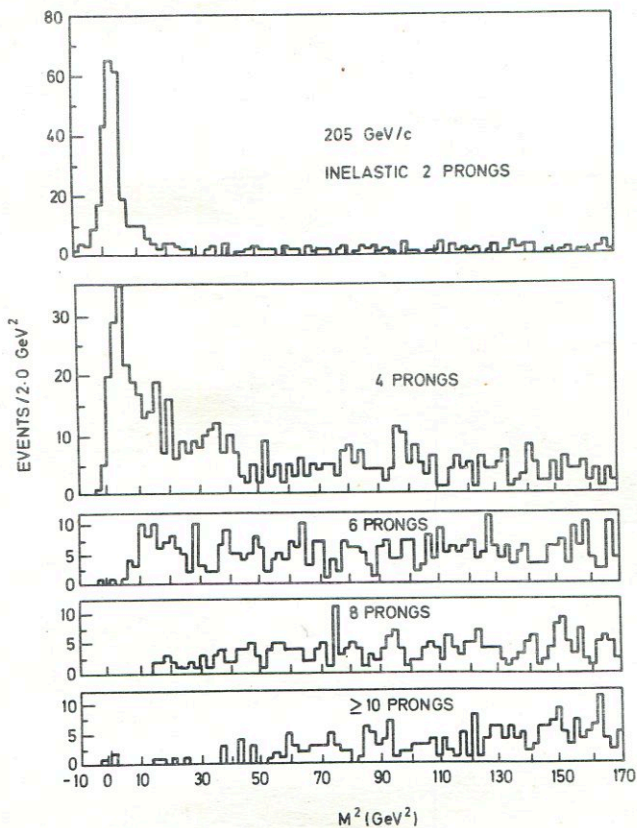


Fig. 5. The breakdown of the low mass peak in the 205 GeV/c data with topology. The peak is evident in the 2, 4 and 6 prong data but broadens and moves to higher energies as the prong number increases.

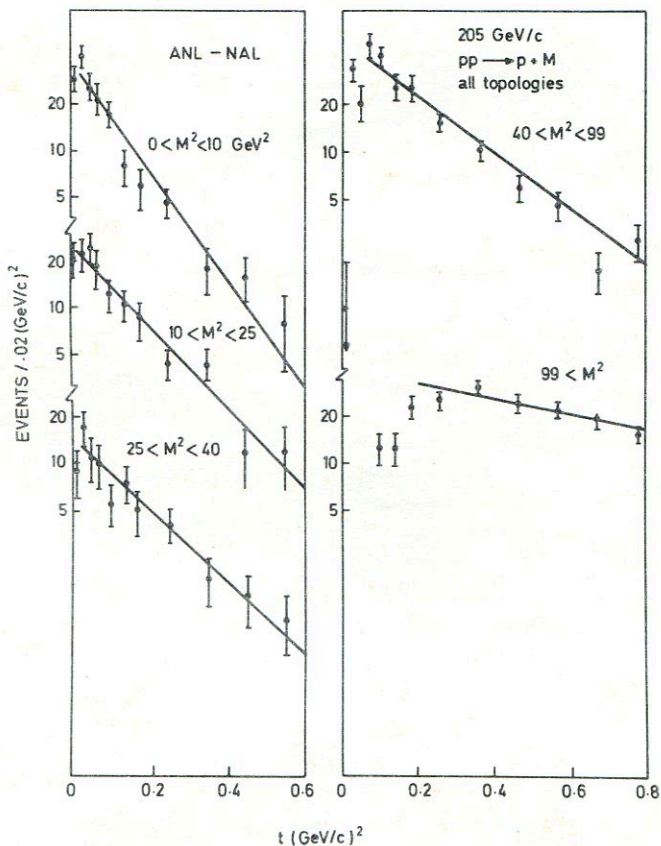


Fig. 6.

Momentum transfer distributions for different ranges of M^2 .
The distribution is sharper for the lower M^2 values.

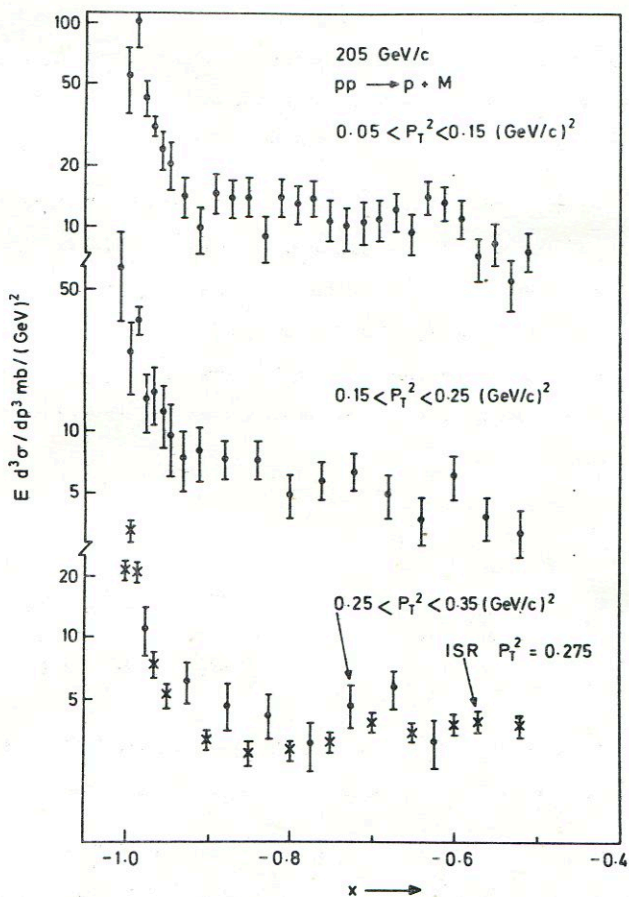


Fig. 7. Invariant cross section $E d^3\sigma/dp^3$ as a function of x for different selections of p_T^2 . Comparison with the ISR data at the largest p_T shows good agreement.

Results obtained from analysis of complete events [11], [12]

On a sample of the film the complete events have been measured and reconstructed. Two different techniques were used; in one only those negative tracks that were backward in the C.M. were measured. In the second method all tracks in the event were reconstructed.

For the latter technique the spatial pattern of the bubbles observed under 6 x life size magnification was used to match the tracks on two views. These views were then measured and the tracks reconstructed using TVGP. The number of events (negative tracks) analysed by each method were 1484 (1854) and 440 (1250) respectively. Typical errors in the interesting kinematic quantities were determined from repeated measurements of a sample of events and are for

$$\begin{aligned} y^* &= \tanh^{-1} p_L^*/E^* & \Delta y^* &\sim 0.2 \\ x &= \frac{2p_L^*}{\sqrt{s}} & \Delta x &\sim 0.03 \\ \text{and} & & \Delta p_T &\sim 0.1 \text{ GeV}/c \end{aligned}$$

A simple Monte Carlo technique has been used to estimate the small correction needed due to assuming all negative tracks were pions.

Fig. 8 shows the π^- invariant cross section $E \frac{d^3g}{dp^3}$ as a function of x for different values of p_T . Also shown are published data at 28.5 GeV/c [13] and at ISR energies, [14], [15]. For $|x| \gg 0.1$, the data are consistent with scaling behaviour at 205 GeV/c. Furthermore, for larger $|x|$, scaling may extend

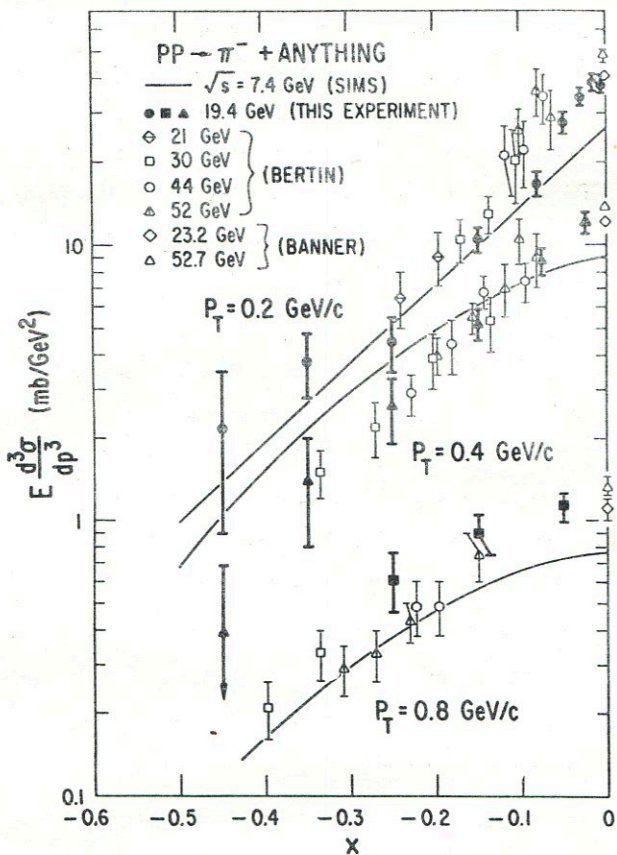


Fig. 8. The inclusive π^- invariant cross section as a function of x for different P_T values. The cross sections refer to only one hemisphere, and must be integrated over both hemispheres to obtain total cross sections.

down to less than 30 GeV/c.

Fig. 9 shows $E \frac{d^3\sigma}{dp^3}$ as a function of p_T^2 for $|x| \leq 0.02$, as well as the integral with respect to x of the invariant cross section. The integrated distribution at 205 GeV/c is very similar to the distribution observed at 28.5 GeV/c. Our $|x| \leq 0.02$ ($\sim 90^\circ$ CM) data are in good agreement with ISR data [15] for $x = 0$ and $p_T \gg 0.23$ GeV/c. The solid curve is given by $146 \exp(-6.39 p_T + 0.36 p_T^2)$ and is taken from the fit of Banner *et al.* to their $\sqrt{s} = 23.2$ GeV data. The extrapolation of this curve into the region $p_T < 0.23$ GeV/c is also shown. It is clear that the extrapolation curve lies considerably above our data points.

In the range $p_T^2 \ll 0.1$ (GeV/c)², our 90° invariant cross section is well fit by $(55 \pm 4)e^{-(10 \pm 2)p_T^2}$. A similar gaussian behaviour at small p_T (for $x \sim 0.2$) has previously been observed at 12 GeV/c by Akerlof *et al.* [16] and at 24 GeV/c by Allaby *et al.* [17]. In these low energy experiments, the data are not consistent with an $\exp(-Bp_T)$ variation at small p_T . Our 90° C.M. data also favour a gaussian variation at small p_T , and are inconsistent with the exponential behaviour at small p_T given by the extrapolation of the fit of Banner *et al.* [15].

The small p_T region is quite important in determining the behaviour of $\frac{1}{\pi} \frac{d\sigma}{dy}$ in the central region as a function of s . The region $p_T^2 \ll 0.05$ (GeV/c)², according to our data, contains $\sim 33\%$ of the 90° cross section.

Integrating our data over p_T^2 , we obtain

$$\frac{1}{\pi} \frac{d\sigma}{dy}_{y^*=0} = (6.5 \pm 0.5) \text{ mb.}$$

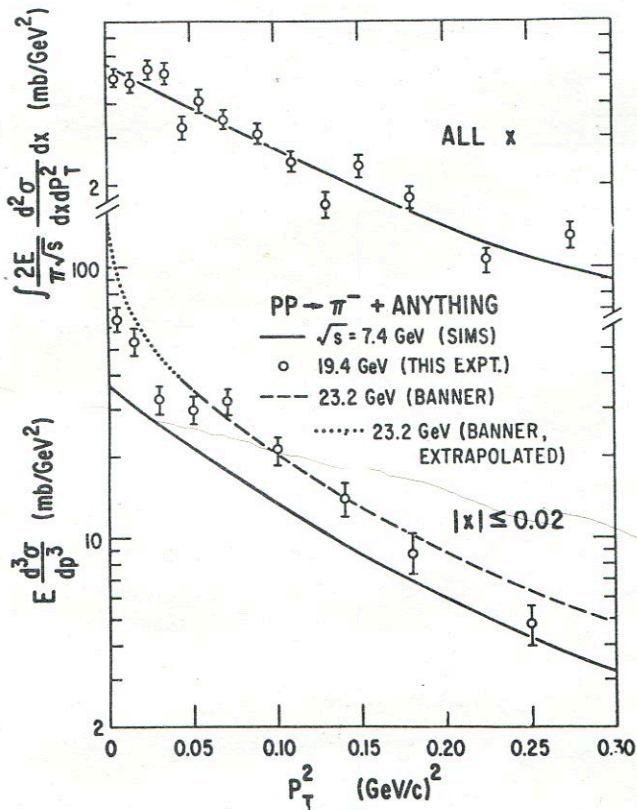


Fig. 9. Inclusive π^- invariant cross section at 90° CM as a function of P_T^2 . Also shown is the invariant cross section integrated from $x=0$ to $x=1$.

The fit of Banner et al. to their ISR data, when integrated over all p_T , gives $\frac{1}{\pi} \frac{d\sigma}{dy} *_{y=0} = (7.7 \pm 0.5)$ mb. However, if the form $A \exp(-BP_T^2) + C \exp(-DP_T^2)$, which is consistent with both our data and low energy data, were used with the data of Banner et al., the 90° cross section would decrease by $\sim 15\%$. Therefore, conclusions regarding scaling behaviour of the ISR integrated 90° cross section are correspondingly uncertain.

Fig. 10 shows the π^- inclusive rapidity distribution (summed over all multiplicities) and a comparison with the 28.5 GeV/c data. Because of the above inconsistency between our results at low p_T and the p_T parameterization used for some of the ISR data, we have not shown integrated ISR results.

From the rapidity data shown in Fig. 10, we note:

1. The scaling of the invariant cross section $E \frac{d^3\sigma}{dp^3}$ in the fragmentation region appears as scaling for $\frac{1}{\pi} \frac{d\sigma}{dy}$ for $y_{\text{Lab}} \ll 1$ and seem to occur at energies less than 30 GeV/c. In this y region, our $\frac{d\sigma}{dy}$ results are equal to those at 28.5 GeV/c within the experimental precision of $\sim \pm 10\%$.
2. Our data show evidence for a plateau in the central region. The full width of the plateau is of the order of two units of rapidity. In fact, we find the separate multiplicity curves are also individually consistent with such a plateau.
3. $d\sigma/dy$ for π^- in the central region is increasing with s ; i.e., scaling, if it occurs in this region, is being approached from below.

Finally, the complete events have been used to investigate the two particle correlations. We define the correlation function

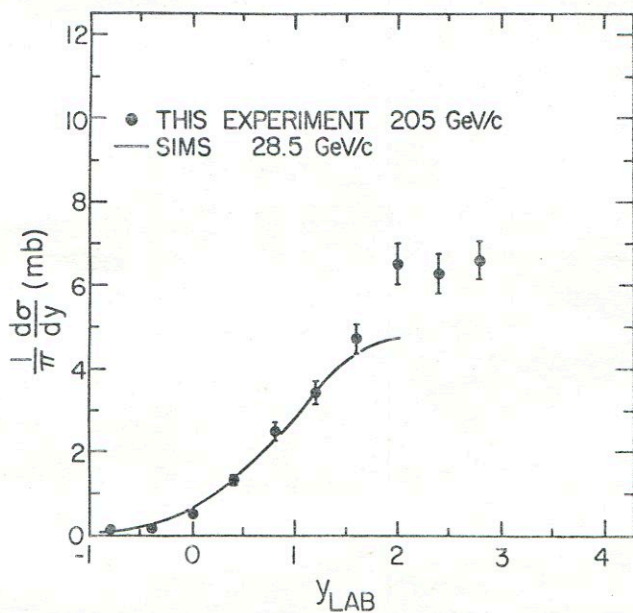


Fig. 10. The inclusive π^- rapidity distribution at 205 GeV/c. The curve represents the 28.5 GeV/c data. The agreement between the points and the curve shows scaling behaviour in the fragmentation region.

$$R_{12} = \frac{\sigma_{in} \cdot \frac{d^2\sigma}{d\eta_1 d\eta_2}}{\frac{d\sigma}{d\eta_1} \cdot \frac{d\sigma}{d\eta_2}} - 1$$

where $\eta = -\ln \tan \frac{\theta_{Lab}}{2}$. Fig. 11(a) shows the variation of this correlation for all combinations as $\eta_2 - \eta_1$ is changed with η_i selected at the center of the rapidity plateau. The dotted line shows that the correlation can be represented by $R_{12} = (0.6 \pm 0.1) \exp\left(-\frac{|\eta_2 - \eta_1|}{2}\right)$ with a correlation length of 2 units of rapidity. This result is universal in that it is the same as found at the ISR for charged particle correlations and charged γ correlations and also for lower energy π^- beams. It strongly favours a multi-peripheral interpretation of the pionisation region. As the η interval is moved to the edge of the rapidity plateau the correlation length over the plateau stays at 2 units but on the falling side it becomes smaller due to the constraints of energy conservation. When the same analysis is carried out selecting like charged pairs $++$, and $--$ the correlation length is found to be the same 2 units but the peak value falls to 0.2 from the 0.6 measured for all combinations so the correlation for pairs of like charges is weaker than for all pairings.

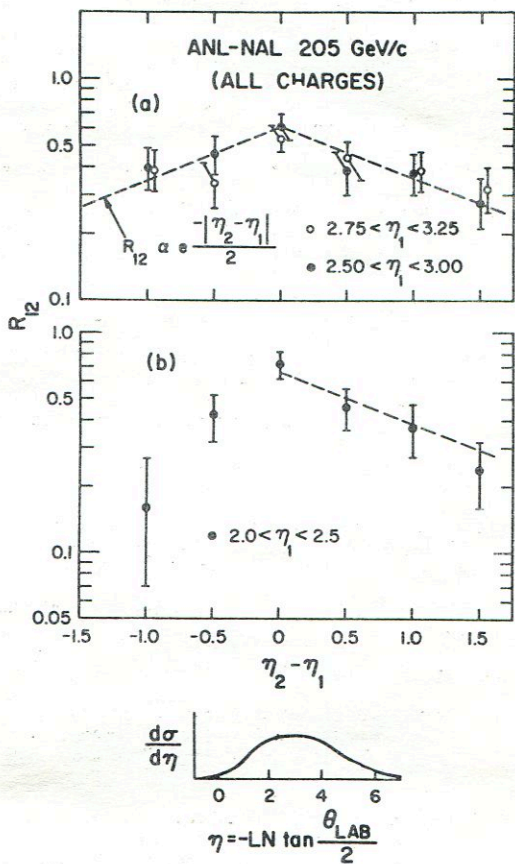


Fig. 11. Two particle correlation function at 205 GeV/c as a function of $\eta_2 - \eta_1$ for all charges in (a) the central region and (b) the region near the edge of the rapidity plateau.

REFERENCES

1. G. Charlton et al. Phys. Rev. Lett. 29 515 (1972)
Phys. Rev. Lett. 29 1759 (1972)
Phys. Rev. Lett. 30 574 (1973).
2. K. Jaeger, J. Rest, D. Colley and L. Hyman,
Bull. Am. Phys. Soc. paper HD14 18 666 (1973).
3. This has been observed both with an incident π^- beam of 40 GeV,
Bucharest et al. Phys. Lett. 39B 571 (1972) and paper
KFKI-73-17 submitted to this conference, and in pp
collisions both at Batavia energies and at the ISR.
See M. Jacob's review at the Batavia meeting.
4. French-Soviet Collaboration presented to the Vanderbilt meeting March 1973.
5. K. Jaeger, J.H. Campbell, G. Charlton, R.G. Glasser, J. Whitmore, C. Fu,
H.A. Rubin and D. Swanson.
Bull. Am. Phys. Soc. paper JG 5 18 693 (1973).
6. S. Barish, D. Colley and J. Whitmore.
Bull. Am. Phys. Soc. paper HD13 18 666 (1973).
7. This can be done using the momentum : angle correlation of the slow proton
and the coplanarity of the events. See G. Charlton et
al.
"Two and four prong pp interactions at 205 GeV."

Contribution to the XVI International Conference on High Energy Physics Batavia
1972.

- (8) I am indebted to V.A. Khoze for pointing this out to me. I benefitted from
several discussions with Dr. Khoze and his colleagues from Leningrad and
ITEP concerning the predictions of the multi-peripheral model.
- (9) From a compilation made by P. Slattery and presented at the Vanderbilt
meeting March 1973.
- (10) M.G. Albrow et al. Nuc. Phys. B54 6 (1973).
- (11) "Inclusive π^- distributions from 205 GeV/c pp interactions", Y. Cho,
R. Engelmann, T. Fields, L. Hyman, R. Singer, L. Voyvodic
and J. Whitmore. ANL/HEP 7316 submitted to Phys. Rev.
Lett.
- (12) C. Moore, R. Engelmann, Y. Cho, T. Fields, L.G. Hyman, R. Singer,
J. Whitmore and L. Voyvodic.
Bull. Am. Phys. Soc. paper HD10, 18, 666 (1973).

- (13) W.H. Sims et al. Nucl. Phys. B41 317 (1972).
- (14) A. Bertin et al. Phys. Lett. 38B 260 (1972).
- (15) M. Banner et al. Phys. Lett. 41B 547 (1972).
- (16) C.W. Akerlof et al. Phys. Rev. D3 645 (1971).
- (17) J.V. Allaby et al. Contribution to Fourth International Conference on High Energy Collisions, Oxford (1972).

OBSERVATION OF LARGE TRANSVERSE MOMENTUM PHENOMENA

AT THE CERN ISR

B.J. Blumenfeld, F.W. Büsser, L. Camilleri, R.L. Cool,
L. Di Lella, G. Gladding, L.M. Lederman, L. Litt, A. Placci,
B.G. Pope, S.L. Segler, A.M. Smith, J.K. Yoh and E. Zavattini

CERN-Columbia-Rockefeller Collaboration

(presented by L. Di Lella)

1. Introduction

The large center-of-mass energies available at the CERN ISR (\sqrt{s} between 23 and 62 GeV), make it possible to study particle production from p-p collisions at large values of the transverse momentum $p_T = p \sin\theta$.

Previous results from accelerators and cosmic ray experiments had shown that the invariant single particle distributions exhibit an exponential fall-off with p_T , characterized by an average value $\langle p_T \rangle$ between 0.3 and 0.5 GeV/c, depending on the nature of the secondary particle being observed. However, these data were limited to values of p_T typically much below 2.5 GeV/c.

It was recently predicted that deviations from the exponential law should occur at large values of p_T as a consequence of the description of the proton in terms of constituents (partons) having a point-like interaction. Such a mechanism is known to explain the SLAC results on deep inelastic electron-nucleon scattering, where the partons interact in a point-like way with the electromagnetic field. In particular, Berman, Bjorken and Kogut (1) calculated yields of large p_T secondaries from the electromagnetic point-

like interaction of the partons, which compete with the exponential fall-off at $p_T \approx 5 \text{ GeV}/c$, and become much larger at larger values of p_T .

Another interest in the study of particles emitted with large values of p_T is related to the well known fact that the transverse momentum of a stable secondary is a direct manifestation of the disintegration energy of the parent unstable particle produced in the collision. The observation of a structure (bump or shoulder) in a p_T distribution could in fact be the indication of the existence of a heavy particle produced in p-p collisions and decaying into a very small number (two or three) of stable secondaries.

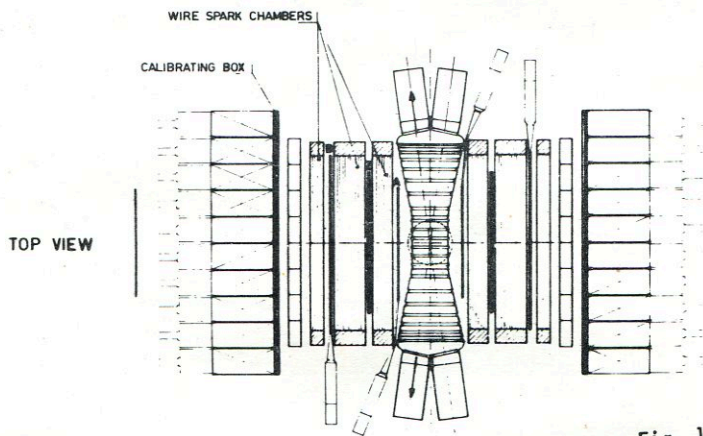
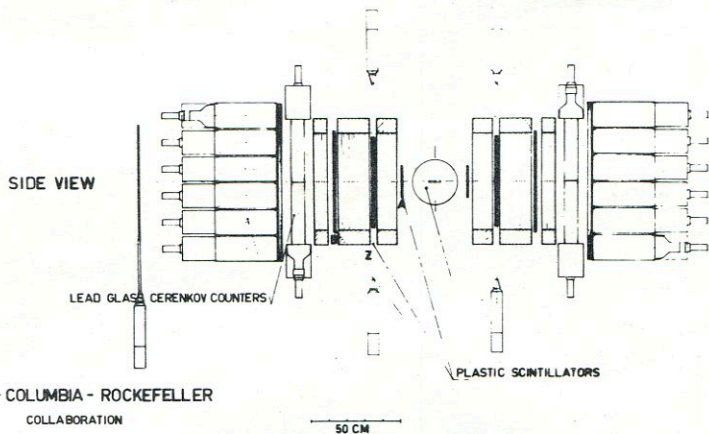
This method has been used at accelerators to try to detect the weak intermediate vector boson W^\pm (2). This particle, if it exists, is expected to decay into $e\nu_e$ or $\mu\nu_\mu$. One would then observe a bump in the p_T distributions of electrons or muons, occurring at a value $p_T \approx M_W/2$, with a width determined by the production kinematics of the W particle.

Heavy leptons decaying into $e(\mu)$ and two ν 's would also generate structures in the e or μ p_T distribution. However, in these cases the structure would be less sharp than in the case of the W^\pm decay, and would most probably appear like a shoulder.

In this report, I shall discuss some results from an experiment performed at the CERN ISR, which are relevant to the physics outlined above. Data have been obtained on π^0 inclusive distributions for p_T as large as $8 \text{ GeV}/c$, single electron distributions and e^+e^- pairs with large invariant mass.

2. The experimental apparatus

The experimental apparatus is shown in Fig. 1. It consists of two identical spectrometers, located around 90° on



opposite sides of an ISR intersection region, each one subtending a solid angle of ~ 1 sr in the laboratory system. The main detector in each spectrometer was a system of lead glass Čerenkov counters, subdivided into a first array of 16 counters, with a thickness of 3 radiation lengths (r.l.), followed by a second array of 60 large blocks (LB), with a thickness of 14 r.l.

The first array of thin counters was used to identify the electromagnetic nature of the detected particles. Electrons and photons deposit a sizeable fraction of their energy in these counters, while hadrons have only a small probability ($\sim 10\%$) of interacting in them and deposit in general a much smaller amount of energy (3). For this reason, these counters were named Hadron Veto (HV) counters.

Each spectrometer contained also ten wire spark chamber gaps with magnetic core read-out, to identify charged particles. Fig. 1 shows also three arrays of scintillation counters in each spectrometer, designated as A, B and Z. The Z counters served to measure the ionization loss of the particles crossing them.

In addition to the detectors shown in Fig. 1, two scintillation counters, Σ_1 and Σ_2 , with a surface of $1 \times 1 \text{ m}^2$ and a 19 cm diameter hole in the middle, were centered around the downstream vacuum pipes of ring 1 and 2 respectively, at a distance of 565 cm from the center of the intersection region. The coincidence $\Sigma_1 \Sigma_2$ was tuned to detect two or more secondaries originating from a p-p collision, and detected $\sim 65\%$ of the inelastic collisions at $\sqrt{s} = 53 \text{ GeV}$.

The response of the lead glass Čerenkov counters was studied at the CERN PS using beams of monoenergetic electrons. The system was linear up to at least 15 GeV, and the resolution was found to be approximately Gaussian, with a full width at half maximum described by the form $\Delta E = 0.1\sqrt{E} + 0.01E$, where E is the electron energy in GeV. Fig. 2 shows the response of a

combined HV-LB counter system to 5 GeV electrons, and the separate response of the HV counter alone. Fig. 3 shows the response of an HV counter to 2 and 10 GeV negative pions, to illustrate the principle of hadron rejection.

Continuous monitoring of the gain of each lead glass counter was achieved by recording every day the signal from high stability light sources which were attached to each counter.

More details about the experimental apparatus can be found elsewhere (4). The apparatus was triggered whenever an event occurred depositing at least 1.6 GeV in either one of the two arrays, with at least one HV counter in the same spectrometer exceeding a threshold of 0.25 GeV. However, such a trigger was dominated by background particles originating from beam-gas or beam-vacuum pipe collisions. For this reason the signal described above was required to coincide with either a $\Sigma_1 \Sigma_2$ or an AB coincidence.

The trigger introduces a bias in the π^0 distributions, since a π^0 can be detected only if accompanied by at least a charged particle giving an AB signal, or at least two charged particles giving the $\Sigma_1 \Sigma_2$ coincidence. No bias is of course present in the single electron distribution.

A trigger sensitive to electron pairs with large invariant mass was obtained requiring that at least 0.9 GeV were deposited into each one of the two LB arrays, in coincidence with an AB or a $\Sigma_1 \Sigma_2$ signal.

For each trigger, the amplitudes from all the lead glass and Z counters were recorded, as well as the spark coordinates and bits from all the A and B counters.

ELECTRON ENERGY 5.0 GeV

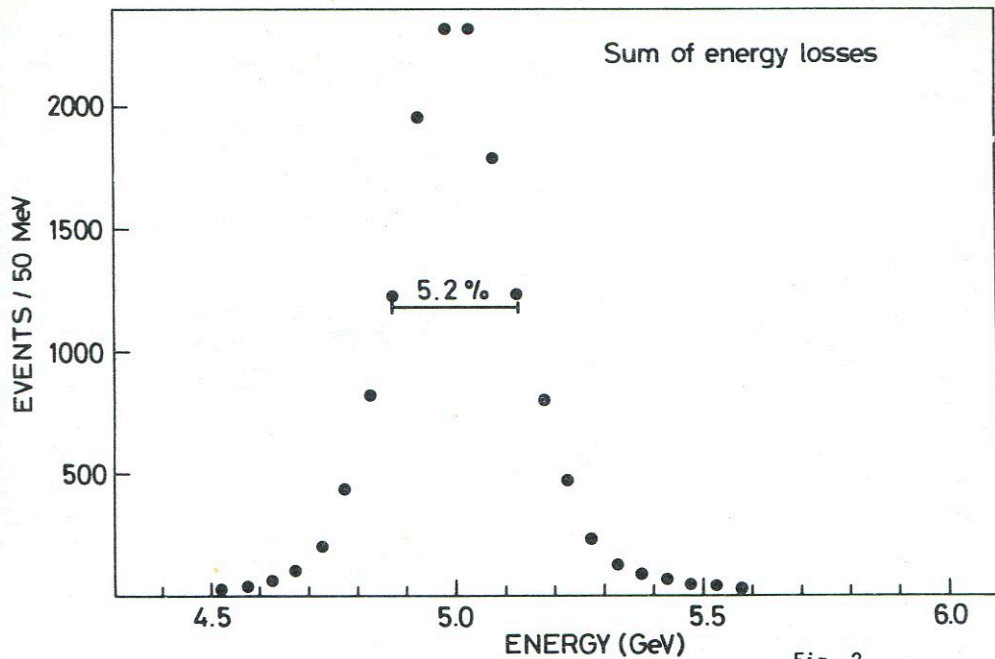
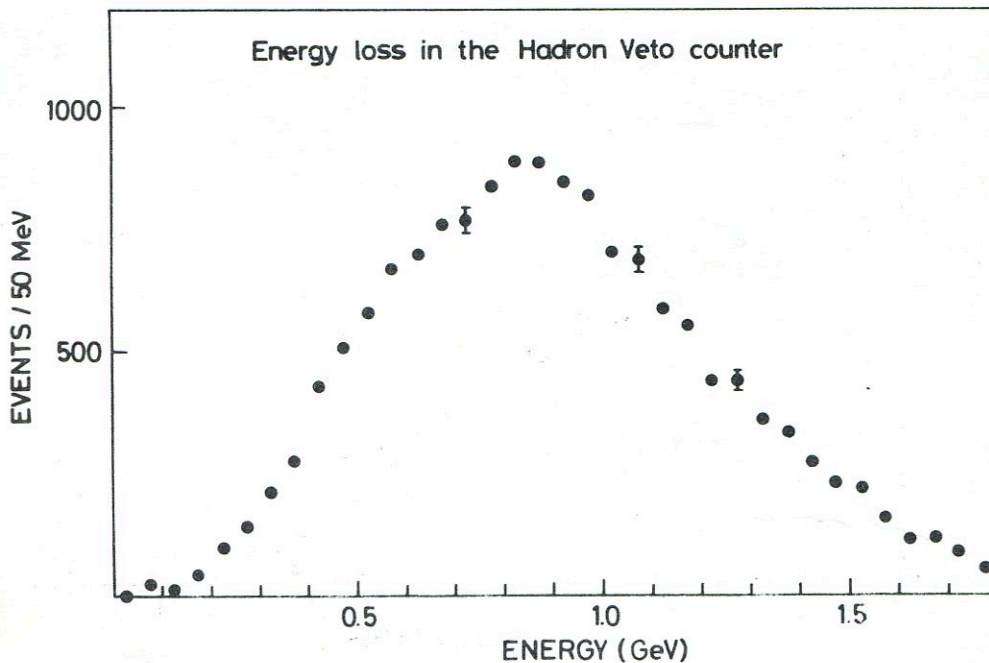


Fig. 2



ENERGY LOSS IN THE
HADRON VETO COUNTER

- 2 GeV π^-
- 10 GeV π^-

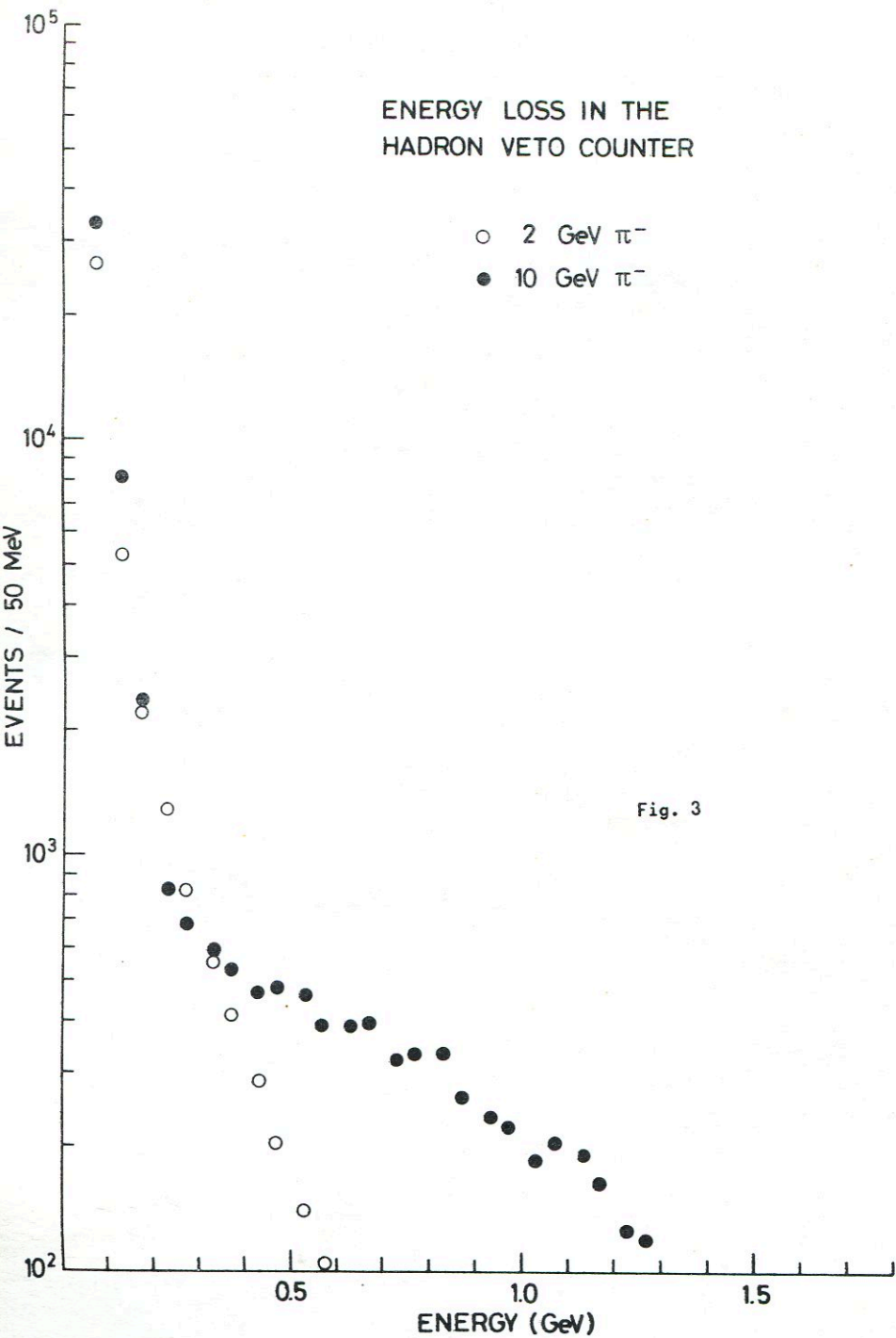


Fig. 3

3. Results on inclusive π^0 distributions

The identification of a π^0 from the recorded information was based on the fact that, for π^0 momenta above 2.5 GeV/c, 90% of the π^0 energy is contained in a circle of less than 16 cm radius on entering the LB arrays. A π^0 was defined, therefore, as a limited number of adjacent LB counters with a total energy deposition exceeding threshold. In addition, it was demanded that at least one of the HV counters in front of the LB counters under consideration had to exceed a threshold of 0.4 GeV.

These requirements are by no means characteristic of a neutral pion only. As an example, events in which an arbitrary number of photons is produced within a very small solid angle would be identified as π^0 's. To investigate this ambiguity, data were also taken with a lead plate 0.17 cm thick located just in front of the Z counters. In this way it was possible to detect the photon conversion by requiring a signal corresponding to at least two particle in one of the Z counters, together with the presence of sparks in the spark chamber gaps following it.

The detection efficiency was calculated using the Monte Carlo method. For the case in which it was required to observe the conversion in the leadplate, the efficiency depended strongly on the number of photons assumed. A comparison of the results obtained with and without the lead plate serves therefore to test that the events observed are indeed consistent with two photons.

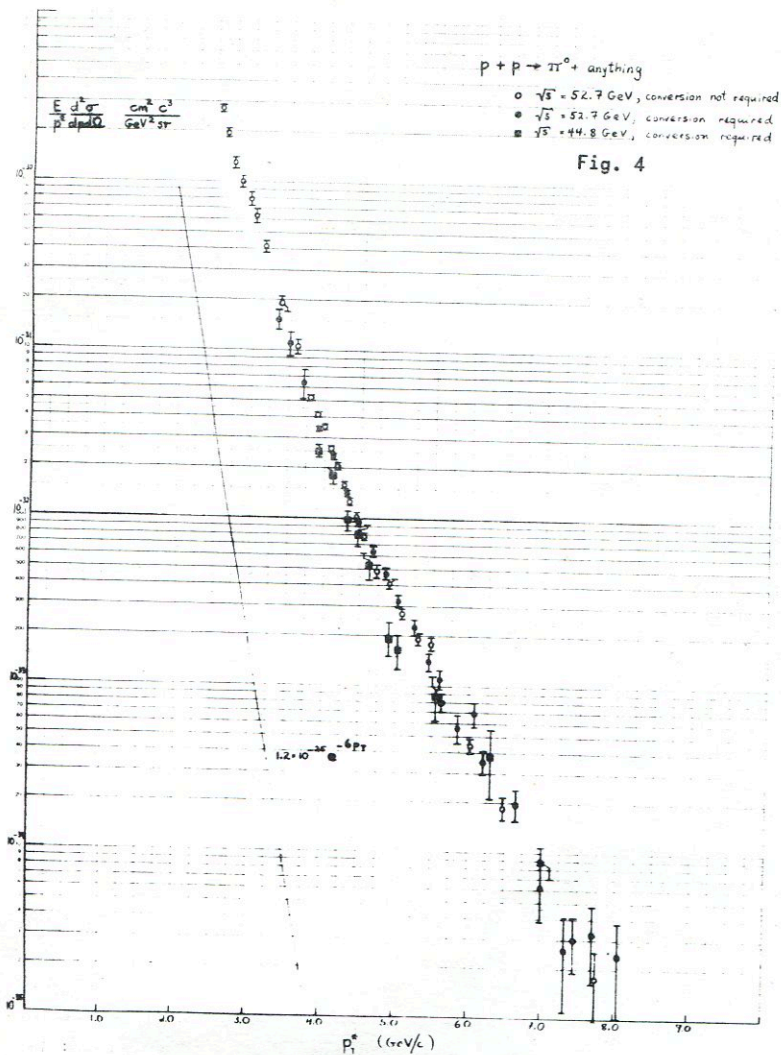
Absolute cross sections were derived from the π^0 energy spectra by monitoring the ISR luminosity, which was measured using the Van der Meer method (5).

In order to obtain the inclusive invariant cross sections $f = E \frac{d^3G}{dp^3}$, it was necessary to estimate the bias introduced by the dp^3 trigger requirement of a $\Sigma_1 \Sigma_2$ or AB signal in coincidence with the detected π^0 . This was done as follows. Let f be the invariant cross section measured requiring a $\Sigma_1 \Sigma_2$ signal; f_{ch} that obtained requiring the simultaneous observation of at least one charged particle; and $f_{\Sigma, ch}$ the invariant cross-section corresponding to both requirements simultaneously. It was then assumed that $\frac{f}{f_{\Sigma, ch}} = \frac{f_{ch}}{f_{\Sigma, ch}}$. The physical meaning of this assumption, which has not yet been experimentally verified in the region of large p_T values, is that the addition of a charged particle around 90° (most likely a low energy hadron) does not change the probability of recording simultaneously a $\Sigma_1 \Sigma_2$ coincidence signal.

Typical corrections using this method were of the order of 20% at p_T values around 5 GeV/c, for $\sqrt{s} = 52.7$ GeV.

Fig. 4 shows invariant cross sections for the reaction $p + p \rightarrow \pi^0 + \text{anything}$, obtained from runs with and without the lead plate at $\sqrt{s} = 52.7$ GeV, and with the lead plate at $\sqrt{s} = 44.8$ GeV. The good agreement of both sets of results at $\sqrt{s} = 52.7$ GeV indicates that the observed events are consistent with being due to two photons. However, because of the statistical errors, it is not possible to exclude a small contamination from other processes. As an example, a fraction as high as 20% of the events at $p_T = 6$ GeV/c might be due to π^0 pairs with small (≤ 1.5 GeV) invariant mass. Contaminations from η production, with the η -meson decaying into two photons, cannot be excluded either.

Fig. 4 shows also the extrapolation to the high p_T region of the exponential behaviour found at $p_T \leq 1$ GeV/c. The experimental values are much greater than predicted by the extrapolation of the small p_T data, by as much as a factor 10^{10} at $p_T = 8$ GeV/c.



The data of Fig. 4 were fitted to the form $A p_T^{-n} e^{-B p_T}$ for $p_T > 2.5$ GeV/c. The values of the best fit parameters are given in Table I.

TABLE I

\sqrt{s} (GeV)	$A \times 10^{27}$	n	B GeV^{-1}	n.of d.o.f.	χ^2
44.8	1.83 ± 1.18	5.21 ± 1.84	0.76 ± 0.10	14	15
52.7	4.24 ± 0.51	6.36 ± 0.36	1.04 ± 0.49	26	24

Other functional forms, such as a single exponential in $\sqrt{p_T}$, also describe correctly the p_T behaviour of the data above 2.5 GeV/c.

It is also noticed in Fig. 4 that the experimental points at $\sqrt{s} = 52.7$ GeV are systematically higher than those at $\sqrt{s} = 44.8$ GeV, suggesting that inclusive π^0 distributions at large p_T values are s-dependent. This is in contrast with the behaviour at small values of p_T ($p_T < 1$ GeV/c), where the data relative to π^+ , π^0 and protons are known to scale (within 10%) over the whole ISR energy range.

The Saclay-Strasbourg collaboration (6) and the British-Scandinavian collaboration (7) have studied charged particle production at large angles at the ISR using magnetic spectrometers and gas Čerenkov counters. Their results are limited to p_T values smaller than 5 GeV/c, and show the same trend with p_T as indicated by the π^0 data of Fig. 4. However, discrepancies by as much as a factor 2 in absolute scale exist among the three experiments. The reason for these discrepancies is not yet understood.

It is interesting to notice that the deviations from the exponential law appear at much smaller values of p_T than expected from deep inelastic electromagnetic production. The observed yield of high p_T secondaries exceeds in fact by a factor $\sim 10^4$ the predictions based on this model (1), suggesting that we are in the presence of a hadronic phenomenon, which could be related to a finer harder structure of the proton.

The experimental information, however, is not yet precise enough to allow a clear discrimination among various possibilities. Many theoretical calculations have been done, which describe correctly the observed flattening of the p_T dependence at large p_T values for single particle distributions. Some of these calculations are indeed based on a description of the proton in terms of point-like constituents (8). However similar qualitative results have been obtained with completely different models (9).

4. Search for electrons

Electrons were identified by a track observed in the wire spark chamber planes, depositing more than 0.3 GeV in the HV counters, and more than 1.6 GeV in the LB array. Tracks giving an energy loss in the Z counters exceeding 1.6 times minimum ionization were rejected, to discriminate against narrow angle electron pairs originating from photons converting in the ISR vacuum chamber or from Dalitz pairs. The spectrum measured at $\sqrt{s} = 52.7$ GeV is shown in Fig. 5. These data represent 7×10^9 p-p interactions and correspond to a yield which is approximately $\frac{1}{60}$ of the π^0 yield measured in the same experiment.

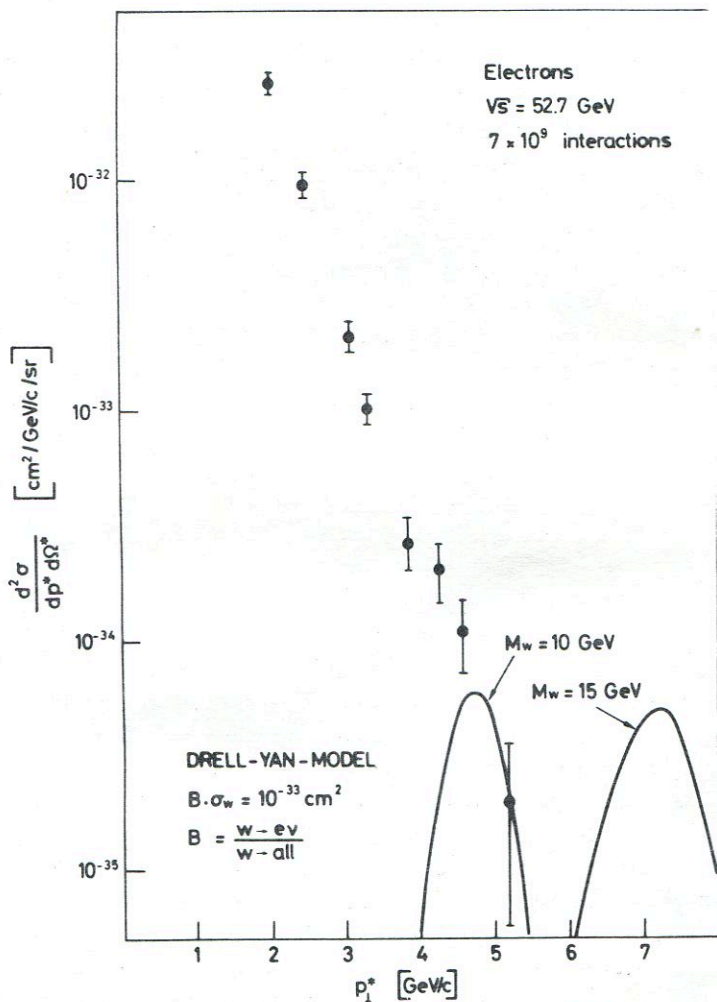


FIG. 5

A very high background is believed to be present in the distribution of Fig. 5, which might even account for all the observed events. The most serious backgrounds are :
a) high p_T charged hadrons interacting in the first few centimeters of lead glass and producing one or more π^0 's; b) overlap in space, within the solid angle defined by one LB counter, of a charged hadron satisfying the track requirement and a π^0 satisfying the energy requirement.

Special runs at the PS with high energy pion beams have shown that the probability for a pion to simulate an electron is $\sim 3 \times 10^{-3}$ for $p_T > 2$ GeV/c. The first type of background is therefore expected to represent $\frac{1}{300}$ of the inclusive charged hadron distribution.

The second type of background is more difficult to estimate, since one needs to know the space correlation between neutral pions and charged hadrons. Studies are at present in progress to estimate the contribution from this background.

Electrons from the decay of W^\pm bosons would produce bumps in the electron spectrum. An example of such bumps is shown in Fig. 5, where the parton model of Drell and Yan (10) has been used to describe the process $p+p \rightarrow W^\pm + \text{anything}$ (11). A value $B\sigma_W = 10^{-33} \text{ cm}^2$ was assumed, where B is the branching ratio (Rate of $W \rightarrow e\nu$) / (Total W decay rate) and σ_W is the W^\pm production cross section.

Since no electron has been seen with $p_T > 5.3$ GeV/c, it is possible to establish that $B\sigma_W < 2.6 \times 10^{-34} \text{ cm}^2$ for W^\pm masses above 11 GeV, with 95% confidence level. The detection efficiency derived from the Drell-Yan model is 0.06.

5. Search for electron pairs

Using both spectrometers in coincidence, a search was performed for electron pairs with high invariant mass. In this case the invariant mass M was measured directly using the relation

$$M^2 = 4 E_1 E_2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

where E_1 and E_2 are the energies of the two electrons and α is opening angle of the pair.

A total of 7 candidates were observed from 1.5×10^{10} interactions at $\sqrt{s} = 52.7$ GeV. All of these candidates have values of M between 3 GeV, corresponding to threshold, and 6 GeV. No obvious resonant structure was observed.

A background of 8 ± 4 events was estimated from the same sources discussed in Section 4 about the single electron distribution. Thus the signal is consistent with zero for $M > 3$ GeV. This corresponds to an upper limit $\frac{d\sigma}{dM} = 7 \times 10^{-34}$ cm^2/GeV for the reaction $p + p \rightarrow (e^+e^-) + \text{anything}$, with 95% confidence level, at $M = 3$ GeV. For higher values of M ($M > 10$ GeV), this limit is lowered down to 10^{-34} cm^2/GeV , since the acceptance increases with M .

Many models (1) (10) (12) (13) have been suggested, which permit the scaling of the cross section from the lower energy data on dimuon pairs (14) to the ISR energies. Most of these models are expected to scale as M^2/s . However, the range in this variable, as measured at BNL, corresponds to a range of M values at the ISR where the experiment is not sensitive enough to confirm or deny convincingly these models. Clearly, a more sensitive experiment is needed on this subject.

REFERENCES

- 1) S. Berman, J.D. Bjorken and J.B. Kogut, Phys. Rev. D4, 3388 (1971).
- 2) R. Burns et al., Phys. Rev. Letters 15, 830 (1965);
R. Lamb et al., Phys. Rev. Letters 15, 800 (1965);
G.B. Bondarenko et al., IHEP 72-120 (1972).
- 3) B.J. Blumenfeld et al., Nuclear Instrum. Methods 94, 427 (1971).
- 4) J.S. Beale et al., International Conference on Instrumentation for High-Energy Physics, Frascati, 8-12 May 1973.
- 5) S. Van der Meer, CERN report ISR-PO/68-31 (1968).
- 6) M. Banner et al., to be published in Physics Letters.
- 7) B. Alper et al., International Conference on New Results from Experiments on High-Energy Particle Collisions, Vanderbilt University, Nashville, 26-28 March 1973.
- 8) J.F. Gunion et al., Phys. Rev. D6, 2652 (1972);
D. Cline et al., University of Wisconsin preprint (1972);
P.V. Landshoff and J.C. Polkinghorne, Cambridge preprints DAMTP 72/43 and 72/48 (1972).
- 9) D. Amati et al., CERN report TH-1597 (1973)
S. Sakai, TUETP-72-6 (1973).
- 10) S.D. Drell and T.M. Yan, Phys. Rev. Letters 25, 316 (1970).
- 11) L.M. Lederman and B.G. Pope, Phys. Rev. Letters 27, 765 (1971).
- 12) R.L. Jaffe, paper presented to the Conference on Recent Advances in Particle Physics, New York Academy of Sciences, March 15-17 1973.
- 13) R.A. Brandt and G. Preparata, Phys. Rev. D6, 619 (1972).
- 14) J.H. Christenson et al., Phys. Rev. Letters 25 1523 (1970).

Planarity of High Energy Collisions

=====

Aachen - Berlin - Bonn - CERN - Cracow - Heidelberg - Warsaw -
Collaboration (presented by H. Schiller)

I.) Introduction

In the last years there was an increasing interest in the study of new kinematical variables. These new variables should help to understand the dynamics of multiparticle production in strong interaction.

They were constructed in a way to be more sensitive to at least some aspects of the expected underlying dynamical mechanisms. In this paper we report about the results of a search for planarity of interactions at medium energies.

By planarity we mean the alignment of final state particles - an alignment in such a way that the events appear flat.

To study the effect of planarity one obviously needs a variable which is "global" in the sense of taking into account all particles of a given interaction, consequently a multiparticle variable.

To separate the effect of planarity from the mechanism which reflects themselves mainly in the longitudinal momenta we look for an alignment in the planes perpendicular to the beam or to the principal axis of the jet, respectively.

It is reasonable to assume that this alignment is caused by the high angular momentum in the initial state. Indeed in 16 GeV/c interactions and for an impact parameter of 1 fermi we find an angular momentum of $\sim 14 \hbar$.

We used the method suggested in [1]. Additionally we applied this method in the principal axis frame. 4C events in the energy range from 4 to 25 GeV/c from πp interactions were studied.

In section II we give a short description of the methods used for analyzing the planarity. Section III contains the discussion of the experimental results, the dependences of multiplicity, energy and resonance production. In Section IV are summarized the conclusions.

II. Method and Definitions

Starting from the system (x,y,z) where x is parallel to the beam, we obtain for each event a new coordinate system (x',y',z') by the requirement that the rotation around the $(x'=x)$ -axis gives

$$\sum_i (p_{iy})^2 = \text{MIN.}$$

all particles (1)

In fig. 1 are illustrated the old and the new coordinate systems. In the rotated system ($x'=x, y', z'$) one defines the relative thickness of one event by

$$T = \frac{\sum_i |p_{iy}|^2}{\sum_i |p_{iz}|^2}$$
(2)

A complete alignment gives $T=0$.

Similar quantities were defined by Glasser [2] and by Foster, Friedman and Nussinov [3].

We have calculate the relative thickness in two different systems

1. in CMS (marked by *)
2. in the Principal Axis system [4] (marked by PA)

In this system is the x - axis defined as the direction of that group of particles which has the biggest momentum in the CMS i.e. $\vec{x}^{PA} \parallel \vec{P.A.}$

$$(\vec{P.A.})^2 = \max_{\text{all combinations}} \left(\sum_i \vec{p}_i \right)^2$$
(3)

with i = number of the given combination; \vec{y}^{PA} and \vec{z}^{PA} are perpendicular to \vec{x}^{PA} and to each other.

The analysis in terms of T consists in a systematic comparison between the experimental values of $\langle T \rangle$ with those from Monte Carlo calculations. We used the following variable:

$$\frac{\langle T_{MC} \rangle - \langle T_{EXP} \rangle}{\langle T_{MC} \rangle} \quad (4)$$

In the Monte Carlo calculations we used for weighting events a matrix element which is obtained from Cylindrical Phase Space including leading particle effects:

$$|M|^2 \sim \exp(-A \cdot p_{\perp}^2(\text{proton}) - B \cdot p_{\perp}^2(\text{all pions}) - C t_{pp} - D \cdot t_{\text{beam}, \pi^-})$$

The coefficients A, B, C and D were adjusted to reproduce the $\langle p_{\perp}(\text{proton}) \rangle$, $\langle p_{\perp}(\pi_{\text{all}}) \rangle$ and t_{pp} distributions. The values of the coefficients are listed in table 1.

The form of the matrix element was chosen to assure the observed deviations between experimental and Monte Carlo values of $\langle T \rangle$ being caused neither by the strong dumping of transverse momenta nor by the existence of leading particles. However it was checked that a change of the coefficients A, B, C, D within reasonable limits effects $\langle T \rangle$ very weakly.

As shown in fig. 2, the energy dependence of the relative thickness of Monte Carlo events turned out to be rather weak. The T values of Monte Carlo events are essentially constant for a given multiplicity already at moderate energies.

III. Experimental Results

The values of $\langle T_{MC} \rangle$, $\langle T_{EXP} \rangle$ and $(\langle T_{MC} \rangle - \langle T_{EXP} \rangle) / \langle T_{MC} \rangle$ were calculated for the reactions summarized in table 2. The 8 and 16 GeV/c experiments were done by the ABBCHW - Collaboration. The data of 25 GeV/c come from an experiment of the University of Wisconsin ^{x)}, the data of 4 GeV/c from the ABBHM - Collaboration.

^{x)} We are very indebted to A.R. Erwin and W.D. Walker for the permission to use some of their data from the $\pi^- p$ experiment at 25 GeV/c.

To look for a possible systematical error we checked the isotropy of the $\phi = \angle(y, y')$ angle distribution. The worst case has a χ^2 -probability of 16 %.

The result for the CMS and the P.A. system marked by * and P.A. respectively, are listed in table 3.

It could be seen that for four particle final states $\langle \eta^{*4} \rangle$ is always smaller in the experiment than in the corresponding Monte Carlo sample, that means that the experimental events are more planar in average.

In the six particle final states planarity becomes developed for $P_{LAB} \geq 16$ GeV/c and the effect is not observed in eight particle final state in energy range studied.

We have looked for planarity in the P.A. system, trying to check if this effect is due to the existence of flattened jets.

The results show that the majority of the experimental points lie close to the points obtained from the Monte Carlo sample. As is shown in the lower part of fig. 3 the deviations are consistent with zero.

The energy variation of the effect in the C.M. system can be seen at the left side of the upper part of fig. 3 for reactions $\pi p \rightarrow p\pi$. The effect is increasing with energy. On the other hand if we have fixed the energy and looked for the multiplicity dependence we found a rapidly decreasing of the planarity with increasing multiplicity. In the right part of fig. 2 the typical behaviour is shown for some 16 GeV/c π^\pm reactions.

It was interesting to check if the observed effect is caused by resonance production. It is known that the production of resonances covers the few particle final states and that's way it can contribute to the planarity. For this analysis we have chosen the reaction $\pi^+p \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^-$ at 8 and 16 GeV/c.

The 4 GeV/c data were excluded due to the smallness of the effect at this low energy.

Since it is impossible to find a reasonable large sample of events without resonance production in the available reaction channels, the only possibility is to check whether the effect shows a structure at the resonances region.

For several particle combinations we calculated $\langle T_{\text{EXP}}^{\#} \rangle$ and $\langle T_{\text{MC}}^{\#} \rangle$ as a function of their invariant masses. The general observation is that the planarity effect is in no case greater in the resonance and diffractive bump region than in the other.

As examples are shown in fig. 4a - 4d the results for the two particle combinations $(p \pi^+)$ and $(\pi^+ \pi^-)$.

We have chosen them because of finding there the largest effect in the corresponding resonance region.

The shape of the $\langle T_{\text{MC}}^{\#} \rangle$ values (denoted by a cross) as a function of the invariant mass is quite similar to the shape of $\langle T_{\text{EXP}}^{\#} \rangle$ (denoted by a point). It could be seen that there is no structure in the relative deviations of the $\langle T^{\#}(m) \rangle$ values which can be correlated with the resonance production.

Additional we have found that $\langle T_{\text{EXP}}^{\#} \rangle$ is in the resonance region larger than the overall value of $\langle T_{\text{EXP}}^{\#} \rangle$, that means that events outside the resonance region are more planar and they are responsible for the $\langle T_{\text{EXP}}^{\#} \rangle$ being less than $\langle T_{\text{MC}}^{\#} \rangle$.

Another argument against the interpretation of the effect as a consequence of resonance production is the fact that the planarity increases with energy for fixed multiplicity.

To understand the observed effect one could speculate that the high angular momentum of the initial state causes an alignment of the final state particles. In this case one can expect the particles to be emitted preferentially close to the plane perpendicular to the total angular momentum - the events become planar.

In the case of (x, y, z) being the C.M. system an alignment due to high angular momentum will closely relate the (y', z') -plane to the plane containing the beam and the impact parameter of the interaction. It seems reasonable to expect such an alignment since, classically, an interaction at 16 GeV/c and with an impact parameter of 1 fermi has an angular momentum of about 14 \hbar .

IV. Conclusion

- Using a "global" variable we have found a special type of correlations of the secondary particles in interactions at medium energies.
- We have shown that this alignment of final state particles, which we called planarity, is neither the reflection of the cut off of the transverse momenta nor of the existence of leading particles.
- We found that the effect increases with the energy and decreases with the multiplicity. If either the energy is too low or the multiplicity is too high the planarity effect vanishes.
- There is no indication that the planarity is caused by resonance production and possible existence of flattened jets.
- The obtained results are consistent with the speculation that the planarity is a consequence of the high angular momentum of the interaction.

References

- [1] P. Kostka, H. Schiller, Preprint Berlin-Zeuthen, PHE 72-7;
- [2] R.G. Glasser, private communication;
- [3] M.C. Foster et al, Phys. Rev. D6 3135, 1972;
- [4] M. Danyasz, W. Wójcik, Acta Physica Polonica Vol. XXXIII 81, 1968.

Table 1 Coefficients used in the matrix elements for Monte Carlo calculations;

$$|M|^2 \sim \exp(-A \cdot p_{1p}^2 - B \cdot \Sigma p_{1\pi's}^2 - C t_{pp} - D \cdot t_{\pi\pi})$$

P_{LAB} [GeV/c]	REACTION $\pi p \rightarrow$	A	B	C	D
4	$\rightarrow p 3\pi$	2.2	4.0	1.5	0.
	$\rightarrow p 5\pi$	1.0	2.9	0.4	0.
8	$\rightarrow p 3\pi$	2.5	4.4	2.3	0.
	$\rightarrow p 5\pi$	0.	2.0	1.2	0.
	$\rightarrow p 7\pi$	1.0	1.4	0.4	0.
16	$\rightarrow p 3\pi$	4.0	4.2	0.7	0.6
	$\rightarrow p 5\pi$	2.0	3.2	0.85	0.
	$\rightarrow p 7\pi$	1.2	3.2	0.4	0
25	$\rightarrow p 5\pi$	2.25	3.45	2.3	0.
	$\rightarrow p 7\pi$	1.35	3.0	0.8	0

Table 2 Summary of investigated 4C reactions in the P_{LAB} region from 4 to 25 GeV/c;

$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^-$	(2067 events)	$P_{LAB} = 4 \text{ GeV/c}$
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^-$	(183 events)	
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^-$	(5721 events)	$P_{LAB} = 8 \text{ GeV/c}$
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^-$	(505 events)	
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^-$	(299 events)	
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^-$	(10209 events)	$P_{LAB} = 16 \text{ GeV/c}$
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^-$	(3112 events)	
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^-$	(534 events)	
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^-$	(3998 events)	$P_{LAB} = 16 \text{ GeV/c}$
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^-$	(1224 events)	
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^-$	(283 events)	
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^-$	(471 events)	$P_{LAB} = 25 \text{ GeV/c}$
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^-$	(133 events)	

Table 3 Average π values obtained from experiment and Monte Carlo calculations and relative deviations in the Centre of Mass (*) and Principal Axis (PA) systems for different energies and multiplicities.

P GeV/c	REACTION $\pi p \rightarrow$	$\langle T \rangle_{EXP}^*$	$\langle T \rangle_{MC}^*$	$\frac{[\%]}{\langle T \rangle_{MC}} \frac{\langle T \rangle_{EXP}^* - \langle T \rangle_{MC}^*}{\langle T \rangle_{MC}^*}$	$\langle T \rangle_{EXP}^{PA}$	$\langle T \rangle_{MC}^{PA}$	$\frac{[\%]}{\langle T \rangle_{MC}^{PA}} \frac{\langle T \rangle_{EXP}^{PA} - \langle T \rangle_{MC}^{PA}}{\langle T \rangle_{MC}^{PA}}$
4 π^+	$\rightarrow p 2\pi^+ \pi^-$	0.409 ± 0.005	0.418	2.2 ± 1.1	0.310 ± 0.005	0.300	-3.3 ± 1.6
	$\rightarrow p 3\pi^+ 2\pi^-$	0.512 ± 0.014	0.527	2.9 ± 2.7	0.503 ± 0.016	0.502	-0.3 ± 3.2
8 π^+	$\rightarrow p 2\pi^+ \pi^-$	0.398 ± 0.003	0.420	5.3 ± 0.7	0.296 ± 0.003	0.300	1.0 ± 1.0
	$\rightarrow p 3\pi^+ 2\pi^-$	0.536 ± 0.009	0.532	-0.7 ± 1.6	0.508 ± 0.009	0.489	-3.8 ± 1.9
	$\rightarrow p 4\pi^+ 2\pi^-$	0.598 ± 0.011	0.580	-3.1 ± 2.0	0.568 ± 0.011	0.574	1.0 ± 1.9
16 π^+	$\rightarrow p 2\pi^+ \pi^-$	0.399 ± 0.002	0.426	6.4 ± 0.5	0.300 ± 0.002	0.301	0.3 ± 0.7
	$\rightarrow p 3\pi^+ 2\pi^-$	0.536 ± 0.004	0.542	1.1 ± 0.7	0.489 ± 0.004	0.488	-0.2 ± 0.8
	$\rightarrow p 4\pi^+ 3\pi^-$	0.596 ± 0.008	0.566	-1.7 ± 1.4	0.568 ± 0.008	0.569	0.2 ± 1.4
16 π^-	$\rightarrow p \pi^+ 2\pi^-$	0.393 ± 0.003	0.426	7.7 ± 0.8	0.295 ± 0.003	0.301	1.8 ± 1.1
	$\rightarrow p 2\pi^+ 3\pi^-$	0.529 ± 0.006	0.542	2.4 ± 1.9	0.485 ± 0.006	0.488	0.8 ± 1.2
	$\rightarrow p 3\pi^+ 4\pi^-$	0.588 ± 0.011	0.566	-3.3 ± 1.8	0.556 ± 0.011	0.569	2.4 ± 1.9
25 π^-	$\rightarrow p 2\pi^+ 3\pi^-$	0.528 ± 0.009	0.547	3.6 ± 1.6	0.485 ± 0.009	0.484	-0.2 ± 1.9
	$\rightarrow p \pi^+ \pi^-$	0.586 ± 0.015	0.572	-2.3 ± 2.5	0.572 ± 0.016	0.555	-3.1 ± 2.8

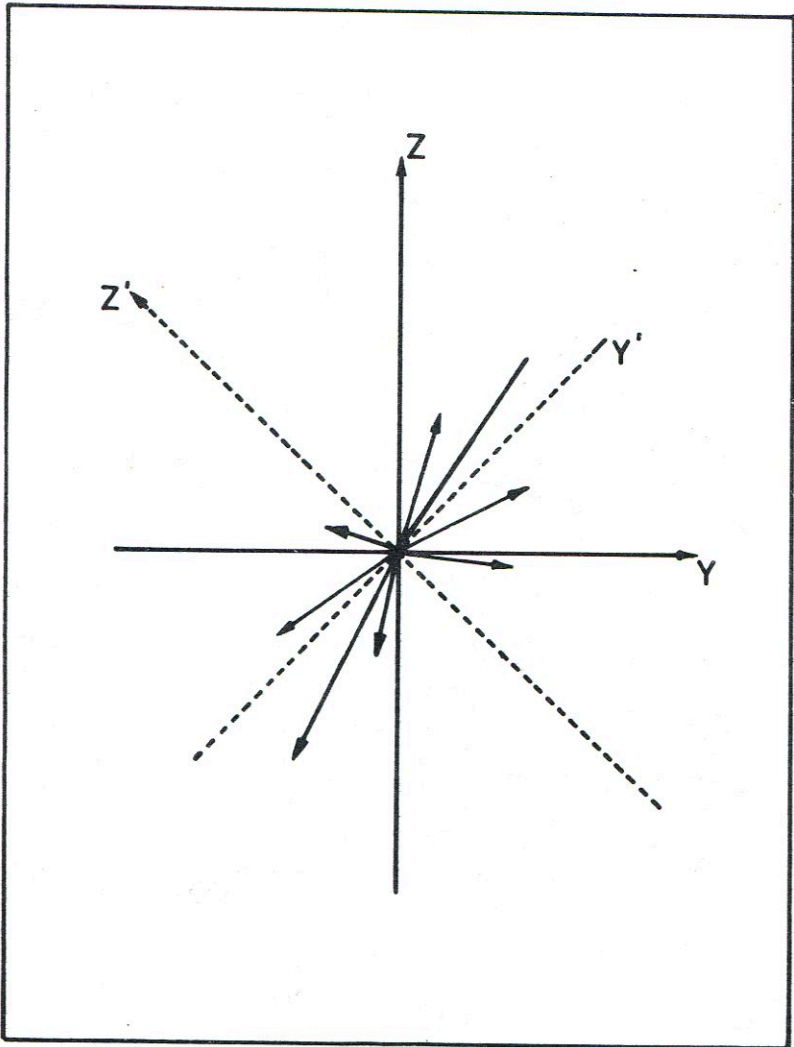


Fig. 1 Illustration of the new coordinate system (y' , z') determined by the requirement (1);

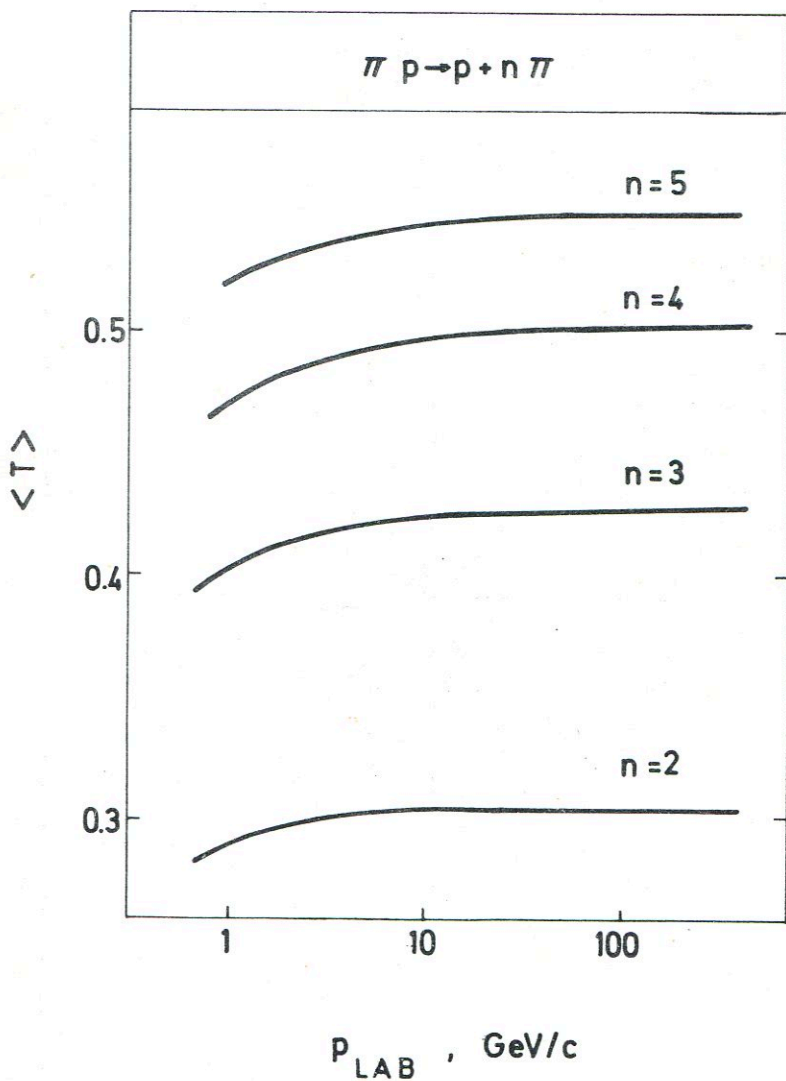


Fig. 2 Dependence of the $\langle T \rangle$ values obtained from Monte Carlo calculations on p_{LAB} ;

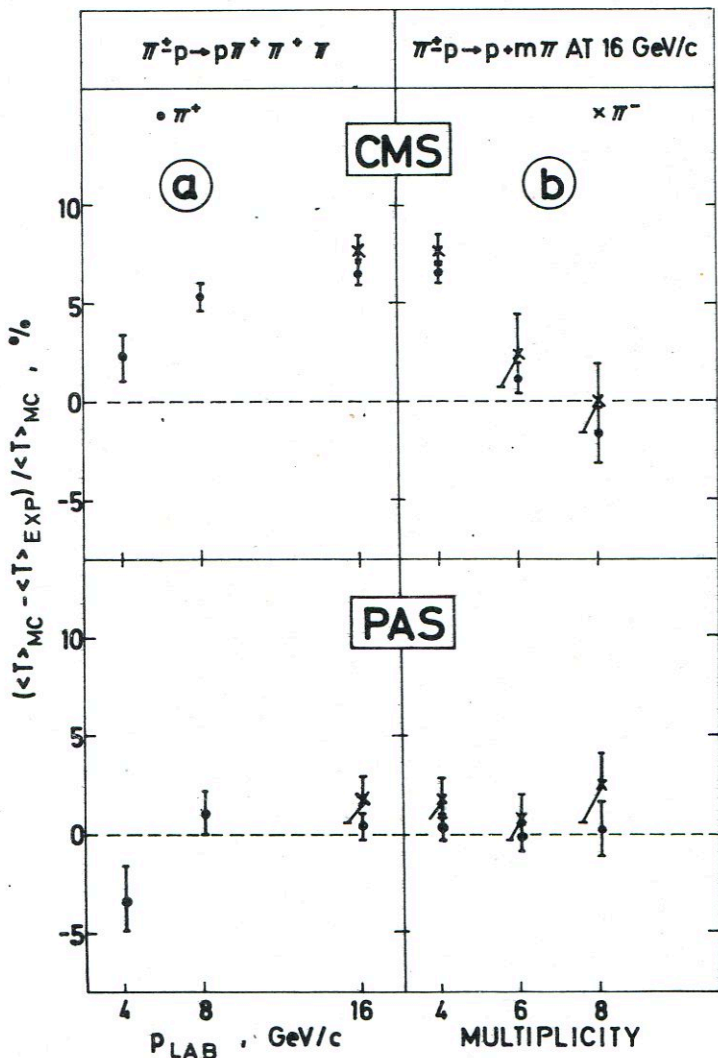


Fig. 3 Dependence of the relative deviation $(\langle T_{MC} \rangle - \langle T_{EXP} \rangle) / \langle T_{MC} \rangle$
 a) on PLAB for the reactions $\pi^{\pm}p \rightarrow p\pi^{\pm}\pi^{\pm}\pi^{\mp}$ measured in the C.M. and the P.A. systems;
 b) on the multiplicity for the reactions $\pi^{\pm}p \rightarrow p+m\pi$ at 16 GeV/c; measured in the C.M. and the P.A. systems.

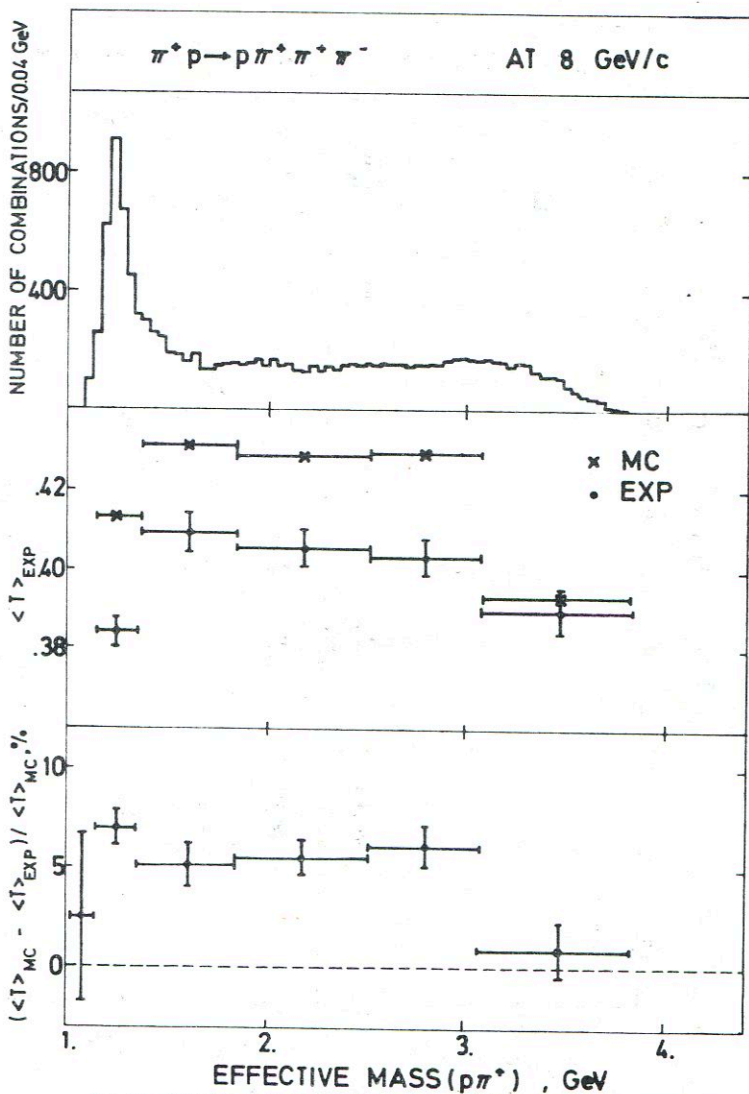


Fig.4a Effective mass spectra, average T values obtained from experiment (denoted by point) and Monte Carlo calculations (denoted by cross) and the relative deviation $(\langle T_{MC} \rangle - \langle T_{EXP} \rangle) / \langle T_{MC} \rangle$ measured in the C.M. system versus a) effective mass ($p\pi^+$) for the reaction $\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^-$ at 8 GeV/c.

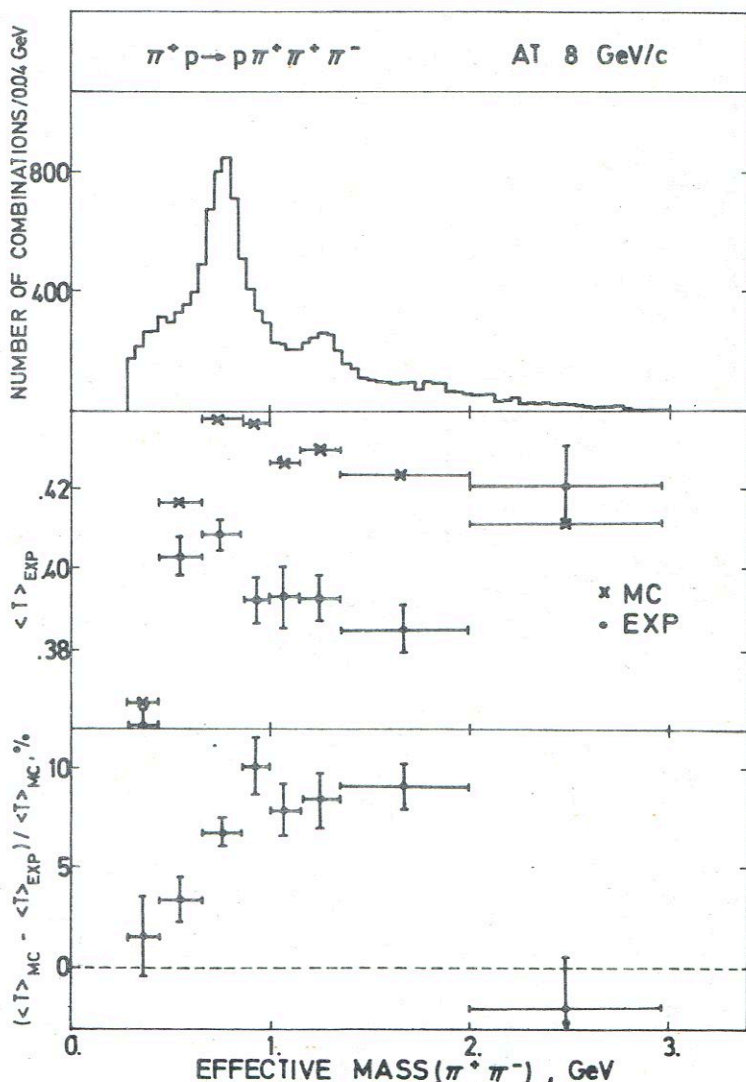


Fig.4b Effective mass spectra, average T values obtained from experiment (denoted by point) and Monte Carlo calculations (denoted by cross) and the relative deviation $(\langle T_{MC} \rangle - \langle T_{EXP} \rangle) / \langle T_{MC} \rangle$ measured in the C.M. system versus b) effective mass ($\pi^+ \pi^-$) for the reaction $\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^-$ at 8 GeV/c.

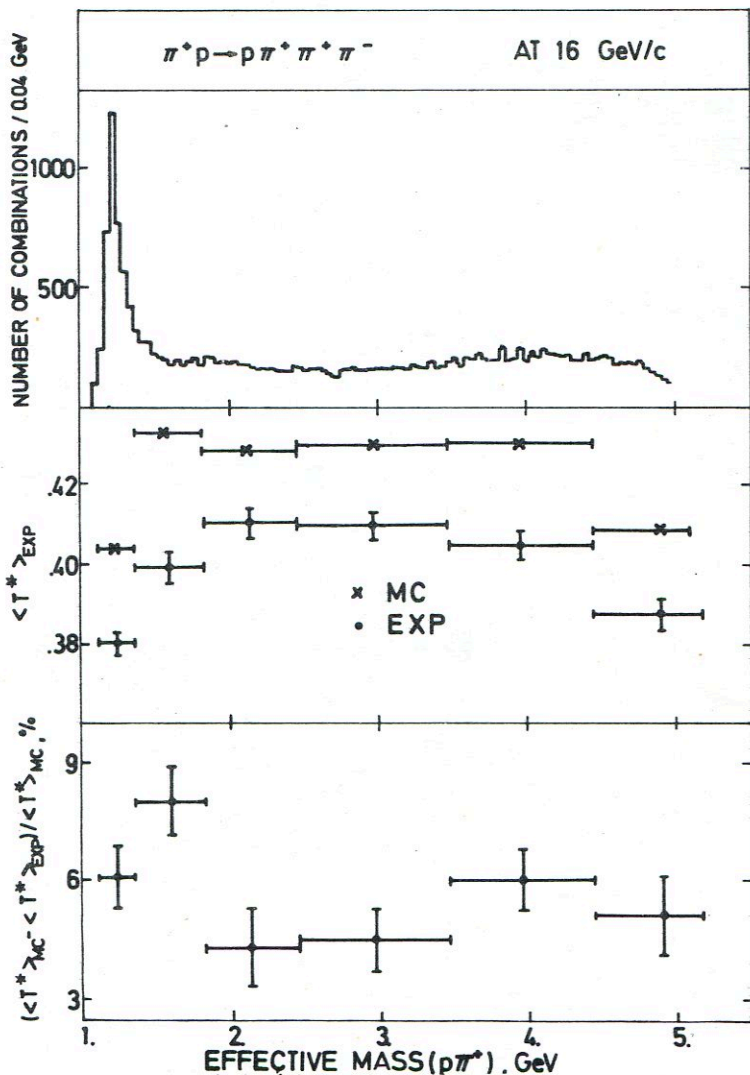


Fig.4c Effective mass spectra, average T values obtained from experiment (denoted by point) and Monte Carlo calculations (denoted by cross) and the relative deviation $(\langle T_{\text{MC}} \rangle - \langle T_{\text{EXP}} \rangle) / \langle T_{\text{MC}} \rangle$ measured in the C.M. system versus c) effective mass ($p\pi^*$) for the reaction $\pi^+p \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^-$ at 16 GeV/c.

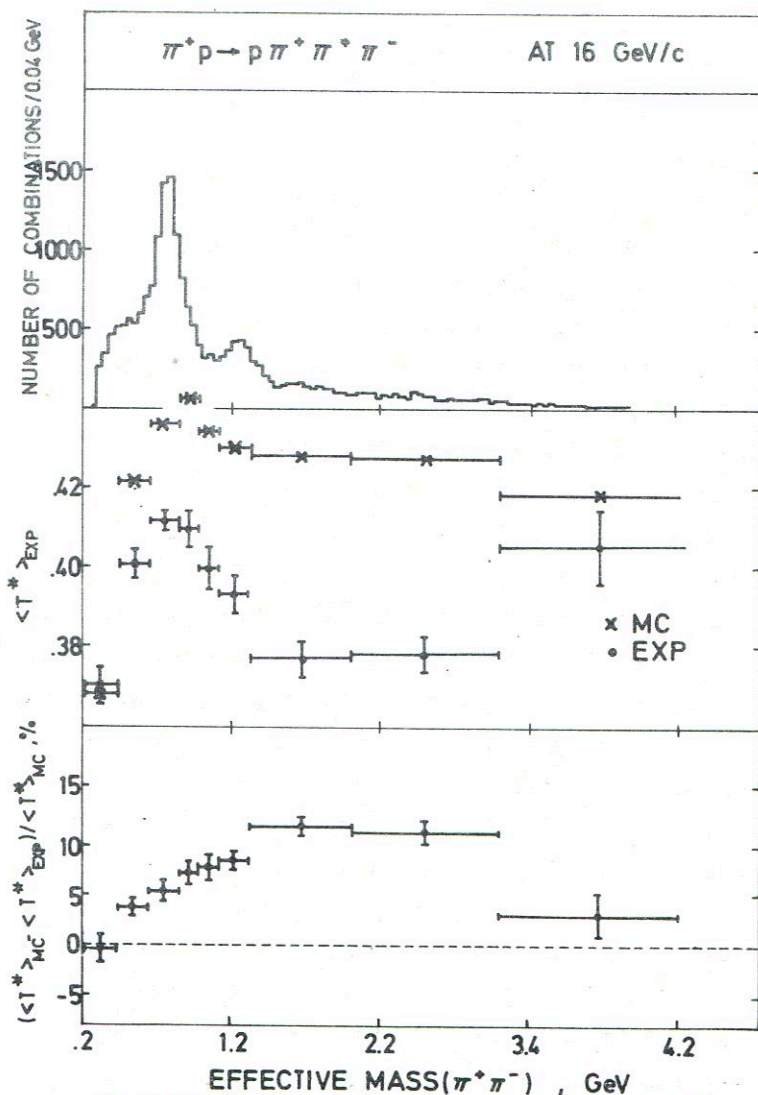


Fig.4d Effective mass spectra, average T values obtained from experiment (denoted by point) and Monte Carlo calculations (denoted by cross) and the relative deviation $(\langle T_{MC}^* \rangle - \langle T_{EXP}^* \rangle) / \langle T_{MC}^* \rangle$ measured in the C.K. system versus the effective mass ($\pi^+ \pi^-$) for the reaction $\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^-$ at 16 GeV/c

ИССЛЕДОВАНИЕ МНОЖЕСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ЭНЕРГИЯХ,
БОЛЬШИХ $2 \cdot 10^3$ Гэв

С.А.Славатинский

Физический институт им.П.Н.Лебедева АН СССР

Введение

За несколько последних лет в физике высоких энергий происходит переход от исследования бинарных и квазибинарных реакций к многочастичным реакциям. Именно такие реакции изучались длительное время в космических лучах. Целью настоящего доклада является обзор, с нашей точки зрения, наиболее существенных экспериментальных данных, полученных при исследовании космических лучей за последние годы и представлений о механизме множественного рождения частиц, основанных на этих данных.

Необходимо отметить, что работы, выполненные в космических лучах, имеют определенную специфику. Как правило, они не могут претендовать на строгие количественные результаты, как вследствие различных методических особенностей экспериментов, так и из-за ограниченной статистической обеспеченности.

Получаемая информация по тем же причинам не касается редких процессов, идущих с малым сечением.

Вместе с тем следует подчеркнуть, что исследования, проводимые в космических лучах, охватывают широкий энергетический интервал, что особенно существенно, если иметь в виду слабую зависимость большинства характеристик взаимодействия от первичной энергии.

I. Эффективное сечение неупругого взаимодействия

Как известно, первые экспериментальные данные о росте сечения неупругого взаимодействия протонов с ядрами углерода были получены в опытах на ИСЗ серии Протон ^{1/1}. В интервале энергий 20-600 Гэв величина $\sigma_{pC}^{н\text{ч}\text{ом}\text{н}\text{з}}$, т.е. сечение с рождением одной или больше частиц, возрастала на (20±5)%. Сечение неупругого протон-протонного взаимодействия, измеренного в той же работе, не противоречило такой же величине роста сечения с энергией, хотя большие ошибки опыта, достигавшие (8-20)%, не позволили это утверждать непосредственно.

Недавно в работах на встречных кольцах ^{1/2} наблюден рост полного и неупругого сечения в интервале эквивалентной лабораторной энергии 290-1480 Гэв. Зависимость σ_{pp}^{tot} от энергии, согласно ^{1/2}, аппроксимируется выражением $\sigma_{pp}^{tot} = (38,4 \pm 0,3) + (0,9 \pm 0,3) \cdot \left(e^{n \frac{E_{lab}}{200}} \right) \cdot 1,8 \pm 0,4$, где лабораторная энергия E_{lab} дается в Гэв. Исходя из этих данных, естественно ожидать роста неупругого сечения и на легких атомных ядрах. Как долго продолжается рост сечения с энергией?

Указание на это можно получить из опытов с космическими лучами.

Измерения выполнены на углероде и атомных ядрах воздуха. Сплошной линией на рис. I показана расчетная зависимость неупругого сечения на углероде по теории Глаубера ^{1/3}, если элементарное сечение взять согласно ^{1/2} в области энергий до $2 \cdot 10^4$ Гэв. На рисунке показаны также экспериментальные дан-

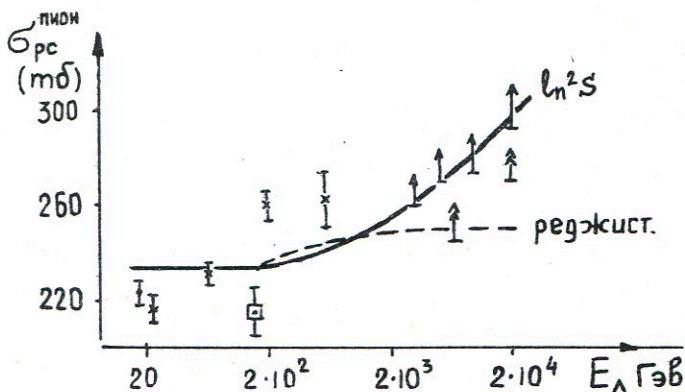


Рис. I. Зависимость неупругого сечения пионизации на углероде от энергии протона. Сплошная кривая соответствует росту $\sigma_{pp}^{\text{tot}} \sim \ln^2 S$, пересчитанному к углероду по теории Глаубера, пунктир - расчеты /6/. Экспериментальные точки: \square из работы /1/, \times - из работы /4/, \uparrow - из работы /5/.

ные, полученные в разных работах. Рост сечения, обнаруженный на ИСЗ ранее в работе Н.Л.Григорова и др. /1/, не согласуется со сравнительно слабым изменением сечения на углеводе в области энергий 20-600 Гэв. Однако развитый в работе /1/ метод нахождения нижней границы сечения из измерений потока протонов, проскочивших атмосферу до уровня гор без взаимодействия, использован теперь в ряде экспериментов, выполненных на горах. Эти измерения подтверждают сделанный ранее в /1/ вывод о том, что горные измерения указывают на увеличение сечения при энергии $6 \cdot 10^3$ Гэв. Так, согласно измерениям Камата и др. /4/, использовавших этот метод, нижняя граница сечения ионизации оказалась весьма высокой и растущей с энергией в диапазоне энергий $10^3 - 2 \cdot 10^4$ Гэв в соответствии с ростом полного сечения согласно /2/. Сечения для атомных ядер воздуха из /4/ пересчитаны нами к сечению на углеводе. Согласно измерениям, проведенным С.И.Никольским и др. /5/, нижняя граница $\sigma_{pc}^{h_{ion}}$ заметно ниже, чем в работе /4/. Однако и по этим данным наблюдается существенный рост величины $\sigma_{pc}^{h_{ion}}$ (на 15% при энергии $2 \cdot 10^4$ Гэв по сравнению с величиной $\sigma_{pc}^{h_{ion}}$ в области энергий 20-200 Гэв).

Пунктирной линией на рис.1 показана зависимость сечения от энергии согласно расчетам, основанным на доминантности полюса Редже при логарифмическом падении поправки на реджевское обрезание /6/. При энергии $2 \cdot 10^4$ Гэв сечение растет значительно слабее, чем в /2/. Хотя измерения, выполненные в космических лучах, лучше согласуются с зависимостью $e_{h^2 s'}$, чем с расчетами /6/, окончательные выводы пока преждевременны.

В этой интересной области энергий необходимы дальнейшие эксперименты.

2. Масштабная инвариантность в области энергий $2 \cdot 10^3 - 10^5$ Гэв

Измерения потоков и энергетических спектров частиц космического излучения в атмосфере Земли позволяют определить некоторые существенные параметры неупругого взаимодействия. С этой целью мы проведем сопоставление интенсивности и вида энергетического спектра первичного космического излучения, спектра γ - квантов и мюонов. Энергетический спектр первичного излучения на границе атмосферы по данным ИСЗ Протон-4, является степенным вплоть до энергий 10^6 Гэв и имеет показатель степени $\gamma = 2,65 \pm 0,02$ ^{/7/}. Спектр квантов в верхних слоях атмосферы, по измерениям Ю.А.Смородина и др. ^{/8/}, также описывается степенной функцией с $\gamma_{\gamma} = 2,70 \pm 0,10$. Спектр заряженных пионов в верхних слоях атмосферы (восстановленный по измерениям потоков мюонов) также является степенным с величиной $\gamma_{\pi} = 2,65 \pm 0,09$ ^{/9/}. Таким образом, все спектры имеют одинаковые показатели степени. Это означает, что спектры генерации регистрируемых вторичных частиц описываются однородной функцией, зависящей лишь от отношения энергий $E_{\text{тор}}/E_0$. По характеру это очень близко или даже совпадает с явлением масштабной инвариантности, так как фейнмановская переменная $x = P_{\pi}''/\rho_0$ при значениях $x > 0,1$ практически не отличается от величины $x' = \frac{E_{\text{тор}}}{E_0}$. То обстоятельство, что за генерацию вторичных частиц ответственна область $x > 0,1$, по-

лучено из сравнения потока первичных частиц с потоками вторичных при фиксированной энергии. Существенная роль больших значений χ обусловлена характером круто падающего энергетического спектра первичных частиц $\sim 10^{\chi}$. Вторичные частицы, уносящие долю энергии $\chi > 0,1$, уже давно именуются энергетически-выделенными частицами или лидирующими.

Указанное свойство однородности спектров в космических лучах обнаружено уже более 10 лет назад, в частности, в работе $\sim 10^{\chi}$, хотя этот факт и не получил достаточно широкого отклика.

Из сказанного нами следует, что согласно измерениям, выполненным в космических лучах, однородность функций генерации лидирующих адронов ($\chi > 0,1$) можно считать установленной и в области энергий $2 \cdot 10^3 - 10^5$ Гэв.

3. Механизм генерации энергетически выделенных частиц

Остановимся на вопросе об образовании энергетически выделенных частиц. На рис. 2 показаны экспериментальные данные $\sim 10^{\chi}$ о положительном избытке мюонов при разных энергиях E_{μ} . Положительный избыток характеризуется величиной $\delta = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-}$, где N^+ , N^- — потоки мюонов с разным знаком заряда. Из рисунка видно, что в широком интервале энергий мюонов от 20 Гэв до $5 \cdot 10^3$ Гэв в пределах ошибок величина положительного избытка остается постоянной. Природа возникновения положительного избытка следующая. Как известно, мюоны образуются в результате распада пионов и каонов, которые, в свою очередь, генерируются в стратосфере в основном первичными протонами при взаимодействии с

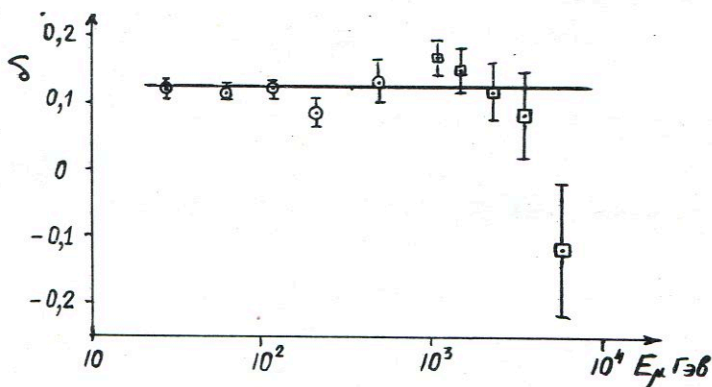


Рис. 2. Зависимость положительного избытка мюонов космических лучей от энергии. Величина $\delta = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-}$, где N^+ и N^- — потоки мюонов с разным зарядом. Прямая линия при $\delta = 0,13$ аппроксимирует совокупность экспериментальных данных.

протонами и нейтронами атомных ядер воздуха. Поэтому в среднем на одно взаимодействие имеется избыток положительного заряда, близкий к 0,5. По величине положительного избытка мюонов можно судить о числе вторичных энергетически выделенных адронов на один акт взаимодействия, в результате распада которых образуются мюоны. Расчеты показывают, что значение $\delta = 0,13$ соответствует образованию в среднем 3-5 энергетически выделенных заряженных частиц. На основании того, что это число не зависит от энергии первичных протонов, уже более 10 лет назад Г.Т.Зацепиным /12/ была высказана гипотеза о том, что быстрые пионы (и каоны) образуются в результате возбуждения и последующего высвечивания первичных протонов (изобарная или фрагментационная модель). Положительный избыток остается постоянным вплоть до энергий мюонов $5 \cdot 10^3$ Гэв, что соответствует наибольшей энергии первичных адронов $\sim 5 \cdot 10^4$ Гэв. По грубым оценкам, масса фрагмента или изобары постоянна и соответствует 3 - 5 Гэв.

Ясно, что если такая картина образования лидирующих частиц справедлива, то мы имеем простую физическую интерпретацию масштабной инвариантности при значениях $x > 0,1$.

Величина положительного избытка при наибольших энергиях получена Койфелем /13/ и интерпретируется им как указание на падение величины положительного избытка при первичной энергии $\approx 5 \cdot 10^4$ Гэв. Если это подтвердится другими измерениями, то будет означать утяжеление фрагмента или изобары при указанной выше первичной энергии.

4. Процесс пионизации

Совершенно ясно, что изобарный или фрагментационный механизм генерации вторичных частиц при постоянной массе фрагмента не обеспечивает роста множественности с энергией. Прямые измерения, выполненные в цикле работ /14/, уже более 10 лет назад показали, что при энергии 200-300 Гэв половина или больше вторичных частиц являются медленными в системе центра масс ($\chi \ll 0,1$) и их нельзя отнести к продуктам распада изобар, точнее - к области фрагментации. Такие "медленные" вторичные частицы образуются в процессе пионизации.

Рассмотрим зависимость средней множественности от первичной энергии. Такая зависимость показана на рис.3. В области энергий 10^2 - 10^3 экспериментальные данные еще недостаточно точны, но стоит отметить, что измерения как в Батавии, так и на встречных кольцах, совпали с нашими измерениями, выполненными уже много лет назад.

При энергиях, больших $2 \cdot 10^3$ Гэв, данные, полученные в космических лучах, пока весьма скудны. Единственная пока точка, полученная индийскими физиками при энергии $2 \cdot 10^4$ Гэв, по-видимому, лучше согласуется с теоретической зависимостью $n_s = a + b \ln E + c \ln^2 E$ при значениях $a = 0,42 \pm 0,05$; $b = 1,16 \pm 0,01$; $c = 0,039 \pm 0,001$, полученной недавно в работе К.А.Тер-Мартirosяна /15/. Расчеты /15/ учитывают образование нескольких мультипериферических цепочек, введенных в мультиреджевскую теорию Кончели, Абрамовичем и Грибовым /16/.

Измерения средней множественности при энергии $\sim 10^4$ Гэв проводятся на установке с искровыми камерами, работающими

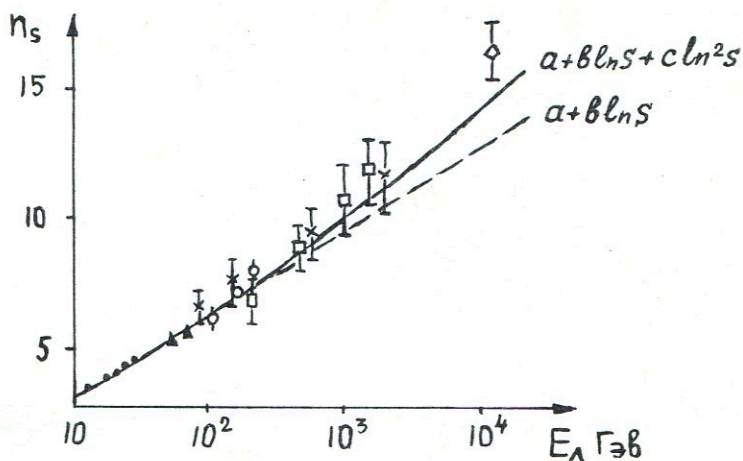


Рис.3. Зависимость средней множественности от энергии, Сплошная и пунктирная линии - различные теоретические аппроксимации. Экспериментальные данные:

- ▲ - Серпухов
- ▣ - встречные кольца
- - данные Батавии
- ⊠ - ФИАН/И4/
- ◇ - Тата-институт

сейчас на Тянь-Шаньской станции ФИАН /17/, и в опытах, выполняемых на ИСЗ.

Информация о доле каонов среди частиц, генерируемых при энергиях $2 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^4$ Гэв, получена недавно в мюонном эксперименте Ракобольской и др. /9/. Как показывают расчеты /18/, отношение горизонтального потока мюонов к вертикальному потоку при известных из опыта энергетических спектрах мюонов чувствительно к доле каонов—"родителей" мюонов. В эксперименте /9/ показано, что при первичной энергии $2 \cdot 10^4$ Гэв доля каонов остается такой же, как и при энергии $2 \cdot 10^3$ Гэв, т.е. $\leq 20\%$ в области переменной $\chi > 0,1$.

Таким образом, как и ожидалось из опытов на встречных кольцах, уже при энергии $2 \cdot 10^3$ Гэв образование каонов выходит на асимптотический режим.

5. Образование кластеров

Указание о том, что большинство вторичных частиц в элементарном акте взаимодействия образуются не непосредственно, а через генерацию и распад тяжелых сгустков ядерной материи — фэйр-боллов или, как говорят сейчас, кластеров, получено в опытах с космическими лучами в 60-х годах /19,20/. В работах польских физиков группы М.Я. Менсовича наблюдались сравнительно часто (в 30% случаев) бимодальные распределения по быстроте, точнее, в координатах $\ell_3 t_3 \theta$ для струй с энергией $\gtrsim 10^3$ Гэв. Такие события были интерпретированы как случаи с образованием кластеров.

Вскоре нами были обнаружены струи с характерным одномодальным распределением, соответствующим изотропному раз-

лету частиц /20/. Для иллюстрации на рис.4 показаны распределения по величине $\epsilon_g t_g \theta$ (которая с точностью до аддитивной постоянной совпадает с быстротой) для нескольких одномодальных и бимодальных струй при первичной энергии около 300 Гэв /14/.

Другой характерной особенностью одномодальных событий является сдвиг центра тяжести распределения по скорости относительно СМ, т.е. в индивидуальных случаях наблюдается асимметрия в разлете заряженных вторичных частиц в верхнюю и нижнюю полусферы (асимметричные ливни) /14/. Согласно нашим данным и измерениям Н.Н.Ройнишвили и др. /21/, импульсный спектр частиц в системе координат, в которой разлет частиц по углам симметричен (в S -системе), описывается распределением Бозе-Планка при температуре, близкой к массе пиона. Совокупность информации - изотропия в S -системе, асимметрия одномодальных распределений в СМ, импульсный спектр, соответствующий излучению черного тела - все это послужило основанием для гипотезы об образовании тяжелого мезонного кластера - фэйрбола /20/. В серии работ В.Л.Фейнберга /13, 22/ образование тяжелых кластеров в области пионизации предсказывалось на основании теоретических расчетов. Для статистического анализа явления кластеризации Д.С.Чернавским, И.М.Дреминым и др. /22/ был предложен корреляционный анализ по величине четырехимпульса, передаваемого между группами частиц $h_{s \div i}$ и $i \div 1$. Характер возникающих корреляций был определен нами /23/ для разных диаграмм Фейнмана. На рис.5 показана зависимость продольной компоненты четырехимпульса от номера частицы i : $Z_{ii}^2 = Z_i^2 - p_{zi}^2$, где Z_i^2 - передаваемый четырехимпульс между группой частиц $h_{s \div i}$ и $i \div 1$.

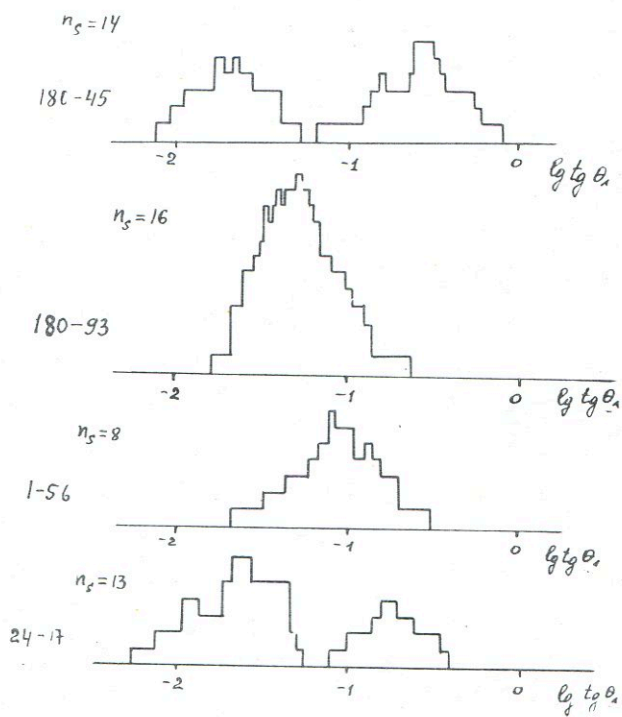


Рис. 4. Угловые распределения нескольких струй в координатах $Y = -\lg \lg \theta$ при энергии, близкой 300 Гэв/14/.

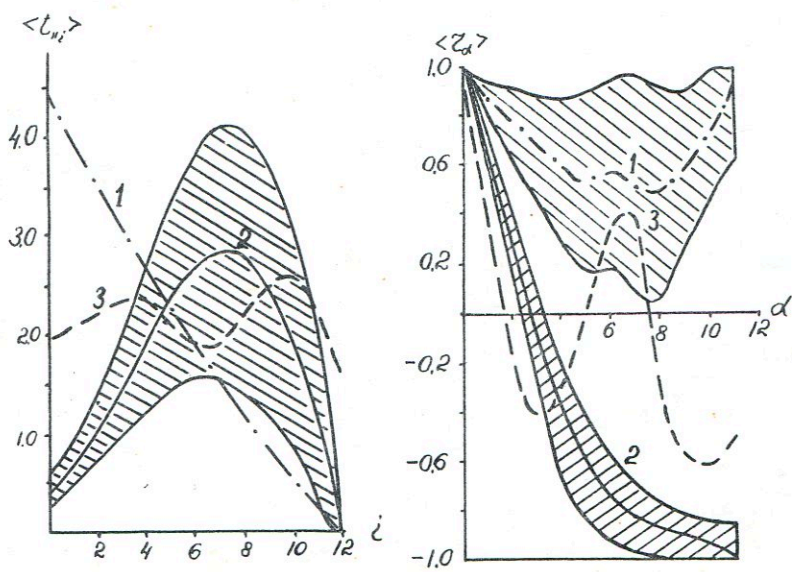





Рис.5. Зависимость продольной компоненты четырехимпульса, передаваемого между группами частиц струи $N_j \div i$ и $i \div 1$ от номера i (левый рис.). Зависимость парной корреляции между t_{ii}^2 и $t_{ii+\alpha}^2$ от $\alpha = 0, 1, \dots, N_j$ (правый рис.). Кривая 1 - расчёт для диаграммы Фейнмана , кривая 2 - для диаграммы  и кривая 3 - для диаграммы . Заштрихованные области соответствуют стандартному разбросу для индивидуальных струй.

и $\rho_{\perp i}$ — поперечная составляющая передаваемого трехмерного импульса при такой группировке. Предварительно все частицы были расположены по величине их продольного импульса, причем номера $n_s, 1$ отнесены к первичному нуклону и нуклону отдачи соответственно. Аналитическое выражение величины ξ_c^2 содержится в работе /23/. Кривые I-3 соответствуют фрагментации одного из нуклонов, образованию мезонного кластера и образованию 2-х кластеров. Кривые получены для искусственных ливней, рассчитанных методом Монте-Карло. Для тех же диаграмм Фейнмана была рассчитана парная корреляция z_α между значениями z_{ii}^2 и $z_{ii+\alpha}^2$, где $\alpha = 0, 1, 2 \dots n_s$. Зависимость z_α от α показана на том же рис.5.

Из рисунка видно, что для трех рассмотренных моделей множественного рождения мезонов зависимости $z_{ii}^2(i)$ и $z_\alpha(\alpha)$ имеют существенно различный вид. В работе /23/ была сделана попытка по виду этих кривых разделить индивидуальные события соответственно диаграммам I, 2 и 3. Анализ данных эксперимента /14/ показал, что, по-видимому, процесс, описываемый диаграммой Фейнмана, соответствующей образованию одного мезонного кластера, осуществляются в 40% случаев при первичной энергии 200 Гэв. Масса кластера по грубой оценке близка к 4 Гэв /23/.

Мы подробно описали анализ выявления кластеров в эксклюзивных экспериментах, т.к. нам представляется, что анализ такого типа может быть полезен в опытах на ускорителях, проводимых в Серпухове и Батавии.

Соответствие экспериментальной информации, полученной на встречных кольцах, с изобарно-файрбольной моделью множествен-

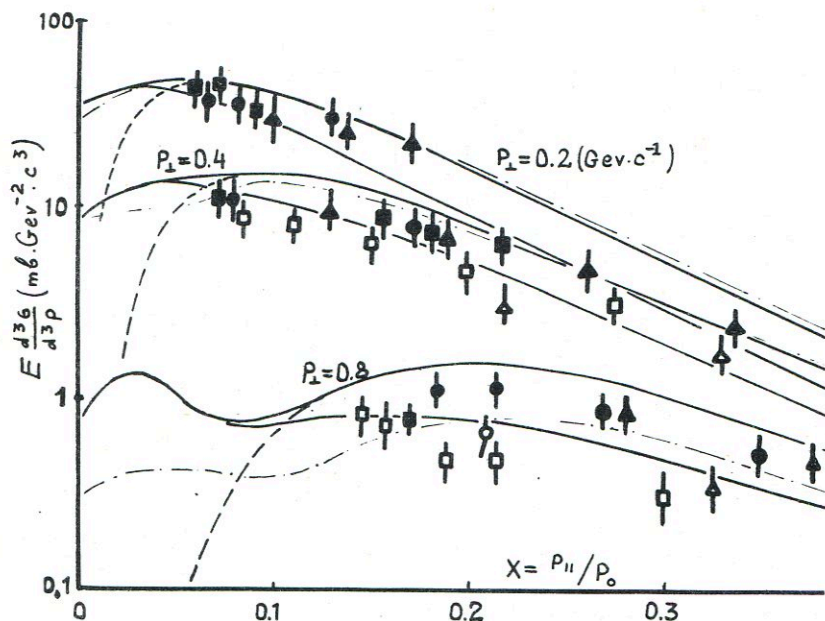


Рис.6. Распределения по переменной X . Все кривые - расчеты^{/25/}, точки - измерения для π на встречных кольцах. Пунктирные линии соответствуют продуктам фрагментации, если масса фрагмента 2,3 Гэв, а распад изотропен с Бозе-Планковским импульсным распределением ($T=0,8 m_{\pi}$). Сплошная линия - суммарное расчётное распределение с учётом фрагментации и образования кластера в области пионизации. Лишь при $P_{\perp} = 0,8$ Гэв/с суммарная кривая имеет провал между областью пионизации и фрагментации.

ного рождения мезонов в области энергий 200–2000 Гэв, рассмотрено недавно Смородиным /25/. Полагая массу изобары равной 2,3 Гэв, массу фэйрбола – растущей с энергией, изотропный распад этих объектов, и учитывая возможное движение фэйрболов в СИМ и при некоторых других допущениях, в работе /25/ можно было рассчитать многие инклюзивные распределения: структурная функция $f(x)$ для пионов и γ – квантов, распределения по быстротам и многие другие. На рис.6 дано сопоставление расчетов /25/ с экспериментальными данными ISR . Таким образом, работа /25/ показала, что возникшая много лет назад в космических лучах изобарно-фэйрбольная модель не находится в противоречии с экспериментальными данными ISR , что, конечно, еще не является доказательством справедливости самой модели.

При энергиях, существенно более высоких, чем $2 \cdot 10^3$ Гэв, в космических лучах накапливается информация, указывающая на образование кластеров в области фрагментации. Эксперименты при сверхвысокой энергии проводятся с помощью эмульсионных камер, представляющих собой набор листов свинца, прослоенных рентгеновской пленкой. При энергии γ – кванта больше 10^3 Гэв электронно-фотонный ливень, развивающийся в свинце, содержит в круге с радиусом около 100 мкм несколько сотен электронов, которые образуют на пленке пятна почернения, видимые невооруженным глазом. На рис.7 приведена микрофотография пятна. По величине почернения пятна энергия каскада определяется с погрешностью 15% /9,24/.

На рис.8 показана схема камеры, используемая в эксперименте "Памир"/26/. Камера регистрирует γ – кванты, продукты рас-

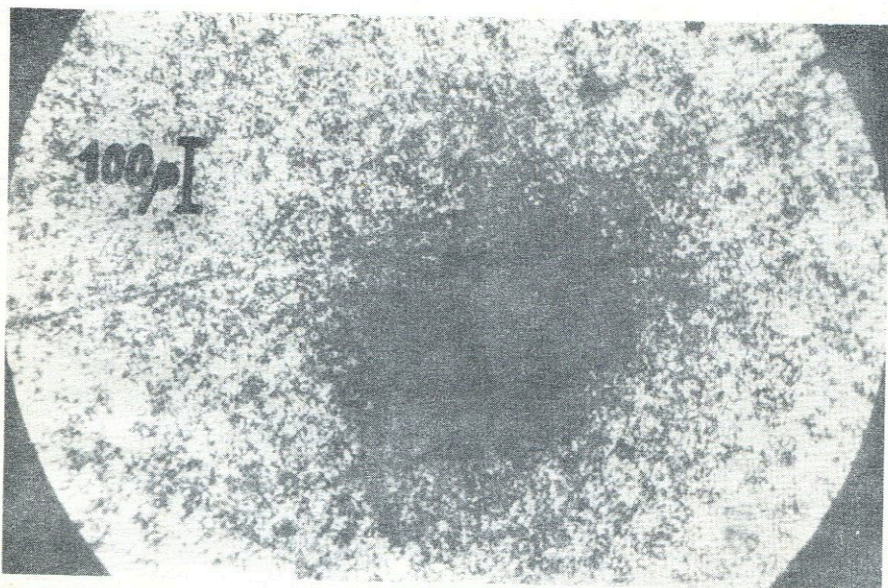


Рис. 7 Микрофотография каскада от γ -кванта, зарегистрированного в рентгеновской пленке типа РТ-6 эмульсионной камеры. Энергия γ -кванта измерена по почернению пятна и равна $5 \cdot 10^4$ Гэв. Ошибка измерения энергии 15%. Рентгеновская пленка имеет двухстороннее покрытие эмульсией. Поэтому каждый каскад оставляет два пятна. Пространственный угол падения γ -кванта определяется по взаимному расположению пятен.

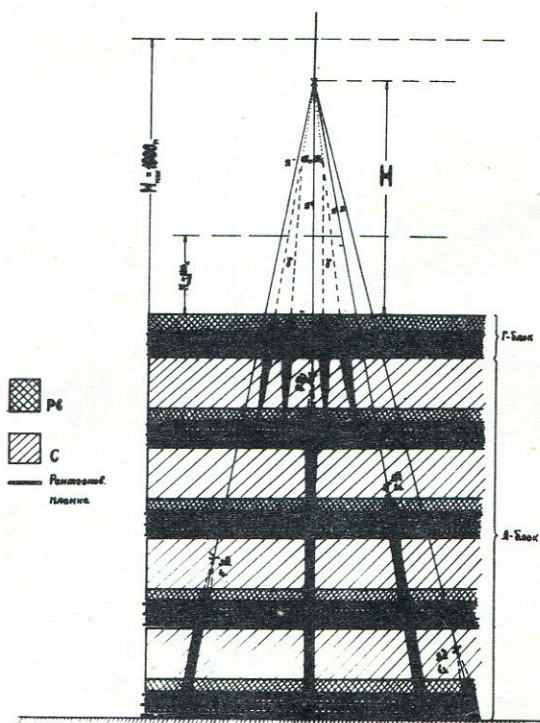


Рис. 8. Принцип действия эмульсионной камеры эксперимента "Памир". Мишенью служит слой воздуха толщиной "Н" над камерой. В Г-блоке регистрируются γ -кванты, в А-блоке - адроны. В камере измеряется энергия γ -квантов и адронов. По "мишенной диаграмме" и высоте "Н" находят пространственные углы частиц. Суммарная толщина камеры составляет $3,6 \lambda_{вз}$. Энергия первичной частицы определяется по суммарному энерговыделению в камере.

пада нейтральных пионов и адроны, генерированные в воздухе над камерой.

На рис.9 приведена фотография семейства γ -квантов, зарегистрированного в эксперименте "Памир". Суммарная энергия γ -квантов в семействе равна $4,4 \cdot 10^5$ Гэв. С учетом выборки событий по величине $\sum E_{\gamma}$ это соответствует первичной энергии, близкой к 10^6 Гэв. Следует подчеркнуть, что область измеряемых быстрот методом эмульсионных камер ограничена снизу сравнительно высоким энергетическим порогом регистрации γ -квантов. При поперечном импульсе γ -кванта, близком $0,1$ Гэв, регистрируется частица с наибольшим углом вылета $\theta = 10^{-4}$, что соответствует величине $u = 4$.

При образовании изобары или фрагмента с изотропным распадом в системе его покоя, ширина области быстрот, в которую попадают частицы, близка к 2. Поэтому можно ожидать раздельной регистрации частиц — продуктов фрагментации от продуктов пионизации лишь при первичных энергиях $E > 10^5$ Гэв, при которой величина $u_{\text{макс}} > 6$. Отметим, что при такой энергии практически все продукты фрагментации регистрируются эмульсионной камерой, так как для таких частиц минимальная величина переменной $u_{\text{мин}} = 0,01$.

Нами проанализирована информация по опубликованным в литературе данным по семействам γ -квантов с величиной $\sum E_{\gamma} > 10^5$ Гэв. Всего таких семейств около 20. На рис.10 показано суммарное распределение по быстротам (точнее, по $u = \lg \theta$) для семейств с разной суммарной энергией $\sum E_{\gamma}$. Сплошными линиями показана аппроксимация экспериментальных распределений, совпадающая по

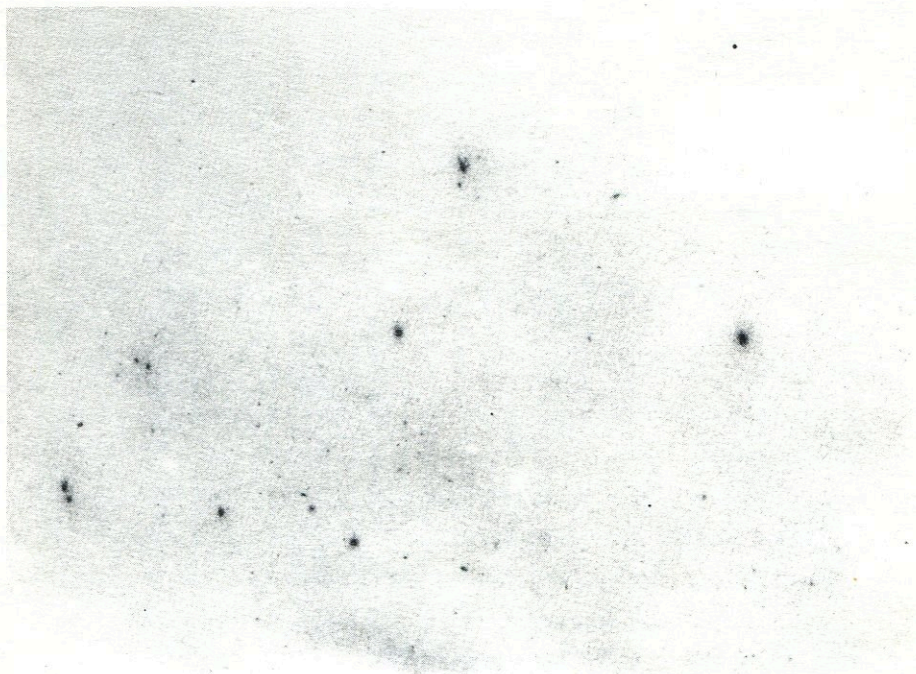


Рис.9. Фотография семейства γ -квантов, зарегистрированного в эксперименте "Памир". Семейство состоит из 61 γ -кванта с суммарной энергией $\sum E_{\gamma} = 4,4 \cdot 10^5$ Гэв. Угловое распределение γ - квантов в семействе показано на рис.10 под индексом Н I.

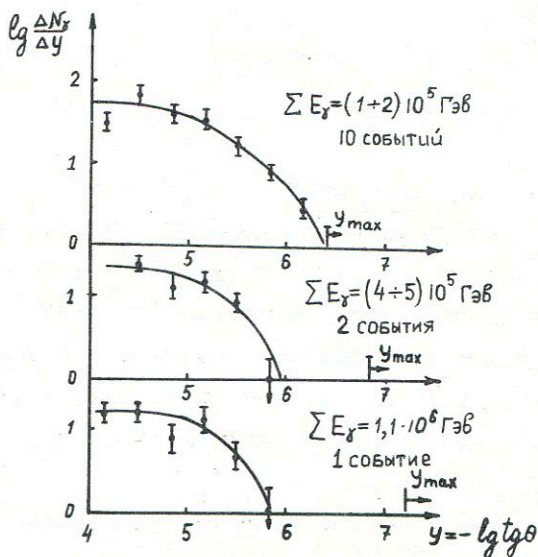


Рис.10. Усредненное дифференциальное распределение по быстроте (точнее $\lg \text{tg} \theta$) для семейств, имевших заданную величину ΣE_γ . Величина y_{max} определена в предположении о том, что энергия первичной частицы $E = \Sigma E_\gamma$. Сплошные линии показывают характер распределения по y для γ -квантов при энергии встречных колец.

форме с распределением при меньших энергиях, согласно данным ISR. Однако при такой усредненной картине имеются большие флуктуации в угловых распределениях для индивидуальных семейств. Соответствующие данные приведены на рис. II. Для большинства из них характерно, что область малых значений переменной γ , хотя и находится выше порога регистрации, не заполнена частицами. Если такой результат подтвердится в дальнейшем на существенно большей статистике, то это будет означать, что действительно область фрагментации в распределении по быстротам отделена от области пионизации. Более того, становится возможным изучение картины фрагментации, в частности, возможно определение массы фрагмента, характера его распада, импульсно-угловых характеристик вторичных частиц. Несмотря на скудость имеющейся сейчас информации, мы соблазнились сделать следующий шаг на уже имеющемся материале. По среднему значению $\langle \gamma \rangle$ для каждого семейства легко определить лоренц-фактор системы координат, в которой разлет γ -квантов симметричен:

$$P_z \gamma_s = - \langle e_z \gamma_s \theta \rangle = - \langle \gamma \rangle.$$

Тогда можно найти ту часть массы фрагмента, которая заключена в γ -квантах:

$$M_\gamma = \frac{\sum E_\gamma}{\gamma_s}.$$

Значение массы для указанных семейств, снабженных стрелкой на рис. II, оказалось близким к 2 Гэв. Число нейтральных пионов для них сравнительно невелико, 5 - 8. Это, однако, не означает, что среди продуктов фрагментации число заряженных адронов в среднем в два раза больше, т.к. семейства были отобраны по величине суммарной энергии $\sum E_\gamma$. Более того, в эксперименте

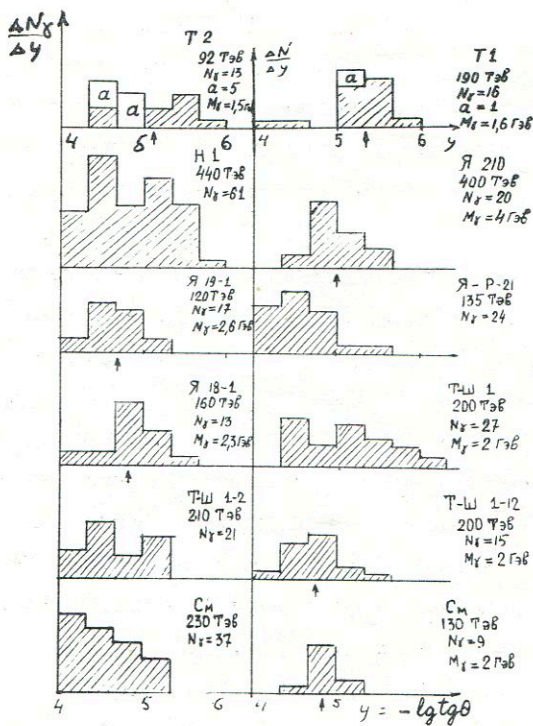


Рис. II. Угловые распределения для 12 индивидуальных семейств, у которых $\sum E_\gamma > 10^5$ Гэв. Порог регистрации γ -квантов близок величине $Y = 4$.

"Памир", в котором помимо γ - квантов регистрировались адроны, получена предварительная информация о том, что число адронов в семействе в среднем меньше числа γ - квантов /26/. Поэтому полная масса фрагмента, по-видимому, близка к 4 Гэв, как это и ожидалось в широкой области энергий от нескольких десятков Гэв до 10^5 Гэв, судя по постоянству величины положительного избытка мюонов. Отметим также, что в системе покоя предполагаемого фрагмента импульсно-угловые распределения соответствуют представлениям об его изотропном распаде с Бюзе-Планковским импульсным распределением.

Вопрос о том, является ли фрагмент нуклонной изобарой или это мезонный кластер (файрбол), еще не решен. Ответ на этот вопрос вскоре будет получен в эксперименте "Памир", в котором регистрируются как γ - кванты, так и адроны.

Особый интерес представляют семейства с большим числом γ - квантов $N_\gamma \sim 20-60$. Такие события японские физики интерпретировали как случаи образования сверхтяжелого кластера с массой $M_\gamma \sim 8$ Гэв и полной массой $M \sim 25$ Гэв. Первое событие такого типа было зарегистрировано в ядерных фотоэмульсиях Хдановым и Третьяковой /28/. На рис. 12 показано распределение числа семейств по величине M_γ по данным японских физиков; хотя разделение событий по величине массы на две группы статистически не обеспечено, тенденция к такой группировке наблюдается. Следует отметить, что в распределения вошли семейства как с малыми значениями $\sum E_\gamma \sim 10$ Тэв, для которых область фрагментации не может быть надежно отделена от области пионизации, так и семейства с величиной $\sum E_\gamma \sim 40$ Тэв, для

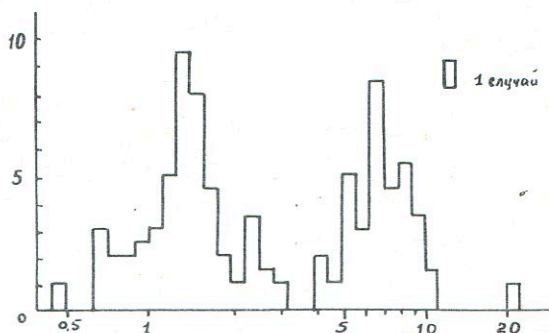


Рис.12 Распределение по инвариантной массе, заключенной в γ -квантах M_γ по данным японских физиков. Группировка событий слева относится к семействам γ -квантов, образованных в углеродной мишени и имевших $\sum E_\gamma \sim 5 \cdot 10^3$ Гэв. Группировка справа - семейства, образованные при существенно больших энергиях ($\sum E_\gamma \sim 4 \cdot 10^4$ Гэв) в воздухе над камерой.

которых такое разделение лежит на границе возможности. Поэтому на всем распределении, полученном японскими физиками, могла существенно сказаться априорность модельного подхода к обработке экспериментальных данных.

Пожалуй, самым удивительным является другой результат японских физиков — различие в распределении по поперечному импульсу для семейств с малой величиной массы и для событий с большой массой. Соответствующие результаты приведены на рис. 13. Следует, однако, и к этим данным подойти с осторожностью, т.к. события с большой массой, как правило, были генерированы в воздухе над установкой и поэтому в составе таких семейств возможна примесь частиц "сопровождения", т.е. частиц, образованных существенно дальше над установкой, чем наблюдаемое семейство.

Ясно, что сказанное о семействах γ -квантов и адронов представляет большой интерес, и для выяснения истинной картины образования семейств требуется дальнейшая интенсивная работа.

Исследования множественных процессов методом эмульсионных камер разворачиваются сейчас в нашей стране в широком масштабе. Первая экспериментальная камера экспонировалась на Памире в течение года в 1971—1972 гг. В 1975 году площадь камеры в эксперименте "Памир" будет доведена до 10^3 кв.м. Число полезных событий за год экспонирования такой камеры, энергия которых заключена в интервале 10^5 — 10^6 Гэв, составит несколько сотен. В работе принимают активное участие советские и польские физики.

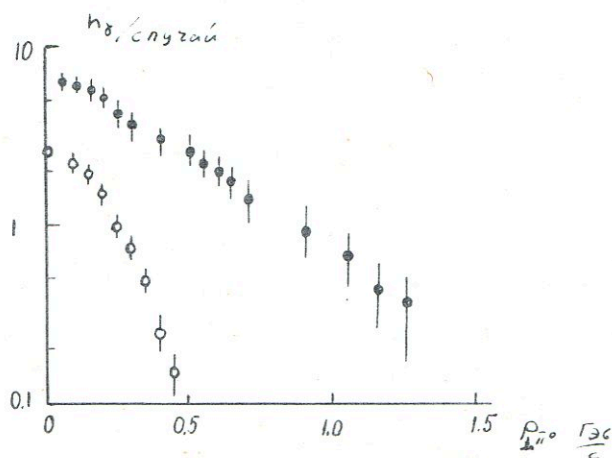


Рис. 13. Распределение по поперечному импульсу для семейств с массой $M \sim 2$ Гэв (ϕ) и большой массой, по данным японских физиков ($M \sim 8$ Гэв (ϕ)).

6. Заключение

Наибольшая информация о множественных процессах получена в космических лучах пока что в области энергий $2 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^4$ Гэв. Исследования в этой области весьма существенны для выбора той или иной теоретической модели множественных процессов. Большинство полученных результатов свидетельствуют о том, что общая картина процесса множественного рождения остается неизменной в этой области. Конечно, еще не решены очень многие вопросы, в частности, действительно ли в пионизационной области образуются 1, 2 или больше кластеров? По нашему мнению, существование таких кластеров может быть установлено в экспериментах в Батавии и на встречных кольцах в опытах с 4π -геометрией.

В отличие от такой общей картины, при энергиях, больших 10^5 Гэв, по результатам исследований космических лучей намечается проявление новых явлений, возможно, связанных с образованием сверхтяжелых фрагментов. О больших аномалиях при энергиях, больших 10^5 Гэв, свидетельствуют также результаты исследований широких атмосферных ливней /29/. Однако имеющаяся информация в области сверхвысоких энергий пока что весьма ограничена, но есть основания надеяться, что новые эксперименты дадут важную информацию и в этой области энергий.

Литература

1. Н.Л.Григоров, И.Д.Раппопорт, Г.А.Скуридин, И.А.Савенко.
Препринт МГУ, Москва /1969/. Изв. АН СССР. 34, № 8/1970/.
2. U.Amaldi, G.Cocconi, CERN NP, Preprint (1973)
3. Р.Глаубер УФН 104, №1/1971 /
В.В.Балашов. Изв. АН СССР. 34, 1677 /1972/.
4. Т.Канесо, Г.Уокоуама, К.Камата et al., Proc.International
Conf. Cosmic Rays, Hobart, 7, 2759 (1971).
G.v.Yodh, Y.Pal., J.Trefil Phys. Rev.Lett. 28, 1005(1972).
5. Т.А.Ершова, С.И.Никольский, Р.А.Нам и др.
Труды 13 межд. конф. косм. лучам. Денвер 3, 2191 (1973)
6. H.R.Ashann Phys. Rev. D 3, 2861 (1971).
7. В.А.Акимов, Н.Л.Григоров, В.Е.Нестеров Изв. АН СССР 35,
2117 /1971/.
8. Л.Т.Бородзей, Ю.А.Сморозин, Известия ФИАН 46, 200 /1970/.
9. Т.П.Аминова, С.А.Дубровина, И.В.Ракобольская и др.
Изв. АН СССР 36 № 8 1756 (1972)
10. Г.Т.Зацепин. ЖЭТФ 41, 1818 /1961/.
11. G.Ashey, J.Keiffel, JCSR, Hobart, 4, 1359 (1971).
12. Г.Т.Зацепин. Изв. АН СССР, 26, 674 /1962/.
13. Е.Л.Фейнберг, УФН 70, 333 /1960/.
Д.С.Чернавский, Е.Л.Фейнберг УФН, 82, 3 /1962/
Е.Л.Фейнберг УФН 104, 539 /1971/.
14. С.А.Славатинский. Труды ФИАН 46, 40 /1970/.
15. К.А.Тер-Мартеросян - Труды Междун. конф. по высоким
энергиям, Батавия США /1972/.
16. В.А.Абрамовский, В.Н.Грибов, О.В.Канчели. Труды Межд.конф.
по высоким энергиям. Батавия, США /1972/.

17. Н.А.Добротин, К.А.Котельников, С.А.Славатинский и др.
Изв. АН СССР 37 № 7 1362 (1973)
18. Л.Б.Волкова Изв. АН СССР 34, 1882 /1970/.
19. E.Gierula, M.Miesovich Nuovo Cim., 8, 166 (1958)
K.Niu Nuovo Cim., 18, 1 (1960).
G.Cocconi Phys. Rev., 111, 1699 (1958).
20. В.Д.Гусева, Н.А.Добротин, С.А.Славатинский и др.
Изв. АН СССР 26, 549 /1962/.
21. Н.Н.Ройнишвили. Письма в ЖЭТФ 13, 243 /1971/.
22. Д.С.Чернавский. Труды XV Международн. конференции по высоким энергиям. Киев, I, 415, Изд-во ОИЯИ, Дубна /1972/.
23. В.Н.Акимов, Н.А.Добротин, А.М.Лебедев, С.А.Славатинский и др.
Изв. АН СССР, 35, 2017 /1971/.
24. Д.Т.Бородзей, Ю.А.Сморodin и др. Труды ФИАН, 46, 200 /1970/.
Препринт ФИАН № 65 /1971/.
25. Ю.А.Сморodin. Труды 13 конф. косм. лучам Денвер 3, 2282 (1973)
26. Сотрудничество: ФИАН СССР, ИЯИ СССР, ИФАИ Груз. СССР, ФТИ
АНТадж. ССР, НИИЯФ МГУ, Изв. АН СССР 37, № 7, 1363 /1973/
27. Chacaltaya Emulsion Chamber Experiment Suppl.Prog.Theor.Phys.
47, 1 (1971).
28. Г.Б.Жданов, М.И.Третьякова. Изв. АН СССР 37, № 7 1368 (1973)
29. Г.Б. Христиансен Изв. АН СССР 37, 1427 (1973)

ОСОБЕННОСТИ МЕХАНИЗМА НЕУПРУГОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПИОНОВ С НУКЛОНАМИ ПРИ УСКОРИТЕЛЬНЫХ ЭНЕРГИЯХ.

А.Х.Виницкий, Ж.С.Такибаев.

Институт физики высоких энергий АН Каз.ССР

Нами были проведены исследования вторичных мезонов в $\bar{K}N$ -взаимодействиях, образованных в ядерной эмульсии при энергии 7,5^{/1/}, 17,0^{/2/}, 60,0 ГэВ^{/3/}. Методика отбора взаимодействий и идентификация частиц описаны в работах^{/1-3/}. Кроме того, использовались данные, полученные на водородной пузырьковой камере при энергии налетающего \bar{K}^- -мезона 10,0 ГэВ^{/4/}.

Как было показано в указанных работах, угловое распределение вторичных частиц асимметрично в СЦМ, а степень асимметрии падала с ростом множественности. При этом предполагалось, что пион-нуклонные взаимодействия можно разделить на центральные и периферические. Одним из основных критериев центральности взаимодействий является симметричность разлета вторичных частиц в СЦМ. В связи с этим в данной работе все взаимодействия при любой энергии делились на две группы по множественности заряженных частиц, причем критерием разделения на эти группы служила степень асимметрии в угловом распределении пионов. В первую группу были отобраны малолучевые взаимодействия, которые имели асимметричное угловое распределение, а во вторую группу - взаимодействия с множественностями, начиная с которых распределение вторичных пионов в пределах ошибок можно было считать симметричным. Таким образом, в первую группу (периферические взаимодействия) были отобраны случаи при энергии 7,5 ГэВ с числом лучей $n \leq 4$, при 17,0 ГэВ $n \leq 6$ и при 60,0 ГэВ $n \leq 8$. Соответственно во вторую группу вошли множественности $5 \leq n \leq 8$ (7,5 ГэВ), $7 \leq n \leq 12$ (17 ГэВ) и $9 \leq n < 20$ (60,0 ГэВ).

При всех рассматриваемых энергиях были построены распределения вторичных $\tilde{\Lambda}^+$ -мезонов по величине $x = \frac{P_{\parallel}^*}{P_{\max}^*}$, где P_{\parallel}^* и P_{\max}^* - параллельный и максимальный импульсы $\tilde{\Lambda}$ -мезона в СЦМ (рис.1). Эти распределения аппроксимировались функциями, следующими из различных модельных представлений, которые наиболее часто используются в литературе:

$$f_1 = e^{ax+b} \quad /5/, \quad f_2 = e^{ax^2+b} \quad /6/,$$

$$f_3 = \frac{1}{ax+b} \quad /7/, \quad f_4 = \frac{1}{\sqrt{ax^2+b^2}} \quad /8/,$$

$$f_5 = \frac{1}{ax^2+b} \quad *)$$

Все пять функций фитировались подбором коэффициентов "a" и "b" по методу наименьших квадратов. В результате проведенного исследования оказалось, что наилучшее согласие с экспериментом при всех энергиях дает $f_1(x)$, несколько хуже $f_5(x)$, остальные же функции дают неудовлетворительное согласие с полученными данными, особенно это проявляется для малых множественностей (первая группа). Вероятности совпадения рассматриваемых функций с экспериментальными данными, рассчитанные по методу χ^2 , представлены в таблице 1.

На основе вышесказанного, дальнейший анализ проводился с использованием структурной функции $f_i(x) = e^{ax+b}$. В таблице 2 приводятся значения коэффициента "a", характеризующего наклон спектра для пионов из I и 2 групп при различных энергиях налетающего $\tilde{\Lambda}^-$ -мезона. Видно, что при всех энергиях для I группы наклоны в спектре вперед идущих пионов сильно отличаются от наклонов в спектре для назад идущих пионов. Далее следует отметить, что значения коэффициента "a", особенно для больших множественностей, близки при энергии 17,0 и 60,0 Гэв и значительно отличаются от величины "a" при энергии 7,5 Гэв. Возможно, это говорит о том, что скейлинговое поведение спектров начинается

x) Формула подобрана эмпирически.

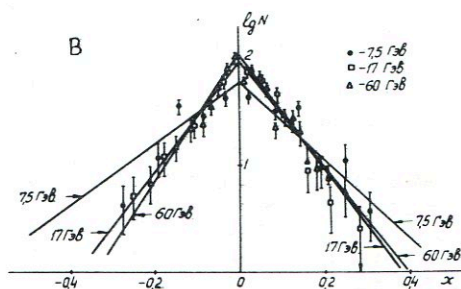
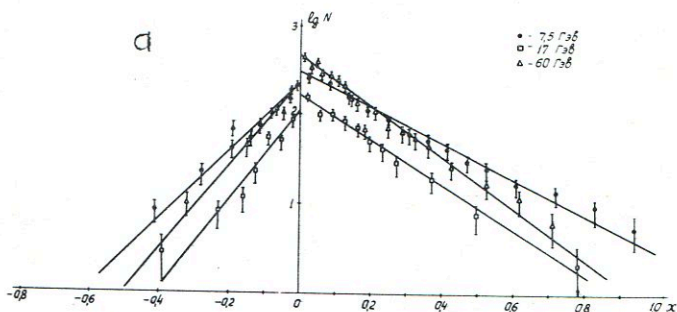


Рис. I. Распределение заряженных пионов по $X = \frac{P_{\pi}^*}{P_{\text{max}}}$ при различных энергиях первичного пиона.
 а) группа I, б) группа 2. Экспериментальные значения фитировались функцией f_1 .

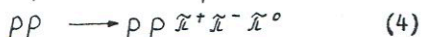
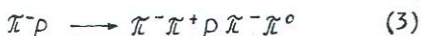
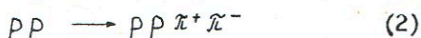
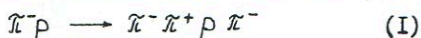
Таблица 1.

Е (Гэв)	Гр.	Напр. движ. в СЦМ	P_{f_1}	P_{f_2}	P_{f_3}	P_{f_4}	P_{f_5}
7.5	1	впер.	$\geq 10\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\geq 10\%$
	1	наз.	$\geq 10\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\geq 10\%$
	2	впер.	$\sim 5\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\sim 5\%$
	2	наз.	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$
17	1	впер.	$\geq 10\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\geq 10\%$
	1	наз.	$\geq 10\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\geq 10\%$
	2	впер.	$\geq 10\%$	$\geq 10\%$	0.05%	0.05%	5%
	2	наз.	$\geq 10\%$	$\sim 5\%$	0.05%	0.05%	10%
60	1	впер.	$\geq 10\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\geq 10\%$
	1	наз.	$\geq 10\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\sim 5\%$
	2	впер.	$\geq 10\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\sim 5\%$
	2	наз.	$\geq 10\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\leq 0.05\%$	$\geq 10\%$

Таблица 2.

Группа	Напр. движ. в СЦМ	7.5 Гэв	17.0 Гэв	60.0 Гэв
1	вперед	-4.47 ± 0.36	-5.61 ± 0.36	-6.69 ± 0.36
	назад	7.95 ± 0.81	10.54 ± 1.51	8.44 ± 1.14
2	вперед	-6.75 ± 1.82	-12.16 ± 2.17	-11.18 ± 1.30
	назад	6.27 ± 1.86	11.23 ± 0.68	12.04 ± 1.30

в области 20-60 Гэв. Если сравнить наклоны спектров пионов из pp -взаимодействий^{/5/} с полученными в настоящей работе, то оказывается, что спектры пионов из pp -взаимодействий имеют тот же наклон, что и пионы, идущие назад в СЦМ в пион-нуклонных взаимодействиях. Этот факт был проверен изучением определенных реакций. Так, были взяты 4^X -лучевые взаимодействия при энергии 10,0 Гэв в $\bar{\pi}p$ и pp -взаимодействиях, причем использовались фидируемые каналы:



Оказалось, что наклоны в спектре пионов, летящих назад, в СЦМ для реакции (1) и (3), равны соответственно $4,19 \pm 0,55$ и $6,33 \pm 0,71$, а вперед- $1,22 \pm 0,28$ и $2,26 \pm 0,35$. В то же время наклоны спектров пионов из pp -взаимодействий для реакции (2) и (4) равны соответственно $4,51 \pm 0,58$ и $5,48 \pm 0,69$. Как видно, наклоны спектров пионов из pp -взаимодействий в пределах ошибок равны наклонам спектров пионов, летящих назад в СЦМ из $\bar{\pi}p$ -взаимодействий и резко отличаются от наклонов спектров пионов из $\bar{\pi}p$ -взаимодействий, движущихся вперед в СЦМ.

Интересно далее посмотреть, за счет каких частиц имеется расхождение распределений по X между вперед и назад идущими частицами в СЦМ. Для этого были построены разностные кривые между вперед и назад идущими пионами для I группы взаимодействий. Оказалось, что кривые при разных энергиях имеют одну и ту же форму, причем максимумы этих кривых попадают в область от $0,01 \pm 0,10 X$ и смещаются в область малых X с увеличением энергии первичных частиц (рис. 2). Следовательно, расхождение в спектрах вперед и назад летящих пионов нельзя объяснить наличием только лидирующих частиц ($x > 0.3$), так как большинство

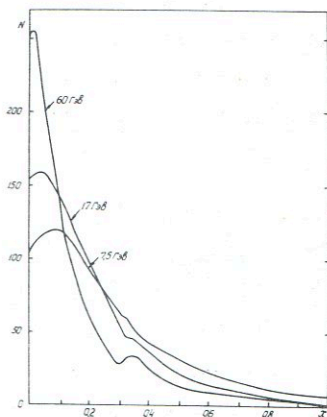


Рис.2. Разностное распределение по величине $X = \frac{P_{II}^*}{P_{max}}$ между вперед и назад движущимися пионами для I группы при различных энергиях первичного пиона.

частиц, дающих асимметрию, имеют значения $\chi < 0,3$. Все указанные факты легко можно объяснить, если предположить, что в периферических взаимодействиях характер распределений по "X" зависит от природы сталкивающихся частиц. Другими словами, как бы образуются возбужденные состояния пионов и нуклонов, которые движутся преимущественно в противоположных направлениях и затем распадаются. Причем распад этих состояний может идти как каскадно через известные резонансные состояния типа ρ и ω -мезона, так и непосредственно в пионы. Вероятно, с увеличением массы резонансного состояния происходит сближение возбужденных уровней, и в настоящее время при существующей экспериментальной технике их невозможно обнаружить.

Рассмотрим вопрос, связанный со множественностью рожденных частиц. Известно, что множественность в пион-нуклонных взаимодействиях выше, чем в протон-нуклонных взаимодействиях¹⁹⁾. Выясним, с чем это связано. В таблице 3 представлены средние значения множественностей из пион-нуклонных взаимодействий $\langle n_{\pi N} \rangle_{\chi}$ отдельно для вперед и назад идущих пионов при различной энергии первичной частицы. Там же представлены средние значения множественности заряженных пионов из pN -взаимодействий $\langle n_{pN} \rangle_{\chi}$. Данные по множественности пионов из протон-нуклонных взаимодействий вычислялись следующим образом. Бралась средняя множественность всех заряженных частиц и из нее вычиталось среднее число протонов, приходящееся на одно взаимодействие n_p , полученное значение делилось пополам, для того чтобы получить значение, соответствующее одной из полусфер в СЦМ (таблица 3). Как видно из таблицы, средняя множественность $\langle n_{pN} \rangle_{\chi}$ равна $\langle n_{\chi N} \rangle_{\chi}$ для пионов из χN -взаимодействий, идущих в заднюю полусферу, и меньше $\langle n_{\chi N} \rangle_{\chi}$ для пионов, летящих в переднюю полусферу. Если исходить из выдвинутой ранее гипотезы, что в периферических взаимодействиях (I группа)

Таблица 3.

E_0	$\pi^-N (I_{гр.} + II_{гр.})$		ρ^N	$I_{гр.}$
	вперед	назад	$\frac{\langle n_{pN} \rangle - n_p}{2}$	$\langle n_{\pi N} \rangle - \langle n_{\pi N} \rangle_B$
7.5 Гэв	1.75 ± 0.06	0.98 ± 0.03	1.00	0.97 ± 0.07
17.0 Гэв	2.35 ± 0.07	1.12 ± 0.03	1.25	1.37 ± 0.10
60.0 Гэв	3.89 ± 0.26	2.26 ± 0.16	2.30	2.23 ± 0.30

идет процесс через образование возбужденных состояний нуклона и пиона, то можно сделать вывод, что пионные резонансы в среднем распадаются на большее число пионов, чем нуклонная изобара. Причем с ростом энергии, т.е. с ростом массы возбужденных сгустков, это расхождение увеличивается.

Литература:

1. А.Х.Виницкий, И.Г.Голяк, В.И.Руськин, Ж.С.Такибаев, *ЖЭТФ*, 44, 424, (1963).
2. З.В.Анзон, А.Х.Виницкий, М.Избасаров и др. Труды ИЯФ АН КазССР, Алма-Ата, 7, 100 (1967). Изв. АН КазССР, серия физ.-мат. 6, 13 (1967).
3. Ж.С.Такибаев, И.Я.Часников, А.Х.Виницкий и др. ЯФ, 16, 539 (1972)
4. Е.О.Абдрахманов, А.Н.Басина, А.Х.Виницкий и др. Изв. АН КазССР серия физ.-мат. 2, 5 (1969).
5. H.Boggild, K.H.Hansen, M.Suk, *Nucl.Phys.* B27, 1 (1971).
6. N.E.Baly, L.S.Brown, R.D.Peccei, Pignotti. *Phys.Rev.Lett.* 25, 527 (1970).
7. R.D.Feyman. *Phys.Rev.Lett.* 23, 1415 (1969).
8. Min-Shin Chen, Ling-Lie Wang, T.F.Wang. *Phys.Rev.Lett.* 26, 280 (1970).
9. O.Czayzewski, K.Rybicki. *Nucl.Phys.* B47, 633 (1972).

ОБРАЗОВАНИЕ ТЯЖЕЛЫХ КЛАСТЕРОВ В ПЕРИФЕРИЧЕСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ АДРОНОВ

Ж.С.Такибаев, П.А.Усик

Институт физики высоких энергий АН Казахской ССР, Алма-Ата

В настоящее время основной экспериментальной информацией, из которой могут быть извлечены сведения о механизме множественных процессов в широком интервале первичных энергий, являются данные по топологическим сечениям протон-протонных взаимодействий.

Из опыта, в частности, следует, что величина $\frac{D}{D^p}$, отношение дисперсии наблюдаемого распределения по числу отрицательно заряженных частиц N_- к дисперсии соответствующего пуассоновского распределения, монотонно возрастает с увеличением первичного импульса от 10 до 303 Гэв/с /рис.1/. Моделирование распределения по N_- показывает, что результаты, представленные на рис.1, могут быть качественно воспроизведены, если предположить, что с ростом энергии происходит образование все более тяжелых кластеров (распадающихся на все большее число частиц) и уширяется их распределение по массам. В этом случае суммарное распределение по N_- , представляющее собой суперпозицию пуассоновских распределений, оказывается более широким, чем распределение Пуассона, соответствующее наблюдаемому среднему значению $\langle N_- \rangle$. Такое поведение множественных процессов представляется естественным. Действительно, кластеризация, обусловленная короткодействием адронных полей, имеет место во всем диапазоне энергий. Но с увеличением энергии проявление кластеризации должно усиливаться вследствие увеличения плотности энергии в начальной стадии взаимодействия пропорционально $S\gamma^{-3}$, где $S=(2\gamma_c)^2$, γ_c - лоренц-фактор C -системы в L -системе, γ_c - эффективный радиус вза-

имодействия. Начальная плотность энергии возрастает с увеличением S даже в случае логарифмического роста радиуса взаимодействия ($\tau \sim \ln S$). На этом основании можно предположить, что с увеличением концентрации энергии возрастает вероятность слияния легких кластеров и что при энергиях порядка 10^{11} эв основную роль начинают играть процессы, идущие через образование и последующий распад одного тяжелого кластера ("суперкластера"). В настоящем сообщении приводятся результаты проверки этого реалистичного, на наш взгляд, предположения.

Для описания разлета суперкластера на частицы использовано одномерное приближение гидродинамической модели множественного образования частиц /1-5/, уточненное применительно к рассматриваемой задаче. Удобными характеристиками оказались функции $\alpha_K = \alpha(\epsilon_0/\epsilon_K)$ и $\beta_K = \beta(\epsilon_0/\epsilon_K)$, т.е. доля энтропии и доля энергии системы, приходящиеся на частицы, образующиеся в области автомодельного расширения /4/, когда температура элемента системы достигает некоторого критического значения T_K , плотность энергии становится равной $\epsilon_K = \epsilon(T_K)$, а лоренц-фактор элемента в системе покоя суперкластера (S - системе) $\bar{\gamma}_K = \bar{\gamma}(\epsilon_0/\epsilon_K)$. Величины α_K , β_K и $\beta_K/\alpha_K \bar{\gamma}_K$ как функции отношения начальной ϵ_0 и конечной ϵ_K плотностей энергии, полученные численным интегрированием, приведены на рис.2. Плотность энергии суперкластера в начальном состоянии определяется соотношением $\epsilon_0 = M_s V_0^{-1} \bar{\gamma}_c$, где M_s - масса суперкластера, $V_0 \bar{\gamma}_c^{-1}$ - его начальный объем.

Плотность энергии в конечном состоянии ϵ_K вычислялась с использованием соотношений работы /3/ как сумма плотностей энергии для всех известных в настоящее время адронов /6/. Значение ϵ_K при $T_K = \mu$ найдено равным $2,4 \mu (4/\mu)^{-3}$, где $\mu = 0,14$ Гэв - энергия

покоя пиона. С учетом различных каналов распада резонансных частиц найдено, что в случае распада суперкластера с зарядом и странностью, равными нулю, основная доля энергии $\delta_{\pm} = 0,60$ уносится заряженными частицами, энергия мезонов и гамма-квантов составляет 30%, на долю нейтральных каонов приходится около 10% энергии суперкластера. Средняя энергия заряженной частицы в собственной системе элемента суперкластера $\langle E_{\pm} \rangle = 0,51$ ГэВ. Среднее число заряженных частиц $\langle n_{ch} \rangle_S$ от распада суперкластера с массой M_S находилось следующим образом. В области автомодельного расширения уносится лишь доля α_K от полной энтропии суперкластера. Следовательно, энергия, уносимая заряженными частицами, образующимися в этой области, в S -системе равна $\alpha_K \langle n_{ch} \rangle_S \langle E_{\pm} \rangle \bar{\gamma}_K$. Энергия всех заряженных частиц от распада суперкластера имеет в β_K^{-1} раз большее значение и составляет $\alpha_K \beta_K^{-1} \langle n_{ch} \rangle_S \langle E_{\pm} \rangle \bar{\gamma}_K$. Отсюда средняя энергия заряженной частицы в S -системе получается равной

$$\langle E_{ch} \rangle_S = \langle E_{\pm} \rangle \alpha_K \beta_K^{-1} \bar{\gamma}_K.$$

С другой стороны,

$$\langle E_{ch} \rangle_S = \frac{(M_S - |Q_S|) \langle E_{\pm} \rangle \alpha_K \beta_K^{-1} \bar{\gamma}_K \delta_{\pm}}{\langle n_{ch} \rangle_S - |Q_S|},$$

где Q_S - заряд суперкластера. Из последних двух равенств следует

$$\langle n_{ch} \rangle_S = \left(\frac{M_S}{\langle E_{\pm} \rangle \alpha_K \bar{\gamma}_K} - |Q_S| \right) \delta_{\pm} + |Q_S|.$$

Среднее число заряженных частиц в pp -взаимодействии получается путем усреднения $\langle n_{ch} \rangle_S$ по распределению масс суперкластеров $\sigma_{in}^{-1} \frac{d\sigma_{in}(M_S)}{dM_S}$ и добавления среднего числа частиц некластерного

происхождения $\langle \nu \rangle$:

$$\langle n_{ch} \rangle = G_{in}^{-1} \delta_{\pm} \int_{M_{S \min}}^{M_{S \max}} \left(\frac{M_S}{\langle E_{\pm} \rangle} \frac{\beta_{\kappa}}{\alpha_{\kappa} \gamma_{\kappa}} - |\langle Q_S \rangle| \right) dG_{in}(M_S) + |\langle Q_S \rangle| + \langle \nu \rangle. \quad (I)$$

В расчетах использовалось распределение по M_S , полученное согласно модели одномезонного обмена с учетом экспоненциального фактора для нуклонной вершины /7/. В этой модели $\langle Q_S \rangle = \frac{4}{3}$, $\langle \nu \rangle = \frac{2}{3}$, $M_{S \min} = 2\mu$, $M_{S \max} = 2(\gamma_c - 1)$.

Для определения V_0 результаты расчетов по формуле (I) нормировались на значение $\langle n_{ch} \rangle = 7,68$ при $P_0 = 205$ Гэв/с /8/. Найдено, что $V_0 = 25(1/\mu)^3$. Использование этого значения в расчетах для $P_0 = 102$ и $P_0 = 303$ Гэв/с дало результаты $\langle n_{ch} \rangle_{102} = 6,3$, $\langle n_{ch} \rangle_{303} = 8,5$, близкие к опытным /9,10/. Зависимость $\langle n_{ch} \rangle$ от P_0 , получаемая в данном подходе, представлена на рис.3.

Для более полного сравнения с опытом вычислены распределения по n_- . С этой целью для i -го интервала в распределении M_S вычислялось значение

$$\langle n_- \rangle_i = \left(\frac{M_{S i}}{\langle E_{\pm} \rangle} \frac{\beta_{\kappa}}{\alpha_{\kappa} \gamma_{\kappa}} - |\langle Q_S \rangle| \right) \frac{\delta_{\pm}}{2}.$$

Затем распределения Пуассона для всех значений $\langle n_- \rangle_i$ суммировались с их весами. Вычисленные таким образом распределения по n_- для первичных импульсов $P_0 = 102, 205$ и 303 Гэв/с приведены на рис.4а,в,с. Расчетные значения отношения $\frac{\langle n_{ch} \rangle}{\mathcal{D}_{ch}}$ при $P_0 = 205$ и 303 Гэв/с оказались равными 2,0, в то время как экспериментальные значения равны соответственно $1,97 \pm 0,10$ и $2,02 \pm 0,06$ /8,10/. Наряду с распределениями по числу частиц рассмотрены угловые распределения при $P_0 = 205$ Гэв/с и $P_0 = 1060$ Гэв/с.

В первом случае угловое распределение частиц, образующихся в области нетривиального решения, вычислялось в одномерном приближении. С использованием результатов работы /II/ вклад в угловое распределение в L -системе от области нетривиального решения при распаде суперкластера с массой M_S записывается как

$$\frac{d\langle N_{ch} \rangle_S}{d\lg(\gamma_S \tg \theta)} = \langle N_{ch} \rangle_S (1 - \alpha_K) \frac{\exp[-\lg^2(\gamma_S \tg \theta) / 2 \lg^2 e \cdot \sigma_S^2]}{\lg e \sqrt{2\pi} \sigma_S}, \quad (2)$$

где θ - угол вылета частицы в L -системе, γ_S - лоренц-фактор суперкластера в L -системе, $\sigma_S = \sqrt{\frac{3}{4} \ln\left(\frac{\xi_0}{\xi_K}\right)}$.

Вклады от областей автомодельного решения рассчитывались с использованием результатов монографии /I2/, с учетом того обстоятельства, что элементы системы в этих областях имеют в S -системе в момент распада один и тот же лоренц-фактор $\bar{\gamma}_K$, угловое распределение частиц в собственной системе элемента изотропно, а импульсный спектр близок к планковскому при температуре $T_K = \mu$.

Движение суперкластера в C -системе, характеризующееся лоренц-фактором γ_S^C , учитывалось в среднем, то есть для каждого значения M_S бралось значение $\langle \gamma_S^C(M_S) \rangle$. Поэтому

$$\gamma_S = \gamma_C \langle \gamma_S^C(M_S) \rangle \pm \sqrt{(\gamma_C^2 - 1) [\langle \gamma_S^C(M_S) \rangle^2 - 1]}.$$

Суммарное угловое распределение в L -системе находилось путем суммирования вкладов автомодельного и нетривиального решений для заданного значения M_S и последующего суммирования по распределению M_S . На рис.5 угловое распределение частиц при $P_0 = 205$ Гэв/с сравнивается с данными по pp -взаимодействиям, полученным в фото-

эмульсионном эксперименте /13/. Следует заметить, что учет распределений по γ_s^c для каждого значения M_s улучшил бы согласие с опытом в области самых малых углов.

В вычислениях углового распределения заряженных частиц при энергии 1060 Гэв учитывалось, что для описания разлета частиц из области нетривиального расширения необходимо учитывать трехмерную стадию. Поэтому, на основании результатов работы /11/, в (2) значение дисперсии взято равным $\sigma_s = 0,56 \ln\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_k}\right) + 1,5$.

Результаты расчета сравниваются на рис.6 с данными работ /14,15/.

Из приведенных выше результатов видно, что подход, основанный на гипотезе об образовании суперкластеров в периферических взаимодействиях адронов и представлении о суперкластере как о статистической суперпозиции всех известных адронов, позволяет описать следующие наблюдаемые характеристики pp -взаимодействий при энергиях $10^{11} + 10^{12}$ эв:

- свойства топологических сечений,
- угловые распределения заряженных частиц,
- зависимость $\langle N_{ch} \rangle$ от первичной энергии,
- существование "асимметричных" и "двухмаксимумовых" ливней,
- состав вторичных частиц.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ландау Л.Д. - Известия АН СССР, сер. физ. 1953, 17, 51.
2. Халатников И.М. - ЖЭТФ, 1954, 26, 529.
3. Беленький С.В. - ДАН СССР, 1954, 99, 523.
4. Герасимова Н.М., Чернавский Д.С. - ЖЭТФ, 1955, 29, 372.
5. Розенталь И.Л. - ЖЭТФ, 1956, 31, 278.
6. Санько Л.А., Такибаев Ж.С., Усик П.А. - Труды Всесоюзной конференции по физике космических лучей (Ташкент 1968), М., 1969, ч. I, вып. 3, 43.
7. Кучин И.А., Усик П.А. - ЖЭТФ, 1964, 46, 1257; Известия АН СССР, сер. физ. 28, 1821.
8. Charlton G. et al. -Phys.Rev.Lett., 1972, 29, 515.
9. Chapman J.W. et al. -Phys.Rev.Lett., 1972, 29, 1686.
10. Dao F.T. et al. -Phys.Rev.Lett., 1972, 29, 1627.
11. Милехин Г.А. - ЖЭТФ, 1958, 35, 1185.
12. Балдин А.М., Голдманский В.Н., Максименко В.М., Розенталь И.Л. Кинематика ядерных реакций, 1968, М., Атомиздат, 154.
13. Препринт ФИАН СССР, 1973, № 68.
14. Barbiellini G. et al. -Phys.Lett., 1972, 39B, 294.
15. Babecki J. et al. -Phys.Lett., 1972, 40B, 507.
16. Czyzewski O., Rybicki K. -Nucl.Phys., 1972, B47, 633.
17. Neuhofer G. et al. -Phys.Lett. 1971, 37B, 438; 38B, 51.
18. Breidenbach M. et al. -Phys.Lett., 1972, 39B, 654.

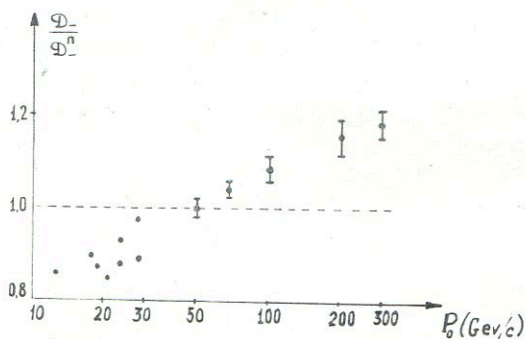


Рис.1. Зависимость отношения $\frac{D_-}{D_n}$ для pp-взаимодействий от первичного импульса P_0 . Экспериментальные данные взяты из работ /8,10/ и обзора /16/.

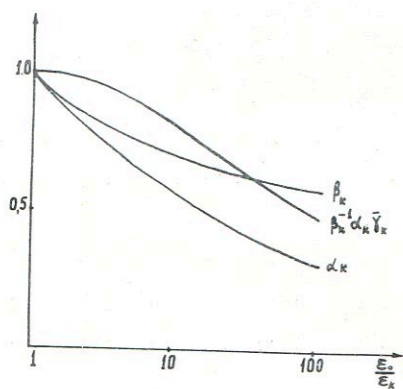


Рис.2. Значения функций α_k , β_k и $\beta_k^{-1} \alpha_k \bar{y}_k$ в зависимости от отношения начальной и конечной плотностей энергии $\frac{E_0}{E_k}$.

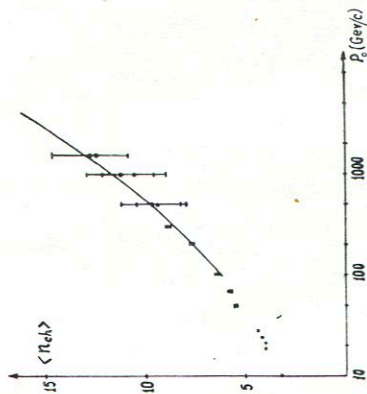


Рис. 3.

Зависимость средней множественности заряженных частиц $\langle N_{ch} \rangle$ в рр-взаимодействиях от первичного импульса P_0 . Экспериментальные значения взяты из обзора /16/ и работ /8-10; 17,18/.

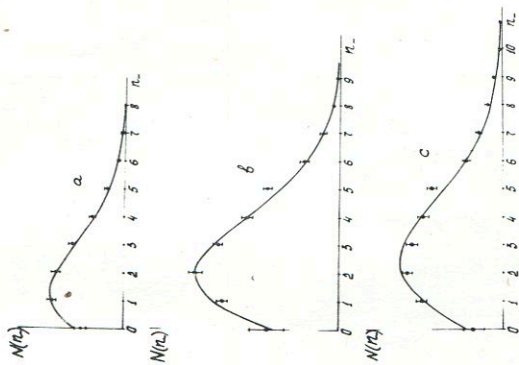


Рис. 4.

Топологические сечения рр-взаимодействий при различных первичных импульсах:

- а) $P_0 = 102$ Гэв/с/9/, в) $P_0 = 205$ Гэв/с /8/,
- с) $P_0 = 303$ Гэв/с /10/.

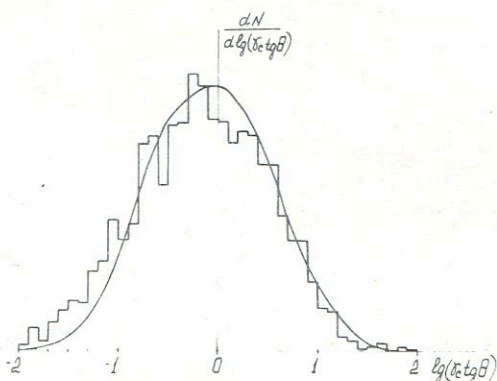


Рис.5. Угловое распределение заряженных частиц в pp -взаимодействиях при $P_0 = 205$ Гэв/с. Гистограмма построена по данным работы /13/.

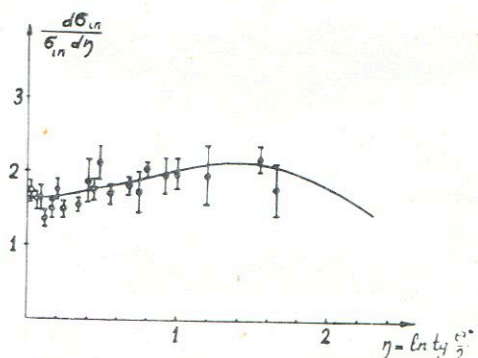


Рис.6. Угловое распределение заряженных частиц в pp -взаимодействиях на встречных пучках при эквивалентном первичном импульсе $P_0 = 1060$ Гэв/с. Светлые кружки - данные работы /14/, черные кружки - данные работы /15/. Кривая - результат расчета.

МНОЖЕСТВЕННЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПИОН-ЯДЕРНЫХ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

Э.В.Анзон, Ж.С.Такибаев, И.Я.Часников

Институт физики высоких энергий АН КазССР

Работа является продолжением исследований неупругих взаимодействий пионов с ядрами в фотоэмульсиях, облученных на ускорителях в Дубне, Женеве, Серпухове η^- -мезонами с энергией 7,5, 17 и 60 Гэв /1/. Общее число анализируемых неупругих пион-ядерных взаимодействий ~ 7500 .

В работе /1/ было показано, что результаты расчетов по каскадной модели /2/ не согласуются с экспериментальными данными. Там же /1/ было высказано предположение, что постоянство среднего числа каскадно-испарительных (медленных) частиц $\langle N_h \rangle$ в зависимости от энергии первичной частицы E_0 объясняется слабым участием во взаимодействиях внутри ядра вторичных частиц, образованных в столкновениях налетающей частицы с одним из нуклонов ядра, а увеличение числа ливневых (быстрых) частиц $\langle n_s \rangle$ с ростом энергии ($n_s \sim \ln E_0$) - последовательным взаимодействием лидирующей ("сохранившейся" первичной) частицы с другими нуклонами ядра.

Расчеты /3,4/, выполненные по новому варианту каскадно-испарительной модели с учетом более точных характеристик пион-нуклонных (πN) взаимодействий в области энергий, достижимых на Серпуховском ускорителе, также не описывают полностью экспериментальных данных (см. таблицу I).

Ранее /5/ было отмечено, что отношение ($\langle n_s \rangle / 2$) числа средней множественности к корню квадратному из величины дисперсии распределения по множественности слабо зависит от энергии и природы

Таблица I

Средние характеристики быстрых и медленных частиц
в ливнях, образованных π^- -мезонами с энергией 60 Гэв

Характеристики	$N_h = 0 \pm 1$	$N_h = 2 \pm 7$	$N_h \geq 8$	$N_h \geq 0$	CND	A_g, β_2	
$\langle N_S \rangle$	Опыт	6,18 \pm 0,26	7,61 \pm 0,28	II, 77 \pm 0,44	9,23 \pm 0,25	7,68 \pm 0,44	9,9 \pm 0,29
	Расчет	3,9 \pm 0,3 ^x	6,3 \pm 0,3 ^x	II 1 \pm 0,6 ^x	8,1 \pm 0,4 ^x	7,0 ^{xx}	I2 ^{xx}
$\langle N_S \rangle / \langle N_h \rangle$	Опыт	1,83 \pm 0,11	1,65 \pm 0,10	2,09 \pm 0,11	1,78 \pm 0,07	2,04 \pm 0,17	1,79 \pm 0,08
	Опыт	0,42 \pm 0,02	4,03 \pm 0,15	15,22 \pm 0,60	7,02 \pm 0,16	3,70 \pm 0,21	10,60 \pm 0,30
$\langle N_h \rangle$	Расчет	0,35 \pm 0,03 ^x	4,4 \pm 0,2 ^x	13,3 \pm 0,9 ^x	7,2 \pm 0,3 ^x		10,3 \pm 0,3 ^{xx}
	Опыт	0,39 \pm 0,01	0,36 \pm 0,02	0,38 \pm 0,02	0,37 \pm 0,01	0,36 \pm 0,02	0,38 \pm 0,02
P_{LS} Гэв/с	Расчет	-	-	-	-	0,44 ^{xx}	0,39 ^{xx}
	Опыт	0,59 \pm 0,06	-	-	-	0,63 \pm 0,07	0,55 \pm 0,06
$P_{L,med}$ Гэв/с	Расчет	-	-	-	-	-	-
	Опыт	7,65 \pm 0,25	10,26 \pm 1,09	17,96 \pm 2,19	13,44 \pm 1,66	9,21 \pm 1,40	15,57 \pm 1,56
$E_i \geq 16$ Гэв	Расчет	-	-	-	-	-	-
	Опыт	-	-	-	-	8,8 \pm 0,8 ^{xx}	16,4 \pm 0,6 ^{xx}
$\theta_{1/2}$ град.	Расчет	-	-	-	-	-	-
	Опыт	-	-	-	-	-	-
x	-	работа /3/					
xx	-	работа /4/					

первичной частицы. Позже на большом статистическом материале, полученном в экспериментах с водородными пузырьрьковыми камерами, было показано постоянство этой величины ($\langle n_s \rangle / \mathcal{D} \sim 2$) в интервале энергий 30 - 300 Гэв ^{16-8/}. Как следует из данных таблицы I, величины $\langle n_s \rangle / \mathcal{D}$ для взаимодействий на нуклонах, легких и тяжелых ядрах в пределах ошибок совпадают. События на легких (CNO) и тяжелых ($AgBr_2$) ядрах отбирались по общепринятому критерию (по наличию короткопробежных частиц). Таким образом, слабая зависимость величины $\langle n_s \rangle / \mathcal{D}$ от энергии, природы налетающей частицы и ядра-мишени является удивительным свойством множественных процессов и, по-видимому, является универсальной. Характер распределения по числу медленных частиц также слабо изменяется с ростом энергии E_0 , но существенно отличается от распределения быстрых частиц (значительно шире). Так, величины $\langle N_n \rangle / \mathcal{D}$ для среднего ядра фотоэмульсии равны: $1,07 \pm 0,04$; $1,05 \pm 0,02$; $1 \pm 0,03$ соответственно при энергиях 7,5; 17 и 60 Гэв.

На рисунке I приведена зависимость $f_2 = \mathcal{D}^2 - \langle n_s \rangle$ от $\langle n_s \rangle$. Там же для сравнения показаны величины $f_2 = \mathcal{D}^2 - \langle n \rangle$, где $\langle n \rangle$ - число заряженных частиц в $\bar{K}p$ - и pp -взаимодействиях при разных энергиях E_0 . Для $\bar{K}N$ -взаимодействий $\langle n \rangle - \langle n_s \rangle \approx 0,3$.

Как видно из рисунка I, распределения по n или n_s в области высоких энергий значительно отличаются от пуассоновского, для которого $f_2 = 0$. Сплошная кривая, приведенная на рисунке, рассчитана в предположении $\mathcal{D} = A \langle n \rangle$, пунктирная - $\mathcal{D} = A \langle n \rangle - B$. С учетом предварительных данных, полученных на встречных пучках в ЦЕРНе /13/, зависимость \mathcal{D} от $\langle n \rangle$ лучше описывается формулой $\mathcal{D} = A \langle n \rangle - B + C (\ln \langle n \rangle)^2$ где числовые коэффициенты подбираются в соответствии с требованием максимального совпадения кривых с данными эксперимента.

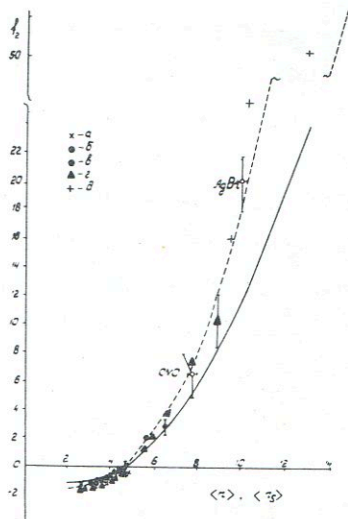


Рис. I. Зависимость величины f_2 от средней множественности. Точки а - πp -взаимодействия на водороде; б - на пропане; в - в фотоэмульсии /9-II/; г - pp -взаимодействия на водороде; д - на встречных пучках ЦЕРНа /12/.

Точки а, б, г получены по данным сводной таблицы, приведенной в работе /7/.

Точки с обозначениями CNO и Ag Br получены из распределений по n_s для взаимодействий пионов на легких и тяжелых ядрах вещества фотоэмульсии при энергии 60 Гэв.

Из данных таблицы I следует, что величины поперечных импульсов вторичных и лидирующих частиц почти не зависят от размеров ядра-мишени, что, по-видимому, указывает на постоянство поперечных размеров области ядерных взаимодействий.

Из анализа импульсных характеристик вторичных частиц, измеренных методом многократного кулоновского рассеяния (так же, как и в работе /13/), следует, что доля лидирующих заряженных частиц ($E_i \geq 16$ Гэв) на одно взаимодействие при $E_0 = 60$ Гэв оказалась для легких ядер $0,31 \pm 0,05$ и тяжелых $0,13 \pm 0,02$. Если иметь в виду, что для πN -взаимодействий эта величина равна $0,46 \pm 0,05$ /13/, то можно оценить число взаимодействий пион-нуклонного типа по этому признаку для различных ядер. Эта доля оказалась около 70% и 30% соответственно для легких и тяжелых ядер. Авторы работы /14/, анализируя протоны отдачи в событиях с $N_n \leq 5$ и $n_s \leq 20$ при $E_0 = 60$ и ~ 1000 Гэв, также пришли к выводу, что вклад взаимодействий с одним из нуклонов ядра в отобранных событиях составляет 70 - 80%.

На рис. 2-3 приведены распределения по n_s , $\chi = \lg \operatorname{tg} \theta$ и $y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + P_n}{E - P_n}$ в л.с.к. при $E_0 = 60$ Гэв для ливневых частиц. (При больших E_0 величинах χ приблизительно пропорциональны скоростям u).

Частицы с $\theta_{\text{лоб}} > 90^\circ$ в гистограммы на рис.3 не включены. Их доля на одно событие равна $0,17 \pm 0,09$ и $0,48 \pm 0,05$ соответственно для легких и тяжелых ядер. Частицы, импульсы которых не были измерены, учитывались обычным способом путем введения статистических весов. Все быстрые частицы считались π -мезонами. Нормировка распределений на рисунках 2-3 осуществлялась по числу взаимодействий каждой группы.

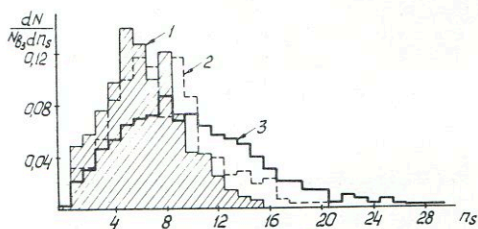


Рис.2. Распределения по n_s при $E_0 = 60$ Гэв,
 "1" - взаимодействия на нуклоне, "2" - взаимодей-
 ствия на ядрах CNO , "3" - взаимодейст-
 вия на ядрах $AgBr$.

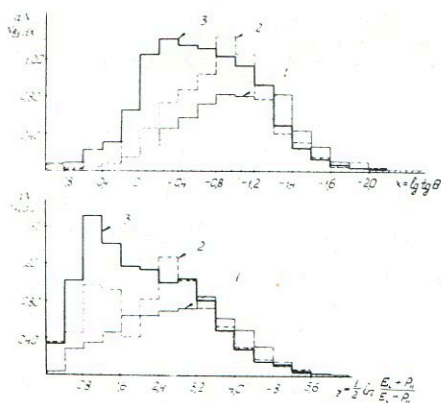


Рис.3. Распределения по $x = \lg \operatorname{tg} \theta$ и $y = \frac{1}{2} \ln \frac{E_i + P_i}{E_i - P_i}$
 "1" - "2" - "3" то же, что и на рис.2.

В области малых θ_i и больших Y , независимо от мишени, распределения одинаковы. Этот факт указывает на то, что наиболее быстрые частицы, образованные в результате первого столкновения налетающей частицы с одним из нуклонов ядра, слабо взаимодействуют в ядре. Рост числа частиц с малыми Y (большими $\theta_{\text{лаб}}$) с увеличением размеров ядра-мишени обусловлен последовательным взаимодействием лидирующей частицы с другими нуклонами ядра, о чем уже говорилось в начале сообщения. В области малых Y (больших $\theta_{\text{лаб}}$) распределения на рисунке 3 существенно отличаются. Следует также отметить, что в этой же области распределения по $X = \lg \operatorname{tg} \theta_i$ не отражают характера распределения по $Y = \frac{1}{2} \lg \frac{E + P_{\parallel}}{E - P_{\parallel}}$.

В 120 ливнях были измерены импульсы 70% и более заряженных частиц, что позволило изучить корреляцию между импульсом P_i и углом вылета θ_i для большинства заряженных частиц в отдельных ливнях. В π - N взаимодействиях зависимость $P_i = f(\theta)$ для вторичных частиц (кроме лидирующих, протонов отдачи и небольшого числа других частиц) однозначная. В пион-ядерных взаимодействиях наблюдается одно-, двух- и более значные зависимости $P_i = f(\theta_i)$. В качестве примера на рисунке 4 показана корреляция между P_i и $1/\sin \theta_i$ быстрых частиц для одного из ливней. Подобная двузначная зависимость между энергией и углом вылета вторичных частиц для ливня /15/ интерпретировалась еще в 1957 г. как результат взаимодействия первичной частицы с двумя нуклонами ядра вещества фотоэмульсии /16/.

На рисунке 5 приведены распределения по N_s для различных групп взаимодействий при энергиях 7,5, 17 и 60 Гэв. Там же для сравнения точками указаны результаты расчетов, проведенных Часниковым и др. и которые получены в предположении, что для взаимо-

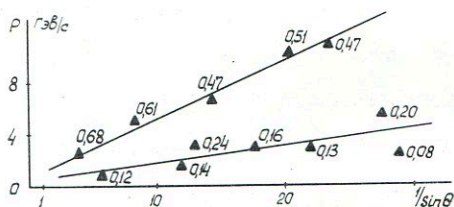


Рис.4. Корреляция между импульсом P_i в ГэВ/с и углом вылета θ_i ливневых частиц в Л-системе для ливня с $n_s = 17$ и $N_h = 17$, образованного α^- - мезоном в ядерной фотоэмульсии при энергии 60 ГэВ. Числа около точек - значения P_i в ГэВ/с отдельных частиц.

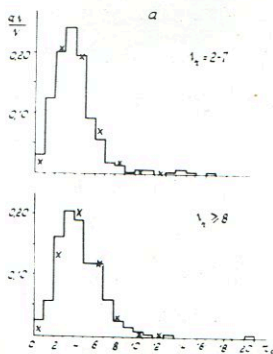


Рис.5а. Распределение по n_s для пион-ядерных взаимодействий при энергии 7,5 ГэВ.

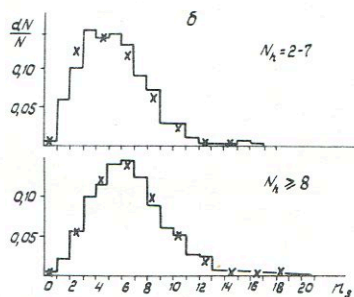


Рис.56. Распределение по N_S для пион-ядерных взаимодействий при энергии 17 Гэв.

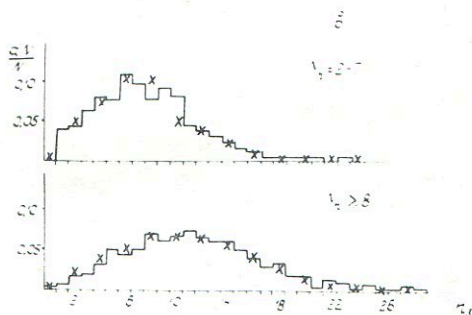


Рис.5в. Распределение по N_S для пион-ядерных взаимодействий при энергии 60 Гэв. Точки на гистограммах - результаты расчетов (пояснения в тексте).

действий с $N_h = 2-7$ доля столкновений с одним нуклоном составляет 70%, а двумя - 30%; для взаимодействий с $N_h \geq 8$ с одним нуклоном - 30%, двумя - 21%; остальные 49% - последовательные взаимодействия лидирующей частицы с тремя и более нуклонами. Средние энергии во втором и последующих столкновениях находились по лидирующим частицам (или по коэффициентам неупругости). Так, при $E_0 = 60$ Гэв средняя энергия второго и третьего столкновений бралась $E_2=25$ Гэв, $E_3 = 11$ Гэв соответственно. Распределения по n для πp -взаимодействий с учетом упругого взаимодействия были взяты из работы /17/, где приведены сводные данные, полученные с помощью водородных камер.

Результаты расчетов не противоречат экспериментальным данным по пион-ядерным взаимодействиям при высоких энергиях.

В заключение приведем наиболее важные экспериментальные результаты, на основе которых делается вывод о том, что вторичные частицы слабо взаимодействуют в ядре и что обычный внутриядерный каскад не имеет места при высоких энергиях:

1. Среднее число каскадно-испарительных частиц $\langle N_h \rangle$ в широком диапазоне энергий почти не меняется.
2. Среднее число ливневых частиц $\langle n_s \rangle$ слабо растет с увеличением энергии первичной частицы и ростом атомного номера ядра-мишени, а характер распределения по $\langle n_s \rangle$ остается постоянным ($n_s/\bar{n} \approx const$).
3. Величина среднего поперечного импульса $\langle P_{\perp} \rangle$ ливневых частиц не зависит от числа медленных частиц N_h .
4. Распределения по скоростям наиболее энергичных частиц не зависят от размеров ядра-мишени.

Для объяснения этих фактов предполагалось, что в ядре взаимо-

действует только лидирующая частица. Однако непонятно, почему не взаимодействуют вторичные пионы. Имеется несколько гипотез, объясняющих слабое взаимодействие вторичных частиц в ядре, а именно: уменьшение плотности ядерной материи после прохождения быстрой частицы /18/, существование "пассивного" нуклона /19/, образование ступок пионов, слабо взаимодействующих в ядре и распадающихся за его пределами /20/ и т.д.

Можно выдвинуть и другую гипотезу о слабом взаимодействии вторичных частиц внутри ядра, предполагая, что пионы образуются только при переходе частицы через градиент ядерного (нуклонного) потенциала. Внутри ядра потенциал не имеет градиента. Однако, за счет флуктуации плотности нуклонов внутри ядра могут быть образованы градиенты, число которых невелико. Образование их является возможным для такой динамичной системы как атомное ядро. Рождение новых частиц происходит при переходе как первичной, так и вторичных энергичных частиц через градиенты ядерного потенциала.

Авторы выражают благодарность руководству ИФВЭ (г.Серпухов) и фотоэмульсионному комитету ОИЯИ (г.Дубна) за предоставленную возможность проведения настоящей работы; руководству и участникам семинара ЛВЭ ОИЯИ, где докладывались результаты этой работы.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Э.В.Анзон, Ж.С.Такибаев, И.Я.Часников - Письма ЖЭТФ, 14, 405, (1971).
2. И.З.Артыков, В.С.Барашенков - Препринт ОИЯИ, P2-4510, Дубна (1969).

3. В.С.Барашенков, С.М.Елисеев - Препринт ОИЯИ, P2-6345, Дубна (1970).
4. S.M.Blisseev, J.M.Kohli. - Препринт ОИЯИ E2-6667, Дубна (1972).
5. A.Kh.Vinitsky, Yu.A.Eremenko, Yu.T.Lukin, Zh.S.Takibaev, I.Ya. Chasnikov. Proc. II th Int. Conf. on Cosmic Rays. Budapest (1969)
6. O.Czyzewski and K.Rybicki. Report INP 703 /PH/ (1970) Nuclear Physics, B47, 633 (1972)
7. F.T.Dao, D.Gordon, J.Lach et al. Phys.Rev. Letters, 29, 1627, (1972)
8. A.Wroblewski. Report PNR 1921 /VI/ PH. Proceedings of the III Inter.Colloquium on Multiparticle Reactions. Zakopane 20-24 June (1972)
9. А.Х.Виницкий, И.Г.Голяк, Н.П.Павлова, В.И.Руськин, Ж.С.Такибаев Труды ИЯФ АН КазССР, 6, Алма-Ата, 144 (1963).
10. З.В.Анзон, А.Х.Виницкий, М.Избасаров, И.С.Стрельцов, Ж.С.Такибаев, И.Я.Часников, Ц.И.Шахова - Труды ИЯФ АН КазССР, 7, Алма-Ата, 100 (1967).
11. Z.V.Anson, I.Ja. Chasnikov et al. Phys.Rev.Letters, 31B, 237 (1970)
12. G.Belletini. Lett.Nuovo Cimento, 6, 4, 121 (1973)
13. Ж.С.Такибаев, И.Я.Часников, А.Х.Виницкий, В.Г.Воинов, Ц.И.Шахова, И.С.Стрельцов, З.В.Анзон - Ядерная физика, 16, 539 (1972).
14. J.Babecki, B.Furmanska. Report N 754/ PL, Krakow (1971)
15. A.Debenedetti, C.Garelli, L.Tallone, M.Vigone. Nuovo Cimento, 4, 1142 (1956)

16. H.Huzita. *Nuovo Cimento*, 6, 841 (1957)
17. M.Bardadin-Otwinowska, T.Hofmohl et al. *Phys.Rev.* D4, 9, 2711 (1971)
18. J.M.Kohli. *Nucl. Phys.* B14, 500 (1969)
19. Ю.А.Сморозин - *ЖЭТФ*, 51, 431 (1966).
20. R.Holynski, S.Krzywdzinski, M.Miesowicz. *Acta Physica Pol.* 30, 73, (1966)

Many particle production in hadron-hadron
collisions and the thermodynamic model

J. Ranft and Gisela Ranft

Sektion Physik, Karl-Marx-Universität, Leipzig, DDR.

1. Introduction

Particle production in the Thermodynamic Model is understood as a two step process:

- (i) Production of fireballs. The thermodynamic model has specific predictions for the production of fireballs, it describes fireball production using mechanisms as the multiperipheral model, the diffractive model, the hydrodynamic model and others. Here we concentrate mainly on the multiperipheral production of fireballs.
- (ii) Decay of fireballs into stable particles. For this second step the model has detailed predictions. A fireball is generally understood as an excited hadron. The level density and the decay properties of fireballs are described by the statistical bootstrap model.

2. The statistical bootstrap model

The thermodynamic bootstrap model was first described by Hagedorn [1]. Further important developments and modification are given in papers by Frautschi [2], Nahm [3], Yellin [4], Montvay [5] and Ilgenfritz and Kripfganz [6]. Recent developments of the model are described in the talks of Kripfganz and of Shelest at this Conference. Here we review only the most important results of the statistical bootstrap model which we will need in the following for the description of particle production processes.

A fireball is an excited hadron. It is composed out of (decays into) fireballs of smaller mass. The bootstrap principle demands that the statistical level density $\sigma(E)$ of a number $n \geq 2$ of fireballs inside a volume element $V_0 = 4\pi/(3m_\pi^3)$ is equal to the hadronic level density or mass spectrum $\varrho(m)$ at $m = E$.

This self-consistency condition can be formulated as a non-linear integral equation for the level density $\varrho(m)$. From this equation one finds the asymptotic solution

$$\varrho(m) \xrightarrow{m \rightarrow \infty} C m^{-3} \exp\left(\frac{m}{T_0}\right). \quad (1)$$

The parameter $T_0 \approx m_{\pi}$ depends on the parameter V_0 in the bootstrap equation and plays the role of a highest temperature. An exponentially rising hadronic level density similar to (1) is also found in dual models.

The canonical partition function $Z(V_0, T)$ of a hadronic black body radiation in a volume V_0 behaves asymptotically as

$$\ln Z(V_0, T \rightarrow T_0) \sim -A \sqrt{T_0 - T} + B. \quad (2)$$

Using the statistical relation for the energy density $\langle E \rangle$

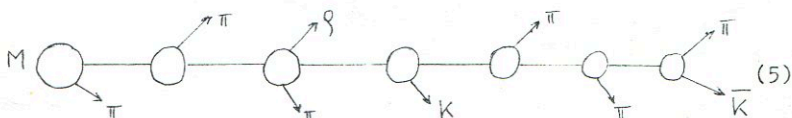
$$\langle E \rangle = T^2 \frac{\partial}{\partial T} \ln Z(V, T) \quad (3)$$

one obtains asymptotically

$$\langle E \rangle \sim \frac{A}{2} T_0^2 (T_0 - T)^{-3/2}. \quad (4)$$

The energy density diverges for $T \rightarrow T_0$. The energy-temperature relation for finite $\langle E \rangle$ is needed for the description of particle production and was calculated by Hagedorn and Ranft [7,8].

A fireball decays into particles via a long decay chain



The average number of particles in each decay step is independent from the fireball mass M and equal to $n_s \approx 2.4$. The inclusive single particle momentum distribution of particles i resulting from the fireball decay behaves approximately as

$$\left. \frac{d^3 N}{d^3 p} \right|_i = q(M) \cdot f_i \left(\frac{E}{T} \right) \quad (6)$$

where $f_i \left(\frac{E}{T} \right)$ is the Planck distribution

$$f_i \left(\frac{E}{T} \right) = \frac{V_0 z_i}{(2\pi)^3} \left(\exp \left(\sqrt{p_i^2 + m_i^2} / T(M) \right) \pm 1 \right)^{-1}. \quad (7)$$

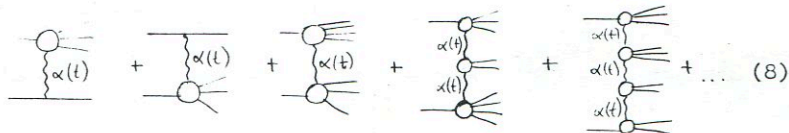
$T(M)$ is the temperature - energy relation, z_i is a statistical factor. The factor $q(M)$ gives the number of steps in the decay

chain (5) and is proportional to the fireball mass $q(M) \approx M$. The limiting temperature $T(M) \rightarrow T_0$ leads to limiting average energies of the particles and to total multiplicities $\langle n(M) \rangle \approx M$ proportional to the fireball mass.

Here we describe the inclusive fireball decay by the approximation (6). A complete description of fireball decay is given by the generating functional of fireball decay which is a solution of the generalized bootstrap equation of Ilgenfritz and Kripfganz [6].

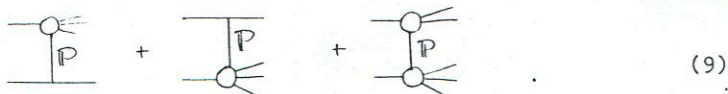
3. Production mechanism of fireballs

Multiperipheral production of fireballs within the thermodynamic model was proposed by Ranft and Ranft [9,10]



who also discussed that at energies up to 30 GeV the first two graphs will dominate. More detailed treatments of fireball production within the multiperipheral model are given in Refs. [11, 12, 13].

The diffractive production of isotropically decaying clusters which behave similar as the fireballs of the statistical bootstrap model was proposed by Adair [14], Hwa [15] and Jacob and Slansky [16] and further discussed by LeBellac et al. [17].



Fireball production can be characterized by the inclusive fireball distribution function

$$\frac{d^2 N}{d\eta dM} = \int d^2 p_{\perp} \frac{d^4 N}{d\eta d^2 p_{\perp} dM} = F(\eta, M, s), \quad (10)$$

where η is the rapidity of the produced fireball and M is the

fireball mass. The fireball distribution (10) can be characterized in a simpler way by the η and s dependence of the average fireball mass

$$M(s, \eta) = \int M \frac{dN}{d\eta dM} dM / \int \frac{dN}{d\eta dM} dM . \quad (11)$$

In the multiperipheral model we discuss two possibilities

$$(i) \quad M_M(s, \eta) = M_C = \text{const.} , \quad (12)$$

in this case the fireball multiplicity $\langle n_F \rangle$ grows logarithmically with the collision energy and the model has only short range correlations.

$$(ii) \quad M_M(s, \eta) \sim M_C \ln\left(\frac{s}{M_C^2}\right) . \quad (13)$$

In this case long range correlations exist also and the fireball multiplicity grows as $\langle n_F \rangle \sim \ln \ln s$.

In models with diffractive fireball production the fireball mass behaves as

$$M_D(s, \eta) \approx M_C \left(\frac{\sqrt{s}}{M_C} \right)^w \exp(-\eta w) , \quad (14)$$

where M_C is a constant normalization mass and $0 < w \leq 1$. For one-fireball production it is $w = 1$ and M is the maximum possible fireball mass.

The two component model of diffractive and nondiffractive production [18] was discussed by Kripfganz, Ranft and Ranft [19] in the form of a two component model for fireball production with the two components (8) and (9).

In the following chapters we discuss the behaviour of inclusive single particle distributions, inclusive two-particle distributions and correlations, multiplicity moments and multiplicity distributions within the thermodynamic model. Our main aim is to find out from experimental data which production mechanism of fireballs is suitable to describe the data on multiparticle production.

4. Particle production in fireball models

4.1. Inclusive single particle distributions

Inclusive single particle distributions according to the thermodynamic model were first described by Hagedorn and Ranft [7,8,20,21,22]. Here we describe the strong bootstrap version of single particle spectra as given in Refs. [23] and [24].

We consider the production of particles i

$$a + b \longrightarrow i + X \quad (15)$$

where i is a newly produced particle, i.e. in pp collisions a π^- , K^- , \bar{p} etc. A few more complications arise in the case of leading particles or particles which can result from the decay of leading resonances [7,8]. These details will not be described here.

The inclusive single particle distribution of particle i has the form

$$\frac{d^3N}{dy d^2p_{\perp}} \Big|_i = \int_{-\eta_-}^{\eta_+} d\eta G(\eta, \eta_{\pm}) \mu_i \cosh(y_i - \eta) f_i \left(\frac{\mu_i \cosh(y_i - \eta)}{T(\eta)} \right), \quad (16)$$

where f_i is given by eq. (7), η is the rapidity of the fireballs and y the rapidity of particle i , μ_i is the transverse mass $\mu_i = (p_{\perp i}^2 + m_i^2)^{1/2}$.

η_+ and η_- are the kinematic limits of the fireball rapidities $\eta_{\pm} = \lambda_{\pm} \left(\sqrt{s} / 2m_0 \right)$. The function $G(\eta, \eta_{\pm})$ is the product of the fireball rapidity distribution $F(\eta) = dN/d\eta$ and the decay chain multiplicity function $q(M)$ which is proportional to the fireball mass $M(s, \eta)$. $G(\eta, \eta_{\pm})$ can be parametrized in the following way

$$G(\eta, \eta_{\pm}) = F(\eta) q(M(\eta, s)) = N \exp \left[a \exp(-|\eta - \eta_{\pm}|) \right] \left(1 - \frac{2m_0}{\sqrt{s}} \sinh |\eta| \right) \quad (17)$$

the parameter a was determined by a fit to experimental π^- , K^- and \bar{p} spectra to be $a = 2.77$ [24]. The expression (16) describes with the same parameters N and a inclusive π^- , K^- , \bar{p} spectra in pp collisions and inclusive π spectra in πp collisions very well. For the spectra of other particles a few more

similar expressions are needed. Furthermore the model has the following properties.

- (i) The production mechanism of fireballs can not be determined from inclusive single particle distributions using expressions like (16). The production mechanism is characterized by the function $q(M) \approx M$, but only the product of $q(M)$ with $F(\eta)$ can be determined from inclusive single particle data.
- (ii) It is easy to demonstrate that (16) has early scaling in the fragmentation region.
- (iii) In the central region (16) leads to a slow approach to scaling from below. This approach to scaling is due to the properties of the fireballs, particularly the approach of $\tau \rightarrow \bar{\tau}_0$ with rising collision energy and not due to the empirical function $G(\eta, \eta_{\pm})$. Furthermore, as can be seen easily from (7), the deviations from scaling increase with the mass of the particle i , they are much larger for \bar{p} than for $\bar{\pi}$.
- (iv) The particle production ratios and their dependence on the collision energy are well described by (16).

In Fig. 1 we plot invariant single particle spectra $p p \rightarrow \bar{p}^-$, K^-, \bar{p} for energies between 20 and 1500 GeV and demonstrate the deviations from scaling given by the model. In Fig. 2 we compare the energy dependence of particle production ratios K^-/π^- and \bar{p}/π^- with data.

4.2. Inclusive two-particle distributions and correlations

Inclusive two-particle distributions in fireball models were considered by Ranft and Ranft [25-28].

The inclusive two-particle distribution from one fireball is used in the following uncorrelated approximation

$$\left. \frac{d^6 N^{(2)}}{d^3 p_1 d^3 p_2} \right|_{FB \rightarrow 1+2+X} = [q(M)]^2 f_1\left(\frac{E_1}{\tau}\right) f_2\left(\frac{E_2}{\tau}\right) \quad (18)$$

where the f_i are given by (7). This form follows asymptotically from the statistical bootstrap model [29] and is also a good approximation for finite fireball masses.

There are two contributions to the two-particle distributions in hadron-hadron collisions.

- (i) The one-fireball contribution, where both particles result from the decay of the same fireball

$$\frac{d^6 N_{(1)}^{(2)}}{dy_1 dy_2 d^2 p_{1\perp} d^2 p_{2\perp}} = \int_{-\eta}^{\eta} d\eta G(\eta, \eta_{\pm}) q(M(s, \eta)) E_1 E_2 f_1\left(\frac{E_1}{T(\eta)}\right) f_2\left(\frac{E_2}{T(\eta)}\right) \quad (19)$$

It is obvious that the one-fireball contribution depends strongly on the production mechanism. Besides the function $G(\eta, \eta_{\pm})$ which is identical to the functions (17) determined from single particle spectra appears $q(M) \approx M$.

- (ii) The two-fireball contribution, where both particles result from the decay of two different fireballs

$$\frac{d^6 N_{(2)}^{(2)}}{dy_1 d^2 p_{1\perp} dy_2 d^2 p_{2\perp}} = \int_{-\eta_-}^{\eta_+} \int_{-\eta_-}^{\eta_+} d\eta_1 d\eta_2 G(\eta_1, \eta_{\pm}) G(\eta_2, \eta_{\pm}) E_1 E_2 f_1\left(\frac{E_1}{T(\eta_1)}\right) f_2\left(\frac{E_2}{T(\eta_2)}\right) \quad (20)$$

Asymptotically the two-fireball contribution is equal to the product of two single particle distributions. At finite energies the differences are mainly due to the different kinematical limits of single particle and two-particle distributions.

Asymptotically, the inclusive two-particle rapidity correlation function, which is usually defined in two different ways

$$C^{(2)}(y_1, y_2) = \frac{d^2 N}{dy_1 dy_2} - \frac{dN}{dy_1} \frac{dN}{dy_2} \quad (21)$$

and

$$\tilde{C}^{(2)}(y_1, y_2) = C^{(2)}(y_1, y_2) / \frac{dN}{dy_1} \frac{dN}{dy_2} \quad (22)$$

is mainly determined by the one-fireball contribution (19). This contribution depends on the fireball mass $M(s, \eta)$. Therefore two-particle rapidity correlations are very suitable to study the fireball production mechanism.

At 10 to 20 GeV, the rapidity correlation function is strongly influenced by the closeness of the kinematic boundaries and dynamical features are only visible in the central region $y_1 \sim y_2 \approx 0$. At higher energies, the correlation function exhibits clearly dynamical effects. The predictions of the model [26] for the correlation function (22) are given at ISR energies for diffractive fireball production in Fig. 3. The factor $q(M)$ which is in this case proportional to $M_D(\eta, s)$ given in eq. (14) causes a very steep peak which increases with \sqrt{s} in the center of the rapidity plot.

The prediction for multiperipheral fireball production [26] with $q(M, s) \sim M_M(\eta, s) = M_C = 4$ GeV is given in Fig. 4.

Experimental data from the ISR on rapidity correlations became available recently [30,31]. These data agree in the central region remarkably well with the multiperipheral prediction in Fig. 6. It follows:

- (i) The multiperipheral production of fireballs dominates in the central region.
- (ii) From the data follows [28] an average fireball mass independent on the collision energy and the rapidity in the central region

$$M(s, \eta) = 2 \text{ to } 3 \text{ GeV.} \quad (23)$$

Besides the short range correlation due to the dominating multiperipheral fireball production long range correlations are expected due to the diffractive contributions to the cross section [27,28].

We divide the total cross section and the inclusive distribution into three parts, multiperipheral production (fraction α), diffractive one-fireball (fraction β) and two-fireball (fraction $\gamma = 1 - \alpha - \beta$) production.

The two-particle distribution becomes

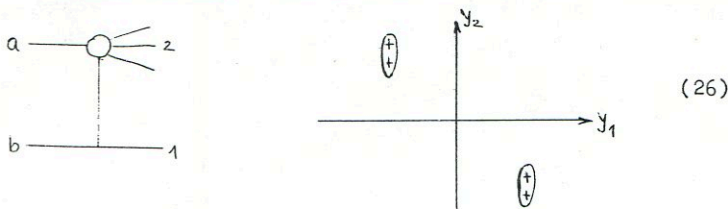
$$\frac{d^2 N^{(2)}}{dy_1 dy_2} = \frac{d^2 N_M^{(2)}}{dy_1 dy_2} + \frac{d^2 N_{D,1}^{(2)}}{dy_1 dy_2} + \frac{d^2 N_{D,2}^{(2)}}{dy_1 dy_2} \quad (24)$$

We denote with $F_{D,1}(\eta, s)$ and $F_{D,2}(\eta, s)$ the fireball rapidity distributions due to the diffractive one- and two-fireball term and by $d^n(\eta)/d\eta$ the rapidity distribution of particle 2 resulting from the fireball moving with rapidity η .

(a) The one-fireball contribution becomes

$$\frac{d^2 N_{D,1}^{(2)}}{dy_1 dy_2} = \int_{-\eta_-}^{\eta_+} d\eta F_{D,1}(\eta, s) \delta(y_1 - y_1'(\eta)) \frac{d^n(\eta)}{d\eta} \quad (25)$$

The nonexcited hadron 1 in the final state has always a rapidity near to the rapidity of the elastically scattered particle. The diffractive one-fireball contribution to the two-particle rapidity correlation has the form

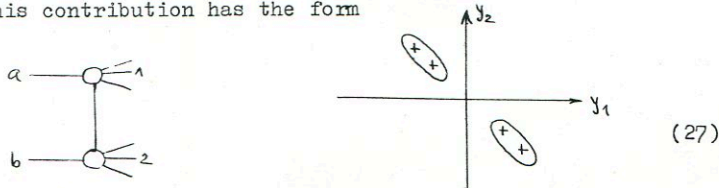


(b) The two-fireball contribution becomes

$$\frac{d^2 N_{D,2}^{(2)}}{dy_1 dy_2} = \int_{-\eta_-}^{\eta_+} d\eta_1 \int_{\eta_2^- = A(\eta_1)}^{\eta_2^+ = B(\eta_1)} d\eta_2 F_{D,2}(\eta_1, s) F_{D,2}(\eta_2, s) \frac{d^n(\eta_1)}{d\eta_1} \frac{d^n(\eta_2)}{d\eta_2}$$

$B(\eta_1)$ and $A(\eta_1)$ are the kinematic limits of the rapidity of fireball 2 at a given rapidity of fireball 1 [28].

This contribution has the form



(c) Besides the long range correlations which result directly from the diffractive components there is a contribution to long range correlations due to the superposition of diffractive and multiperipheral components as discussed by LeBellac [32]. This contribution is positive in all the y_1, y_2 plane.

ISR-data on long range correlations which are due to the one fireball contribution have been presented by Goldhaber [33]. The data of the CERN - Hamburg - Vienna Collaboration [30] contain long range correlations which are due to the two-fireball contribution and the superposition term.

Because of these characteristic and distinguishable structures of the two-particle long range rapidity correlations it was proposed in [27] to determine the size of the nondiffractive and diffractive one- and two-fireball contributions from such data.

4.3. Correlation integrals

We define the correlation integrals in the usual way

$$\langle n \rangle = f^{(1)} = F^{(1)} = \int \frac{d^3 N}{d^3 p} d^3 p \quad (28)$$

$$\langle n(n-1) \rangle = F^{(2)} = \int \frac{d^6 N}{d^3 p_1 d^3 p_2} d^3 p_1 d^3 p_2 \quad (29)$$

$$f^{(2)} = \int \left(\frac{d^6 N}{d^3 p_1 d^3 p_2} - \frac{d^3 N}{d^3 p_1} \cdot \frac{d^3 N}{d^3 p_2} \right) d^3 p_1 d^3 p_2 = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 - \langle n \rangle \quad (30)$$

The dispersion D of the multiplicity distribution is related to the correlation integrals

$$D^2 = f^{(2)} + f^{(1)} = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 \quad (31)$$

In the thermodynamic model we find by integrating (16), (19) and (20) for all production mechanisms of fireballs

$$\langle n \rangle \sim \ln s \quad (32)$$

The second moments depend on the production mechanism for diffractive production according to (14). We find the higher correlation integrals depending on a power of s

$$\begin{aligned} f^{(2)} &\sim s^{w/2} \\ f^{(n)} &\sim s^{(n-1)w/2} \end{aligned} \quad (33)$$

For multiperipheral fireball production with constant average fireball mass (12) we find the logarithmic behaviour characteristic for short range correlations

$$\begin{aligned} f^{(2)} &\sim \ln s \\ f^{(n)} &\sim \ln s \end{aligned} \quad (34)$$

For multiperipheral fireball production (13) with logarithmically increasing fireball mass we find

$$\begin{aligned} f^{(2)} &\sim (\ln s)^2 \\ f^{(n)} &\sim (\ln s)^n \end{aligned} \quad (35)$$

Multiperipheral fireball production leads therefore also to

$$D = c \langle n \rangle + d, \quad (36)$$

a relation which was found by Wroblewski [34] to describe very well the experimental data with $c \approx d = 0.585$ for pp collisions. This behaviour of the multiplicity moments indicates again that the multiperipheral fireball production dominates.

4.4. Multiplicity distributions

Multiplicity distributions in fireball models were studied in Ref. [19] and [35].

The asymptotic multiplicity distributions for multiperipheral fireball production with $M(s, \eta) \sim \ln s$ was studied by Bassetto, Ranft and Ranft [35]. The multiplicity moments are in this case

$$f^{(n)}(s) = A \left[B \ln \frac{s}{M_c^2} \right]^n \quad (37)$$

From these moments one gets immediately the generating function of the multiplicity distributions [36,37]

$$\begin{aligned}\Psi(s, h) &= \exp \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(s) \right] \\ &= \exp \left[A \left(\left(\frac{s}{M_c^2} \right)^{Bh} - 1 \right) \right].\end{aligned}\quad (38)$$

The multiplicity distributions for $n > B \ln s / M_c^2$ can be calculated using the saddle point method

$$\begin{aligned}\psi_n(s) &= \frac{1}{n!} \left. \frac{\partial^n \Psi(s, h)}{\partial h^n} \right|_{h=-1} \\ &\approx \left[2\pi B(n+1) \ln \left(\frac{s}{M_c^2} \right) \right]^{-1/2} \exp(-A) \\ &\cdot \exp \left\{ -\frac{n+1}{B \ln \left(\frac{s}{M_c^2} \right)} \left[\ln \left(\frac{n+1}{AB \ln \left(\frac{s}{M_c^2} \right)} \right) - 1 \right] \right\}.\end{aligned}\quad (39)$$

This expression has explicit asymptotic KNO scaling behaviour [38].

$$\langle n \rangle \psi_n(s) \xrightarrow{s \rightarrow \infty} \Phi \left(\frac{n}{\langle n \rangle} \right) \quad (40)$$

where in (39) $\langle n \rangle \approx \ln \left(\frac{s}{M_c^2} \right)$.

The nonasymptotic behaviour of the multiplicity distributions in fireball models was considered by Kripfganz, Ranft and Ranft [19] for multiperipheral fireball production of the type (13)

$$\begin{aligned}M(\eta, s) &= \begin{cases} M_c + \ln \left(\frac{\sqrt{s}}{M_1} \right) \cdot \frac{\eta_c - \eta}{\eta} & \text{for } 0 < \eta < \eta_c \\ \sqrt{s} e^{-|\eta|} & \text{for } \eta_c < \eta < \eta_+ \end{cases} \\ \eta_c &= \ln \frac{\sqrt{s}}{M_c}, \quad M_1 = 1 \text{ GeV}, \quad M_c = 1.7 \text{ GeV}.\end{aligned}\quad (41)$$

The multiplicity distribution is obtained approximately as

$$\psi_n(s) = \sum_{\{n_j\}} w_m \sum_{\sum n_j = n} P_1(n_1) P_1(n_2) \dots P_1(n_m), \quad (42)$$

where w_m is the fireball multiplicity distribution, $P_1(n)$ is the multiplicity distribution of fireballs with the overall average mass

$$P_1(n) = \int \frac{F(M)}{\langle n_F \rangle} P(M|n) dM. \quad (43)$$

$P(M|n)$ is the multiplicity distribution from the decay of a fireball with mass M . $F(M)$ is the fireball mass distribution and $\langle n_F \rangle$ the average fireball multiplicity.

Even if a single fireball would decay according to a Poisson distribution the distributions (43) and (42) are not of Poisson type because of the integration over the fireball mass.

The result of numerical calculations is compared in Fig. 5 with experimental data [39-43] at energies between 50 and 300 GeV. The data as well as the model show approximate KNO scaling behaviour in this energy range and agree rather well.

We stress the point that this model has already KNO scaling behaviour and the Wroblewski behaviour $D \sim \langle n \rangle$ for the non-diffractive component alone. The data analyses with the two component model where both components are described by a Poisson distribution [18] would lead to different diffractive and nondiffractive cross sections if our model would be used instead for the nondiffractive component. Therefore the results of these analyses should not be taken too serious. The method proposed above using long range rapidity correlations should be more reliable and does not depend on assumptions on the multiplicity distributions of the components.

In Fig. 6 we give also the s dependence of the average multiplicity as calculated in [19] and find also good agreement with the data.

5. Conclusions, the present picture of fireball production

Particle production in the central region is dominated by multiperipheral type fireball production. The average fireball masses in this region follow from two-particle correlations and are approximately $M \approx 2$ to 3 GeV independent on the fireball rapidity and on the collision energy in the range 200 - 1500 GeV.

Diffractive production of fireballs contributes only in the fragmentation region - not in the central region. The diffractive component is visible mainly in single particle distributions of leading particles, and in long range rapidity correlations.

This picture explains in a rather detailed way

- (i) - inclusive single particle distributions in p , π , K and K_p collisions.
- (ii) - the short range and long range components of two-particle rapidity distributions and correlations.
- (iii) - multiplicity moments, particularly the s dependence of the average multiplicity and the behaviour of the dispersion $D \sim \langle n \rangle$.
- (iv) - the multiplicity distribution, which has at present energies already an approximate KNO scaling behaviour.

Disagreements with data are presently

- (a) - the behaviour at large transverse momenta. This should be understood, e.g., in the framework of the parton model by the production of fireballs with large transverse momenta.
- (b) - transverse angular correlations, which according to the data [30] show no short range correlation.

A few of these and other possible disagreements can be removed in an alternative model with nonisotropically decaying fireballs which will be described elsewhere [44].

References

- [1] R. Hagedorn, Nuovo Cim. Suppl. 2, 147 (1965).
- [2] S. Frautschi, Phys. Rev. D3, 2821 (1971).
- [3] W. Nahm, Nucl. Phys. B45, 525 (1972).
- [4] J. Yellin, Nucl. Phys. B52, 583 (1972).
- [5] I. Montvay, Phys. Lett. E42, 466 (1972).
- [6] E.-M. Ilgenfritz and J. Kripfganz, Nucl. Phys. B56, 241 (1973).
- [7] R. Hagedorn and J. Ranft, Nuovo Cim. Suppl. 6, 169 (1968).
- [8] R. Hagedorn and J. Ranft, Nucl. Phys. E48, 157 (1972).
- [9] G. Ranft and J. Ranft, Phys. Lett. 32 B, 207 (1970).
- [10] G. Ranft and J. Ranft, Karl-Marx-Universität report TUL 46 (1971).
- [11] A. Bassetto and F. Paccanoni, Nuovo Cimento 2 A, 306 (1971).
- [12] C.J. Hamer, Phys. Rev. D7, 2723 (1973).
- [13] A. Bassetto, G. Ranft and J. Ranft, to be published.
- [14] R.K. Adair, Phys. Rev. 172, 1370 (1968).
- [15] R.C. Hwa, Phys. Rev. D1, 1790 (1970).
- [16] L. Jacob and R. Slansky, Phys. Rev. D5, 1847 (1972).
- [17] E. LeBellac, J.T. Donohue, J.L. Meunieur, Nuovo Cim. A (1973).
- [18] E. Wilson, preprint, Cornell University, (1970).
A. Blażas, K. Fiałkowski and K. Zalewski, Nucl. Phys. B48, 237 (1972).
K. Fiałkowski and H.I. Miettinen, Phys. Lett. 43 B, 61 (1973).
L. Van Hove, Phys. Lett. 43 B, 65 (1973).
H. Harari and E. Rabinovici, Phys. Lett. 43 B, 49 (1973).
- [19] J. Kripfganz, G. Ranft and J. Ranft, Nucl. Phys. B56, 205 (1973).
- [20] J. Ranft, Phys. Lett. 31 B, 529 (1970); 33 B, 481 (1970); 36 B, 225 (1971).
- [21] H. Grote, R. Hagedorn and J. Ranft, Particle Spectra, CERN (1970).
- [22] E. Matthäus and J. Ranft, Phys. Lett. 40 B, 230 (1972).

- [23] Htun Than and J. Ranft, Nuovo Cim.Lett. 5, 655 (1972).
- [24] J. Ranft, Phys. Letters 41 B, 613 (1972).
- [25] G. Ranft and J. Ranft, Phys. Letters 40 B, 131 (1972).
- [26] J. Ranft and G. Ranft, Nucl.Phys. B53, 217 (1973).
- [27] J. Ranft and G. Ranft, Karl-Marx-Universität report
KMU - HEP - 7304 (1973).
- [28] G. Ranft and J. Ranft, Phys.Lett. inprint (1973).
- [29] E.-M. Ilgenfritz and J. Kripfganz, Karl-Marx-Universität,
preprint KMU - HEP - 7307 (1973).
- [30] H. Dibon, G. Flügge, Ch. Gottfried, B.M.K. Nefkens,
G. Neuhofer, F. Niebergall, M. Regler, W. Schmidt-Parzefall,
K.R. Schubert, P.E. Schumacher and K. Winter.
Phys. Lett. B 44, 313 (1973).
- [31] Bellettini et al., preliminary data of the Pisa-Stony Brook
Collaboration, Proceedings 16th Int. Conf. on High Energy
Physics, Batavia 1972, Vol. 1.
- [32] M. LeBellac, Phys.Lett. 37 B, 413 (1971).
- [33] G. Goldhaber, CERN preprint CERN/D.Ph.II/Phys. 72-46,
presented at the Batavia Conference (1972).
- [34] A. Wroblewski, Warsaw University preprint IFD-72/2 (1972).
- [35] A. Bassetto, G. Ranft and J. Ranft, Lett.Nuovo Cim. 5, 841
(1972).
- [36] A.H. Mueller, Phys.Rev. D4, 150 (1971).
- [37] L. Brown, Phys.Rev. D5, 748 (1972).
Z. Koba, H.B. Nielsen and P. Olesen, Nucl.Phys. 43 B, 125
(1972).
E.-M. Ilgenfritz, Karl-Marx-Universität report
KMU - HEP - 7201 (1972).
- [38] Z. Koba, H.B. Nielsen and P. Olesen, Nucl.Phys. E40, 317
(1972).
- [39] Soviet-French Collaboration, paper submitted to the
Batavia Conference, Sept. 1972.
- [40] J.W. Chapman, N. Green, B.P. Roe, A.A. Seidl, D. Sinclair,
J.C. Van der Velde, C.M. Bromberg, D. Cohen, T. Ferbel,
P. Slattery, S. Stone and B. Werner, Phys.Rev.Lett. 29, 1686
(1972).
- [41] G. Carleton, Y. Cho, M. Derrik, R. Engelmann, T. Fields,
L. Hyman, K. Jaeger, U. Mehtani, B. Musgrove, Y. Oren,
D. Rhines, P. Schreiner, H. Yuta, L. Voyvodic, R. Walker,
J. Whitmore, H.B. Crawley, Z. Ming Ma, R.G. Glasser,
Phys.Rev.Lett. 29, 515 (1972).

- [42] F.T. Dao, D. Gordon, J. Lach, E. Malamud, T. Meyer,
R. Poster and W. Slater, Phys.Rev.Lett. 29, 1627 (1972).
- [43] P. Slattery, Rochester preprints UR - 409 and COO - 3065 - 26,
(1972).
- [44] G. Ranft and J. Ranft, Karl-Marx-Universität preprint
KMU - HEP - 7308 (1973).

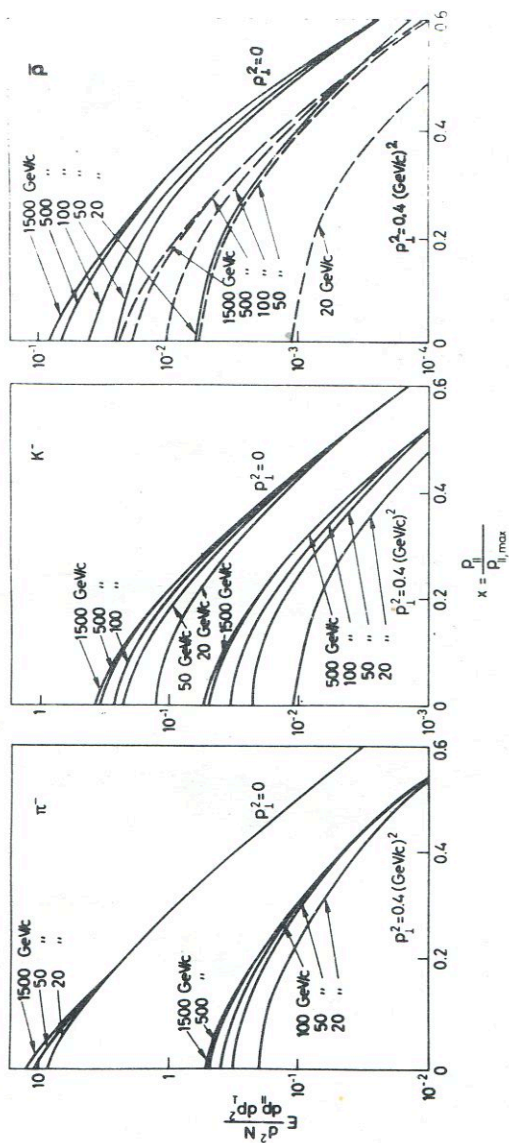


Fig.1. Invariant single particle distribution a) $p+p \rightarrow \pi^- + \text{anything}$, b) $p+p \rightarrow K^- + \text{anything}$ and c) $p+p \rightarrow \bar{p} + \text{anything}$ for primary pion momenta p_L between 20 and 1500 GeV/c and for transverse momenta $p_T^2 = 0$ and 0.4 (GeV/c)^2 plotted as a function of $x = p_T / p_{L, \text{max}}$. Deviations from scaling behaviour are found in the central region $x = 0$. In the model the asymptotic curves are approached from below in the same sense as found experimentally.

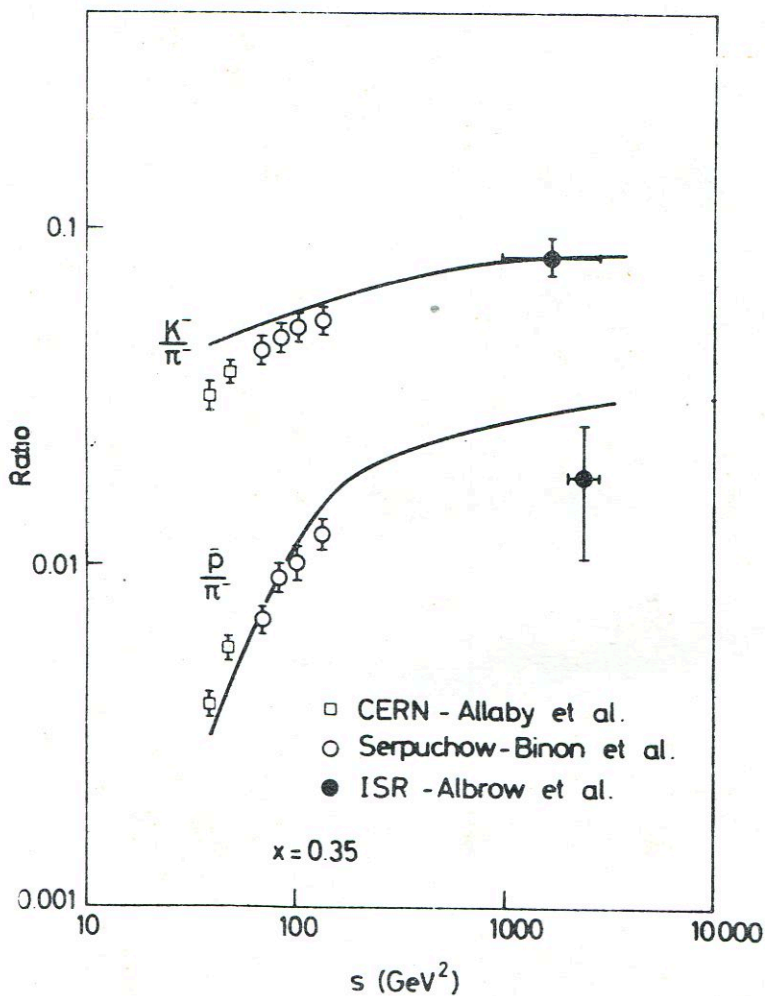


Fig.2. Particle production ratios K^-/π^- and \bar{p}/π^- for primary proton momenta p_0 between 20 and 1500 GeV/c plotted as function of s (GeV^2) for $x = 0.35$ and compared with data from CERN, Serpukhov and the ISR.

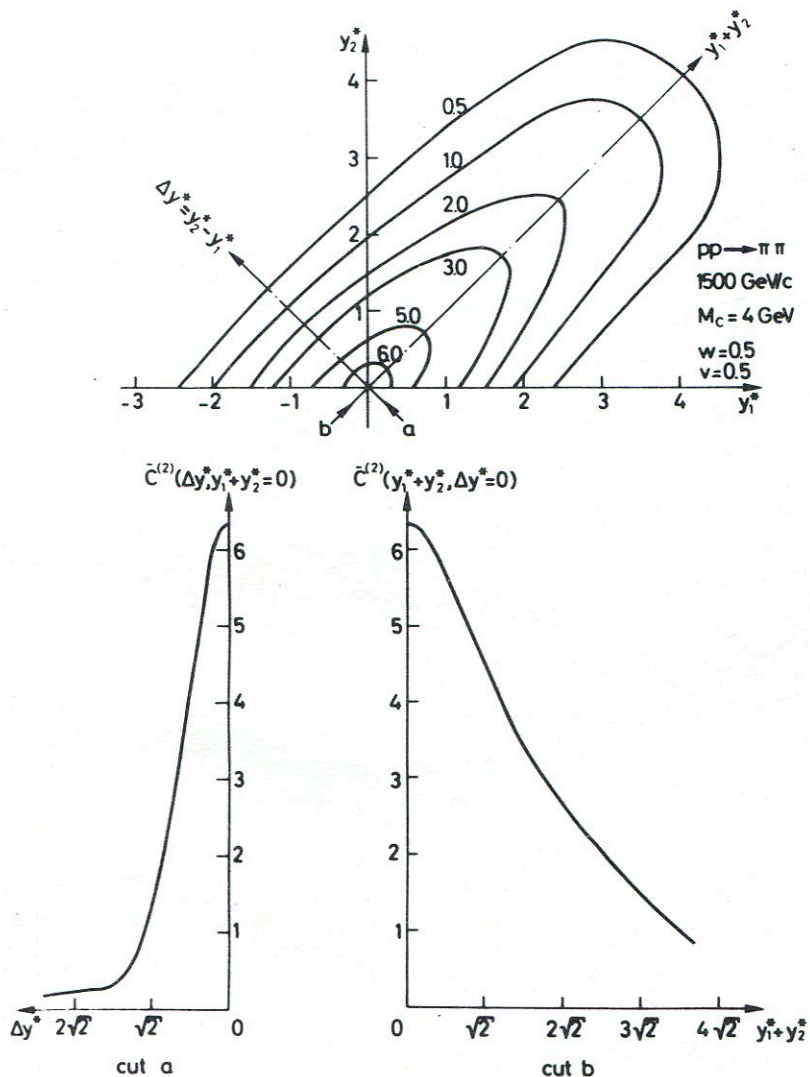


Fig.3. The rapidity correlation function [$\tilde{C}^{(2)}(y_1, y_2) + 1$] where $\tilde{C}^{(2)}(y_1, y_2)$ is defined in (22) for the reaction $pp \rightarrow \pi\pi + X$ at 1500 GeV/c for diffractive fireball production according to (14). Plotted are contours in the y_1, y_2 plane and two cuts along the axes a and b. Due to symmetry only half of the contour plot is given.

$pp \rightarrow \pi\pi$
 1500 GeV/c
 $M_C = 4 \text{ GeV}$
 $W = v = 0$

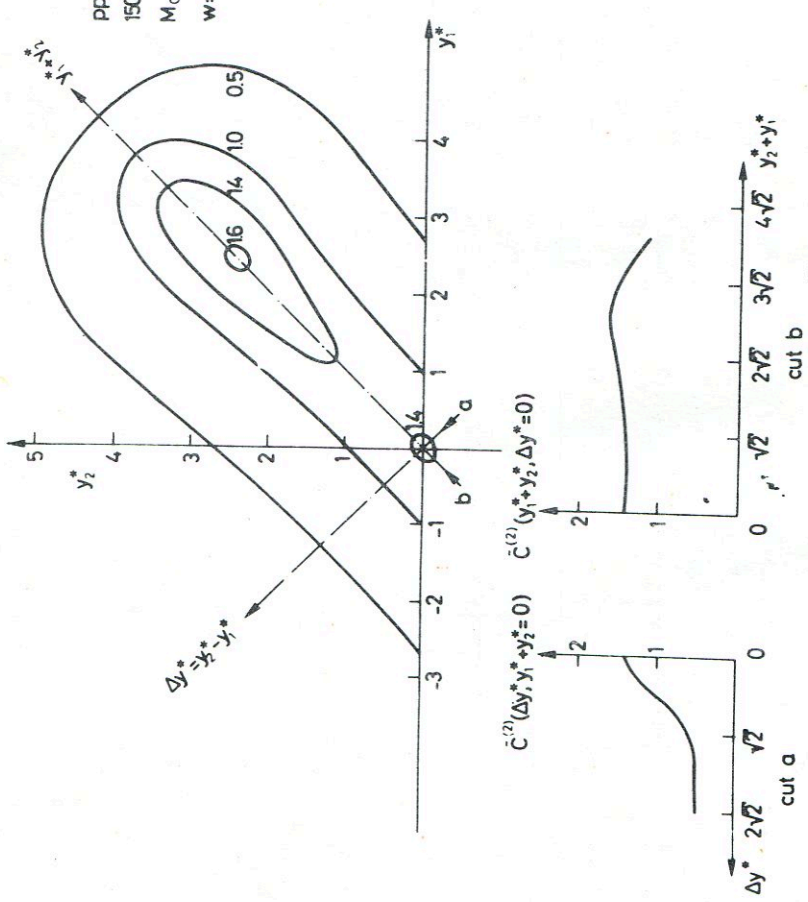


Fig.4. The rapidity correlation function $[C^{(2)}(y_1, y_2) + 1]$ where $C^{(2)}(y_1, y_2)$ is defined in (22) for multiperipheral fireball production according to (12). Plotted are contours in the y_1, y_2 plane and two cuts along the axes a and b. Due to symmetry only half of the contour plot is given. The behaviour of experimental ISR data /50,51/ agrees very well to the curves in the central short range correlation region.

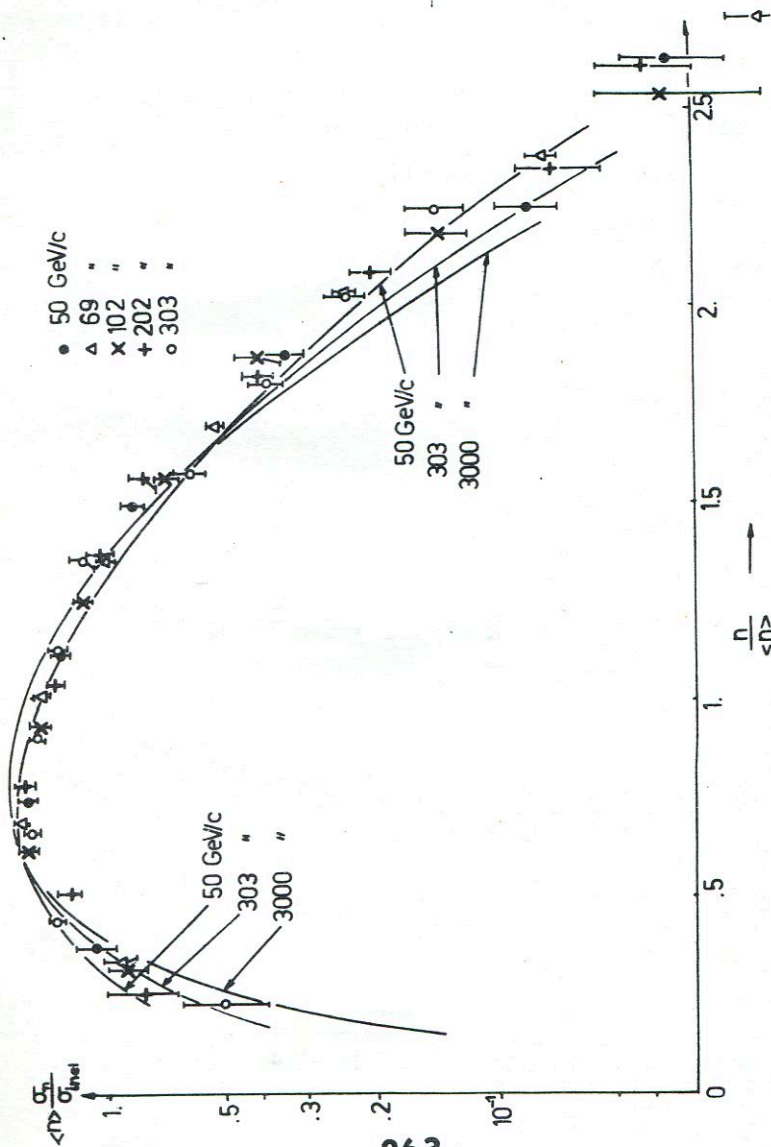


Fig.5. The multiplicity distribution plotted in the form $\langle n^2 \rangle / \langle n \rangle^2$ vs. $\langle n \rangle$. The predictions of the model are plotted for 50, 303 and 3000 GeV/c as continuous lines. In the calculation only the non-diffractive component has been taken into account. We compare with data at 50, 69/39, 102/40, 202/41/ and 303 GeV/42/.

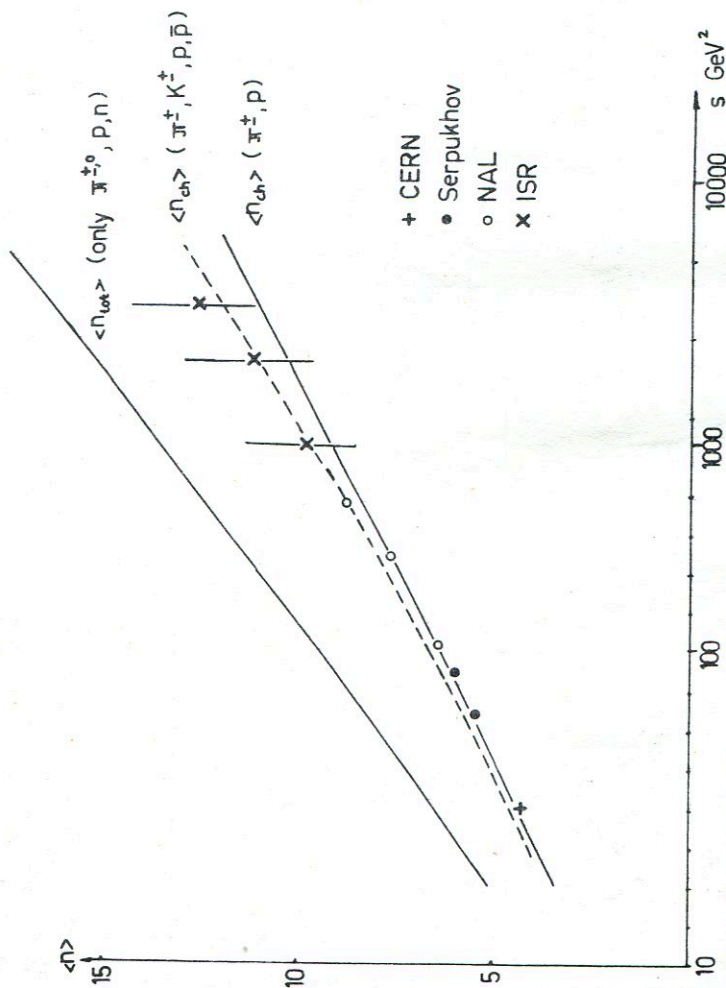


Fig. 6. The average total multiplicity of pions and nucleons and the average charged multiplicity of pions and nucleons as calculated from our model. This is compared to experimental data on total charged multiplicities. The dotted curve gives the total charged multiplicity; it has been obtained by adding the multiplicity of charged kaon and nucleon pairs to " " of " " and p according to the thermodynamic model.

Statistical bootstrap of the decay spectra of a
single fireball

J. Kripfganz* and E.-M. Ilgenfritz

Sektion Physik der Karl-Marx-Universität Leipzig, DDR.

In the thermodynamic model of Hagedorn and Ranft [1-3] particle production is described by the formation of fireballs and their subsequent decay. The inclusive single particle spectra were computed with good precision. Recently two-particle correlations [3] and multiplicity distributions [4] were considered.

For phenomenological applications the complete knowledge of the fireball decay distributions is required. In this talk the decay spectra of a single fireball are treated in the framework of the statistical bootstrap model. This model was proposed by Hagedorn [5] and reformulated by Frautschi [6].

According to the statistical assumption the probability for a special decay mode of the fireball is proportional to the phase space available. As decay products one finds the known stable particles and resonances as well as heavy hadrons (fireballs) proposed by the bootstrap assumption. These daughter fireballs decay further, and it is necessary to treat the whole cascade decay into stable particles:

According to the strong bootstrap condition [6,7] the hadronic mass spectrum and the fireball level density should be equal for high masses. The level density $\rho(M^2)$ is the density of the number of decay channels available for a fireball with mass M . Each momentum configuration is counted as a separate decay channel. Thus the bootstrap condition implements that asymptotically a resonance corresponds to each decay channel.

For the moment we consider only one kind of stable particles. In distinction to Frautschi [6] invariant phase space is used. In this case the bootstrap equation takes the form

$$\rho_{\beta}(k^2) = \beta \delta_+(k^2 - m^2) + \alpha \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!} \int \delta^{(4)}(k - \sum k_i) \prod_{i=1}^n \rho_{\beta}(k_i^2) dk_i \quad (1)$$

It expresses the level density of the primary fireball by the densities of the daughter fireballs of the first generation. The four-momenta of the primary fireball and of the daughter fireballs are denoted by k and k_i , respectively, β and α are coupling constants.

* The talk was presented by Prof. J. Ranft

Besides the level density we are interested to calculate the exclusive and inclusive momentum distributions and the multiplicity distribution for the stable particles. This can be done in a similar way as for the level density itself [8,9,10,11]. Thereby the method of the generating functional [12,13] is a powerful tool.

We define the generating functional $E[K|\Phi]$ as

$$E[K|\Phi] = \sum_n \frac{1}{n!} \int f_n(k|\vec{q}_1, \dots, \vec{q}_n) \prod_{i=1}^n \phi(\vec{q}_i) d\vec{q}_i / 2q_i^0 \quad (2)$$

Here $f_n(k|\vec{q}_1, \dots, \vec{q}_n)$ denotes the exclusive probability distribution to find n particles with momenta \vec{q}_i after the whole cascade decay of a fireball with four-momentum K . According to the bootstrap assumption the generating functional describes the decay of the primary fireball as well as the decay of the daughter fireballs. With each daughter fireball with four-momentum k_i the generating functional $E[k_i|\Phi]$ is associated. In this case a generalized bootstrap equation for the generating functional can be given [9]

$$B_{\rho}(k^2)E[k|\Phi] = B\delta_+(k^2-m^2)\phi(\vec{k}) + \alpha \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!} \int \delta^{(4)}(k - \sum k_i) \times \prod_{i=1}^n B_{\rho}(k_i^2)E[k_i|\Phi] d^4k_i \quad (3)$$

The case $\phi \equiv 1$ is identical to eq. (1). Equation (3) can be solved by Laplace transformation. We define

$$\tilde{f}[x|\Phi] = \int d^4k e^{-xk} B_{\rho}(k^2)E[k|\Phi] \quad (4)$$

$$\tilde{g}[x|\Phi] = \int d^4k e^{-xk} B\delta_+(k^2-m^2)\phi(\vec{k}) \quad (5)$$

and obtain the Laplace transformed bootstrap equation

$$\tilde{f}[x|\Phi] = \tilde{g}[x|\Phi] + \alpha (\exp(\tilde{f}[x|\Phi]) - 1 - \tilde{f}[x|\Phi]) \quad (6)$$

An equation of this type was discussed by Nahm [14] and Yellin [15]. The solution $\tilde{f}[x|\Phi]$ of eq. (6) can be expanded into a Taylor series with respect to $\tilde{g}[x|\Phi]$

$$\tilde{f}[x|\phi] = \sum_{l=1}^{\infty} g_l \tilde{g}[x|\phi]^l. \quad (7)$$

The radius of convergence of this series is

$$R = (1+x) \log\left(1 + \frac{1}{x}\right) - 1. \quad (8)$$

A suitable recurrence relation for the coefficients g_l is given by

$$g_1 = 1, \quad g_2 = \frac{x}{2}, \quad g_3 = (x + \frac{1}{3})g_2 \quad (9)$$

$$g_l = (x + \frac{1}{l})g_{l-1} + \frac{1+x}{l} \sum_{\gamma=2}^{l-2} \gamma g_{\gamma} g_{l-\gamma}, \quad l \geq 4$$

Going back to the momentum space we obtain an explicit expression for the generating functional multiplied with the level density

$$\beta g(k^2) E[k|\phi] = \sum_{l=1}^{\infty} g_l \int \delta^{(4)}(k - \sum_{i=1}^l q_i) \prod_{i=1}^l \beta \delta_+(q_i^2 - m_i^2) \phi(\vec{q}_i) d^4 q_i \quad (10)$$

Especially for $\phi \equiv 1$ we find a series representation for the level density first given by Yellin [15]

$$\beta(k^2) = \sum_{l=1}^{\infty} g_l \beta^{l-1} \Omega_l(k; m_1, \dots, m_l) \quad (11)$$

$\Omega_l(k; m_1, \dots, m_l)$ denotes the phase space integral

$$\Omega_l(k; m_1, \dots, m_l) = \int \delta^{(4)}(k - \sum_{i=1}^l q_i) \prod_{i=1}^l \delta_+(q_i^2 - m_i^2) d^4 q_i \quad (12)$$

The exclusive distributions emerging from the fireball decay are

$$f_n(k|\vec{q}_1, \dots, \vec{q}_n) = \frac{g_n n!}{\beta(k^2)} \delta^{(4)}(k - \sum_{i=1}^n q_i) \quad (13)$$

They are essentially the phase space distributions apart from a normalization factor which represents the dynamics of the decay.

From the generating functional (10) the inclusive distributions $N_s(k|\vec{q}_1, \dots, \vec{q}_s)$ are obtained by functional differentiation at $\phi \equiv 1$ and multiplication with $\prod_{i=1}^s 2q_i^0$. We find

$$N_s(k|\vec{q}_1, \dots, \vec{q}_s) = \frac{1}{\rho(k^2)} \sum_{L=s}^{\infty} \frac{L!}{(L-s)!} g_L \mathcal{D}_L(k - \sum_{i=1}^s q_i; m_1, \dots, m). \quad (14)$$

Putting $\phi = 1+h = \text{const.}$ in eq. (10) we obtain the generating function $\mathcal{F}(k^2, h)$ of the multiplicity distribution. We note that $\mathcal{F}(k^2, h)$ is closely related to the level density [9,11]

$$\mathcal{F}(k^2, h) = \frac{\rho(k^2, B(1+h))}{\rho(k^2, B)} (1+h) \quad (15)$$

The level density in the numerator is calculated with a scaled coupling constant $B(1+h)$

$$B \rightarrow B(1+h)$$

In fact, the series representations (11,14) for the level density and the inclusive distributions are finite because of energy - momentum conservation, however the number of terms increases with the fireball mass. At high fireball masses these representations are not very convenient. Alternatively, integral representations for the level density and the inclusive distributions can be studied. The level density is expressed by its Laplace transform $\tilde{f}(\beta) = \tilde{f}[x|1]$, $\beta = \sqrt{x^2}$ as

$$B\rho(k^2) = \frac{1}{2\pi M} \cdot \frac{1}{2\pi i} \int_{C-i\infty}^{C+i\infty} d\beta \beta^2 I_\lambda(M\beta) \tilde{f}(\beta), \quad M = \sqrt{k^2} \quad (16)$$

By implicit differentiation of the Laplace transformed bootstrap equation at $\phi \equiv 1$ and by inversion of the Laplace transformation, similar expressions for the inclusive distributions can be found [9-11].

$$B_{\beta}(k^i) N_S(k | \vec{q}_1, \dots, \vec{q}_S) = \frac{1}{2\pi M_S} \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} d\beta \beta^2 I_n(M_S \beta) \tilde{f}_S(\beta) \quad (17)$$

M_S denotes the invariant mass

$$M_S = \sqrt{(k - \sum_{i=1}^S q_i)^2} \quad (18)$$

and $\tilde{f}_S(\beta)$ is defined as

$$\tilde{f}_S(\beta) = B^S \frac{\partial^S \tilde{f}(\beta)}{\partial \tilde{q}(\beta)^S}, \quad (19)$$

where

$$\tilde{q}(\beta) = \tilde{q}[x|1] = 2\pi m \frac{K_1(m\beta)}{\beta} B \quad (20)$$

$\tilde{f}(\beta)$ is related to $\tilde{g}(\beta)$ by the Laplace transformed bootstrap equation (6).

$\tilde{f}(\beta)$ and $\tilde{f}_S(\beta)$ have square root singularities if

$$\tilde{g}(\beta) = R \left(= (1+x) \log\left(1 + \frac{x}{2}\right) - 1 \right) \quad (21)$$

In the limit $M, M_S \rightarrow \infty$ the asymptotic behaviour of the level density and the inclusive distributions is governed by the right most singularity in the β plane. This right most singularity β_0 is the real solution of eq. (21)

$$2\pi m \frac{K_1(m\beta_0)}{\beta_0} B = R$$

For high fireball masses M in leading order [10,11] one obtains the asymptotic level density

$$B \rho(k^2) = \frac{C_3 m}{M^3} \exp(\beta_0 M) \quad , \quad k^2 = M^2 \quad (22)$$

$$C_3 = \frac{\beta_0 B^{1/2}}{(2\pi)^{3/2} (1+\chi)^{1/2}} K_2(m\beta_0)^{1/2}$$

the single particle distribution

$$N_1(k|\vec{q}) = \frac{M}{m} \frac{K_1(m\beta_0)}{K_2(m\beta_0)} \frac{e^{-\beta_0 E}}{A} \quad (23)$$

and the s -particle distributions ($s \gg 2$)

$$N_s(k|\vec{q}_1, \dots, \vec{q}_s) = \prod_{i=1}^s N_1(k|\vec{q}_i) \quad (24)$$

In eq. (23) E is the energy of the observed particle seen from the rest frame of the primary fireball. A is the normalization factor of the Boltzmann distribution $\exp(-\beta_0 E)$

$$A = \int \frac{d^3q}{2E} e^{-\beta_0 E} = 2\pi m \frac{K_1(m\beta_0)}{\beta_0} \quad (25)$$

The s -particle distribution factorizes in leading order.

Because of the connection between the level density and the generating function of the multiplicity distribution its asymptotic behaviour can be derived from that of the level density. Using the expression (15) we find in leading order

$$\Upsilon(M^2, h) \approx e^{M(\beta_0(B(1+h)) - \beta_0(B))} \quad (26)$$

Thus the integrated inclusive correlation functions $f^{(n)}$ asymptotically can be expressed as

$$f^{(n)} = M B^n \frac{\partial^n \beta_0}{\partial B^n} \quad (27)$$

We note that all correlation coefficients are proportional to the fireball mass.

Until now only one kind of stable particles was taken into account. Energy-momentum conservation was considered. Conservation of any additive quantum number as well as isospin has been treated by Ilgenfritz and Kripfganz [11] in a systematic way. First we consider the conservation of an additional additive quantum number. We associate a test function ϕ_γ with each stable particle with quantum number γ . With α we denote the quantum number of the fireball. We allow exotic fireballs that means the range of α is not restricted. In this case the bootstrap equation for the generating functional takes the form

$$B_\alpha \rho(k^2, \alpha) E[k, \alpha | \{\phi_\gamma\}] = \sum_\gamma B_\gamma \delta_{\alpha\gamma} \delta_+(k^2 - m_\gamma^2) \phi_\gamma(\vec{k}) \quad (28)$$

$$+ \kappa \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!} \sum_{\alpha_1, \dots, \alpha_n} \delta_{\alpha, \sum \alpha_i} \int \delta^{(4)}(k - \sum k_i) \prod_{i=1}^n B_{\alpha_i} \rho(k_i^2, \alpha_i) E[k_i, \alpha_i | \{\phi_\gamma\}] d^4 k_i$$

We introduce quantum number dependent coupling constants B_α , in part for technical reasons.

The bootstrap equation (28) is solved by Laplace transformation with respect to the four-momentum k and Fourier transformation with respect to the quantum number α .

The resulting expression for the generating functional is

$$B_\alpha \rho(k^2, \alpha) E[k, \alpha | \{\phi_\gamma\}] \quad (29)$$

$$= \sum_{l=1}^{\infty} g_l \sum_{\gamma_1, \dots, \gamma_l} \delta_{\alpha, \sum \gamma_i} \int \delta^{(4)}(k - \sum q_i) \prod_{i=1}^l B_{\gamma_i} \delta_+(q_i^2 - m_{\gamma_i}^2) \phi_{\gamma_i}(\vec{q}_i) d^4 q_i$$

If isospin conservation is considered the Kronecker-symbol

$\delta_{\alpha, \sum \gamma_i}$ in eqs. (28,29) has to be replaced by the isospin branching ratios [11].

As before, integral representations for the level density and the inclusive distributions can be given. They can be used to discuss the asymptotic behaviour.

As an example, we here treat a special case. π^+, π^0, π^- are taken as input-particles and charge conservation is considered. In this case we find an asymptotic level density

$$B_\alpha \rho(k, \alpha) = \frac{C_3'}{M^{7/2}} e^{\beta_0 M} \quad (30)$$

$$C_3' = \frac{B_+^{\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{4}}}{B_-^{\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{4}}} \frac{\beta_0^2 R m^{7/2}}{\sqrt{2} (2\pi)^3 (1+x)^{7/2}} \frac{K_2(m\beta_0)}{K_1(m\beta_0)^{3/2}}$$

B_+, B_0, B_- are the coupling constants corresponding to π^+, π^0, π^- .

We note that the conservation of one additive quantum number causes an additional power $M^{-7/2}$ in the level density. This was first stated by Hamer and Frautschi [7].

The parameter β_0 in eq. (30) is the real solution of

$$R = 2\pi m \frac{K_1(m\beta_0)}{\beta_0} (B_0 + 2B_+^{1/2} B_-^{1/2}) \quad (31)$$

m is the pion mass. R was given in eq. (8).

As before, the integrated inclusive correlation functions are asymptotically related to the derivatives of β_0 with respect to the coupling constants B_+, B_0, B_- .

$$f_{\delta\delta\dots\lambda}^{(n)} = M B_\delta B_\delta \dots B_\lambda \frac{\partial^n \beta_0}{\partial B_\delta \partial B_\delta \dots \partial B_\lambda} \quad (32)$$

In particular, we find the average multiplicities

$$\langle n_{\pi^0} \rangle \equiv f_{\pi^0}^{(1)} = M \frac{B_0 K_1(m\beta_0)}{(B_0 + 2B_+^{1/2} B_-^{1/2}) m K_2(m\beta_0)} \quad (33a)$$

$$\langle n_{\pi^-} \rangle = \langle n_{\pi^+} \rangle = M \frac{B_+^{1/2} B_-^{1/2} K_1(m\beta_0)}{(B_0 + 2B_+^{1/2} B_-^{1/2}) m K_2(m\beta_0)} \quad (33b)$$

and the second correlation coefficients

$$f_{\pi^+\pi^-}^{(2)} = U(\beta_0) \frac{\langle n_{\pi^-} \rangle^2}{M} - \frac{1}{2} \langle n_{\pi^-} \rangle \quad (34a)$$

$$f_{\pi^+\pi^+}^{(2)} = f_{\pi^-\pi^-}^{(2)} \quad (34b)$$

$$f_{\pi^-\pi^+}^{(2)} = f_{\pi^-\pi^-}^{(2)} + \langle n_{\pi^-} \rangle \quad (34c)$$

$$f_{\pi^-\pi^0}^{(2)} = U(\beta_0) \frac{\langle n_{\pi^-} \rangle \langle n_{\pi^0} \rangle}{M} \quad (34d)$$

$$f_{\pi^+\pi^0}^{(2)} = f_{\pi^-\pi^0}^{(2)} \quad (34e)$$

$$f_{\pi^0\pi^0}^{(2)} = U(\beta_0) \frac{\langle n_{\pi^0} \rangle^2}{M} \quad (34f)$$

$U(\beta)$ is defined as

$$U(\beta) = -m \frac{K_2(m\beta)}{K_1(m\beta)} \left(2 - \frac{3}{m\beta} \frac{K_1(m\beta)}{K_2(m\beta)} - \left(\frac{K_1(m\beta)}{K_2(m\beta)} \right)^2 \right) \quad (35)$$

A single fireball as described by our model can presumably be studied in proton antiproton annihilation at rest [16] . At high energies two- and more-fireball contributions are essential. Already at rather low p_{lab} the contribution of a single fireball at rest seems to be not sufficient. To describe the slope of $\langle n_{\pi^-} \rangle$ versus \sqrt{s} with one fireball alone (see Figure 1, data from Ref. 17) we need a parameter β_0 of about 0.5 m^{-1} .

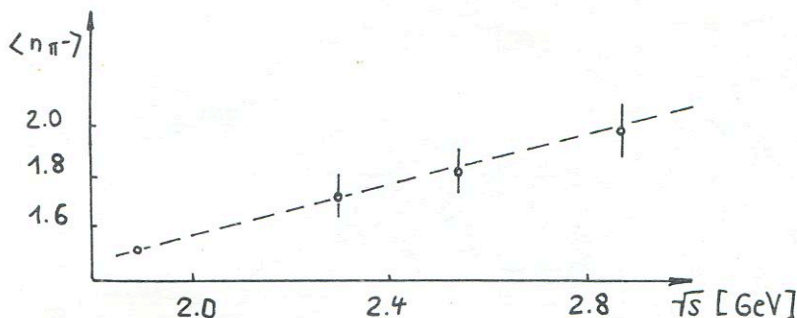
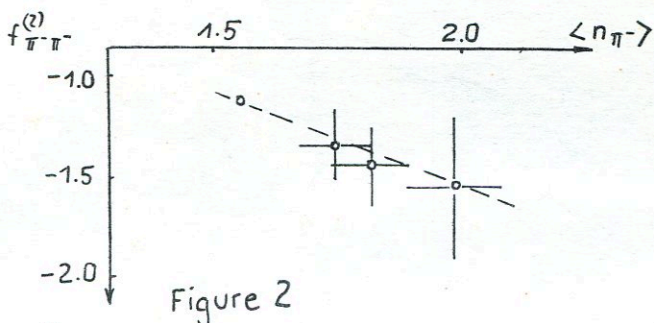


Figure 1

In the thermodynamic model this corresponds to a rather high maximal temperature $T_0 = \beta_0^{-1}$. An additional two-fireball contribution would decrease the average multiplicity and a lower maximal temperature would result. A more detailed numerical study is in progress.

The ratio $f_{\pi^-\pi^-}^{(2)} / \langle n_{\pi^-} \rangle$ is almost independent of the parameter β_0 and has a value of about -0.75. This agrees well with data (Figure 2).



For $f_{\pi^-\pi^-\pi^-}^{(3)} / \langle n_{\pi^-} \rangle$ we predict a value of about 1.2.

References

- [1] R. Hagedorn and J. Ranft, Nuovo Cim. Suppl. 6, 169 (1968).
- [2] R. Hagedorn and J. Ranft, Nucl. Phys. B48, 157 (1972).
- [3] G. Ranft and J. Ranft, Nucl. Phys. B53, 217 (1973).
- [4] J. Kripfganz, G. Ranft and J. Ranft, Nucl. Phys. B56, 205
(1973).
- [5] R. Hagedorn, Nuovo Cim. Suppl. 3, 147 (1965).
- [6] S. Frautschi, Phys. Rev. D3, 2821 (1971).
- [7] C. Hamer and S. Frautschi, Phys. Rev. D4, 2125 (1971).
- [8] I. Montvay, Phys. Lett. 42 B, 466 (1972).
- [9] E.-M. Ilgenfritz and J. Kripfganz, Nucl. Phys. B56, 241
(1973).
- [10] R. Hagedorn and I. Montvay, preprint CERN-TH-1610 (1973).
- [11] E.-M. Ilgenfritz and J. Kripfganz, preprint
KMU - HEP - 7307 (1973).
- [12] L.S. Brown, Phys. Rev. D5, 748 (1972).
- [13] E.-M. Ilgenfritz, preprint KMU - HEP - 7202 (1972).
- [14] W. Nahm, Nucl. Phys. B45, 525 (1972).
- [15] J. Yellin, Nucl. Phys. B52, 583 (1973).
- [16] C. Hamer, Nuovo Cim. 12 A, 162 (1972).
- [17] T. Fields, Y. Oren, D.S. Rhines and J. Whitmore,
preprint ANL / HEP.

СТАТИСТИЧЕСКИЙ БУТСТРАП И ДУАЛЬНАЯ РЕЗОНАНСНАЯ МОДЕЛЬ

В.П.Шелест

Институт теоретической физики АН УССР

В настоящем докладе мы обсудим некоторые вопросы статистического описания адронных систем при высоких энергиях. Мы проведем критическое рассмотрение статистической бутстрап-модели, что позволит лучше понять ее физическое содержание и сделать ее основные положения более последовательными и логически оправданными. Второй нашей задачей будет разработка статистического подхода к дуальным резонансным моделям (ДРМ). Мы выясним глубокую связь ДРМ и статистической бутстрап-модели, а также обсудим вопрос о влиянии динамики взаимодействий на термодинамические свойства адронных систем.

Прежде всего, мы хотели бы обратить внимание на одну, как нам кажется, интересную возможность интерпретации точного решения статистического бутстрап-уравнения, которая указывает на тесную связь статистической бутстрап-модели с известной моделью И.Я.Померанчука для множественного рождения адронов. Основываясь на этой интерпретации, мы предлагаем переформулировать основные постулаты статистической бутстрап-модели и несколько модифицировать основное уравнение /1,2/.

В основе статистического бутстрапа /3/ лежат следующие два постулата:

I. Каждый адрон (файрбол) массы M можно представлять в виде сферы радиуса порядка $\frac{1}{m_c}$ (m_c - масса π -мезона), в которой находятся более легкие свободные адроны.

II. Структура каждого составляющего адрона также определяется постулатом I (бутстрап-условие).

При выполнении т.н. сильного бутстрап-условия математическое содержание этим постулатам дает следующее интегральное уравнение для плотности адронных состояний $\rho(M)$

$$\rho(M) = \delta(M - m_0) + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{V}{8\pi^3} \right)^{n-1} \frac{1}{n!} \prod_{i=1}^n \int d m_i \rho(m_i) \times \int d^3 p_i \delta \left(M - \sum_{j=1}^n p_{0j} \right) \delta^3 \left(\sum_{j=1}^n \vec{p}_j \right), \quad (I)$$

где $V \approx \frac{4}{3} \pi \frac{1}{m_0^3}$.

Основными физическими следствиями (I) являются:

I)

$$\rho(M) \underset{M \rightarrow \infty}{\approx} \text{const } M^{-3} e^{\frac{M}{T_0}} \quad (2)$$

T_0 имеет термодинамический смысл максимальной предельной температуры для любых адронных систем;

2) бoльцмановское распределение по энергиям конечных стабильных частиц (условно π -мезонов)

$$\exp \left[- \frac{\sqrt{p^2 + m_c^2}}{T_{эфф}} \right] \quad (3)$$

с $T_{эфф} \sim T_0$.

Бутстрап-уравнение (I) проще исследовать, переходя к т.н. релятивистской форме, вводя под знак интеграла в n -ом члене дополнительный множитель $\prod_{i=1}^n \frac{m_i}{p_{0i}}$. При этом основные след-

ствия уравнения в пределе $M \rightarrow \infty$ сохраняются. Используя метод /4/, получившееся уравнение можно точно решить:

$$\rho(M) = \delta(M - m_0) + \sum_{n=2}^{\infty} d_n \theta(M - n m_0) \mathcal{T}^{(n)}(M; m_0, \dots, m_0) \quad (4)$$

где

$$d_n \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} 2 m_0^n \left(\frac{V}{8\pi^3}\right)^{n-1} [8\pi n^3 (\log 4 - 1)]^{-1/2} e^{-n \log(\log 4 - 1)}$$

а

$$\mathcal{T}^{(n)}(M; m_0, \dots, m_0) = \prod_{i=1}^n \int d^4 p_i \theta(p_{0i}) \delta(p_i^2 - m_0^2) \delta(M - \sum_{j=1}^n p_{0j}) \delta^3\left(\sum_{j=1}^n \vec{p}_j\right) \quad (5)$$

является фазовым объемом n π -мезонов с полной энергией M .

Можно дать следующую интерпретацию соотношений (I) и (4). Разделим обе части (I) и (4) на $\rho(M)$. Тогда n -й член в правой части (I) задает вероятность распада адрона массы M на n -адронов, а соотношение (4) отражает тот факт, что в конце концов все адроны должны распасться на стабильные π -мезоны, причем n -й член задает вероятность обнаружения в конце такого распада n π -мезонов:

$$d_n \mathcal{T}^{(n)}(M; m_0, \dots, m_0) = \left(\frac{\tilde{V}_n}{8\pi^3}\right)^{n-1} \frac{1}{n!} \prod_{i=1}^n \int d m_i^2 \times \\ \times \delta(m_i - m_0) \int \frac{d^3 p_i}{2 p_{0i}} \delta(M - \sum_{j=1}^n p_{0j}) \delta^3\left(\sum_{j=1}^n \vec{p}_j\right) \quad (6)$$

$$\tilde{V}_n = \left(\frac{d_n n!}{m_0^n}\right)^{\frac{1}{n-1}} \propto n V. \quad (7)$$

Так как средняя множественность \bar{n} -мезонов в статистической бутстрап-модели пропорциональна массе адрона M , то в доминирующих конфигурациях $\rho_{0 \text{ эфр.}}$ от M зависеть не будут, так что (6) можно интерпретировать как плотность числа состояний микроканонического ансамбля n свободных тождественных частиц с объемом $\widetilde{V}_{n \text{ эфр.}} = \frac{m_0}{\rho_{0 \text{ эфр.}}} \widetilde{V}_n$ в системе их центра масс. Замечательно, что пропорциональность объема числу вторичных \bar{n} -мезонов при распаде фэйрбола постулировал еще в 1951 году Померанчук ^{/5/}. При этом он исходил из следующего соображения. Объем в статистических моделях - это объем системы, в которой устанавливается термодинамическое равновесие. При разлете вторичные частицы будут взаимодействовать до тех пор, пока расстояние между всеми частицами не превысит радиуса взаимодействия $\frac{1}{m_0}$, поэтому $\widetilde{V}_{n \text{ эфр.}}$ примерно $n \frac{4\pi}{3} \frac{1}{m_0^3}$.

Таким образом, как будто бутстрап-уравнение (I) дает конкретную реализацию идеи Померанчука. Однако здесь имеется следующая непоследовательность.

С точки зрения "распадной" интерпретации n -слагаемое в (I) задает плотность числа состояний из n свободных адронов, на которые распадается начальный адрон. Ясно, однако, что объем, в котором установится термодинамическое равновесие и в котором вторичные адроны можно трактовать как микроканонический ансамбль свободных частиц, и здесь должен быть пропорциональным их числу n . Поэтому последовательное бутстрап-уравнение должно иметь вид (мы сразу воспользуемся релятивистской формой):

$$\rho(M) = \delta(M - m_0) + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{nV}{8\pi^3} \right)^{n-1} \int dm_i^2 f(m_i) \times \quad (8)$$

$$\times \int \frac{d^3 p_i}{2\rho_{0i}} \delta(M - \sum_{j=1}^n p_{0j}) \delta^3 \left(\sum_{j=1}^n \vec{p}_j \right),$$

а постулаты I и II в такой идеологии нужно заменить на:

I) n -адронов, на которые может распасться адрон, при разлете образуют микроканонический ансамбль в объеме nV ;

II) плотность состояний, на которые могут распасться адроны массы M , при $M > m_c$ совпадает со спектральной адронной плотностью $\rho(M)$, которая определяет число внутренних степеней свободы, т.е. $\rho_{cut}(M) = \rho(M) - \delta(M - m_c)$.

Физический смысл обоих постулатов вполне прозрачен. Второй из них устанавливает сохранение числа степеней свободы адронной системы в процессе распада и имеет прямое отношение к сохранению энтропии в динамических процессах. Он заменяет бутстрап-условие II). Первый же автоматически снимает неизбежно возникающий в отношении постулатов I) и II) вопрос об оправданности представления адрона в виде системы объема V , состоящей из $n > 1$ свободных адронов того же объема.

Совершая преобразование Лапласа, получаем вместо (8)

$$Z = z_c + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{Z^n n^{n-1}}{n!}, \quad (9)$$

где

$$Z = \frac{V}{8\pi^3} \int d^4p f(M) e^{-p\ell}; \quad M^2 = p^2, \quad \ell = \left(\frac{1}{T}, \vec{\sigma}\right), \quad (10)$$

а z_c совпадает с (10), где вместо $f(M)$ стоит $\delta(M - m_c)$.

Рассмотрение уравнения (9) показывает, что статистическая сумма Z имеет корневую сингулярность в комплексной плоскости температуры T . Сингулярная точка T_c имеет термодинамический смысл максимальной предельной, а ее положение определяется параметрами m_c, V . Для асимптотического поведения $\rho(M)$

получаем обычный результат (2). Относительные вклады n -го слагаемого (т.е. вероятности $P(n)$ распада на n -частиц в первом акте) в (8) будут несколько отличаться от (1) (в (1) $P(n)$ убывает как $\frac{1}{n!}$, тогда как в (8) лишь степенным образом), однако, монотонное убывание $P(n)$ с ростом n сохраняется и в этом случае.

На первый взгляд кажется удивительным тот факт, что изменение коэффициента при n -ом члене в n^{n-1} раз принципиальных результатов статистической бутстрап-модели не меняет. Однако следует иметь в виду, что доминирующими в уравнении (1) являются члены с небольшим n , кроме того, бозе-эйнштейновский фактор определяет множественность конечных π -мезонов, пропорциональной M , а их эффективную температуру $T_{эфф} \sim T_0$. Поэтому в силу того, что π -мезоны образуют систему, термодинамически эквивалентную черному излучению, значения $n \propto M$ и $T_{эфф} \sim T_0$ однозначно определяют объем $\hat{V}_{эфф} \propto nV$, так что спектры π -мезонов во всех теориях с предельной температурой близки друг другу.

Основным достоинством "распадной" интерпретации мы считаем замену постулатов I) и II) совершенно ясными и физически оправданными постулатами I) и II). Эти постулаты устанавливают законность описания системы вторичных адронов после их достаточно большого разлета как микроканонического ансамбля свободных частиц, и в дополнение совершенно естественно устанавливают сохранение числа степеней свободы адронной системы при распаде. Совершенно ясно, что только особенности динамики распада могут привести к нарушению этих постулатов, точнее, постулата I) о микроканоническом ансамбле, образуемом вторичными адронами. В частности, не исключено, что более правильным окажется "усеченное уравнение", включающее

только несколько первых членов в (8) или само уравнение (I), или, наконец, микроканоническую плотность $\rho(M)$, которую придется заменить на динамическую $\rho_{\text{дин.}}(M) \neq \rho(M)$. При этом, однако, следует иметь в виду, что исходным, чисто статистическим уравнением является уравнение (8), а определение таких динамических отклонений от него потребует выхода за рамки чисто статистического подхода.

Для использования модели статистического бутстрапа при описании адронных столкновений делается предположение, что весь процесс можно разделить на две части: 1) рождение объектов (файерболов), удовлетворяющих статистическому бутстрапу теории; 2) статистический распад этих файерболов.

В настоящее время в теории сильных взаимодействий существует целая группа моделей, в которых механизм множественной генерации является двухступенчатым подобно 1) и 2). Адронные кластеры (файерболы) ассоциируются со сгустками адронной материи, физическая природа которых обычно не рассматривается, а просто предполагается тот или иной характер их распада. Мы перейдем сейчас к статистическому описанию ДРМ и будем рассматривать адронные кластеры как суперпозиции резонансных возбуждений дуальной модели. Как будет видно, в ДРМ эти возбуждения могут образовывать как термодинамически равновесный ансамбль, так и обладать чисто динамическими чертами (неравновесными с точки зрения статистики).

В операторной формулировке ДРМ произвольную n -частичную функцию можно записать в виде вакуумного среднего от произведения, соответствующим образом определенных, вершинных функций и пропагаторов. Спектр резонансных состояний в ДРМ определяется оператором

$$H = - \sum_{n=1}^{\infty} n a_n^+ a_n + a_0^+ a_0 \quad (\text{II})$$

$$[a_m^\mu, a_n^{\nu+}] = -g^{\mu\nu} \delta_{mn}; \quad [a_0, a_0^+] = 1, \quad (12)$$

$m, n = 1, 2, \dots$

который играет здесь роль оператора Гамильтона. Вершинный оператор, связывающий резонансное состояние с нижней скалярной частицей (далее условно π -мезон) и другим резонансом, имеет вид

$$V(p) = \exp[-\sqrt{2}i^{\nu} p \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n^+}{\sqrt{n}}] \exp[\sqrt{2}i^{\nu} p \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{\sqrt{n}}] V^{(0)}, \quad (13)$$

где

$$V^{(0)} = f(a_0^+) Q_0 f(a_0);$$

$$f(x) = 1 + \sum_{\ell=2}^{\infty} \frac{\sqrt{C(C+1)\dots(C+\ell-1)}}{\ell!} x^{\ell}; \quad C = 1 - d(0), \quad (14)$$

Q_0 - есть оператор проектирования на вакуумное состояние скалярных мод a_0, a_0^+ .

Рассмотрим уравнение

$$H|R_i\rangle = N|R_i\rangle, \quad (15)$$

$(i=1, \dots, d(N))$

где $N = \alpha(M^2)$ принимает значения $0, 1, 2, \dots$. Здесь $|R\rangle$ - есть волновая функция резонансного состояния в фокковском пространстве всех осцилляторных мод a_n, a_n^+ ($n=1, 2, \dots$) и a_0, a_0^+ .

Число резонансных состояний с массой M такой, что $\alpha(M^2) \equiv d(0) + \alpha' M^2 = N$, равно в ДРМ числу различных решений уравнения (15) (вырождение уровня N). Оно равно, очевидно,

$$d(N) = \frac{1}{2\pi i} \oint dz z^{-N-1} \text{Sp} z^H \underset{N \rightarrow \infty}{\approx} \text{const} N^{-5/4} e^{\frac{4\sqrt{N}}{\sqrt{6}}} \sqrt{N} \quad (16)$$

Это приводит к выражению для плотности $\rho(M)$

$$\rho(M) \underset{M \rightarrow \infty}{\sim} \text{const } M^{-3/2} e^{-\frac{M}{T_0}}, \quad (17)$$

где

$$T_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3}{2\alpha'}}. \quad (18)$$

Таким образом, в ДРМ, как и в статистической бутстрап-модели, плотность адронных состояний растет экспоненциально, что указывает на возможность существования между этими моделями тесной связи. Действительно, уже только сам факт экспоненциального роста плотности адронных состояний является очень сильным ограничительным требованием.

Остановимся теперь на вопросе о распадах тяжелых резонансов в ДРМ. Отметим, что свойства распадов в статистической бутстрап-модели составляют по существу содержание этой теории и только ими определяются все приложения к эксперименту.

Рассмотрим в рамках ДРМ распад резонанса массы M_1 на резонанс с массой M_2 и π -мезон [6]. Матричный элемент распада дается выражением

$$A(R_1 \rightarrow R_2 + \pi) = \langle R_2 | V(P) | R_1 \rangle, \quad (19)$$

где $V(P)$ дается (13), (14), а $|R_1\rangle$ и $|R_2\rangle$ — собственные состояния оператора H с собственными значениями $\alpha(M_1^2) = N_1$ и $\alpha(M_2^2) = N_2$. Кинематика распада дает

$$M_2^2 = M_1^2 - 2M_1 \sqrt{P^2 + m_c^2} + m_c^2, \quad (20)$$

где \vec{p} ; m_0 - масса и импульс вылетающего при распаде π - мезона. При вычислении вероятности распада мы проведем суммирование по всем конечным состояниям и усреднение по всем начальным состояниям. Для каждого фиксированного значения $E = \sqrt{p^2 + m_0^2}$ мы имеем фактически два микроканонических ансамбля: один, образованный резонансными состояниями уровня N_1 , и другой - резонансными состояниями уровня N_2 . Необходимое суммирование по начальным и конечным состояниям легко осуществить, принимая во внимание, что оператор

$$\frac{1}{2\pi i} \oint dz z^{-N-1} + H \quad (21)$$

имеет отличные от нуля матричные элементы лишь между состояниями одного и того же уровня N . Усредненный квадрат матричного элемента (19) /т.е. парциальная ширина распада/ будет даваться выражением /5/

$$\overline{|A|^2} = \frac{1}{d(N_1)(2\pi i)^2} \iint dx dy x^{-N_1-1} y^{-N_2-1} \text{Sp} (x^H V(p) y^H V^+(p)) \propto \quad (22)$$

$$\propto \exp \left[- \frac{E}{T_0} \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{2E'}{M_1}} \right) \right].$$

Из выражения (22) видно, что энергетический спектр π - мезонов при распаде тяжелых резонансов имеет характерную для статического рассмотрения форму распределения Больцмана с эффективной температурой $T_{эфф.} = T_0 \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{2E'}{M_1}} \right)$.

Больцмановское распределение по E постулировалось Хагедорном в термодинамической модели, при этом температура была постоянной $T_{эфф} = T_0$ /канонический ансамбль/. Наше рассмотрение совпадает с более точными результатами работы /7/, основанной прямо на микроканоническом распределении.

Перечислим простые следствия распределения (22) :

Средняя энергия $\bar{\mathcal{E}}$ - мезона при распаде тяжелого резонанса есть константа.

Полное число \mathcal{N} - мезонов от распада тяжелого резонанса растет пропорционально его массе.

Полная ширина распада $\mathcal{K}_1 \rightarrow \mathcal{K}_2 + \mathcal{N}$ ограничена при $M_1 \rightarrow \infty$.

Мы приходим, таким образом, к выводу, что в ДРМ существуют объекты, обладающие чисто термодинамическими свойствами, аналогичными свойствам фэйрболов в статистической бутстрап-модели. Усредненный дуальный резонанс, возникающий в результате микроканонического усреднения, играет роль фэйрбола в ДРМ. Следует, однако, отметить, что механизм формирования объектов с такими свойствами и даже сама возможность их появления в процессах столкновения частиц остаются пока совершенно неясными. Впрочем, точно такова ситуация и в модели статистического бутстрапа, где формирование фэйрболов описывают феноменологически, основываясь на дополнительных модельных предположениях. Что касается этой последней проблемы, то ДРМ имеет несомненное преимущество по сравнению со статистическим бутстрапом, т.к. имеющаяся в ДРМ динамическая информация о процессах рассеяния позволяет по крайней мере поставить вопрос о рождении фэйрболов в рамках самой дуальной модели.

Можно отметить следующие важные особенности динамики сильных взаимодействий, которые не учитываются обычным микроканоническим усреднением:

1. Наличие существенно выделенного направления - оси соударений
2. Наличие динамических констант связи внутренних резонансных состояний с внешними частицами.

Имеется еще одно обстоятельство, присущее именно дуальным моделям, которое не было нами учтено. Мы проводили микроканоническое усреднение в (22) по полному экспоненциальному спектру состояний. Известно, однако, что в дуальной амплитуде с конечным числом внешних линий вырождение резонансных уровней может быть существенно меньшим и изменяться по степенному закону /8/. При этом некоторые состояния могут вообще не давать вклад в амплитуду рассеяния реальных физических частиц.

Мы введем сейчас новый тип усреднения в ДРМ /динамическое усреднение/, который учитывает указанные выше особенности динамики.

Определим для произвольного оператора A его среднее значение на резонансных состояниях заданного уровня N в виде /9/

$$\langle\langle A \rangle\rangle_N = \frac{\sum_{R \in N} |\langle 0|V(p)|R \rangle|^2 \langle R|A|R \rangle}{\sum_{R \in N} |\langle 0|V(p)|R \rangle|^2} \quad (23)$$

В отличие от микроканонического среднего, где каждое резонансное состояние $|R\rangle$ входит с одинаковым весом, при усреднении (23) резонансные состояния данного уровня N входят с весом, пропорциональным квадрату константы связи резонанса $|R\rangle$ с двумя нижайшими скалярными частицами $g_{\pi\pi R} = \langle 0|V(p)|R \rangle$. Это обстоятельство обеспечивает эффективный учет динамики взаимодействий, что позволяет назвать усреднение (23) динамическим усреднением. Выражение (23) может быть записано в модели Венециано в виде

$$\langle\langle A \rangle\rangle_N = \frac{\frac{1}{(2\pi i)^2} \iint dx dy x^{-N-1} y^{-N-1} \langle 0|V(p) x^H A y^H V^+(p) |0 \rangle}{\frac{1}{2\pi i} \int dx x^{-N-1} \langle 0|V(p) x^H V^+(p) |0 \rangle} \quad (24)$$

Динамические средние (24) дают ответ на вопрос, какими средними характеристиками обладает адронная система, образующаяся в результате столкновения двух π -мезонов.

Рассмотрим характер распада адронной системы, образующейся в результате соударения двух π -мезонов. Для этой цели проведем динамическое усреднение оператора

$$\hat{\Gamma} = \frac{1}{2\pi i} \int dz z^{-N'-1} V(p) z^H V^\dagger(p), \quad (25)$$

который характеризует распад на резонансное состояние уровня N' с испусканием π -мезона импульса p .

Усреднение (24) для оператора $\hat{\Gamma}$ есть [7]

$$\langle\langle \hat{\Gamma} \rangle\rangle_N = \frac{\int \int \int dx dy dz x^{-N-1} y^{-N-1} z^{-N'-1} \langle 0 | V(p) x^H V^\dagger(p) y^H V^\dagger(p) z^H V^\dagger(p) | 0 \rangle}{\int dx x^{-N-1} \langle 0 | V(p) x^H V^\dagger(p) | 0 \rangle} \quad (26)$$

Анализ выражения (26) показывает, что распределение по энергии

π -мезона, вылетающего при распаде, не имеет экспоненциального обрезания как в (22) для микроканонического усреднения, а ее среднее значение растет с увеличением N . Импульсное распределение по \vec{p}' имеет, однако, сильное обрезание в перпендикулярном к оси соударений направлении типа $\exp[-c p_1'^2]$, т.е. импульсы π -мезонов, образующихся при распаде, направлены практически вдоль оси соударений.

Проведенное рассмотрение распадов в ДРМ со статистической точки зрения позволяет сделать два важных вывода. Во-первых, в

ДРМ можно сконструировать объекты, играющие роль фибрболлов и характеризующиеся чисто термодинамическими свойствами. Такие адронные системы обладают предельной температурой как с точки зрения экспоненциального роста плотности состояний, так и с точки зрения динамики распада (кинетические энергии вторичных адронов ограничены). Второй вывод касается влияния динамики адронных реакций на термодинамические свойства. Существующие в ДРМ правила отбора действуют таким образом, что в конкретных адронных реакциях реализуется только часть полного спектра, имеющая степенную плотность. В этом случае предельная температура отсутствует, как это и подтверждается анализом распадов при динамическом усреднении.

Можно привести аргументы /10/ в пользу возможности двух стадий в процессах множественного рождения. На первой неравновесной стадии происходит "остывание" системы и она, после испускания некоторого числа конечных частиц, переходит в состояние "равновесия", соответствующее фибрболлу с ограниченной температурой.

Литература

1. М.И.Горенштейн, Г.М.Зиновьев, В.А.Миранский, В.П.Шелест, Письма в ЖЭТФ, т.17, 637 (1973).
2. M.I.Gorenstein, V.A.Miransky, V.P.Shelest. "A Fresh Look at the Statistical Bootstrap Model". Preprint ITP-73-83E, Kiev (1973); Physical Letters, to be published.
3. R. Hagedorn. Nuovo Cimento Suppl., 3, 147 (1969); S. Frautchi. Phys.Rev., D3, 2821 (1971).
4. W.Nahm. Nucl.Phys., B45, 525 (1972); Y.Yellin. Nucl.Phys., B52, 583 (1972).
5. И.Я.Померанчук, ДАН СССР 78, 889 (1951), см. также Е.Л.Фейнберг, УФН 104, 539 (1971).

6. V.A.Miransky, V.P.Shelest, B.V.Struminsky, G.M.Zinovjev, Phys. Letters B42, 61 (1973); M.I.Gorenstein, V.A.Miransky, V.P.Shelest, B.V.Struminsky, G.M.Zinovjev "Dual Resonance Model and Statistical Bootstrap", Preprint ITP-72-168E, Kiev (1972).
7. S.Frautchi, C.Hamer, Nuovo Cimento 13A, 645 (1973).
8. А.Н.Квинихидзе, Б.Л.Марковски, Д.Т.Стойанов, А.Н.Тавхелидзе. ТМФ, 6, 166 (1971).
9. M.I.Gorenstein, V.A.Miransky, V.P.Shelest, B.V.Struminsky, G.M.Zinovjev, Lettere al Nuovo Cimento 6, 325 (1973).
10. M.I.Gorenstein, V.A.Miransky, V.P.Shelest, B.V.Struminsky, G.M.Zinovjev, "Statistical and Dynamical Features of Dual Resonances", Preprint ITP-73-79E, Kiev (1973).

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

МНОЖЕСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

И.Л.Розенталь

Институт космических исследований АН СССР

I. Основной принцип и следствия мультипериферизма.

Существуют две точки зрения на ситуацию с теорией образования многих частиц при столкновении двух адронов (множественные процессы; в дальнейшем - м.п.). В соответствии с первой, - уже создана "настоящая" теория м.п., базирующаяся на основных принципах современной теории поля, воплощенных в идеологию мультипериферизма.

Другая точка зрения - мультипериферизм - является моделью, которую надо рассматривать наряду с другими альтернативными построениями. Нам представляется сейчас более правдоподобной вторая точка зрения.

Действительно, теория должна удовлетворять следующим условиям:

- а) логической замкнутостью;
 - в) однозначностью предсказаний, обусловленной отсутствием значительного числа подгоночных параметров;
 - с) монопольным правом объяснения экспериментальных данных.
- Строго говоря, мультипериферизм не удовлетворяет ни одному из этих условий. Действительно, до сих пор не удалось представить общее доказательство единственности лестничности диаграмм, лежащих в основе мультипериферизма. При вычислении сечения и иных характеристик м.п. нужно вводить сравнительно много подгоноч-

ных параметров. И, наконец, последнее: основные общие следствия мультипериферизма (не зависящие от многочисленных вариантов теории) не критичны к ее постулатам в том смысле, что существует альтернативное построение, удовлетворительно объясняющее основные экспериментальные данные.

Остановимся на последнем пункте подробнее.

Основной постулат мультипериферизма — малая длина корреляций. Именно, если N вторичных частиц расположить в порядке возрастания их энергии :

$$E_1 < E_2 < \dots < E_i < \dots < E_N, \quad (1)$$

то состояние i -ой частицы определяется ее соседями по ряду (1), т.е. :

$$E_i = \mathcal{F}(E_{i-1}, E_{i+1}). \quad (2)$$

Из постулата (2) с привлечением немногих дополнительных предположений можно вывести общие следствия мультипериферизма при больших энергиях E_{0n} [E_{0n} — энергия первичной частицы в n -системе] :

$$N \sim \ln E_{0n} \quad (3)$$

$$\frac{dN}{dy} = \text{const} \quad (4)$$

y — быстрота

$$\frac{dN}{dx} = f(x) \quad (5)$$

$\lambda = \frac{P_{||}}{E_{0y}}$ (E_{0y} — энергия первичной в Σ -системе; $P_{||}$ — продольный импульс вторичной частицы в инклюзивной реакции).

Мы покажем далее, что в экспериментальном плане свойства (3)–(5) мало чувствительны к основному постулату (2).

П. Гидродинамическая теория м.п.

В качестве альтернативного построения рассмотрим гидродинамическую теорию Ландау^{I/}. В этой теории описание м.п. делится на три этапа:

1 образование составной системы с поперечным размером $\frac{1}{M}$ и продольным $\frac{1}{N} \frac{M}{E_{0N}}$ (N и M - массы пиона и нуклона соответственно);

2 гидродинамическое расширение системы. На первых двух стадиях нельзя говорить о реальных частицах, поскольку температура T , давление p и плотность ρ вещества слишком велики.

Гидродинамическая стадия описывается релятивистскими уравнениями переноса, соответствующими законам сохранения энергии-импульса к уравнению состояния вещества. Таким образом, на этих двух стадиях описание м.п. базируется на общих законах сохранения и статистической физики.

Конкретно, гидродинамическая стадия описывается уравнениями для идеальной релятивистской жидкости:

$$\frac{\partial T_{iK}}{\partial x_K} = 0 \quad (6)$$

$$i = 0, 1, 2, 3$$

$$T_{iK} = (\rho + \varepsilon) u_i u_K + g_{iK} p \quad (7)$$

T_{iK} - тензор энергии импульса; ε - плотность энергии;

g_{iK} - метрический тензор.

Компоненты u_i - скорости удовлетворяют уравнению:

$$u_0^2 - u_1^2 - u_2^2 - u_3^2 = 1. \quad (8)$$

5 уравнений (6) и (8) содержат 6 неизвестных ε , p , u_i . Чтобы система уравнений (6) имела однозначное решение, необходимо задать уравнение состояния:

$$\rho = 4(\varepsilon) \quad (9)$$

Обычно принимают уравнение состояния, соответствующее предельному уравнению для электромагнитного взаимодействия:

$$\rho = \frac{\varepsilon}{3} \quad (10)$$

Для сильного взаимодействия уравнение состояния, по-видимому, удовлетворяет условию $\rho \leq \varepsilon$; для идеального газа сохраняется и в сильном взаимодействии уравнение (10). Тем не менее, использование уравнения (10) для описания м.п. содержит значительный элемент постулативности.

3. На последней стадии осуществляется превращение ядерного вещества в реальные частицы. Поскольку в м.п., в основном, образуются наиболее легкие адроны-пионы, то естественно полагать, что реальные частицы возникают, когда плотность ρ будет примерно равна плотности пиона в его собственной системе координат: $\rho \sim \mu$. Это значение плотности ρ соответствует конечной температуре разлета:

$$T_f \sim \frac{\mu}{k} \sim (10^{12})^\circ \quad (11)$$

k - постоянная Больцмана.

Из изложения гидродинамической теории следует, что в противоположность мультипериферизму [см. (2)], здесь состояние каждой частицы определяется всеми частицами:

$$E_i = \mathcal{F}_i(E_1, \dots, E_{i-1}, E_{i+1}, \dots, E_N). \quad (12)$$

Следует подчеркнуть, что здесь все же состояние i -ой частицы больше определяется ее соседями по ряду (1), чем остальными частицами. По этим причинам выводы гидродинамической теории отличаются от общих выводов мультипериферизма (3)-(5); однако это отличие невелико [см. § IV].

III. Термодинамическая теория Хагедорна^{2/}

В последние годы известную популярность приобрела термодинамическая модель, разработанная Хагедорном. Здесь предполагается, что в лоренц-сжатом объеме с поперечным размером $\sim \frac{1}{4}$ образуются реальные частицы и резонансы, взаимодействующие между собой в соответствии с идеей **бутстрапа**. Эти частицы находятся в состоянии термодинамического равновесия при температуре $T \sim T_f$, температура $T > T_f$ не осуществляется в природе. Для объяснения анизотропии углового распределения вторичных частиц вводится *ad hoc* коллективное движение в направлении, перпендикулярном плоскости диска.

На наш взгляд, модель Хагедорна уступает гидродинамической теории в двух существенных пунктах:

а) в гидродинамической теории нет нужды специально вводить коллективное продольное движение; оно является естественным следствием гидродинамического расширения;

в) слабым пунктом термодинамической модели является постулирование предельной температуры. Доводы в пользу этого утверждения основаны на недоразумении: в малом объеме просто не могут разместиться N ($N > 1$) реальных частиц, каждая из которых занимает примерно весь объем.

В действительности, при $T > T_f$ происходит истечение сильно взаимодействующей жидкости, в которой нет места для реальных частиц; при $T \sim T_f$ происходит быстрое изменение состояния вещества (сходное с фазовым переходом второго рода). При $T < T_f$ взаимодействие практически прекращается и жидкость становится сверхтекучей. Последние два пункта недавно рассмотрены в интересной работе Манна-Вейнера^{3/}.

У. Основные выводы гидродинамической теории.

В области применимости гидродинамической теории ($E_{ол} > 10^{II}$ эв.

$$\bar{N}(E_{0n}) \sim E_{0n}^{3/4} \quad (13)$$

При $E_{0n} < 10^{11}$ эв, гидродинамическая теория неприменима; в физическом плане, при подобных энергиях она переходит в статистическую теорию. На рис.1 представлены экспериментальные данные о зависимости $\bar{N}(E_{0n})$, вычисленные по гидродинамической теории ($E_{0n} > 10^{11}$ эв) и точным формулам статистической модели ($E_{0n} < 10^{11}$ эв) /4/.

Для столкновения двух нуклонов распределение $\frac{dN}{dy}$ имеет вид (точность вычислений $\sim 10-15\%$) /5/:

$$\frac{dN}{dy} \sim e^{-\frac{y^2}{2L}} \quad (14)$$

$$L \sim 0,6 \ln \frac{E_{0n}}{N} + 2.$$

На рис.2 представлены экспериментальные данные /6/ при значении $E_{0n} = 1,5 \cdot 10^{12}$ эв и результаты расчета. Нужно отметить также и хорошее согласие более ранних экспериментальных данных /7,8/ с расчетами по гидродинамической теории /4/.

На рис.3 представлены расчетные распределения $\frac{dN}{dx}$ для двух значений $E_{0n} = 30$ и 100 Гэв.

Как видно из рисунка, обе кривые в достаточно широком интервале практически совпадают, что свидетельствует о квазискейлинговом поведении функции $\frac{dN}{dx}$. Однако наиболее выдающимся успехом явилось предсказание /предсказание, а не интерпретация!/*) распределений по поперечным импульсам. Поскольку сопоставление предсказаний термодинамической и гидродинамической теории в этом пункте проводилось неоднократно /см., например, /10-12/,

ж) Этот пункт нам представляется существенным, поскольку объяснение экспериментальных данных в теории, содержащей много свободных параметров, нелегко отделить от параметризации. Вероятно, в этом аспекте самое удивительное, что введенные на самой ранней стадии развития гидродинамической теории 20 лет назад ее параметры: размеры системы $\sim 1/n$; $T_f \sim N$ и уравнение (10) и сейчас являются основой для интерпретации экспериментальных данных.

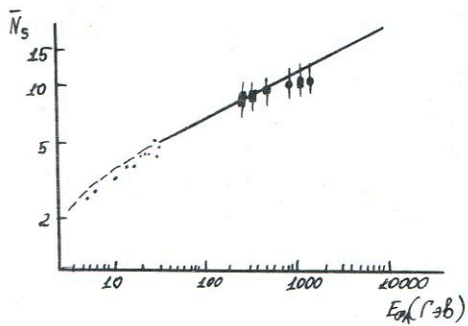


Рис. 1

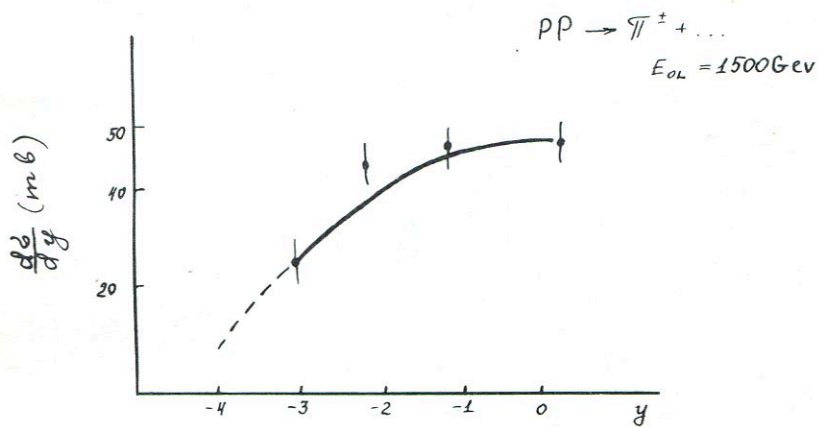


Рис. 2

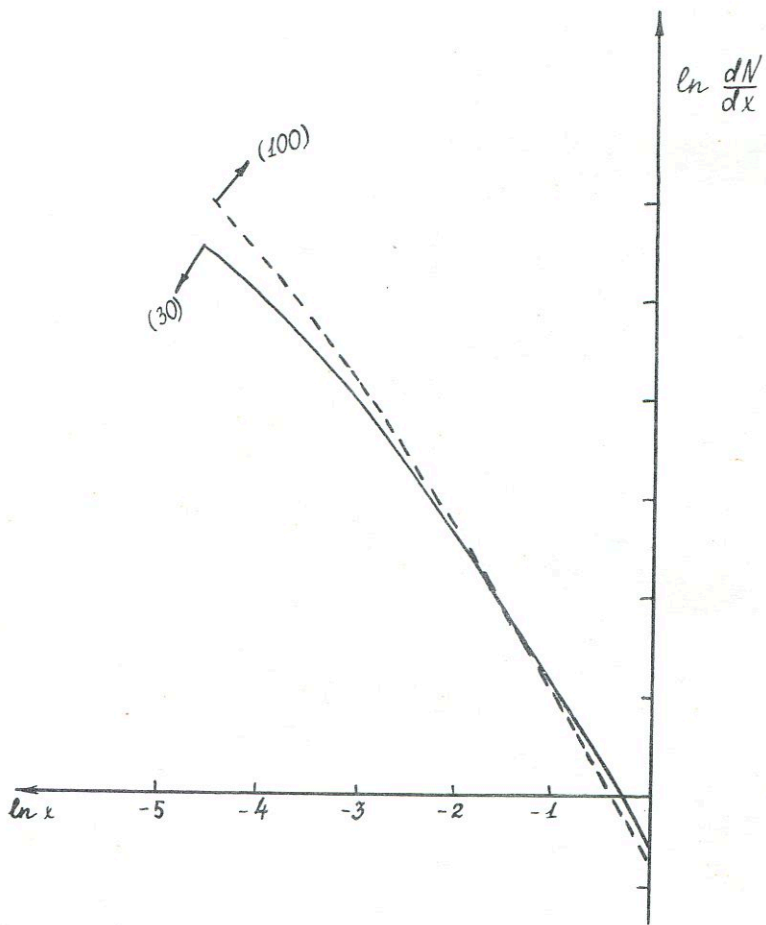


Рис. 3

мы ограничимся относительно кратким анализом. На рис.4 представлено сопоставление экспериментальных данных, полученных в космических лучах с расчетными при $T_f \sim 4/k$. На рис.5 представлены теоретические и экспериментальные распределения по p_1 , полученные в реакции $K^-p \rightarrow \Lambda p^-$ при $E_{0,1} \sim 15$ Гэв /10/.

Очень хорошо теория объясняет рост \bar{p}_1 в зависимости от массы вторичных частиц, при том же значении $T_f \sim 4/k$. Однако из гидродинамической теории следует еще одно, более тонкое предсказание, которое также находит свое оправдание на опыте. При увеличении энергии $E_{0,1}$ среднее значение медленно /примерно на (15-20)% при увеличении энергии на порядок/ возрастает. На рис.6 представлены экспериментальные и расчетные данные в широком интервале энергий. Указания на существование подобного эффекта были получены также и в работах /13,14/.

Подчеркнем, что этот тонкий эффект, обусловленный поперечным гидродинамическим движением, не предсказывается термодинамической теорией. Здесь так же, как и в исследовании зависимости $\bar{N}(E_{0,1})$, существует "экспериментальная" возможность сделать выбор между обоими теоретическими построениями.* Гидродинамическая теория с единой точки зрения хорошо описывает весь спектр вторичных частиц /кроме нуклонов/, в том числе и быстрые пионы, уносящие значительную $\sim (15-20)\%$ долю энергии $E_{0,1}$ первичной частицы. Гидродинамическая теория предсказывает возникновение пионов со скоростями, превышающими скорость первичных нуклонов /15/.

Длительное время в литературе можно было встретить ошибочное утверждение, что энергетическая выделенность нуклонов в $N-N$ столкновениях (малый коэффициент неупругости) опровергает гидродинамическую теорию. В действительности, коэффициент неупругости

* Говоря о распределении по p_1 мы, разумеется, исключаем область больших $p_1 \gtrsim 2$ Гэв, когда, по-видимому, действуют глубоконоупругие процессы, имеющие негидродинамическую природу.

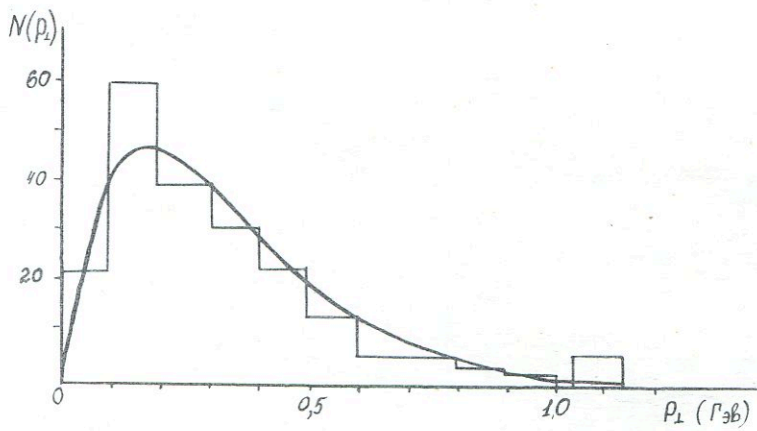


Рис. 4

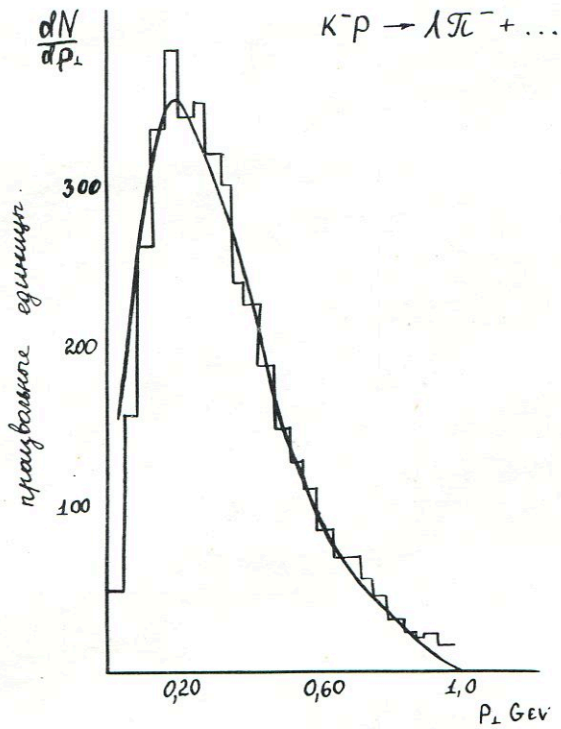


Рис. 5

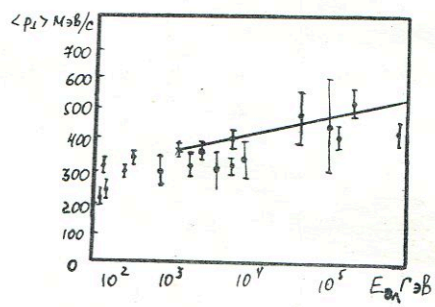


Рис. 6

является параметром теории, который следует определить из опыта.

Есть серьезные теоретические соображения в пользу того, что нуклоны в процессе $N-N$ столкновений являются, в рамках гидродинамической теории, выделенными частицами /16/. Во-первых, при энергиях $E_{01} \sim 10^{13} - 10^{14}$ эв температура $T \lesssim \frac{M}{K}$ в течение всей стадии гидродинамического разлета (для пионов начальная температура $T_0 \gg \frac{M}{K}$). Еще более важно второе соображение: граничная фермиевская энергия в этом интервале значений E_{01} превышает кинетическую энергию κT . Это обстоятельство свидетельствует о возможной роли фермиевского отталкивания нуклонов во время расширения. Принцип Паули обуславливает "выталкивание" нуклонов на периферию объема, в котором осуществляется взаимодействие. Оба этих обстоятельства приводят к заключению, что нуклоны не входят /полностью или частично/ в составную систему.

Следует подчеркнуть разную степень достоверности предсказаний гидродинамической теории. Разумеется, можно говорить о "физической" достоверности, т.е. степени общности предположений, положенных в основу выводов.

К первой группе, наиболее достоверной в этом смысле, можно отнести характеристики, которые определяются общими законами статистики-термодинамики, и, следовательно, претендуют на количественное согласие. К этой группе относятся зависимости $\bar{N}(E_{01})$ и $\frac{dN}{dP_1}$.

Ко второй группе следует отнести характеристики, которые определяются дополнительными начальными условиями, например, формой сжатого диска. Предсказания таких характеристик имеют полуколичественный характер. К таким характеристикам нужно отнести угловые и энергетические распределения; по-видимому, к этой группе относится и распределение по массам образованных частиц.

К последней группе (качественные характеристики) относятся

свойства, которые для своих оценок требуют привлечения физических гипотез, находящихся вне статической физики. К таким характеристикам следует отнести поведение выделенных частиц (коэффициент неупругости) и флуктуации.

У. Мультипериферизм и гидродинамическая теория.

Интересно попытаться сопоставить различные аспекты мультипериферизма и гидродинамической теории.

Мультипериферическое направление хорошо вписывается в современную теорию поля и это наиболее сильная его сторона. Мультипериферизм - экстраполяция современной теории, и для его развития существует уже готовый формальный аппарат. Очевидно, что гидродинамическая теория - лишь приближение и, быть может, весьма грубое, к действительности. Чтобы перевести ее на язык микрофизики, нужно создать новый аппарат. Попытки /16, 17/ перевести гидродинамическую теорию на язык лагранжевого формализма привели к заключению, что лагранжиан взаимодействия имеет нелокальный характер.

В этом слабость гидродинамического направления; но, быть может, в этом и его интерес. Доказательство (хотя бы частичной) справедливости гидродинамики будет, по-видимому, первым четким "экспериментальным" указанием направления, в котором современная теория нуждается в пересмотре.

Слабым местом гидродинамического направления является его ограниченность. Строго говоря, гидродинамика пригодна для описания столкновения частиц, имеющих одинаковую плотность ρ , например, нуклонов и ядер. Уже для интерпретации π - N - соударения нужно вводить новые дополнительные предположения.

Мультипериферизм претендует на описание всей совокупности явлений при больших энергиях. В этом его сила, но и в этом его

слабость. В рамках мультипериферизма существует практически неограниченное число свободных параметров и нет алгоритма для их выбора.

Своеобразность ситуации особенно четко проявилась при попытках вычисления сечения σ_T в рамках мультипериферизма. Чтобы получить значение $\sigma_T \sim (30-40)mb \sim \text{const}(E_{cm})$, разные группы физиков постулировали существенно разный набор реджевских траекторий /18-20/ или существование массивных сгустков с $M \sim 3-4 \text{ Гэв}$ -файерболов /21/ *).

Хотя, разумеется, при описании совокупности имеющихся экспериментальных данных используется ограниченное число параметров, все же нельзя избавиться здесь от навязчивого вопроса: теория или параметризация экспериментальных данных?

В заключение приведем таблицу I, в которой сопоставляются основные характерные особенности обоих направлений.

Таблица I достаточно ясна. Пожалуй, дополнительно отметим существование (в рамках гидродинамической теории) характеристических масс $E_{04} \sim \sqrt{s}$

* Генерация основной доли частиц при распаде файерболов - предсказание одного из направлений мультипериферизма, по-видимому, не оправдывается на опыте. См. /6-8/, а также /22/.

Это принципиальный пункт: при $S \rightarrow \infty$ существует характерная стическая масса (масса всего сгустка) $\bar{M} \rightarrow \infty$. По-видимому, это обстоятельство приводит к отсутствию скейлинга в гидродинамической теории, хотя отличие от него невелико.

В заключение на рис. 7 очень схематично представлены столкновения в Ц-системе быстрых адронов в рамках обоих направлений. На этом рисунке белые прямоугольники соответствуют областям фрагментации, а заштрихованный - пионизации. В гидродинамике область фрагментации существенно меньше (нуклоны), а область пионизации - больше, чем в мультипериферической теории. Кроме того, область пионизации описывается различно (сравнить (2) и (12)).

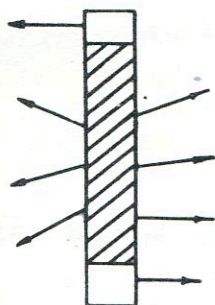
Можно привести и несколько иное сравнение. Мультипериферизм основывается на предельно "слабом" взаимодействии в смысле соотношения (2); гидродинамическая теория - на умеренно "сильном", когда взаимодействуют все частицы^{ж)}, но в результате образуется идеальный газ. Принципиальная возможность предельного сильного взаимодействия, когда вся кинетическая энергия сталкивающихся частиц переходит в массу покоя новых частиц, заведомо не осуществляется в природе

$$[\text{зависимость } \bar{N} \propto E_{\text{ол}}^{1/2}]$$

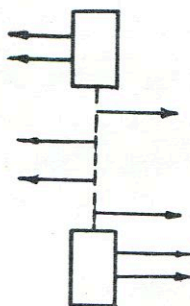
VI. Основные предсказания гидродинамической теории

I. По-видимому, важнейшим экспериментальным тестом является измерение зависимости $\bar{N}(E_{\text{ол}})$ вплоть до энергий $E_{\text{ол}} \approx (10^{13} - 10^{14}) \text{ эВ}$

ж) Вероятно, правильно говорить о квазичастицах или элементах составной системы.



Гидродинамика



Мультипериферизм

Рис. 7

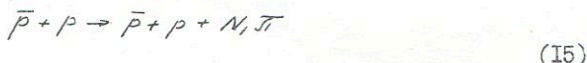
Во-первых, такие измерения позволят различить логарифмическую и степенную зависимость.

Во-вторых, проверить некоторые теоретические указания, сделанные на основе гидродинамики [16], об увеличении множественности в этом интервале, сравнительно с законом (13).

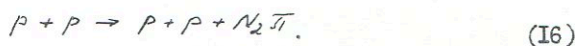
2. Измерение импульсного распределения пионов в области больших импульсов $p_{\perp} > \frac{M}{M} p_{0\perp}$. Выше отмечалось, что существование таких частиц предсказывается гидродинамикой. Однако здесь нужно соблюдать осторожность, поскольку такие частицы могут возникать при распаде изобар. Поэтому исследование импульсного распределения нужно вести параллельно с изучением вклада изобар в образование быстрых пионов.

3. Измерение зависимости $\bar{p}_1(E_{0\perp})$ при $E_{0\perp} \geq 10^{12} \text{ эВ}$, для проверки предсказаний о слабой зависимости этой функции. В таких измерениях нужно исключить область $p_{\perp} > 2\sqrt{s}$, относящуюся к глубоконеупругим процессам.

4. Интересно изучение реакций



при энергии $E_{0\bar{p}} > (20-30 \text{ ГэВ})$. Если правильны соображения относительно роли фермиевского отталкивания [см § 4], то в этой реакции коэффициент неупругости должен быть выше, чем в реакции



При очень больших энергиях, когда $N \gg 1$ и условия $E_{0\bar{p}} = E_{0p}$, в предельном случае коэффициент неупругости полностью определяется фермиевским отталкиванием

$$\frac{N_1}{N_2} \sim 1,6 - 1,7. \quad (17)$$

В этой связи целесообразно также сопоставить значение в реакции (16) и реакции аннигиляции при больших $E_{0\bar{p}}$:

$$\bar{\rho} + \rho \rightarrow \bar{N}_3 \pi \quad (18)$$

Нужно ожидать:

$$1 < \frac{\bar{N}_3}{N_2} < 1,7 \quad (19) \text{ *)}$$

*)

Возможное влияние отсутствия лидирующей частицы при аннигиляции на множественность в рамках статистической теории отмечалось ранее //11/.

Таблица I

	Гидродинамика	Мультипериферизм
$\bar{N}(E_{01})$	$\sim E_{01}^{1/4}$	$\sim \ln E_{01}$
$\frac{dN}{d\psi}$	$\sim \exp(-\frac{\psi^2}{E_{01}^{1/2}})$	$\sim \text{const}$
Ширина плато при $s \rightarrow \infty$	$\sim \ln \frac{\sqrt{s}}{M}$	$\sim \ln \frac{s}{M^2}$
Характеристические массы	M, \sqrt{s}	$\sim 1 \text{ ГэВ}$
Число частиц, взаимодействующих друг с другом	$\sim N$	~ 3

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Л.Д.Ландау. Изв. АН СССР, сер. физич. 17, 51 (1953).
2. R. Hagedorn. Particle Spectra. CERN, 1970.
3. A. Mann, R. Weiner. Nuovo Cimento, 10 A, (25 (1972)).
4. Е.И. Дайбог, Ю.П. Никитин, И.Л. Розенталь. Ядерная физика, 16, 1314 (1972).
5. Г.А. Милехин. Труды Международной конференции по космическим лучам, т. I. стр. 212. Изд. АН СССР, 1960.
6. W. Kittel-Preprint CERN, 72-49 (1972).
7. G. Barbellini et al. Phys. Lett., 39B, 294 (1972).
8. M. Breidenbach et al. Phys. Lett. 39 B, 654 (1972).
9. Г.А. Милехин, И.Л. Розенталь. МЭФ, 33, 197 (1957).
10. R. Listienne. Proc. III Intern. Coll. Mult. Reac. p. 629, 1972.
11. Е.Л. Фейнберг. УФН, 104, 539.
12. В.П. Волженская, Л.И. Сарычева. Изв. АН СССР, сер. физич. 30, 1594 (1966).
13. М. Гиллер, Е. Вдовчик. Изв. АН СССР, сер. физич. 33, 1498 (1969).
14. П.Е. Bergeson, J. Keufel et al Preprint Univ. of Utah, (1970)
15. N. M. Gerasimova. Proc. Int. Conf. Cos. Rays, London, 2, 194 (1965)
16. С.А. Гурвиц, Е.Н. Дайбог, И.Л. Розенталь. Ядерная физика, 14, 1268 (1971).
17. Г.А. Милехин. Труды Международной конференции по космическим лучам. Том I, стр. 223. Изд. АН СССР, 1960.
18. H. D. Abarbanel et al. Phys. Res. 25, 1735 (1970).
19. К.Г. Боресков, А.Б. Кайдалов, Л.А. Пономарёв. Препринт ИТЭФ № 950 (1972).
20. Е.И. Левин, М.Г. Рыскин. Ядерная физика, 17, 388 (1973).
21. И.М. Дрёмин, И.И. Ройзен, Д.С. Чернавский. УФН, 101, 385 (1970)
22. Е.Н. Дайбог, И.Л. Розенталь. Изв. АН СССР, сер. физ. 35, 2044, 1972

Дополнение.

Об аналогии и различии между мультипериферизмом и гидродинамической теорией множественных процессов

В этой части делается попытка прояснить стороны сходства и различия мультипериферизма и гидродинамической теории множественных процессов на языке статистической физики.

Побудительной причиной подобного анализа является "газовая" интерпретация мультипериферизма, предложенная Фейнманом и Вильсоном /Ид/.

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ.

Выше отмечалось, что в рамках этой теории описание множественных процессов делится на три стадии:

1. Образование составной системы
2. Разлет вещества
3. Образование реальных частиц.

Существенную роль в количественных выводах играет уравнение состояния вещества (9). В частности, ширина плато в распределении $\frac{dN}{dy}$ определяется параметром T_f и уравнением состояния.

Подобное заключение обусловлено тем, что полное решение гидродинамических уравнений (6) является суммой нетривиального и автомодельного решений.

Примем вслед за Милехиным /2д/ уравнение состояния в форме:

$$p = c^2 \varepsilon \quad (Ид)$$

c - скорость звука в среде; значение c заключено в интервале $0 \leq c \leq 1$. При $c^2 \lesssim \frac{1}{3}$ подавляющая доля энтропии находится в области нетривиального решения, а ширина плато равна

$$\Delta y \sim \frac{2c^2}{1-c^4} \ln \frac{\sqrt{s}}{M} \quad (2д)$$

и возрастает при увеличении c .

При $c^2 > \frac{1}{3}$ начинает играть роль автомодельное решение, которое становится определяющим при $c \rightarrow 1$.

В последнем случае гидродинамическая скорость в Ц-системе фиксированна:

$$|y_{r,u}| = \ln \frac{T_0}{T_f} \quad (3д)$$

Распределение по скоростям вторичных частиц в системе координат, где $y_r = 0$ определяется тепловым движением при $T = T_f$.

Положим для оценок, что в этой системе координат импульсное распределение является распределением Бозе с химпотенциалом $\bar{N} = 0$.

Тогда, если $|y_{r,u}| \gg 1$, в Ц-системе импульсное распределение определяется выражением /3д/:

$$\frac{dN}{dz} \sim \left(3 + \frac{1}{4\beta}\right) \int \frac{z dz}{e^z - 1} \quad (4д)$$

$$\beta = \frac{E}{\sqrt{s}} \frac{M}{M}$$

Если $p_{II} \gg p_I$, то $\beta = \frac{M}{2M} x$; из (4д) следует, что распределение по x имеет скейлинговый характер. В частности, если

$\beta \ll 1$, то

$$\frac{dN}{dx} \sim \frac{1}{x}, \quad (5д)$$

а

$$\frac{dN}{dy} \sim \text{const}. \quad (6д)$$

Таким образом, при $c=1$ гидродинамическая теория приводит к распределениям, следующим из мультипериферизма, кроме зависимости $\bar{N}(s)$. В гидродинамической теории при $c=1$, $\bar{N} = \text{const}(s)$.

Здесь имеется существенный момент. В работе /4д/ отмечалось из соображений размерности, что сжатие в поперечном направлении при $s \rightarrow \infty$ должно приводить к скейлингу. Этот вывод верен, вообще говоря, лишь, если во время столкновения отсутствует характеристическая масса $M \rightarrow \infty$ при $s \rightarrow \infty$.

В гидродинамической модели масса сгустка $M \rightarrow \infty$ (при $s \rightarrow \infty$), что нарушает скейлинг. И лишь при $c = 1$ решение строго автомодельно.

МУЛЬТИПЕРИФЕРИЗМ

Мультипериферизм соответствует газу в пространстве быстрот. Длина цилиндрического объема в этом пространстве $Y = \ell_n \frac{s}{N^2}$, а в поперечном соответствует $\bar{r}_1 \sim 300 \text{ Мэв} / 1д/$.

Таким образом, подобный газ имеет строго одномерный характер; состояние i -ой частицы в ряду (I) определяется исключительно ее непосредственными соседями. Это свойство эквивалентно допущению равновесия газа в одномерном y -пространстве. Здесь обнаруживается отличие от гидродинамической теории, где состояние, близкое к равновесному, в y -пространстве устанавливается (при $T_f \sim \frac{M}{K}$) лишь при $c \rightarrow 1$. Свойства фейнмановского газа исследовались во многих работах (см. /1д, 5д, 6д, 7д/). Арнольд и Стейнгоф /6д, 7д/ продемонстрировали, что простейший вариант мультипериферизма (обмен полюсом Померанчука; см., например, /8д/) соответствует идеальному газу.

Пожалуй, наиболее принципиальное отличие фейнмановского газа от гидродинамической модели заключается в том, что он состоит из реальных частиц.

Вычислим, далее, уравнение состояния фейнмановского газа для простейшей модели /8д/. В этом случае /7д/ при $s \rightarrow \infty$ плотность ρ одночастичного распределения и давление определяются выражениями:

$$\rho(z, Y) = \frac{z}{Y} \frac{\partial}{\partial z} \ln \Omega(z, Y) \quad (7д)$$

$$\rho(z, Y) = \frac{\ln \Omega(z, Y)}{Y}. \quad (8д)$$

Оба соотношения имеют физический смысл при $z = 1$.

Каноническая функция распределения

$$\Omega(z, Y) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n \Omega_n(Y), \quad (9д)$$

где

$$\Omega_n(Y) = \frac{(g^2 Y)^n}{n!} \quad (10д)$$

$$g = \text{const.}$$

При $Y \rightarrow \infty, N \rightarrow \infty$; поэтому

$$\Omega(z, Y) = \exp\{z g^2 Y\}. \quad (11д)$$

Следовательно:

$$\rho(1, Y) = \rho(1; Y). \quad (12д)$$

Это соотношение аналогично уравнению состояния (1д) при $c = 1$.

Квантовая аналогия между мультипериферизмом и статистическими моделями.

Вероятность перехода (2- N частиц):

$$W_{2 \rightarrow N} = \int |M|^2 \delta^4(P_0 - \sum_{i=1}^N p_i) \prod_{i=1}^N \delta(p_i^2 - m_i^2) d^4 p_i. \quad (13д)$$

P_0 - 4 - импульс первичной системы; p_i, m_i - 4 - импульс и масса i -ой частицы.

Для статистических теорий:

$$|M(S_0, p_1, \dots, p_N)|^2 \sim \prod_{i=1}^N (S_0 p_i)^\beta \quad (I4д)$$

$\beta = \text{const}$ (см. /9д/)

В частности, в теории Ферми $\beta = 1$. В мультипериферической модели в простейшем варианте /8д/:

$$|M|^2 \sim \prod_{i=1}^N (p_{i-1} + p_{i+1})^2 \quad (I5д)$$

Индекс i соответствует расположению частиц в ряду (I).

В релятивистском случае, обычно:

$$p_{i-1} + p_{i+1} \sim \sqrt{p_{i-1} p_{i+1}} \quad (I6д)$$

В соотношениях (I4д), (I5д) четко проявляется физическое различие между статистическими теориями и мультипериферизмом. Во-первых - осуществляется связь между всеми частицами (через импульс S_0). Первая стадия гидродинамической теории описывается статистическими распределениями. Поэтому и в гидродинамической теории осуществляется подобная связь.

В мультипериферической модели взаимодействуют лишь соседи по ряду (3).

ЛИТЕРАТУРА.

- 1д. K.G. Wilson, Preprint Cornell University
CLNS, I3I (1970)
- 2д. Г.А.Милехин Труды Международной конференции по
космическим лучам т.1, стр.223
Изд. АН СССР 1960
- 3д. М.И.Подгорецкий, И.Л.Розенталь, Д.С.Чернавский
ЖЭТФ 29, 296 (1955)
- 4дВ.А.Матвеев, Р.М.Мурадян, А.Н.Тавхелидзе
Препринт ОИЯИ Е-2-6638, Дубна (1972)
- 5д. M. Bander, Phys. Rev., 6D, 164 (1972).
- 6д. R.C. Arnold, Preprint Argonne National
Laboratory, ANL/HE ,7219 (1972).
- 7д. R.C. Arnold, Preprint Argonne National
Laboratory ANL/HE 7241 (1972).
- 8д. C. de Tar, Phys. Rev., 3D, 128 (1971).
- 9д. В.М.Максименко, И.Л. Розенталь
ЖЭТФ 39, 754 (1960)

STATISTICAL AND THERMODYNAMICAL DESCRIPTIONS OF

HADRON PRODUCTION IN e^+e^- ANNIHILATION

J.Engels and K.Schilling

Department of Theoretical Physics

University of Bielefeld

and

H.Satz *)

CERN - Geneva

*)

On leave from the Department of Theoretical
Physics, University of Bielefeld , FRG .

1. - INTRODUCTION

Forthcoming experiments at e^+e^- storage rings are expected to provide us with data on hadronic production rather different from those observed until now : within the validity of the one-photon approximation, we can hope to study hadronic systems of large mass ($M \lesssim 6$ GeV) but with a total spin one - to be contrasted with an average spin of around twenty for a similar system of this mass when produced in hadron-hadron interactions.

This novel and experimentally open situation has led to a considerable amount of theoretical speculation ¹⁾, covering almost the entire range of models consistent with energy conservation : thus predictions for the asymptotic multiplicity \bar{N} of produced hadrons vary from \bar{N} constant ²⁾ to \bar{N} increasing linearly with the centre-of-mass energy M of the e^+e^- system ³⁾.

The aim of the present paper is to develop and study in some detail a model which forms one of the two extremes (it yields $\bar{N} \sim M$) : the thermodynamical model for high energy e^+e^- annihilation into hadrons. On the one hand, we want to investigate particularly the theoretical foundation of such a description in the framework of the statistical bootstrap formalism, in order to see which of the resulting features are critical for the approach ; on the other hand, we want to present quantitative predictions for physical secondaries at the expected (finite) machine energies.

As a preliminary study to our main problem, we shall derive the predictions one obtains by applying to e^+e^- annihilation the traditional statistical model of Fermi ⁴⁾. This approach assumed an equidistribution over all final states compatible with initial state kinematics - a hadronic ideal gas. As is well known, however, hadron-hadron collision experiments soon indicated a strong jet structure in particle production (transverse momentum bound). Hence the statistical model in an unmodified form is certainly not in accord with hadronic production data. As it is even to-day not clear whether the unbounded longitudinal or the bounded transverse momentum distributions of secondaries reflect the essence of hadron dynamics, a comparison of simple phase space with e^+e^- annihilation data will certainly be of interest. Moreover, the Fermi model, as the simplest possible approach, proves quite useful in discussing novel features introduced by the statistical bootstrap condition.

The application of the thermodynamical ⁵⁾ or statistical bootstrap ⁶⁾ model to e^+e^- annihilation is rather straightforward, if one accepts the hadron-like character of (timelike) photons. The basic building blocks of the thermodynamical model are fireballs: energetic hadronic matter at rest, or in other words, hadronic systems of large mass M and low spin j , with $j/M \rightarrow 0$ as $M \rightarrow \infty$. The fundamental property of fireballs is that they decay, as the consequence of the statistical bootstrap condition, into secondaries of asymptotically bounded average energy. In thermodynamic language this is equivalent to the existence of a highest temperature T_0 . From applications to the transverse momentum distribution in inclusive hadron-hadron interactions one finds $T_0 \simeq 160$ MeV. With $j=1$ and a mass of about 6 GeV, an energetic virtual photon would be a fireball par excellence and could provide the most unambiguous test for the basis of the thermodynamical model and related questions ⁷⁾ - always under the assumption that a hadron-like photon is a valid extrapolation into deep timelike regions.

Considerations of a somewhat related nature were first proposed by Bjorken and Brodsky ³⁾, who generalize the transverse momentum restriction $e^{-a|p_T|}$ in hadron-hadron interactions to an energy bound e^{-ap_0} for all secondaries produced in e^+e^- annihilation. This, however, will in itself not lead to a bound on the average energy per secondary, as suggested in Ref. 3); since $\exp(-a \sum_1^N p_{i0}) = \exp(-2M)$ gives a common factor to all transitions, independent of particle number, it cannot influence average quantities such as the multiplicity \bar{N} or the average secondary energy \bar{w} . The bound on \bar{w} derived in 3) is in fact due to an ad hoc assumption about the distribution over particle numbers - an assumption which can be understood, as we shall see later on, only in the framework of a statistical bootstrap scheme.

Let us finally note for all such thermodynamical considerations a point, minor in principle, but not unimportant for comparison with data: in models with a finite asymptotic average energy \bar{w} per secondary, the zero mass limit never coincides with the high energy limit - in contrast to models with unbounded \bar{w} . Although the qualitative features in the thermodynamical model remain as $m \rightarrow 0$, actual predictions are significantly altered.

We begin in Section 2 with the presentation of the statistical model for e^+e^- hadrons, followed by that of the thermodynamical model as obtained from statistical bootstrap arguments. Our main objective in Section 2 will be a discussion of the theoretical aspects of the models and of their asymptotic ($M \rightarrow \infty$) results; quantitative predictions for finite energies, obtained by numerical calculations, will be presented in Section 3.

2. - STATISTICAL AND THERMODYNAMICAL MODELS FOR e^+e^- ANNIHILATION

The cross-section for the production of N hadrons (which we shall from now on take to be pions unless otherwise stated) in e^+e^- annihilation at centre-of-mass energy \sqrt{s} can be written as ⁸⁾

$$\sigma_N(s) = \frac{4\pi\alpha}{s^{3/2}} \Gamma_N(s) \quad (1)$$

where $\Gamma_N(s)$ denotes the integrated decay width of the virtual photon into N pions

$$\Gamma_N(s) = \frac{1}{N!} \int \prod_{i=1}^N \frac{d^3 p_i}{2p_{i0}} \delta^{(4)}\left(\sum_{i=1}^N p_i - Q\right) \rho(q_1, q_2; p_1, \dots, p_N) \quad (2)$$

with $Q = q_1 + q_2$, $Q^2 = s$ characterizing the initial state. The production dynamics are now contained in the N particle momentum space weight ρ . With the total decay width

$$\Gamma_{\gamma \rightarrow \text{hadrons}}(s) = \sum_{N=2}^{\infty} \Gamma_N(s) \equiv \Gamma_{\text{tot}}(s) \quad (3)$$

we have

$$\sigma_{\text{tot}}(s) = \frac{4\pi\alpha}{s^{3/2}} \Gamma_{\text{tot}}(s) \quad (4)$$

as the total cross-section for hadron production.

2.1. - The statistical model

In the absence of information about the decay dynamics, the simplest assumption is to take ρ constant

$$\rho(q_1, q_2; p_1, \dots, p_N) = c \, d^N \quad (5)$$

i.e., to consider an equidistribution in momentum space. The normalization function c can depend only on $s = Q^2$; a determination of this dependence (the \mathcal{K} hadron coupling) is certainly not possible in statistical or thermodynamical approaches, which determine only relative weights of different final states and do not give absolute predictions. We thus write

$$\Gamma_N(s) = \frac{s^{3/2}}{4\pi\alpha} \sigma_{\text{tot}}(s) \frac{G_N(s)}{\sum_{i=2}^{\infty} G_i(s)} \quad (6)$$

with

$$G_N(s) = \frac{\mathcal{K}^N}{N!} \int \prod_{i=1}^N \frac{d^3 p_i}{2p_{i0}} \delta^{(4)}\left(\sum_{i=1}^N p_i - Q\right) \quad (7)$$

denoting the N particle phase space. For large s (extreme relativistic limit), the phase space (7) becomes

$$G_N(s) \approx \frac{\pi}{2} \frac{(S\pi/2)^{N-2}}{(N-1)!(N-2)!} \frac{\mathcal{K}^N}{N!} \quad (8)$$

Summing (6) over all N gives us the total phase space, which asymptotically takes the form⁹⁾

$$G(s) \approx \frac{(\pi\mathcal{K}S/2)^{2/3}}{\sqrt{3}\pi^2 S^2} e^{3[\pi\mathcal{K}S/2]^{1/3}} \quad (9)$$

The average number of produced hadrons (multiplicity) can for large s easily be obtained from (3), (5) and (9)

$$\begin{aligned} \bar{N}(s) &= \mathcal{K} \frac{\partial \log G(s)}{\partial \mathcal{K}} \\ &\approx [\pi\mathcal{K}S/2]^{1/3} \end{aligned} \quad (10)$$

It thus increases as a power, but less than linearly, in the photon mass; consequently the average energy per secondary

$$\bar{w}(s) \approx \frac{1/\sqrt{s}}{\bar{N}} \approx [2/\pi\mathcal{K}]^{1/3} S^{1/6} \quad (11)$$

grows asymptotically without bound. The normalized inclusive single particle distribution for secondary energy q_0

$$F(q_0, s) = x^2 \frac{\partial G([Q-q]^2)}{\partial x} / G(s) \quad (12)$$

becomes for large photon mass $\sqrt{s} = \sqrt{Q^2}$

$$F(q_0, s) \approx x (\pi x s / 2)^{1/3} (1 - \frac{2q_0}{\sqrt{s}})^{-1} e^{-2[\pi x / 2]^{1/3} \frac{q_0}{s^{1/6}}} \quad (13)$$

and hence does not lead to a non-zero scaling limit; for fixed $x \equiv 2q_0 / \sqrt{s}$

$$F(x, s) \approx x (\pi x s / 2)^{1/3} (1-x)^{-1} e^{-x[\pi x s / 2]^{1/3}} \quad (14)$$

vanishes exponentially.

We close our survey of the asymptotic behaviour of the statistical model with two comments.

I) - The qualitative features of most of these results are rather insensitive to the specific form of momentum space. Had we chosen

$$G_N^F(s) = \frac{x_F^N}{N!} \int \prod_{i=1}^N d^3 p_i \delta^{(4)}(\sum_i p_i - Q) \quad (15)$$

instead of (6), then, e.g., the multiplicity would grow like $\bar{N}_F \sim s^{3/8}$ instead of $s^{1/3}$, leaving the general picture essentially unchanged. We might note here also the case

$$G_N^P(s) = \frac{x_P^N}{N!} \int \prod_{i=1}^N \left\{ \frac{d^3 p_i}{2p_{i0}} \frac{1}{p_{i0}^2} \right\} \delta^{(4)}(\sum_i p_i - Q) \quad (16)$$

which, although without any jet structure, leads to

$$\bar{N}(s) \sim \ln s \quad (16a)$$

$$F(q_0, s) \sim (1-x)^{\text{const.}}, \quad x \equiv 2q_0 / \sqrt{s}$$

i.e., to features otherwise found in uncorrelated jet ¹⁰⁾ or parton model ¹¹⁾ considerations. It is thus clear that more detailed quantities than multiplicities or single particle spectra have to be measured to distinguish these models from a purely statistical description.

2) - We have not taken into account momentum space restrictions due to the given spin one of the photon, as it can be shown ¹²⁾ that the resulting effects become unimportant at high energies.

2.2. - The thermodynamical (statistical bootstrap) model

Instead of the single centre decay (Fig. 1) discussed above, consider now a cascade decay with two body intermediate steps (Fig. 2), each consisting of one pion and one excited hadronic system (fireball). The decay width is then given by

$$\begin{aligned} \Gamma_N(s) &\sim \int \frac{d^3 p_1}{z_{p_{10}}} d^4 P_1 \delta^{(4)}(p_1 + P_1 - Q) |\langle P_1 p_1 | Q \rangle|^2 * \\ &\int \frac{d^3 p_2}{z_{p_{20}}} d^4 P_2 \delta^{(4)}(p_2 + P_2 - P_1) |\langle P_2 p_2 | P_1 \rangle|^2 * \dots * \\ &\int \frac{d^3 p_{N-1}}{z_{p_{N-1,0}}} \frac{d^3 p_N}{z_{p_{N,0}}} \delta^{(4)}(p_{N-1} + p_N - P_{N-2}) |\langle p_{N-1} p_N | P_{N-2} \rangle|^2 \end{aligned} \quad (17)$$

. Now if all couplings are constant, $|\langle p_i p_i | p_{i-1} \rangle|^2 = \lambda$, $i = 2, 3, \dots, N$, then $\Gamma_N(s)$ with proper normalization can be written

$$\begin{aligned} \Gamma_N(s) &= \Gamma_{\text{tot}}(s) \frac{\tau_N(s)}{\sum_{i=2}^{\infty} \tau_i(s)} \\ \tau_N(s) &= \lambda^{N-1} \int \prod_{i=1}^N \frac{d^3 p_i}{z_{p_{i0}}} \delta^{(4)}\left(\sum_i p_i - Q\right) \end{aligned} \quad (18)$$

The essential difference between (6) and (18) is the absence of the Boltzmann factor $1/N!$ in the latter; as we shall see now, it is this difference which yields in one case secondaries with unbounded, in the other with bounded average energy.

Consider first the case of mass zero secondaries, for which all phase space expressions are solvable in closed form. We obtain from (18)

$$\tau_N(s) = \lambda^{N-1} \frac{\pi}{2} \frac{(\pi s/2)^{N-2}}{(N-1)! (N-2)!} \quad (19)$$

and hence for the sum over all N

$$\tau(s) = (\lambda\pi/2s)^{1/2} I_1(2\sqrt{\lambda\pi s/2}) \quad (20)$$

where $I_1(x)$ is the Bessel function of order one and pure imaginary argument. For large s Eq. (20) gives

$$\tau(s) \approx \frac{\lambda\pi^{1/2}}{4} (\lambda\pi s/2)^{-3/4} e^{2\sqrt{\lambda\pi s/2}} \quad (21)$$

which leads to an average particle number

$$\bar{N}(s) = 1 + \lambda \frac{\partial \log \tau(s)}{\partial \lambda} = \sqrt{\lambda\pi s/2} (1 + O(\frac{\ln s}{s})) \quad (22)$$

increasing linearly with the photon mass \sqrt{s} . In contrast to (11) we thus obtain with

$$\bar{w} \approx \frac{\sqrt{s}}{\bar{N}} \approx \sqrt{\frac{2}{\pi\lambda}} \quad (23a)$$

an asymptotically bounded average energy per secondary; the actual value of the bound depends on the coupling constant λ . The inclusive single particle distribution [cf., (12)] at high energy and for $q_0 \ll \sqrt{s}$ is easily obtained from (21); as expected from the above, we have with

$$F(q_0, s) \approx \lambda \sqrt{\lambda\pi s/2} (1-x)^{-1/4} e^{-\sqrt{2\pi\lambda} q_0} \quad (23b)$$

$$x = 2q_0/\sqrt{s}$$

an exponential cut-off in secondary energy which is independent of the photon mass.

Let us now rederive these results using thermodynamic arguments. We define the grand canonical partition function

$$Z(\beta, \lambda) \equiv \int d^4Q e^{-\beta_m Q^m} \tau(Q^2) \quad (24)$$

with $\beta^2 = \beta_m \beta^m > 0$, $\beta_0 > 0$; from (3) and (19) we then have

$$Z(\beta, \lambda) = \frac{\lambda \varphi^2(\beta)}{1 - \lambda \varphi(\beta)} \quad (25)$$

with

$$\varphi(\beta) \equiv \int \frac{d^3\mu}{2\mu_0} e^{-\beta \mu^m} = \frac{2\pi}{\beta^2} \quad (26)$$

For the particularly simple case considered here ($m=0$, linear chain decay) we could now invert the Laplace transform (24) to obtain $\tau(Q^2)$ for large Q^2 ; as this is, however, practically very difficult in more complicated cases, we shall instead pursue here a more general approach. The exponential increase in \sqrt{s} of $\tau(s)$ leads to a singularity of $Z(\beta, \lambda)$ at that value $\beta = \beta_0$ for which

$$\varphi(\beta_0) = 1/\lambda \quad (27)$$

and from (24) and (27) we see that the allowed range of β is

$$\beta_0 = \sqrt{2\pi\lambda} < \beta < \infty \quad (28)$$

In thermodynamic language, β is an inverse temperature, $\beta = 1/kT$, with k denoting the Boltzmann constant. Equation (27) thus predicts the existence of a highest temperature

$$T_0 = 1/k \sqrt{2\pi\lambda} \quad (29)$$

for which the partition function becomes singular. Using (24), we can now define an average total energy

$$\bar{E} = - \frac{\partial}{\partial \beta} \log Z(\beta, \lambda) \quad (30)$$

in terms of the inverse temperature β . Requiring \bar{E} to be equal to the actual energy \sqrt{s} yields an energy-temperature relation ¹³⁾ ("Stefan-Boltzmann law")

$$\sqrt{s} = - \bar{N}(\beta, \lambda) \frac{\partial \log \Phi(\beta)}{\partial \beta} \quad (31)$$

with

$$\bar{N} = 1 + \lambda \frac{\partial}{\partial \lambda} \log Z(\beta, \lambda) \quad (32)$$

For the average energy per secondary we then have

$$\bar{w} \approx \frac{\sqrt{s}}{\bar{N}} = - \frac{\partial \log \Phi(\beta)}{\partial \beta} = \frac{2}{\beta} \quad (33)$$

while (31) and (32) give

$$\beta^2 = 2\pi\lambda \left[1 + \frac{1}{\sqrt{\pi\lambda s/2}} + O\left(\frac{1}{\lambda s}\right) \right] \quad (34)$$

Inserting this value of β in (32) and (33) reproduces our previous results (22) and (23): as $s \rightarrow \infty$, the results of the grand canonical formulation converge to the exact calculation.

We have thus seen that the bound on the average energy per secondary is expressed in thermodynamic language as a bound on the temperature, $T \leq T_0$. If we choose $kT_0 = 160$ MeV, as found in inclusive hadron-hadron interactions, then the only free parameter λ is fixed and we obtain

$$\bar{w}_\infty = 320 \text{ MeV} \quad (35)$$

as the asymptotic energy of a (mass zero) secondary. As already indicated above, this bound will be different for massive secondaries, to which we shall return further down.

Now we want to investigate the relation between our cascade decay scheme (18) and statistical bootstrap arguments by essentially rewriting (18) as a bootstrap condition. In the cascade, we require an excited hadronic state (the photon) to decay into an object of similar nature (fireball) plus one pion. Denote the density of states of the initial fireball of mass $\sqrt{Q^2}$ by $\tau(Q^2)$; we then want the decay product fireball of mass M_1 to be described by $\tau(M_1^2)$. We thus obtain the bootstrap equation ¹⁴⁾

$$\tau(Q^2) = \delta_0(Q^2 - m^2) + \lambda \int \frac{d^3P}{2P_0} d^4P \tau(P^2) \delta^{(4)}(P + P - Q) \quad (36)$$

with

$$\begin{aligned} \delta_0(x^2 - m^2) &= \theta(x_0) \delta(x^2 - m^2) \\ \tau(x^2) &= \theta(x^2) \theta(x_0 - m) \tilde{\tau}(x^2) \end{aligned} \quad (37)$$

From (36) we obtain by Laplace transformation ($\beta^2 > 0$, $\beta_0 > 0$) for the partition function

$$Z(\beta, \lambda) \equiv \int d^4Q e^{-\beta_\mu Q^\mu} [\tau(Q^2) - \delta_0(Q^2 - m^2)] \quad (38)$$

the relation

$$Z(\beta, \lambda) = \frac{\lambda \varphi^2(\beta)}{1 - \lambda \varphi(\beta)} \quad (39)$$

with $\varphi(\beta)$ as defined in (26). As the partition function (39) obtained from (36) is identical to the one, (25), obtained from (18), we conclude that the cascade decay (18) is in fact the solution of the bootstrap condition (36).

Relation (36) is, however, not the most general bootstrap condition; this is obtained ^{5),6),15),16)} by allowing unrestricted decay of the photon into any number of fireballs and/or pions (cf. Fig. 3):

$$\tau(Q^2) = \delta_0(Q^2 - m^2) + \sum_{\ell=2}^{\infty} \frac{B^{\ell-1}}{\ell!} \int \prod_{i=1}^{\ell} \{d^4 k_i \tau(k_i^2)\} \delta^{(4)}(\sum_1^{\ell} k_i - Q) \quad (40)$$

where B^{ℓ} denotes the one to ℓ fireball coupling. The Laplace transformation of this "full" bootstrap condition gives

$$\begin{aligned} Z(\beta, B) &\equiv \int d^4 Q e^{-\beta \cdot Q^2} \tau(Q^2) \\ &= \varphi(\beta) + \frac{1}{B} [e^{BZ} - 1 - BZ] \end{aligned} \quad (41)$$

The resulting $Z(\beta, B)$ as functional of φ can be shown ^{16),17)} to have a square root branch point at

$$B\varphi(\beta) = 2 \ln 2 - 1 \equiv z_0 \quad (42)$$

Instead of the pole (39), it is now this singularity which determines the maximum temperature $kT_0 = \beta_0^{-1}$. From (26) and (42) we obtain

$$kT_0 = \beta_0^{-1} = \sqrt{z_0 / 2\pi B} \quad (43)$$

for the connection between T_0 and the interaction parameter B , instead of the relation (28)/(29) for the linear cascade. With the choice

$$B/\lambda = z_0 \quad (44)$$

we thus have the same maximum temperature in both cases.

The solution to Eq. (40) can moreover be written ¹⁵⁾

$$\tau(Q^2) = \sum_{\ell=1}^{\infty} g_{\ell} B^{\ell-1} \int \prod_{i=1}^{\ell} \frac{d^3 p_i}{2p_{i0}} \delta^{(4)}(\sum_1^{\ell} p_i - Q) \quad (45)$$

where the g_ℓ are determined by expressing the solution to Eq. (41) in the form

$$\mathcal{Z}(\beta, B) = \sum_{\ell=1}^{\infty} g_\ell [B\varphi(\beta)]^\ell \quad (46a)$$

As a consequence the g_ℓ obey the recursion relation

$$g_{\ell+1} = \frac{-1}{\ell+1} \left[\ell g_\ell - 2 \sum_{k=1}^{\ell} k g_k g_{\ell+1-k} \right] \quad (46b)$$

$$g_1 = 1$$

which for large ℓ has the solution ¹⁶⁾

$$g_\ell \sim z_0^{-\ell+1} \ell^{-3/2} \quad (46c)$$

From (44) and (46c) we thus see that the full bootstrap (46a) and the linear cascade (39) lead to the same exponential increase in level density

$$\tau(M) = M^\nu e^{M/kT_0} \quad (47)$$

the additional $\ell^{-3/2}$ in (46) yields only a different value of ν . This asymptotic "equivalence" between the two cases is not as surprising as it may first seem, since the linear cascade was in fact shown ⁶⁾ to be the dominant decay mode in the full bootstrap.

In Section 3 we shall return to non-asymptotic calculations using the g_ℓ from (46b); we note here already that we want to consider predictions both from the full bootstrap and from the linear chain. As long as we have no specific dynamical model, it is not clear whether a given bootstrap scheme (if at all applicable) describes only the asymptotic limit or the approach thereto as well. By investigating two thermodynamical schemes converging at high energies, we have some measure of the range of predictions for such approaches possible at finite energies.

Up to now we have in all calculations treated only secondaries of zero mass ; before taking up the case of massive secondaries, let us briefly comment on the approach of Bjorken and Brodsky ³⁾, who consider explicitly only the $m=0$ case. As already noted in the Introduction, all inclusive quantities remain unchanged if one replaces (18) by

$$G_N^{BB}(s) = \lambda_{BB}^{N-1} \int \prod_{i=1}^N \left\{ \frac{d^3 p_i}{2p_{i0}} e^{-2p_{i0}} \right\} \delta^{(4)}\left(\sum_i p_i - Q\right) \quad (48)$$

which is the form proposed by Ref. 3). The critical assumption is, as we have seen in comparing (16) and (18), the absence of the Boltzmann factor $1/N!$ in (18) and (48) ; it is this absence, and not the momentum space damping, which provides the bound on the average secondary energy ; the form (48) with a $1/N!$ leads to secondaries with unbounded average energies. Note, however, the difference between (18) and (48) for certain exclusive measurements : the single particle distribution for an N body final state should according to (48) already exhibit exponential energy damping

$$F_N(q_0, M) / F_N(0, M) \sim e^{-2q_0} \left(1 - \frac{2q_0}{M}\right)^{2N-4} \quad (49)$$

whereas with (18) we have

$$F_N(q_0, M) / F_N(0, M) \sim \left(1 - \frac{2q_0}{M}\right)^{2N-4} \quad (50)$$

since the exponential damping of q_0 here arises only after summation over all N .

Let us now extend our considerations to include massive secondaries. In the formulation as given here this is achieved simply by replacing $\mathcal{C}(\beta)$ in (26) by the corresponding function for non-vanishing mass

$$\mathcal{C}_m(\beta) \equiv \int \frac{d^3 p}{2p_0} e^{-\beta p \cdot r} = \frac{2\pi m}{\beta} K_1(m\beta) \quad (51)$$

where $K_1(x)$ denotes the Hankel function of order one and imaginary argument.

The determining equation (27)/(42) between maximum temperature and interaction parameter then becomes

$$\frac{2\pi m \lambda}{\beta_0} K_1(m\beta_0) = 1 \quad (52)$$

for the linear chain and

$$\frac{2\pi m B}{\beta_0} K_1(m\beta_0) = Z_0 \quad (53)$$

for the full bootstrap. In either case we have, by fixing $kT_0 = \beta_0^{-1} = 160$ MeV, determined the only open parameter in the model.

As all other arguments remain valid, we now obtain from (33) and (57)

$$\bar{\omega}_\infty = \frac{Z_0}{\beta_0} + m \frac{K_0(m\beta_0)}{K_1(m\beta_0)} \quad (54)$$

which in the case of pions yields

$$\bar{\omega}_\infty = 414 \text{ MeV} \quad (55)$$

as the asymptotic energy per secondary ; the corresponding multiplicity grows as

$$\bar{N}(s) = 2.4 \sqrt{s} \quad (56a)$$

with increasing photon mass.

The extension of our thermodynamical description to μ different types of secondaries is easily obtained by generalizing Eq. (18) to

$$\tau_{N_1 \dots N_\mu}(s) = \frac{!!!}{N_1! \dots N_\mu!} \lambda_1^{N_1} \dots \lambda_\mu^{N_\mu} \int \prod_{i=1}^N \frac{d^3 p_i}{2p_{i0}} \delta^{(4)}\left(\sum_{i=1}^N p_{i0} - Q\right) \quad (56b)$$

$$N = \sum_{i=1}^{\mu} N_i \quad (56c)$$

where N_i denotes the number of particles of type i and λ_i the corresponding coupling constant. The combinatorial factor in (56b) counts the number of different possible orderings of the decay chain with fixed N_1, \dots, N_{μ} , assuming all particles to obey Boltzmann statistics. Summing (56b) over all N_i , $i=1, \dots, \mu$, and Laplace transforming the result gives us as generalization of (25) the form

$$Z(\beta, \lambda_1, \dots, \lambda_{\mu}) = \frac{1}{1 - \sum_{i=1}^{\mu} \lambda_i \varphi_i(\beta)} \quad (56d)$$

so that the maximum temperature $kT_0 = \beta_0^{-1}$ and hence one of the μ parameters λ_i is determined by

$$\sum_{i=1}^{\mu} \lambda_i \varphi_i(\beta, m_i) = 1 \quad (56e)$$

Since

$$\bar{N}_i = \lambda_i \frac{\partial}{\partial \lambda_i} \log Z(\beta, \lambda_1, \dots, \lambda_{\mu}) \quad (56f)$$

$i = 1, 2, \dots, \mu$

we can fix the remaining $\mu-1$ constants by using the asymptotic multiplicity ratios

$$R_i = \bar{N}_i / \bar{N}_1, \quad i = 2, 3, \dots, \mu \quad (56g)$$

as given input. Going from the linear chain to the full bootstrap is achieved by multiplying $\tau_{N_1 \dots N}$ in Eq. (56b) by ξ_N^N , as evident from Eqs. (44) and (45).

Further details concerning physical particles, conservation laws for discrete quantum numbers, etc., will be taken up in Section 3; we close this section with some comments on the asymptotic results obtained so far.

2.3. - Critical aspects of asymptotic behaviour

In the Table we summarize the essential results of Section 2, concerning the asymptotic predictions of statistical and thermodynamical descriptions of e^+e^- annihilation into hadrons.

As is evident, the thermodynamical approach can easily be subjected to critical empirical tests. The maximum temperature T_0 is related directly to the hadronic level density, which one would expect to be universal, i.e., independent of production mechanism. Hence average pion energy in e^+e^- annihilation should with increasing photon mass approach from below an asymptotic value of about 400-450 MeV ^{*}). Thus if one should observe at storage ring energies around 6 GeV average pion energies of around one GeV, then this would constitute a serious difficulty for the thermodynamical approach. A failure of this approach, on the other hand, would seem to rule out the only scheme - besides the dual resonance model, which moreover appears closely related ⁷⁾ - proposed up to now to explain, rather than only accommodate, the transverse momentum bound in hadronic interactions. Whatever the results of experiments will be, from this point of view they will provide significant information.

The statistical description, in contrast, is much less specific. If we allow the possibility of factorized power law weights in momentum space, e.g.,

$$G_N^{(r)}(s) = \frac{\alpha_r^N}{N!} \int \prod_{i=1}^N \left\{ \frac{d^3 k_i}{2k_{i0}} n_i^+ \right\} \delta^{(r)}\left(\sum_{i=1}^N k_i - Q\right) \dots \dots \dots (57)$$

where $r=0$ yields the covariant form (6), $r=1$ the Fermi version (15), then for multiplicities, average secondary energies or single particle spectra it can accommodate any behaviour except that predicted by the thermodynamical model. As we have already indicated, the measurement of these quantities will therefore not be sufficient to distinguish between parton model ¹¹⁾ and statistical considerations. For this it will be necessary to first establish experimentally the jet structure predicted by the former, i.e., to measure two or more particle correlations. It should be noted that, although not listed in the Table, a statistical approach can also lead to bounded asymptotic multiplicities: if in (57) $r = -2$, \bar{N} will become constant at high energies.

^{*}) This value could be exceeded significantly only if one should observe - in contrast to large angle hadron-hadron data - very strong production of heavy secondaries; cf. Section 3.

3. - FINITE ENERGY PREDICTIONS

In this section we shall present the essential predictions of the thermodynamical approach to e^+e^- annihilation for the energy range to be investigated in storage ring experiments at SLAC and DESY, i.e., $\sqrt{s} \equiv E = 2-6$ GeV. For comparison we shall also show some results of the conventional statistical model at these energies.

As above, we choose always for the maximum temperature the value $kT_0 = 160$ MeV, observed in large angle hadron production at the ISR ¹⁸⁾. Charge conservation, more generally isospin, is introduced into the model by weighting the various final state charge configurations according to their statistical isospin weight factors ¹⁹⁾, normalized over all possible charge configurations of a given N particle final state. To do this, it is necessary to specify the relative coupling strength $g_v/g_s \equiv r$ of hadrons to the isovector and isoscalar component of the photon, which are assumed not to interfere. It turns out, however, that for $E \geq 2$ GeV, the inclusive results considered here depend very little (less than 1% variation in \bar{N}^{ch}) on r and are in fact very close to the asymptotic predictions $\bar{N}_{\pi^\pm} \approx \bar{N}_{\pi^0}$, $\bar{N}_{K^\pm} \approx \bar{N}_{K^0} \approx \bar{N}_{\bar{K}^0}$, etc. The main impact of r comes through G parity conservation, which allows the isovector photon component to couple only to an even, the isoscalar component only to an odd number of pions in the final state. At high energies, however, pure pion final states and hence G parity conservation become less and less important. All results presented in the following were calculated with $r = 1$.

The necessary phase space integrations were performed by Monte Carlo methods using the standard Fowl ²⁰⁾. Allowing only pionic final states yields through Eq. (52), i.e., for the linear chain model, the value $\lambda_\pi = 9.45 \text{ GeV}^{-2}$. The resulting average multiplicity of charged pions \bar{N}_π^{ch} , is shown in Fig. 4. It is seen to be a straight line, which can be parametrized by

$$\bar{N}_\pi^{ch} = .6 + \frac{E}{414} \quad (58)$$

with E in GeV, in accord with the asymptotic average pion energy of 414 MeV found in (55). The very early start ($E \geq 1$ GeV) of asymptotic behaviour is modified, as we shall see, by the presence of other final state particles besides pions.

As next simplest case, we allow pions and kaons in the final state, enforcing strangeness conservation for the latter. This is assured by writing

$$\begin{aligned}
 \tau(s) = & \sum_{N_{\pi}, N_K} \binom{N_{\pi} + N_K}{N_{\pi}} \lambda_{\pi}^{N_{\pi}} \lambda_K^{2N_K} * \\
 & \int \prod_{i=1}^{N_{\pi}} \frac{d^3 p_i^{\pi}}{2 p_{i0}^{\pi}} \prod_{j=1}^{2N_K} \frac{d^3 p_j^K}{2 p_{j0}^K} \delta^{(4)} \left(\sum_i p_i^{\pi} + \sum_j p_j^K - Q \right)
 \end{aligned} \tag{59}$$

which yields

$$Z(\beta, \lambda_{\pi}, \lambda_K) = \left[1 - \lambda_{\pi} \varphi(\beta, m_{\pi}) - \lambda_K^2 \varphi(\beta, m_K) \right]^{-1} \tag{60}$$

One of the parameters λ_{π} and λ_K is determined as in (56e) by the relation defining the asymptotic temperature

$$1 = \lambda_{\pi} \varphi(\beta_0, m_{\pi}) + \lambda_K^2 \varphi^2(\beta_0, m_K) \tag{61}$$

the other by requiring the pion to kaon multiplicity to have the value observed at large angle ISR experiments ⁽¹⁸⁾

$$\bar{N}_{\pi^+} : \bar{N}_{K^+} = 100 : 7 \tag{62}$$

The resulting values

$$\lambda_{\pi} = 9.03 \text{ GeV}^{-2} \tag{63}$$

$$\lambda_K = 11.82 \text{ GeV}^{-2} \tag{64}$$

were then used to calculate the multiplicity distributions and spectra shown in Figs. 4 to 9. We notice in Fig. 4 that the average number of charged pions now increases slower with E than in the previous case where only pions are allowed as secondaries - an effect due to the opening of phase space for kaon production. At 6 GeV, the presence of kaons has some 20%

effect on the average number of charged pions. The average energies per pion or kaon, calculated by integrating the energy spectra (in Figs. 5 and 6 we show representative results at 4 and 6 GeV), slowly converge to their asymptotic values of 414 and 754 MeV, respectively, as seen in Fig. 7.

The model can now be further refined by including baryon pair and associated production as well. We have tried to assess the influence of such processes by including nucleon-antinucleon production at the rate observed in ISR data ¹⁸⁾

$$\bar{N}_{\pi^+} : \bar{N}_{\bar{p}} = 100 : 2.5 \quad (65)$$

The pair production restriction is taken into account as for kaons, and the determining equation for the maximum temperature becomes now

$$1 = \lambda_{\pi} \varphi(\beta_0, m_{\pi}) + \lambda_K^2 \varphi_K^2(\beta_0, m_K) + \lambda_W^2 \varphi_W^2(\beta_0, m_W) \quad (66)$$

yielding together with (62) and (65)

$$\lambda_{\pi} = 8.86 \text{ GeV}^{-2}; \quad \lambda_K = 11.7 \text{ GeV}^{-2}; \quad \lambda_W = 85.4 \text{ GeV}^{-2} \quad (67)$$

We see in Fig. 4 that the inclusion of nucleon-antinucleon pair production reduces the average charged pion multiplicity by about 5% at 6 GeV.

All results so far were for the linear chain version of the model. To have some feeling for variations, possible at finite energies in different decay schemes, we have also calculated the charged pion multiplicity for the full bootstrap (40), allowing pions and kaons in the final state. The resulting values of $\bar{N}_{\pi}^{\text{ch}}$ at 6 GeV are somewhat (5%) lower than those from the linear chain, as seen in Fig. 10.

Let us now compare the behaviour of our thermodynamical considerations with that of the conventional statistical model (6/7). Adjusting the open parameter \mathcal{A} of the latter to reproduce the charged particle multiplicities observed in e^+e^- annihilation at 2 GeV ²¹⁾ gives $\mathcal{A} = 12 \text{ GeV}^{-2}$; the resulting charged pion multiplicity is shown in Fig. 11. As expected from (10), it increases much slower with E than the corresponding statistical bootstrap predictions.

In closing we show in Fig. 12, for pions and kaons in the final state, the predictions of $\bar{N}_{\pi}^{\text{ch}}$ from linear chain, full bootstrap and from the statistical model together with all presently available data ^{21),22)}. It is clearly seen that more accurate and higher energy data are needed before any conclusions can be drawn.

ACKNOWLEDGEMENT

It is a pleasure to thank R. Hagedorn for stimulating discussions.

	Multiplicity \bar{N}	Average secondary energy \bar{w}	Single particle spectrum $F(q_0, E)$
Statistical model, covariant	$M^{2/3}$	$M^{1/3}$	$e^{-\text{const.} \cdot (E/M)^{3/2} q_0}$
Statistical model, Fermi	$M^{3/4}$	$M^{1/4}$	$e^{-\text{const.} \cdot (E/M)^{3/4} q_0}$
Statistical model, Eq. (16)	$f(M)$	$\frac{E}{f(M)}$	$(1-x)^{\text{const.}}$ $x \equiv 2q_0/M$
Thermodynamical model	M	const	$e^{-\text{const.} \cdot q_0}$

TABLE : The asymptotic behaviour of statistical and thermodynamical models for e^+e^- annihilation into hadrons ; M denotes the photon mass, q_0 the centre-of-mass energy of the observed secondary.

REFERENCES

- 1) Cf. e.g. :
J.D. Bjorken - in Proceedings of the 1971 International Symposium on Electron and Photon Interactions, Cornell, U.S.A.
- 2) G. Altarelli and L. Maiani - Preprint ISS-72-8, Rome (1972).
- 3) J.D. Bjorken and S. J. Brodsky - Phys.Rev. D1, 1416 (1970).
- 4) E. Fermi - Progress Theor.Phys.(Japan) 1, 570 (1950).
- 5) R. Hagedorn - Nuovo Cimento Suppl. 3, 147 (1965).
- 6) S. Frautschi - Phys.Rev. D3, 2821 (1971).
- 7) Cf. e.g. :
M.I. Gorenstein et al. - Kiev Preprint ITP 72-168 E (1973) ;
H. Satz - Nuovo Cimento 12A, 205 (1972).
- 8) M. Gourdin - in "Hadronic Interactions of Electrons and Photons", London (1971).
- 9) H. Satz - Nuovo Cimento 37, 1407 (1965).
- 10) L. Van Hove - Revs.Modern Phys. 36, 655 (1964) ;
A. Krzywicki - Nuovo Cimento 32, 1067 (1964).
- 11) S.D. Drell et al. - Phys.Rev. D1, 1617 (1970) ;
N. Cabibbo et al. - Nuovo Cimento Letters 4, 35 (1970).
- 12) H. Joos and H. Satz - Nuovo Cimento 34 619 (1964) ;
H. Satz - DESY Report 65/2 (1965).
- 13) A.I. Khinchin - "Mathematical Foundations of Statistical Mechanics", New York (1949).
- 14) I. Montvay - CERN Preprint TH. 1572 (1972).
- 15) J. Yellin - CERN Preprint TH. 1513 (1972).
- 16) R. Hagedorn and I. Montvay - CERN Preprint TH. 1610 (1973).
- 17) W. Nahm - Nuclear Phys. B45, 525 (1972).
- 18) B. Alper et al. - British-Scandinavian collaboration : "Inclusive Particle Production at CERN ISR ", 16 th International Conference on High Energy Physics, Batavia, U.S.A.(1972).
- 19) J. Shapiro - Nuovo Cimento Suppl. 18, 40 (1960).

- 20) F. James - CERN Yellow Report 68-15 (1968).
- 21) M. Grilli et al. - Nuovo Cimento 13A, 593 (1973).
- 22) F. Ceradini et al. - Phys.Letters 42E, 501 (1972) ;
R. Averill et al. - Contribution to the 16th International Conference
on High Energy Physics, Batavia, U.S.A. (1972) ;
V. Silvestrini - Contribution to the 16th International Conference on
High Energy Physics, Batavia, U.S.A. (1972).

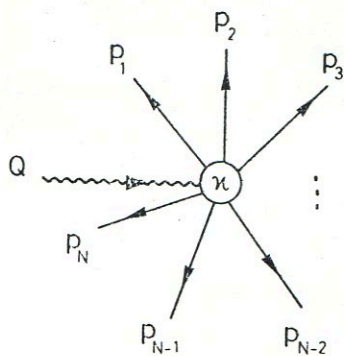


Figure 1 Statistical decay.

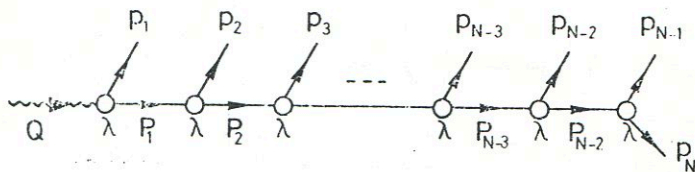


Figure 2 Linear cascade decay.

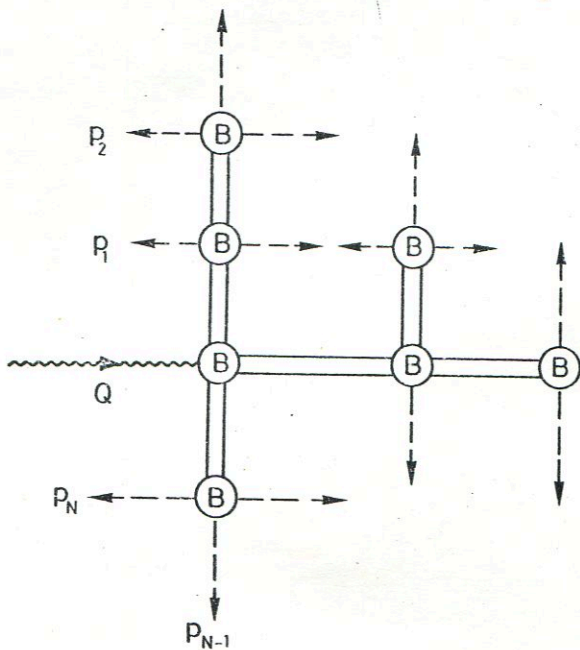


Figure 3 Full bootstrap decay.

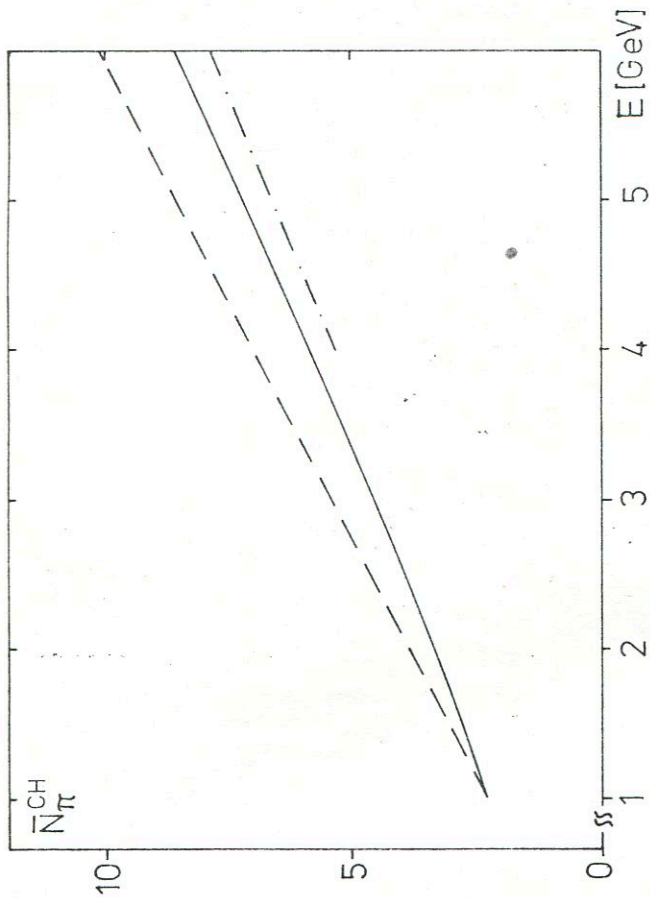


Figure 4 Charged pion multiplicity as function of e^+e^- energy, for allowed final states consisting of pions only (-----), pions and kaons (-----), and pions, kaons and nucleons (-.-.-.-).

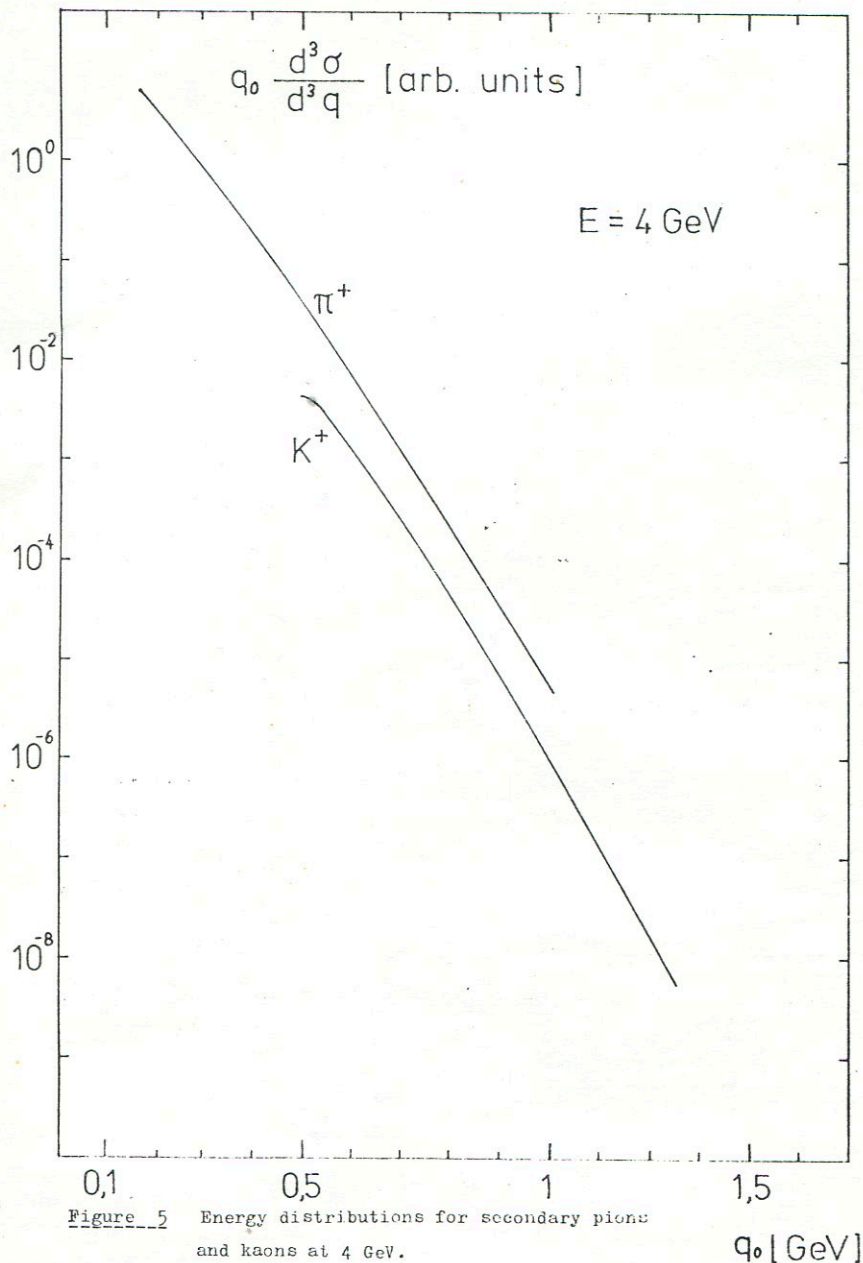


Figure 5 Energy distributions for secondary pions and kaons at 4 GeV.

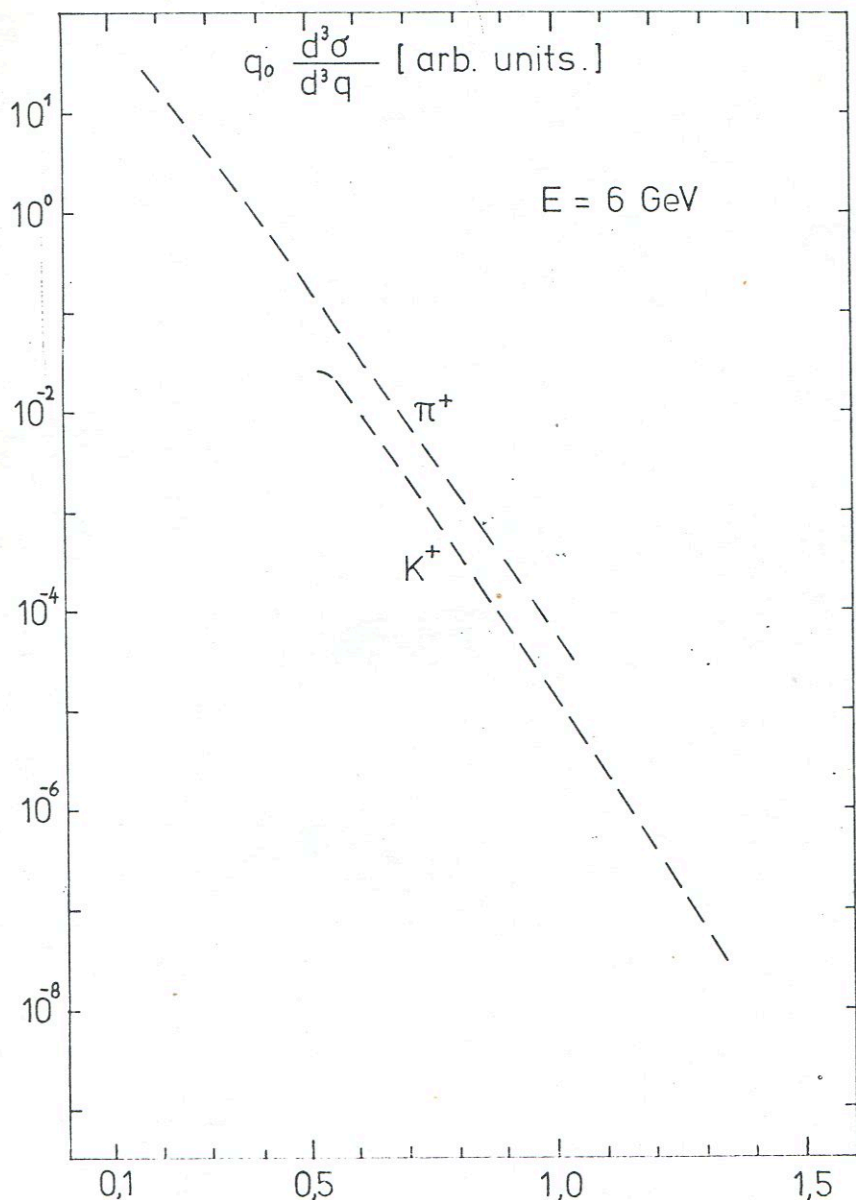


Figure 6 Energy distributions for secondary pions and kaons at 6 GeV.

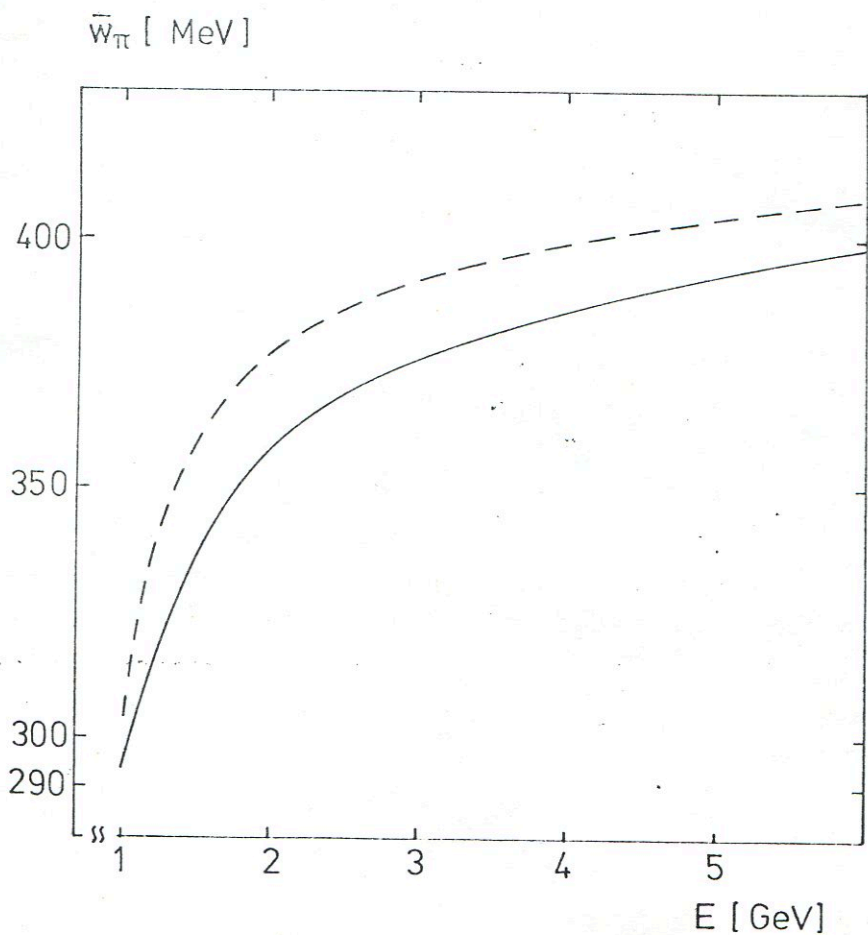


Figure 7 Average pion energy as function of e^+e^- energy for full bootstrap (-----) and linear cascade (———).

$\sigma_N^{\pi^-}$ [arb. units]

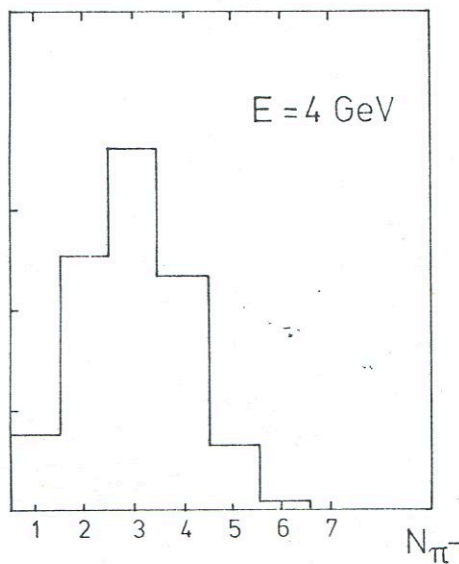


Figure 8 Multiplicity distribution for negative pions, allowing pions and kaons in the final state, at an e^+e^- energy of 4 GeV.

$\sigma_N^{\pi^-}$ [arb. units.]

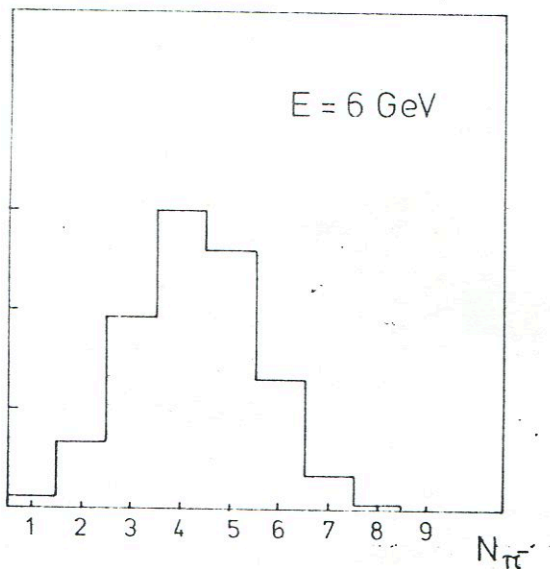


Figure 9 Multiplicity distribution for negative pions, allowing pions and kaons in the final state, at an e^+e^- energy of 6 GeV.

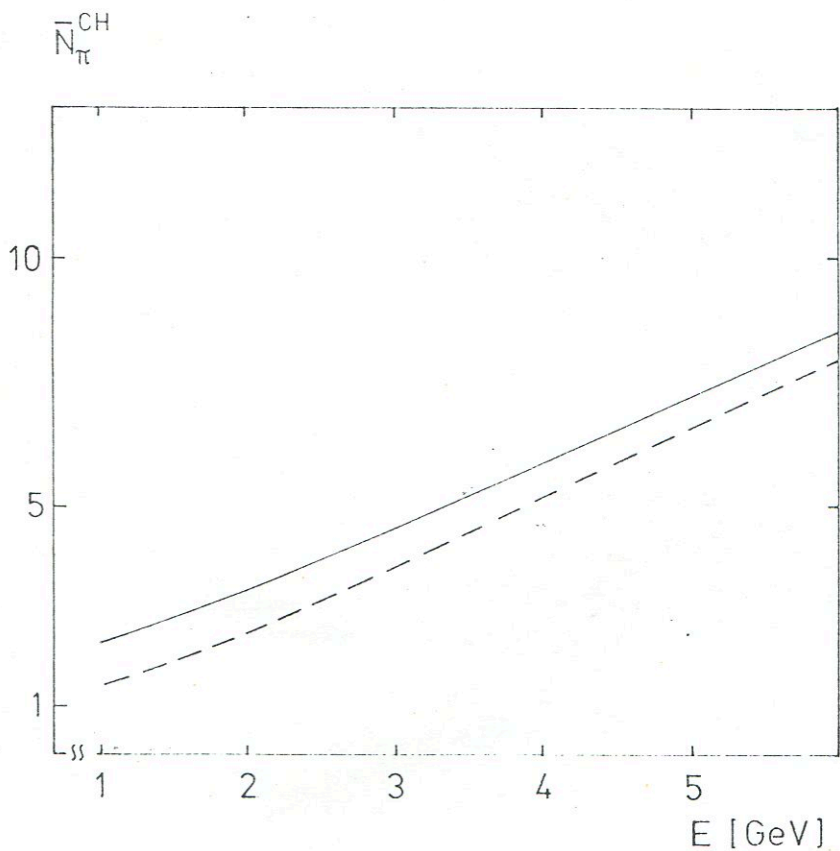


Figure 10 Charged pion multiplicity, allowing pions and kaons on the final state, for full bootstrap (----) and linear cascade.

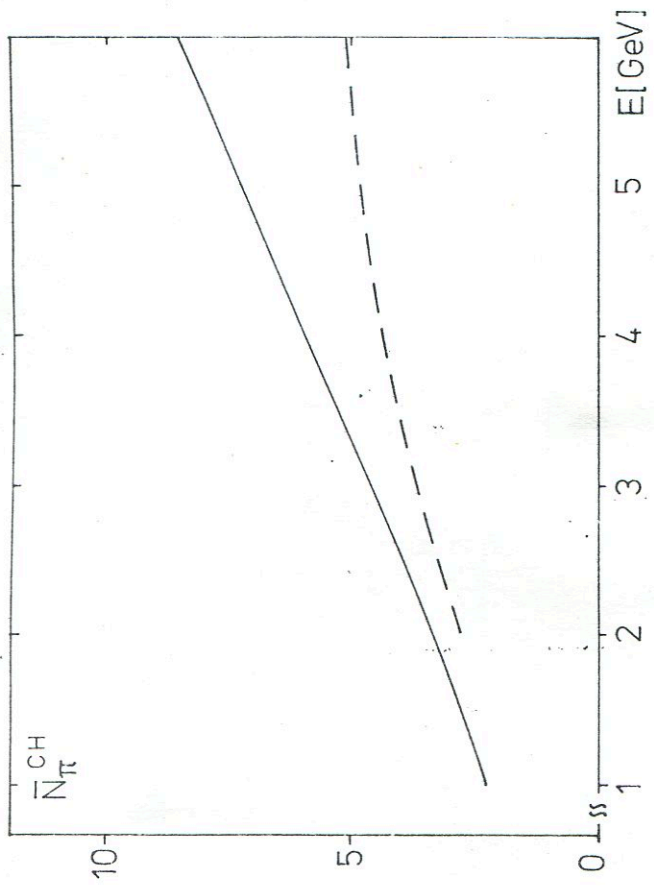


Figure 11 Charged pion multiplicity, allowing pions and kaons in the final state, for linear chain (—) and conventional statistical model (-----).

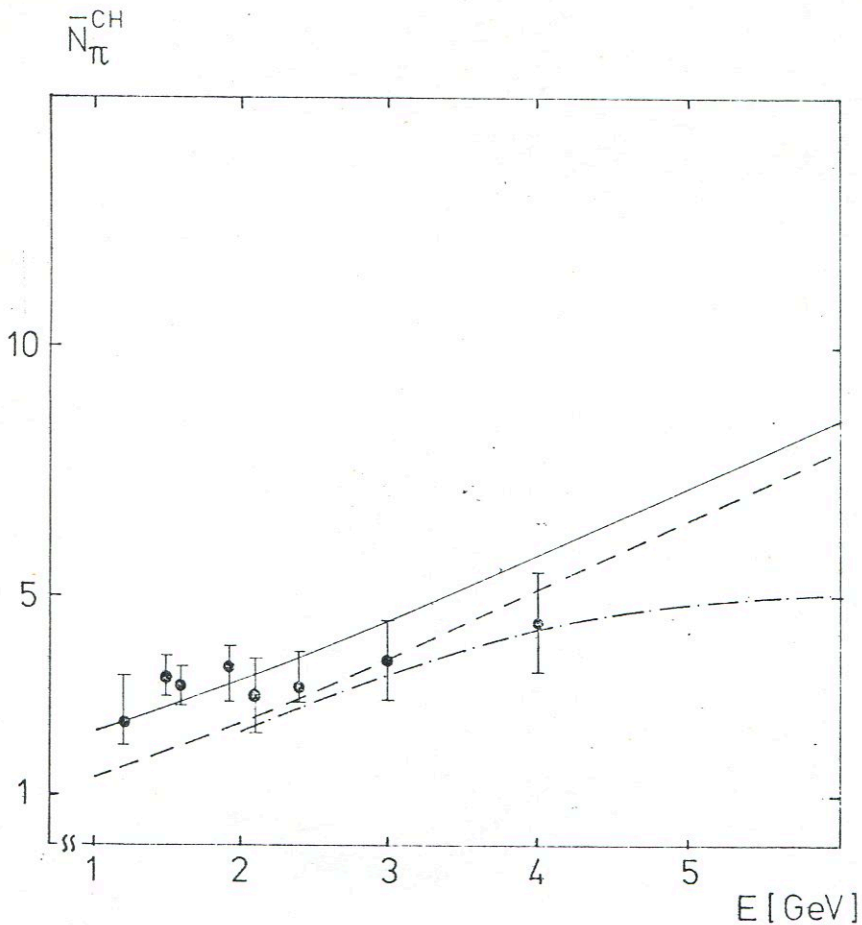


Figure 12 Charged pion multiplicity, allowing pions and kaons in the final state, for linear cascade (—), full bootstrap (-----) and conventional statistical model (-.-.-), compared with present experimental data for charged multiplicity [Refs. 20 and 21].

ANNIHILATION PROCESSES AT HIGH ENERGIES

V. Šimák

Institute of Physics, CSAV, Prague

1. Introduction

The $\bar{p}p$ interactions can be divided into two components:

$$\bar{p}p \rightarrow N\bar{N} \text{ mesons} \quad (1a)$$

$$\bar{p}p \rightarrow \text{mesons} \quad (1b)$$

The later one, annihilations, has cross section σ^A depending strongly on energy s ($s \approx 2 p_L$)^{1/}

$$\sigma^A = (63 \pm 2) p_L^{-(0.64 \pm 0.02)} \text{mb} \quad (2)$$

At low energy, the cross section is influenced by formation of meson resonances, as the $\bar{p}p$ state has $I = 0$ or $I = 1$. The convincing evidence for broad resonances with masses 2.1 and 2.3 GeV has been reported^{2/}.

The high energy region /above 5 GeV/ of $\bar{p}p$ interactions, however, is dominated by non-annihilating component (1a) and the annihilation cross section is believed to be

$$\sigma^A = \sigma_{\bar{p}p} - \sigma_{pp} \quad (3)$$

from which the estimation (2) of σ^A was made. Now, when we

know about the increase of σ_{pp} with energy in ISR region, the measurement of $\sigma_{\bar{p}p}$ and σ^A at high energies becomes very interesting.

2. Inelastic processes

Most of the final states of $\bar{p}p$ interactions are inelastic processes. The topological cross sections are summarized in Fig. 1a. In Fig. 1b the topological cross sections, for annihilations only are plotted. Average multiplicity of secondary particles as function of energy is given in Fig. 2.

For $p_L \approx 1.51$ GeV/c the charged multiplicity could be approximated by^{3/}

$$\langle n_{ch} \rangle^A = (2.09 \pm 0.04) + (0.84 \pm 0.09) \ln s, \quad (3)$$

$$\langle n_{ch} \rangle^{all} = (1.65 \pm 0.05) + (0.76 \pm 0.10) \ln s. \quad (4)$$

For comparison remember the energy dependence of charged particles in $\bar{p}p$ interactions^{4/}

$$\langle n_{ch} \rangle_{pp} = 1.7 + 1.45 \left(1 - \frac{0.93}{p_L^{1/4}} \right) \ln p_L. \quad (5)$$

If slower energy increase of $\langle n_{ch} \rangle$ in $\bar{p}p$ interactions persists as compared to pp interactions, we would face a very interesting phenomena.

The $\langle n \rangle / D$ ratio, where $D = (\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2)^{1/2}$ is multiplicity dispersion, is plotted in Fig. 3. Energy independence of this ratio in pp high energy interactions^{5/} seems to take place here, as well. The values of the ratio

for annihilations are at present energies, different than for all final states. The average values of $\langle n \rangle / D$ for interactions with primary momenta greater than 1.51 GeV/c are given in Table I. The $\langle n \rangle / D$ for pp interactions (≈ 2) is practically the same as for $\bar{p}p$ inelastic interactions as seen from Table I. The larger value of the ratio for annihilations signifies higher multiplicity with smaller spread compared to the other interactions.

TABLE I

$p_L \geq 1.51$ GeV/c	$\langle n \rangle / D$	c_2	c_3	c_4	
$\bar{p}p$ inelastic interactions	1.90 ± 0.06	1.28 ± 0.02	1.84 ± 0.03	2.90 ± 0.12	
annihilations only	2.73 ± 0.14	1.14 ± 0.02	1.42 ± 0.05	1.91 ± 0.13	
eq. (13)	$x = 3$	2	1.25	1.88	3.28
	$x = 6$	2.65	1.14	1.46	2.10

3. Multiplicity scaling

The existence of multiplicity scaling /KNO/ suggested in^{6/} was demonstrated in pp interactions for primary energies above 50 GeV^{7/}. Its consequence is the energy independence of all multiplicity momenta $c_q = \langle n^q \rangle / \langle n \rangle^q$.

The experimental data on $\bar{p}p$ interactions exhibit the similar tendency of independence on energy even for momenta below 7 GeV/c /Fig. 4/^{3/}. Similarly to the $\langle n \rangle / D$ ratio the c_q for $\bar{p}p$ inelastic interactions is practically the

same, as for proton-proton interactions ($c_2^{pp} = 1.2438 \pm 0.0056$, $c_3^{pp} = 1.813 \pm 0.020$, $c_4^{pp} = 2.973 \pm 0.057$)/7/ as it is seen in Table I. On the other hand the c_q for annihilations are different from the total ones.

The energy independence of c'_q is manifested in Fig. 5, where the KNO scaling function

$$\psi(z) = \langle n_{ch} \rangle \frac{\sigma_n}{\sigma_{in}} \quad (6)$$

and /8/

$$\phi\left(w = \frac{\pi}{4} z^2\right) = \frac{1}{\pi z} \psi(z) \quad (7)$$

are plotted. As the events could be hardly divided into categories of lower and higher momenta, it seems to us that the distributions are practically insensitive to primary energy. For comparison we draw also in Fig. 5 the curve corresponding to the experimental distribution of proton-proton interactions, which is practically identical with experimental data for $\bar{p}p$ interactions. However, the scaling functions (6) and (7) seem to be completely different for annihilations and (6) could be approximated by a polynomial function

$$\ln \psi(z) = a + bz + cz^2 + dz^3 \quad (8)$$

with $a = -3.31$, $b = 8.76$, $c = -5.3$ and $d = 0.60$.

The value of correlation parameter f_2^- is connected with the average multiplicity by a simple relation

$$f_2^- = \langle n_{\pi^-} (n_{\pi^-} - 1) \rangle - \langle n_{\pi^-} \rangle^2. \quad (9)$$

In annihilations, where practically all final particles are pions, we can use $\langle n_{\pi^-} \rangle = \frac{1}{2} \langle n_{ch} \rangle$. The multiplicity dependence of f_2^- is presented in Fig. 6. The large nega-

tive values of f_2^- were already pointed out in^{9/}. If, however, c_2 for annihilations remains constant even in high energy region the f_2^- would behave similarly as in pp interactions. Thus the f_2^- should change the sign at very high energy region corresponding to the average charged multiplicity $\langle n_{ch} \rangle^A \sim 8$.

The lack of experimental data at high energy region seems us to be very limiting factor for any definite conclusions, especially for high momenta, where there are usually no data even on topological cross sections.

4. Phenomenological parametrization

From most simple model of multiparticle production, e.g., Chew-Pignotti^{10/} the Poisson distribution of multiplicity can be derived. However, the Poisson distribution cannot explain the observed facts, as independence of $\langle n \rangle/D$ and multiplicity scaling $\psi(z)$.

Let us consider the Polya distribution^{11/} /special type of negative binomial distribution/:

$$P_{x n} = \frac{\alpha(\alpha+1)\dots(\alpha+x-1)}{x!} \frac{1}{(1+\xi m/\alpha)^\alpha (1+\alpha/\xi m)^x}, \quad (10)$$

where ξ, α, x are unknown positive parameters. The use of this distribution for multiparticle processes was also mentioned in^{12/}. For $\alpha \rightarrow \infty$ this distribution becomes to be a Poisson distribution in x :

$$P_x(n) \rightarrow e^{-\xi m} \frac{(\xi m)^x}{x!}, \quad (11)$$

The normalized multiplicity moments for distribution (10) are

$$c_q = \frac{\langle n^q \rangle}{\langle n \rangle^q} = \frac{(\alpha - 2)^{q-1}}{(\alpha - 3)(\alpha - 4) \dots (\alpha - q - 1)} \frac{(x+2)(x+3) \dots (x+q)}{(x+1)^{q-1}} \quad (12)$$

with scaling values for

$$c_q \rightarrow \frac{(x+2)(x+3) \dots (x+q)}{(x+1)^{q-1}} \quad (13)$$

Let us assume that α is proportional to CMS energy s of two colliding particles and n is the multiplicity/considered as continuous parameter / of produced particles with distribution (10), the c_q 's are given for high energy interactions by (13). The corresponding c_2 and $\langle n \rangle / D$ of multiplicity are

$$c_2 \rightarrow \frac{x+2}{x+1}, \quad \frac{\langle n \rangle}{D} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{c_2 - 1}} = \sqrt{x+1} \quad (14)$$

The ξ can be estimated as function of n

$$\xi = \frac{\alpha}{\alpha - 2} \frac{(x+1)}{\langle n \rangle} \quad (15)$$

If $P_x(n)$ represents the cross section of production of n particles, $\zeta(\nu)$, following the^{16/}, we can form the $\psi(z)$ function as

$$\psi(z) = \langle n \rangle \frac{P_x(n)}{\int P_x(n) dn} \quad (16)$$

For simplicity the lower limit for integration over n was taken to be zero. This function corresponds to KNO function $\psi(z)$ and scales for $\alpha \rightarrow \infty$ /energy/ to

$$\psi(z) \rightarrow \frac{(x+1)^{x+1}}{x!} e^{-(x+1)z} z^x \quad (17)$$

with a free parameter x which can be attributed to a given physical process.

Thus the distribution (10) has $\langle n \rangle / D$ and c_q 's independent of energy α and scaling property given by (17) without any assumption of two-component model.

From (13) we calculated c_q 's assuming $x = 3$ which corresponds to $\langle n \rangle / D = 2$. For lower multiplicity the calculated momenta c_q 's seem to agree reasonably with experimental values, as seen in Table I.

In annihilation the c_q 's may scale to values different from proton-proton ones. They could be compared with c_q 's calculated according to (13) with $x=6$ /Table I./ Again the agreement with experiment is very reasonable.

Independence of c_q 's of energy is manifested in scaling function $\psi(z)$. The comparison of experimental distribution of reduced multiplicity z as defined in eq. (6) with scaling function (17) is given on Fig. 7. The unfitted curves with $x = 3$ and $x = 6$ describe the experimental points for pp interactions and annihilations satisfactorily.

From eq.(17) the scaling function (7) can be expressed

$$\phi(w) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \right)^x \frac{(x+1)^{x+1}}{x!} e^{-2(x+1)\sqrt{w/\pi}} w^{(x-1)/2}. \quad (18)$$

This function is compared with experiments in Fig. 8 and again goes through experimental points. Especially in annihilations it follows a drop of the line at low multiplicity region. High multiplicity regions may be still influenced by energy dependence.

Thus the basic experimental data of multiparticle reaction could be described in the frame of distribution (10). Unfortunately the unknown functions $\alpha(s)$ and $\xi(s)$ do not allow to compare exactly the topological cross sections and average multiplicities. This would need some additional model-dependent assumptions.

Acknowledgement

The author is indebted to Dr.J.Salava for essential help with compilation of experimental data.

References:

- /1/ G.Giacomelli; Plenary Session Report at the 16th International Conference on High Energy Physics, Chicago and Batavia, Sept. 1972
- /2/ R.Piebold; Rapporteur's talk at the 16th International Conference on High Energy Physics, Chicago and Batavia, Sept. 1972
- /3/ J.Salava, V.Šimák; Institute of Physics, CSAV, preprint HEP 73-5 /June 1973/
- /4/ T.Ferbel; The University of Rochester, preprint UR-394, COO-3065-22 /August 1972/
- /5/ M.Jacob; Plenary Session Report at the 16th International Conference on High Energy Physics, Chicago and Batavia, Sept.1972; CERN-preprint Th.1570
- /6/ Z.Koba, H.B.Nielsen and P.Oleson; Nuclear Physics B40 /1972/ 317
- /7/ P.Slattery; Phys.Rev.Letters 29 /1972/ 1624; Phys.Rev. D7 /1973/, 2073
- /9/ A.Bialas, K.Fialkowski and K.Zalewski; Nuclear Physics B48 /1972/, 237
- /8/ A.J.Buras and Z.Koba; NBI-preprint HEE-HE-73-1
- /10/ G.F.Chew and A.Pignotti; Phys.Rev. 176 /1968/, 2112; H.Goldberg; Phys.Rev.D6 /1972/, 2542
- /11/ A.Hald; Statistical Theory with Engineering Applications /1952/
- /12/ A.B.Govorkov; Comment on this International Seminar on Multiparticle reactions JINR Dubna, June 1973, p.376

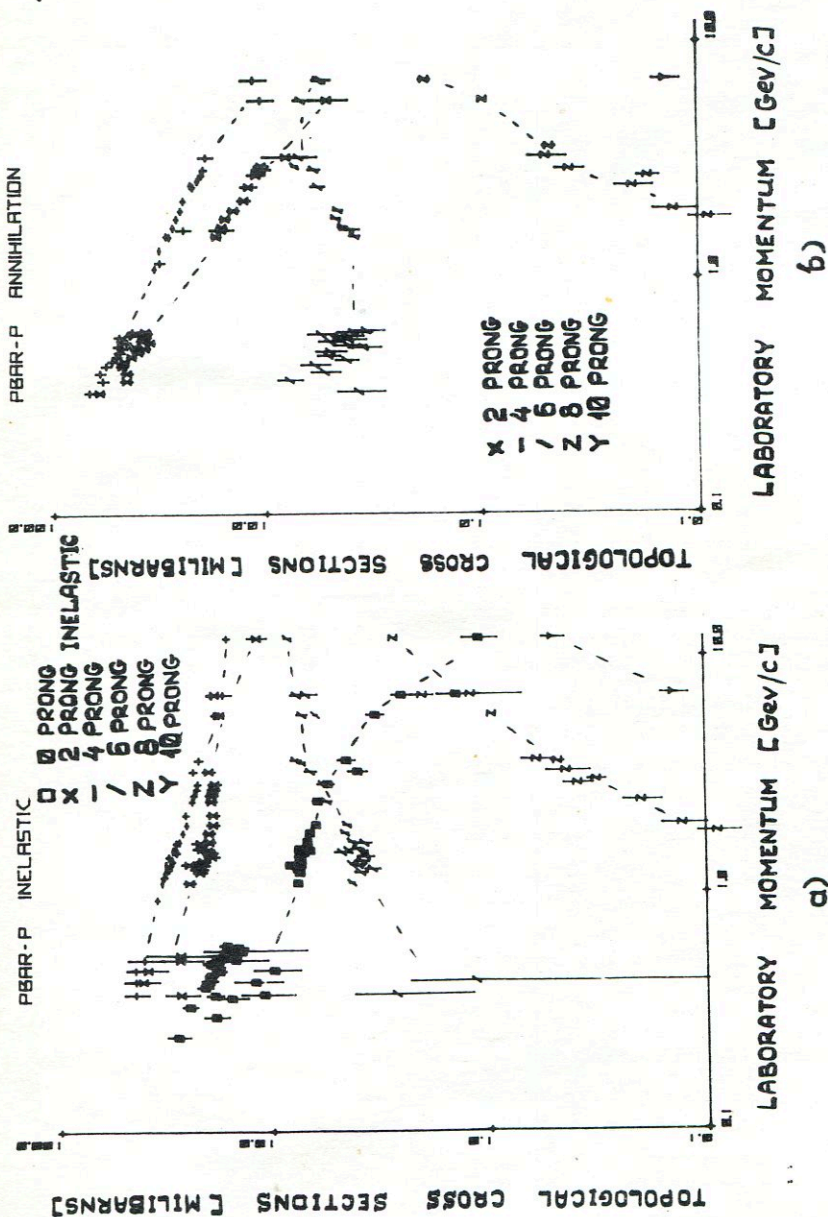


Fig.1. Topological cross sections vs. the laboratory incident momentum. P_{lab} plotted for a) $\bar{p}p$ inelastic interactions (ann.includ.), b) $\bar{p}p$ annihilations.

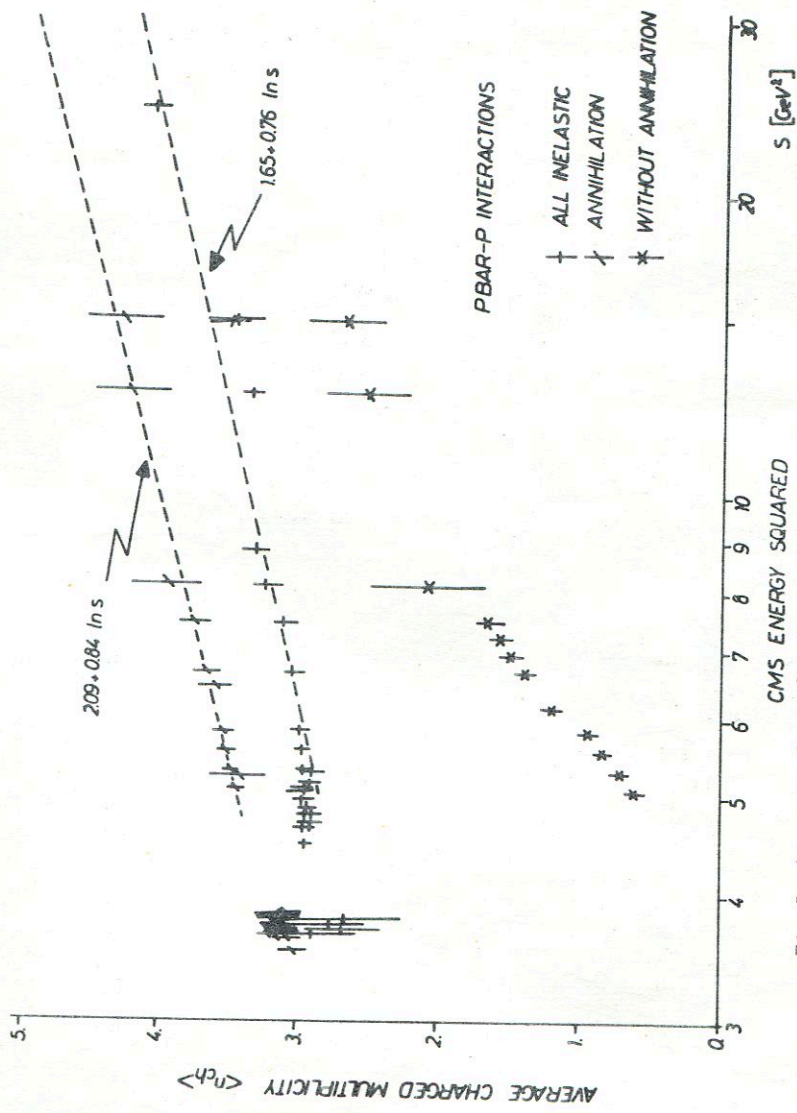


Fig.2. Average charged multiplicity vs. the cms energy squared for $\bar{p}p$ inelastic, $p\bar{p}$ annihilations and $p\bar{p}$ interactions without annihilations. The straight lines represent the two parameter fits for $p_{lab} \leq 1.51$ GeV/c, given by 3 and 4.

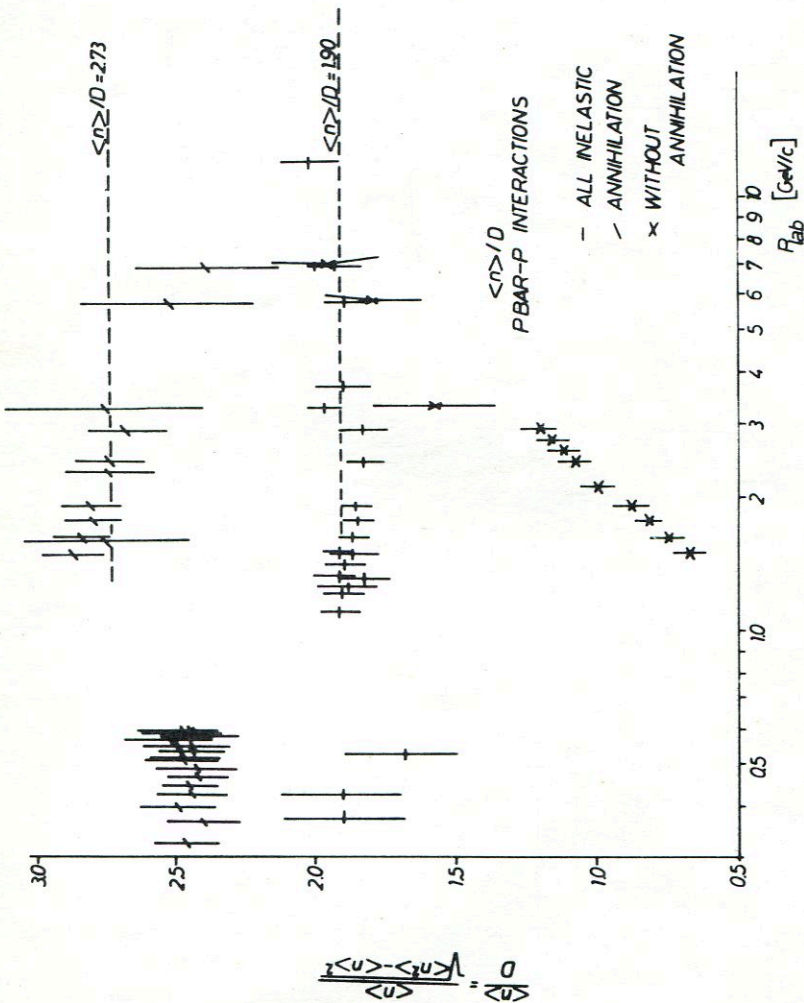


Fig. 3. Plot of $\langle n \rangle / D$ vs. P_{lab} for the same reactions as in Fig. 2. The straight lines represent the average values of $\langle n \rangle / D$ for $P_{lab} \geq 1.51$ GeV/c (as given in Table I).

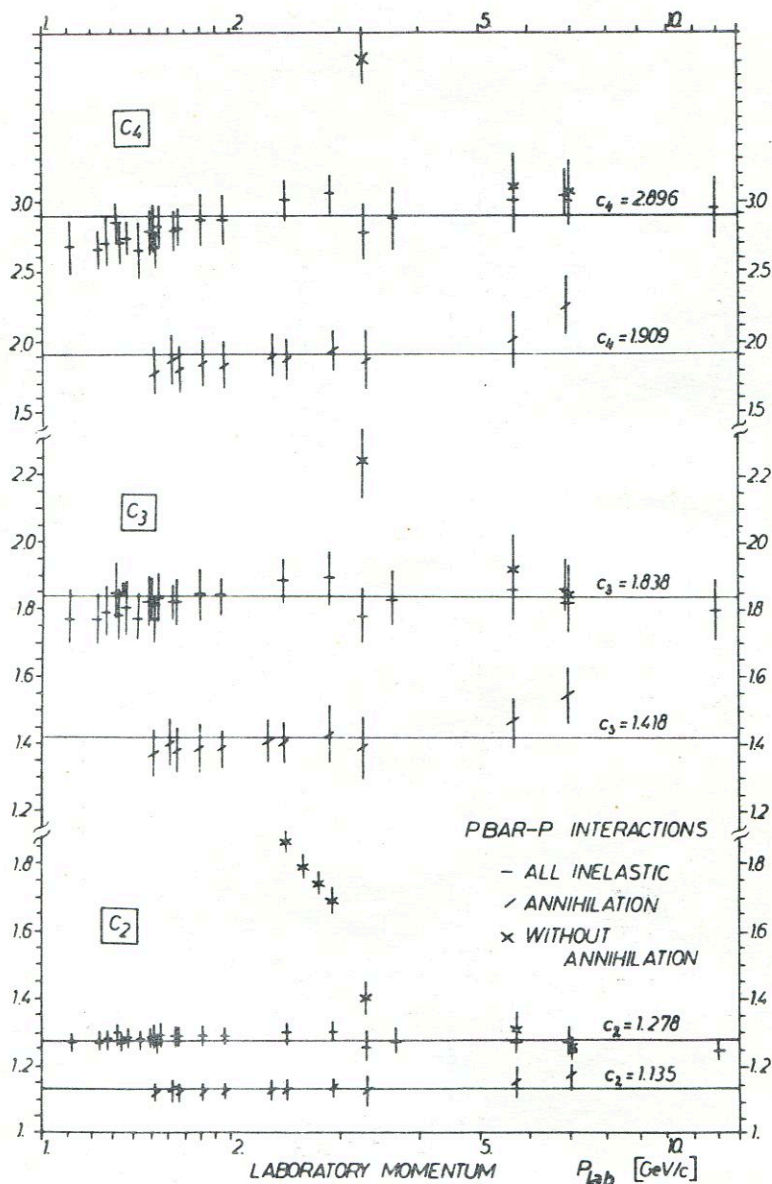


Fig.4. Plot of the experimental value of c_2, c_3 and c_4 ($c_q = \langle n^q \rangle / \langle n \rangle^q$) for the same interactions as in Fig.2. The straight lines represent the average values of c_2, c_3 and c_4 for $P_{lab} \leq 1.51$ GeV/c (as given in Table I).

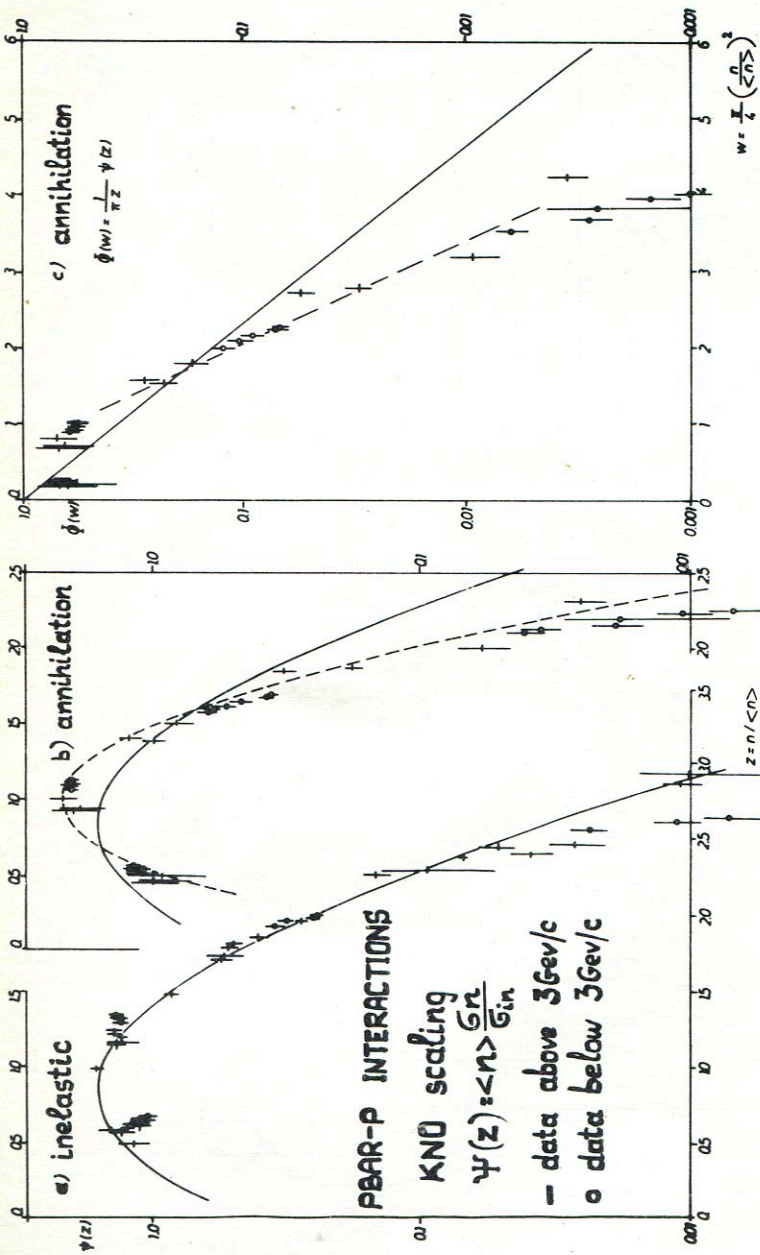


Fig.5. a) Plot of the KNO scaling function $\psi(z) = \langle n \rangle \sigma_n / \sigma_{in}$ vs. $z = n / \langle n \rangle$ for $\bar{p}p$ inelastic interactions at incident momenta of 1.80, 1.95, 2.45, 2.90 and 3.28, 3.66, 5.70, 6.90, 6.94, 12 GeV/c. The curve is Slattery's polynomial fit to pp data; b) Plot of the KNO scaling function $\phi(w) = \langle n \rangle^2 \sigma_n / \sigma_{in}$ vs. $z = n / \langle n \rangle$ for $\bar{p}p$ annihilations at incident momenta of 1.80, 1.95, 2.32, 2.45, 2.90 and 3.28, 5.70, 6.95 GeV/c. The dashed curve is a polynomial fit given by eq. (8) calculated for $0.2 \leq z \leq 3.1$. The solid curve is Slattery's fit to pp data; c) Plot of $\phi(w) = 1/\pi z \psi(z)$ vs. $w = z / \langle n \rangle^2$ for $\bar{p}p$ annihilations at the same incident momenta as in Fig.5b. The solid line with slope $-1/\phi(w) = \exp(-w) / w$ is representing $\bar{p}p$ and $\bar{p}p$ inelastic data. The dashed line with slope -1.66 is representing $\bar{p}p$ annihilation for $0.7 \leq w \leq 3$.

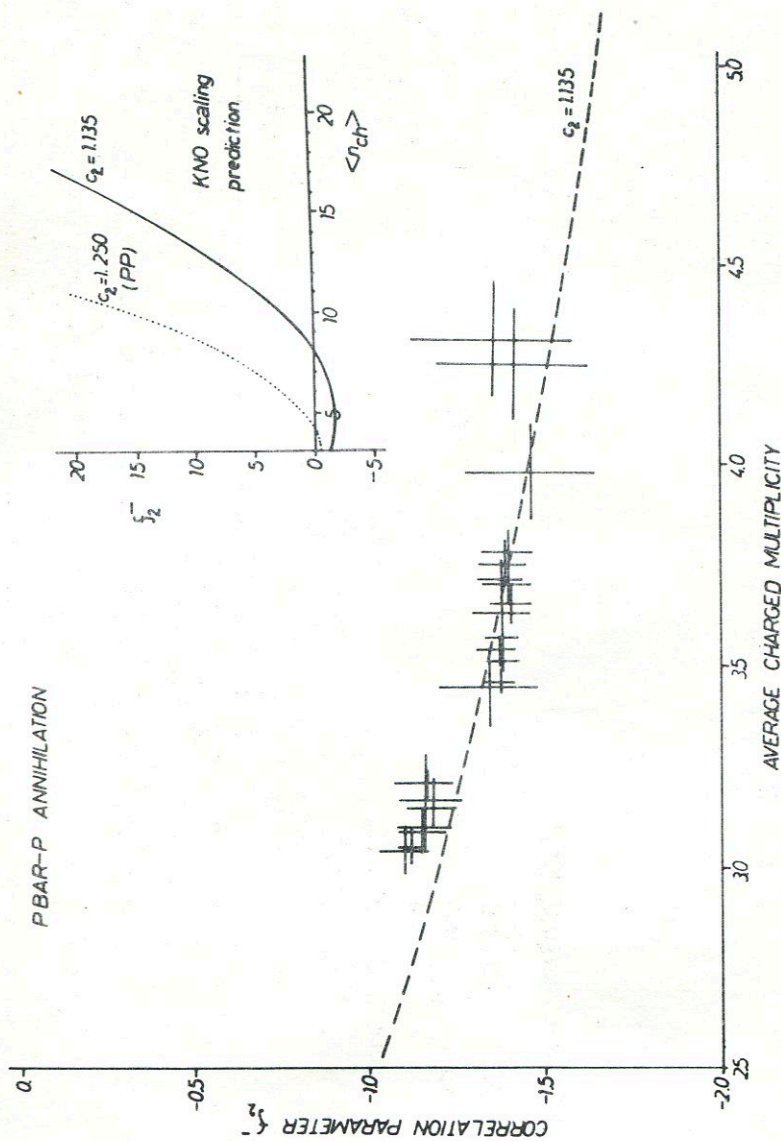


Fig. 6. Correlation parameter for pions f_2^- in $\bar{p}p$ annihilations given by eq. (1) vs. $\langle n_{ch} \rangle$. The curves are predictions of KNO scaling for various values of c_2 .

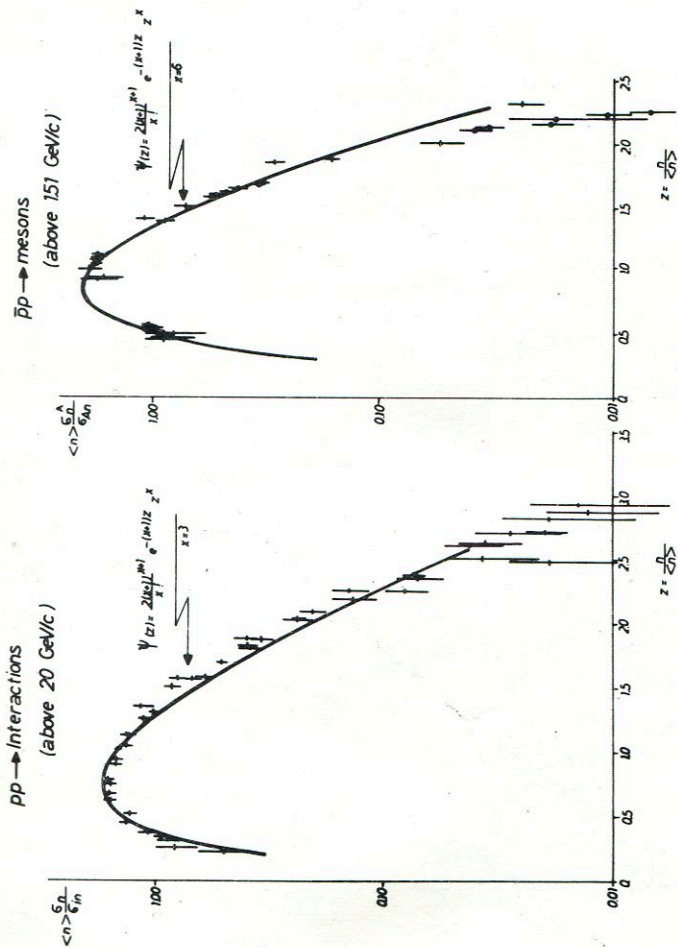


Fig. 7. a) $\langle n \rangle \frac{\sigma_n}{\sigma_{in}}$ for pp interactions with primary momenta above 20 GeV. The line represents unfitted function (17) with $x=3$; b) $\langle n \rangle \frac{\sigma_n}{\sigma_{in}}$ for antiproton-proton pions with primary momenta above 1.51 GeV/c. The line represents the function (17) with $x=6$.

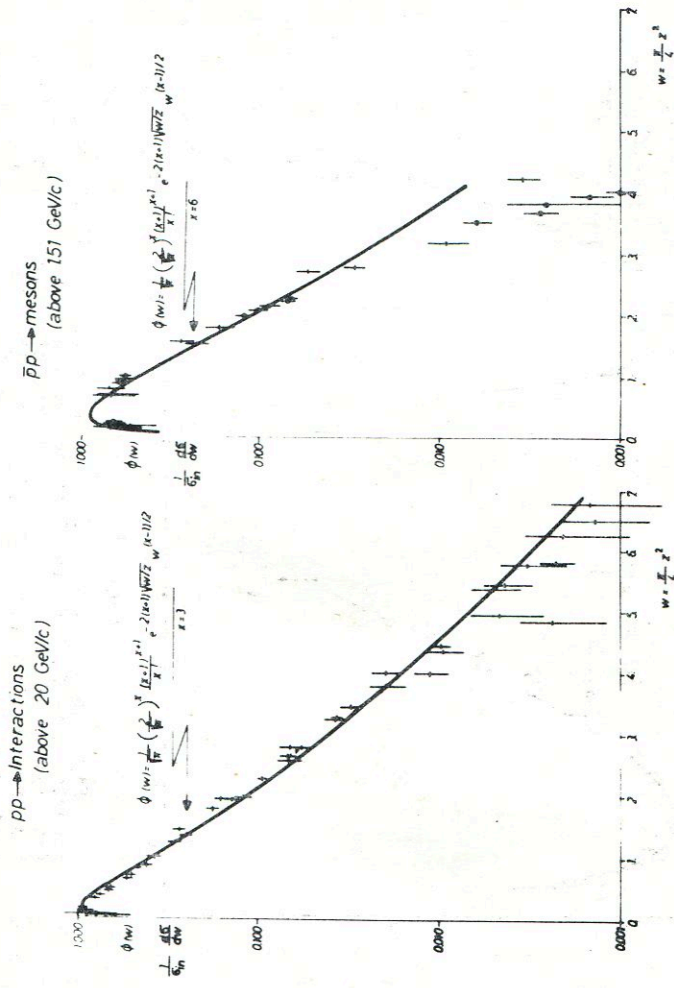


Fig.8. The same as in Fig.7 in representation of function (18).

УНИВЕРСАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛЯ МНОЖЕСТВЕННОСТИ И
ГИПОТЕЗА ИНДУЦИРОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЧАСТИЦ В ПРОТОН-
ПРОТОННЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

А.Б.Говорков

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Распределение для множественности заряженных частиц, рождаемых в протон-протонных столкновениях при высоких энергиях, проявляет две удивительные особенности: приблизительное постоянство отношения средней множественности к дисперсии числа частиц ^{/1,2/} и предельные масштабные свойства ^{/3,4/}. Последние были предсказаны Кобой, Нилсеном и Олисенем ^{/5/} (КНО), использовавшими фейнмановскую масштабность для всех инклюзивных спектров. Однако, представляется загадочным слишком раннее наступление КНО-масштабности по сравнению с фейнмановской асимптотикой.

Вслед за авторами работы ^{/6/} мы предлагаем рассматривать процесс множественного образования частиц в адронных столкновениях при высоких энергиях как частный случай обширного класса ветвящихся процессов, для которых характерна зависимость вероятности возникновения новых частиц от числа уже имеющихся. Тогда обе указанные особенности являются следствием характера самого процесса, а не асимптотического режима.

Для описания распределения числа частиц в ветвящихся процессах подходящим является распределение Пойа. Оно использовалось, например, в качестве распределения числа частиц в электрон-фотонных ливнях ^{/7/}, а также как распределение для амплитуд импульсов в импульсном реакторе ^{/8/}. Попробуем применить его в интересующем нас случае.

Распределение имеет вид

$$\left. \begin{aligned} P(n) &= \frac{1(1+\zeta)(1+2\zeta)\dots [1+(n-1)\zeta]}{n!} \left(\frac{\langle n \rangle}{1+\zeta \langle n \rangle} \right)^n P(0), \\ P(0) &= (1+\zeta \langle n \rangle)^{-1/\zeta} \end{aligned} \right\} (I)$$

и зависит от двух параметров: среднего числа частиц $\langle n \rangle$ и параметра ζ , связанного с дисперсией уравнением

$$D^2 \equiv \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 = \langle n \rangle + \zeta \langle n \rangle^2. \quad (2)$$

При $\zeta = 0$ распределение Пуа переходит в распределение Пуассона. В пределе $(1/\langle n \rangle) \ll \min(1, \zeta)$ имеет место предельное χ^2 -распределение по отношению к аргументу $\chi^2 = 2n/\zeta \langle n \rangle$:

$$\langle n \rangle P(n) = \left(\frac{\chi}{\zeta} \right)^{\frac{1}{2}-1} \exp\left(-\frac{\chi}{\zeta}\right) \frac{1}{\zeta \Gamma(\frac{1}{2})}, \quad (3)$$

где $\chi = n/\langle n \rangle$. При $\zeta \ll 1$ это распределение, в свою очередь, стремится к предельному гауссову распределению.

Используя данные [9,10] о корреляции между рождением заряженных и нейтральных частиц в протон-протонных столкновениях при высоких энергиях, мы примем для полного числа вновь рождаемых частиц простую формулу:

$$n = 1,5 n_{ch} - 2, \quad (4)$$

где n_{ch} - число заряженных частиц. Мы будем применять наше теоретическое распределение к этому числу частиц. Используя теперь экспериментальные данные для средней множественности и дисперсии числа заряженных частиц [4] при начальных импульсах налетающего протона: 19,50,69,102,205,303 Гэв/с мы получим для параметра ζ значения:

19	50	69	102	205	303
Гэв/с	Гэв/с	Гэв/с	Гэв/с	Гэв/с	Гэв/с
0,177	0,253	0,257	0,266	0,273	0,251
$\pm 0,007$	$\pm 0,027$	$\pm 0,014$	$\pm 0,022$	$\pm 0,026$	$\pm 0,021$

Параметр ζ , как мы видим, является слабо изменяющейся функцией начальной энергии. В интервале 50 + 303 Гэв/с мы примем для него постоянное среднее значение $\zeta = 0,2588 \pm 0,0034$. В то же время для относительно низких начальных энергий этот параметр заметно меняется, и для 19 Гэв/с мы примем его значение равным 0,177. Не следует придавать слишком большого значения численным величинам параметра ζ , поскольку они зависят от принятого способа связи числа нейтральных и заряженных частиц. Для относительно низких энергий этот способ заведомо неправилен /11,12/.

На графике I в КНО-шкале представлены результаты вычислений по формуле (1) для 19,50,303 Гэв/с. Хотя распределения дискретны, мы соединяем от руки вычисленные точки непрерывными кривыми. Кривые для 50 и 303 Гэв/с близки друг к другу. С кривой для 303 Гэв/с почти совпадает предельная кривая, рассчитанная с помощью (3). Таким образом, мы действительно получаем распределения, близкие к универсальному предельному распределению.

В целом можно сделать заключение об удовлетворительном согласии эмпирического распределения Поля с экспериментальными данными /3,4/, хотя в области максимумов имеется регулярное различие между ними, уменьшающееся при увеличении множественности. Ввиду того, что параметр ζ существенно меньше единицы, нет ничего удивительного в том, что экспериментальные данные хорошо аппроксимируются гауссианом /13-16/.

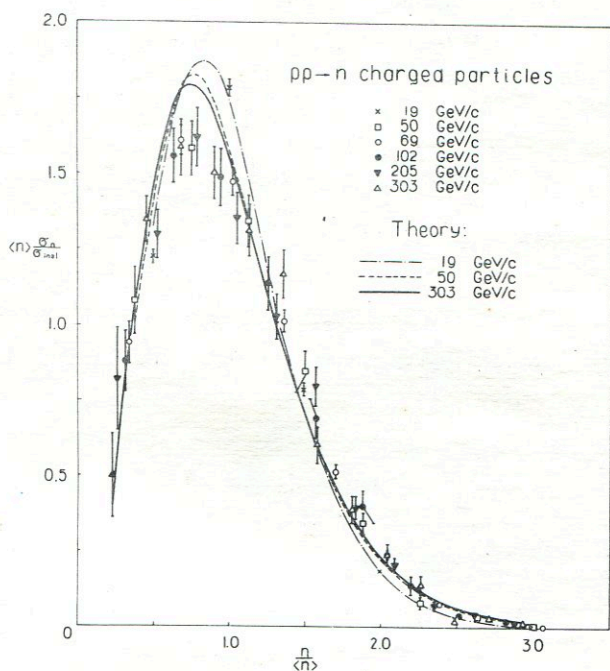


Рис. I КНО-график: $\langle n \rangle \sigma_n / \sigma_{\text{неупр.}}$ от $n / \langle n \rangle$ для реакции: $pp \rightarrow n$ заряженных частиц при начальных импульсах, указанных на рисунке. Теоретические кривые представляют распределение Пойа для 19, 50 и 303 Гэв/с. Хотя распределения дискретны, мы соединяем расчётные точки плавными кривыми.

В работе /17/ применение распределения Пуассона для множественного распределения было основано на некотором статистическом обобщении мультипериферической модели. В настоящей работе мы используем скорее феноменологический подход, основанный на включении процесса множественного рождения частиц в широкий класс ветвящихся процессов. Наша гипотеза заключается в том, что в результате столкновения двух протонов образуется некоторая "активная среда", способная к последовательному поглощению и спонтанному или индуцированному излучению частиц. Термины "спонтанное" или "индуцированное" излучение означают, соответственно, что излучение частиц зависит или не зависит от наличия частиц в системе. Более того, вслед за авторами работы /18/ мы будем рассматривать весь сложный процесс как последовательную цепь элементарных актов поглощения и рождения частиц. Введём следующие характеристики: среднее время жизни частицы по отношению к её поглощению без последующего излучения частиц, τ_a ; среднее время жизни частицы по отношению к размножению частиц τ_m ; вероятность излучения при размножении числа частиц ν , p_ν ($\sum_\nu p_\nu = 1$); силу спонтанного источника частиц Q .

Теперь наше рассмотрение ничем не отличается от общего рассмотрения ветвящихся процессов /19/. Хорошим приближением для множественного распределения является распределение Пуассона (I) /8,20/. Параметр ζ является комбинацией исходных величин

$$\zeta = \frac{\overline{\nu(\nu-1)}}{2Q\tau_m}, \quad \overline{\nu(\nu-1)} = \sum_\nu \nu(\nu-1)p_\nu. \quad (5)$$

Мы можем попытаться теперь понять эмпирическое постоянство параметра ζ с изменением начальной энергии. Вряд ли число вторичных частиц в "элементарном акте" размножения сильно изменяется. Таким образом, можно ожидать, что величина $\overline{\nu(\nu-1)}$ окажется стабильной. Далее, весьма правдоподобно, что способность системы к размножению частиц

пропорциональна её способности к их излучению. По этой причине произведение силы спонтанного источника Ω на время жизни по отношению к размножению τ_m является постоянным. Мы можем ожидать стабильность параметра ζ . Таким образом, стабильность отношения $\langle n_{ch} \rangle / D_{ch}$ и раннее наступление КНО-масштабности могут скорее всего возникать из-за самой природы процессов рождения частиц, нежели из-за фейнмановской предельной масштабности.

Замечание: В последнее время появилось несколько работ, в которых распределение Пойа используется для множественного распределения /21-25/. В работе /22/ высказывается близкая к изложенной нами точка зрения на природу множественного образования частиц в адронных столкновениях, основанная на аналогии этого процесса с процессом вынужденного излучения света. В недавней работе /25/ применение распределения Пойа для множественности рождаемых частиц обосновывается в рамках партонной модели.

Автор глубоко признателен профессору А.М.Балдину, под влиянием которого была выполнена эта работа. Он также благодарен С.Б.Герасимову и В.А.Мещерякову за полезные обсуждения.

Литература.

- /1/ O.Czyzewski, K.Rybicki, Nucl.Phys. **B47**, 633 (1972)
- /2/ F.J.Dao et al., Phys.Rev.Letters **29**, 1627 (1972)
- /3/ P.Slattery, Phys.Rev.Letters **29**, 1624 (1972)
- /4/ P.Slattery, University of Rochester Report UR-345 (1972)
- /5/ Z.Koba, H.B.Nielsen, P.Olesen, Nucl.Phys. **B40**, 317 (1972)
- /6/ Fujiwara, Kitazoe, Prog.Theor. Phys. **43**, 1244 (1970)

- /7/ В.Гайтлер, "Квантовая теория излучения", ИИЛ, Москва, 1956, стр. 446
- /8/ А.Говорков, Б.Козик, Атомная Энергия 20, 342(1966)
- /9/ G.Flügge et al. Proceedings of the Sixteenth International Conference on High Energy Physics, NAL, Batavia, Illinois, September 1972.
- /10/ G.Charlton et al. Phys.Rev.Letters 29, 1759(1972)
- /11/ J.H.Campbell et al., Nucl.Phys. B27, 285(1971)
- /12/ J.W.Elbert et al., Nucl.Phys. B19, 85(1970)
- /13/ G.D.Kaiser, Nucl.Phys. B44, 171(1972)
- /14/ G.W.Rarry, P.Rotelli, preprint IC/73/3, Trieste(1973)
- /15/ P.Olesen, Phys.Letters B41, 602(1972)
- /16/ Y.Tomozawa, preprint SLAC-PUB-1199(1973)
- /17/ A.Giovannini, Nuovo Cimento A10, 713(1972)
- /18/ В.М.Мальцев, Н.К.Душутин, ОИЯИ-Р-6502, Дубна(1972)
- /19/ М.С.Бартлетт, "Введение в теорию случайных процессов", ИИЛ, Москва, 1958, стр. 97.
- /20/ А.Б.Говорков, ОИЯИ-Е2-7170, Дубна(1973)
- /21/ V.Simak, настоящий сборник, стр. 357.
- /22/ Garetto, A.Giovannini, Nuovo Cim. Letters 7, 35(1973)
- /23/ H.Minakata, "Polya-Eggenberger distribution in multiparticle production at very high energies", Hiroshima University preprint RRK-73-5, Takahara, Hiroshima, April 1973.
- /24/ A.Giovannini, H.B.Nielsen, "Stimulated emission model for multiplicity fluctuations", Copenhagen, preprint NBI-HE-73-17, 1973.
- /25/ L.W.Chang, N.P.Chang, "The Polya distribution of high energy scattering", preprint, München.MPI.1973

ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ И ИНКЛЮЗИВНЫЕ
ПРОЦЕССЫ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили

Институт Физики высоких энергий,
Серпухов

§ I. В в е д е н и е

В ряде работ /1,2,11,14,24,25/ авторами изучались физические следствия для инклюзивных процессов, вытекающих из условия унитарности и аналитичности по угловым переменным.

В настоящей статье мы суммируем основные результаты, полученные на этом пути, и подробно обсуждаем физические следствия, касающиеся поведения дифференциальных сечений двухчастичных инклюзивных процессов, квадратичной множественности, явления пионизации, соотношения между множественностями частиц в перекрестных инклюзивных процессах при высоких энергиях и т.д.

§ 2. Физические характеристики для инклюзивных процессов

Для описания инклюзивных процессов

$$a+b \rightarrow c + \sum_j A_j \quad (\text{I})$$

$$a+b \rightarrow c+d + \sum_j B_j, \quad (\text{II})$$

где A_j и B_j - некоторые фиксированные группы адронов, а \sum_j означает суммирование по всем возможным каналам, удобно ввести следующие характеристики:

I). Полное сечение инклюзивного процесса (I)

$$\sigma_{ab \rightarrow c}^{(s)} = \sum_j \sigma_{ab \rightarrow c+A_j}^{(s)} \quad (2.1)$$

и полное сечение инклюзивного процесса (II)

$$\sigma_{ab \rightarrow cd}^{(s)} = \sum_j \sigma_{ab \rightarrow c+d+B_j}^{(s)}, \quad (2.2)$$

где $\sigma_{ab \rightarrow c+A_j}^{(s)}$ и $\sigma_{ab \rightarrow c+d+B_j}^{(s)}$

- полные сечения процессов

$$a+b \rightarrow c + A_j \quad (\text{III})$$

$$a+b \rightarrow c+d + B_j \quad (\text{IV})$$

соответственно.

2). Дифференциальные сечения инклюзивных процессов (I) и

(II)

$$\frac{d\sigma_{ab \rightarrow c}}{d^3K_c} = \sum_j \frac{d\sigma_{ab \rightarrow c+A_j}}{d^3K_c} \quad (2.3)$$

$$\frac{d\sigma_{ab \rightarrow cd}}{d^3K_c d^3K_d} = \sum_j \frac{d\sigma_{ab \rightarrow c+d+B_j}}{d^3K_c d^3K_d} ; \quad d^3K = \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3 2E} . \quad (2.4)$$

Введенные дифференциальные сечения связаны с полными сечениями соответственных процессов соотношениями:

$$\sigma_{ab \rightarrow c+A_j}^{(s)} = \int d^3K_c \frac{d\sigma_{ab \rightarrow c+A_j}}{d^3K_c} \quad (2.5)$$

$$\sigma_{ab \rightarrow c+d+B_j}^{(s)} = \int d^3K_c d^3K_d \frac{d\sigma_{ab \rightarrow c+d+B_j}}{d^3K_c d^3K_d} . \quad (2.6)$$

3) Функции распределения для инклюзивных процессов (I) и (II)

$$f_{ab \rightarrow c}^{(s, \vec{k}_c)} = \sum_j n_c^j \frac{d\sigma_{ab \rightarrow c+A_j}}{d^3K_c} \quad (2.7)$$

$$f_{ab \rightarrow cd}^{(s, \vec{k}_c, \vec{k}_d)} = \sum_j n_c^j n_d^j \frac{d\sigma_{ab \rightarrow c+d+B_j}}{d^3K_c d^3K_d} , \quad (2.8)$$

где n_c^j - число частиц сорта "C", рождающихся в канале (III), а n_c^j и n_d^j - число частиц сорта "C" и "d", рождающихся в канале (IV).

Функции распределения $f_{ab \rightarrow c}^{(s, \vec{k}_c)}$ и $f_{ab \rightarrow cd}^{(s, \vec{k}_c, \vec{k}_d)}$ нормированы следующим образом:

$$\int f_{ab \rightarrow c}^{(s, \vec{k}_c)} d^3K_c = \langle n_c \rangle \sigma_{ab \rightarrow c}^{(s)} \quad (2.9)$$

$$\int f_{ab \rightarrow cd}^{(s, \vec{k}_c, \vec{k}_d)} d^3K_c d^3K_d = \langle n_c n_d \rangle \sigma_{ab \rightarrow cd}^{(s)} , \quad (2.10)$$

где $\langle n_c \rangle$ - среднее значение множественности частиц сорта "C" в реакции (I), а $\langle n_c n_d \rangle$ - среднее значение произведения множественностей частиц сортов "C" и "d" в реакции (II).

Заметим, что если в реакции (П) детектируются частицы одинакового сорта, т.е. если $c = d$, то в формулах (2.8) и (2.10) надо произвести замену $n_c n_d \rightarrow n_c (n_c - 1)$.

Ввиду того, что генерация частиц в реакциях (I) и (II) может идти в разных частях фазового объема по-разному (например, через разные механизмы рождения - пионизация, дифракционная диссоциация и т.д.), то можно ожидать, что функция распределения в разных частях фазового объема будет иметь различные асимптотические поведения. При исследовании такой характеристики как средняя множественность (когда интегрирование проводится по всему фазовому объему детектируемых частиц), эффекты, связанные с разными механизмами генерации частиц могут не проявиться. Для того чтобы наблюдать эти эффекты, полезно ввести среднюю множественность частиц в подобластях фазового объема. Такая характеристика генерации частиц может дать более детальную информацию о механизме рождения частиц в инклюзивных процессах.

На примере инклюзивного процесса (II) дадим определение новой характеристики $\langle 1, 2 \rangle$ - средней множественности в некоторой подобласти V_i двухчастичного фазового объема.

Полный двухчастичный объем частиц "c" и "d" в реакции (II) V_{cd} представим в виде суммы подобластей V_i .

$$V_{cd} = \sum_{i=1}^N V_i. \quad (2.11)$$

Тогда из (2.10) находим, что

$$\langle n_c n_d \rangle \sigma_{ab \rightarrow cd}^{(s)} = \sum_{i=1}^N \int_{ab \rightarrow cd} f(s, \vec{k}_c, \vec{k}_d) d^3 k_c d^3 k_d = \sum_{i=1}^N \langle n_c n_d \rangle_{V_i} \sigma_{ab \rightarrow cd}^{(s, V_i)} \quad (2.12)$$

где

$$\sigma_{ab \rightarrow cd}^{(s, V_i)} = \int_{V_i} \frac{d\sigma_{ab \rightarrow cd}^{(s, V_i)}}{d^3 K_c d^3 K_d} d^3 K_c d^3 K_d, \quad (2.13)$$

a

$$\langle n_c n_d \rangle_{V_i} = \frac{1}{\sigma_{ab \rightarrow cd}^{(s, V_i)}} \int_{V_i} f_{ab \rightarrow cd}^{(s, \vec{K}_c, \vec{K}_d)} d^3 K_c d^3 K_d. \quad (2.14)$$

Из (2.12) очевидно, что

$$\langle n_c n_d \rangle = \sum_{i=1}^N \langle n_c n_d \rangle_{V_i} \frac{\sigma_{ab \rightarrow cd}^{(s, V_i)}}{\sigma_{ab \rightarrow cd}^{(s)}}. \quad (2.15)$$

Подобласти V_i фазового объема необходимо выбрать из физических соображений (см. § 5 и § 7), отвечающих данному механизму генерации частиц в инклюзивном процессе.

Заметим, что поведение средних $\langle n_c n_d \rangle$ и $\langle n_c n_d \rangle_{V_i}$ может отличаться друг от друга очень сильно. Поскольку в сумму (2.15), вообще говоря, могут давать вклад как процессы с малой множественностью, но большим сечением рождения, так и процессы с большой множественностью, но малым сечением рождения. В заключении к этому параграфу приведем некоторые общие соотношения (правила сумм) для характеристик инклюзивных процессов, следующих из законов сохранения [3].

Рассмотрим заданный канал j реакции (I).

$a + b \rightarrow n_c^j c + n_d^j d + \dots + n_f^j f$,
 когда в конечном состоянии имеются n_c^j частиц сорта "c",
 n_d^j частиц сорта "d" и т.д. и запишем закон сохранения энергии-импульса в виде

$$p_a + p_b = \sum_{i=1}^{n_c^j} K_c^i + \sum_{i=1}^{n_d^j} K_d^i + \dots + \sum_{i=1}^{n_f^j} K_f^i. \quad (2.16)$$

Полное сечение для этого канала имеет вид:

$$\sigma^j(s) = \frac{(2\pi)^4}{\lambda(s, P_a^2, P_b^2)} \int \prod_{i=1}^{n_c^j} d^3 K_c^i \prod_{i=1}^{n_d^j} d^3 K_d^i \dots \prod_{i=1}^{n_f^j} d^3 K_f^i \cdot \delta(P_a + P_b - \sum_{i=1}^{n_c^j} K_c^i - \dots - \sum_{i=1}^{n_f^j} K_f^i) |\langle P_a, P_b | T | c, d, \dots, f \rangle|^2, \quad (2.17)$$

где $\lambda(s, P_a^2, P_b^2)$ - инвариантное выражение потока начальных частиц.

Рассмотрим величину

$$(P_a + P_b)_\mu \sigma^j(s) = \frac{(2\pi)^4}{\lambda} \left(\sum_{i=1}^{n_c^j} K_c^i + \dots + \sum_{i=1}^{n_f^j} K_f^i \right)_\mu \delta(P_a + P_b - \sum_{i=1}^{n_c^j} K_c^i - \dots - \sum_{i=1}^{n_f^j} K_f^i) \cdot \prod_{i=1}^{n_c^j} d^3 K_c^i \prod_{i=1}^{n_d^j} d^3 K_d^i \dots \prod_{i=1}^{n_f^j} d^3 K_f^i |\langle P_a, P_b | T | c, d, \dots, f \rangle|^2. \quad (2.18)$$

Здесь μ означает μ -компоненту 4-вектора. Так как область интегрирования по импульсам рожденных частиц симметрична, находим:

$$(P_a + P_b)_\mu \sigma^j(s) = n_c^j \int (K_c)_\mu \frac{d\sigma_{ab \rightarrow c}^j}{d^3 K_c} d^3 K_c + n_d^j \int (K_d)_\mu \frac{d\sigma_{ab \rightarrow d}^j}{d^3 K_d} d^3 K_d + \dots + n_f^j \int (K_f)_\mu \frac{d\sigma_{ab \rightarrow f}^j}{d^3 K_f} d^3 K_f. \quad (2.19)$$

Суммируя выражение (2.19) по всем каналам j реакции (I) и учитывая (2.7) и равенство $\sigma_{tot}^j(s) = \sum_j \sigma^j(s)$, получим правило сумм вида:

$$(P_a + P_b)_\mu \sigma_{tot}^j(s) = \int (K_c)_\mu \int_{ab \rightarrow c} (s, \vec{K}_c) d^3 K_c + \dots + \int_{ab \rightarrow f} (s, \vec{K}_f) (K_f)_\mu d^3 K_f + \dots. \quad (2.20)$$

Иногда функцию распределения $\int_{ab \rightarrow c} (s, \vec{K}_c)$ нормируют следующим образом:

$$\int f_{ab \rightarrow c}(s, \vec{k}_c) d^3 K_c = \langle n_c \rangle_t \sigma_{tot}(s), \quad (2.21)$$

где $\sigma_{tot}(s)$ - полное сечение взаимодействия частиц "а" и "b", а $\langle n_c \rangle_t$ - средняя множественность частиц сорта "с", взятая по всем возможным каналам реакции

$$a + b \rightarrow \text{anything}.$$

Заметим, что при такой нормировке $\langle n_c \rangle_t$ может принимать значение, меньше 1. Используя нормировку (2.21), соотношение (2.20) запишем в виде:

$$(P_a + P_b)_\mu = \langle n_c \rangle_t \langle K_c \rangle_\mu + \langle n_d \rangle_t \langle K_d \rangle_\mu + \dots,$$

где $\langle K_c \rangle_\mu$ - среднее значение K_μ - компоненты 4-импульса частиц сорта "с" и т.д.

Если при суммировании по j опустить упругий канал, то из (2.20) находим:

$$(P_a + P_b)_\mu \sigma_{inel}(s) = \sum_{\alpha} \int f_{ab \rightarrow \alpha}(s, \vec{k}_{\alpha}) d^3 K_{\alpha} (K_{\alpha})_{\mu},$$

где \sum_{α} означает суммирование по всем возможным сортам частиц в конечном состоянии реакции (I).

Отсюда в системе ц.м. получаем, что ($\mu=0$)

$$\sqrt{s} \sigma_{inel}(s) = \sum_{\alpha} \int E_{\alpha} f_{ab \rightarrow \alpha}(s, \vec{k}_{\alpha}) d^3 K_{\alpha}. \quad (2.22)$$

Если ввести среднюю множественность частиц сорта α по всем неупругим каналам:

$$\langle n_{\alpha} \rangle_{inel} = \frac{1}{\sigma_{inel}} \int f_{ab \rightarrow \alpha}(s, \vec{k}_{\alpha}) d^3 K_{\alpha}$$

и среднюю энергию частиц сорта "α"

$$\langle E_{\alpha} \rangle = \frac{1}{\int f_{ab \rightarrow \alpha}(s, \vec{k}_{\alpha}) d^3 K_{\alpha}} \int E_{\alpha} f_{ab \rightarrow \alpha}(s, \vec{k}_{\alpha}) d^3 K_{\alpha},$$

то соотношения (2.22) запишется в виде

$$\sqrt{s'} = \sum_{\alpha} \langle E_{\alpha} \rangle \langle n_{\alpha} \rangle_{inel}$$

или

$$1 = \sum_{\alpha} \mathcal{K}_{\alpha}, \quad (2.23)$$

где

$$\mathcal{K}_{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{s'} \sigma_{inel}(s)} \int E_{\alpha} f_{ab \rightarrow \alpha}(s, \vec{k}_{\alpha}) d^3 k_{\alpha} = \frac{\langle E_{\alpha} \rangle}{\sqrt{s'}} \langle n_{\alpha} \rangle_{inel}. \quad (2.24)$$

Величина \mathcal{K}_{α} определяет долю полной энергии, уносимой всеми частицами сорта " α ", и называется парциальной неупругостью.

Повторяя предыдущие рассуждения, можно получить следующие правила сумм:

$$\begin{aligned} (P_a + P_b)_{\mu} (P_a + P_b)_{\nu} \sigma_{tot}(s) &= \sum_{\alpha} \int (K_{\alpha})_{\mu} (K_{\alpha})_{\nu} f_{ab \rightarrow \alpha}(s, \vec{k}_{\alpha}) d^3 k_{\alpha} + \\ &+ \sum_{\alpha} \int (K_{\alpha}^{(1)})_{\mu} (K_{\alpha}^{(2)})_{\nu} f_{ab \rightarrow \alpha, \alpha}(s, \vec{k}_{\alpha}^{(1)}, \vec{k}_{\alpha}^{(2)}) d^3 k_{\alpha}^{(1)} d^3 k_{\alpha}^{(2)} + \\ &+ \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} \int (K_{\alpha})_{\mu} (K_{\beta})_{\nu} f_{ab \rightarrow \alpha, \beta}(s, \vec{k}_{\alpha}, \vec{k}_{\beta}) d^3 k_{\alpha} d^3 k_{\beta}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

и

$$\begin{aligned} (P_a + P_b - K_{\alpha})_{\mu} f_{ab \rightarrow \alpha}(s, \vec{k}_{\alpha}) &= \int (K_{\alpha}^{(2)})_{\mu} f_{ab \rightarrow \alpha, \alpha}(s, \vec{k}_{\alpha}, \vec{k}_{\alpha}^{(2)}) d^3 k_{\alpha}^{(2)} + \\ &+ \sum_{\substack{\beta \\ \beta \neq \alpha}} \int (K_{\beta})_{\mu} f_{ab \rightarrow \alpha, \beta}(s, \vec{k}_{\alpha}, \vec{k}_{\beta}) d^3 k_{\alpha} d^3 k_{\beta}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Рассмотрим некоторые частные случаи:

1). Пусть $\mu = \nu = 0$. В системе ц.м. из (2.25) находим

$$\begin{aligned} S \sigma_{tot}^{(s)} = & \sum_{\alpha} E_{\alpha}^2 f_{ab \rightarrow \alpha}^{(s, \vec{k}_{\alpha})} d^3 k_{\alpha} + \sum_{\alpha} \left(E_{\alpha}^{(1)} E_{\alpha}^{(2)} f_{ab \rightarrow \alpha, \alpha}^{(s, \vec{k}_{\alpha}^{(1)}, \vec{k}_{\alpha}^{(2)})} d^3 k_{\alpha}^{(1)} d^3 k_{\alpha}^{(2)} \right. \\ & \left. + \sum_{\alpha \neq \beta} E_{\alpha} E_{\beta} f_{ab \rightarrow \alpha, \beta}^{(s, \vec{k}_{\alpha}, \vec{k}_{\beta})} d^3 k_{\alpha} d^3 k_{\beta} \right). \end{aligned} \quad (2.27)$$

Это выражение можно записать в следующем виде:

$$S = \sum_{\alpha} \langle E_{\alpha}^2 \rangle \langle n_{\alpha} \rangle_t + \sum_{\alpha} \langle E_{\alpha}^{(1)} E_{\alpha}^{(2)} \rangle \langle n_{\alpha} (n_{\alpha} - 1) \rangle_t + \sum_{\alpha \neq \beta} \langle E_{\alpha} E_{\beta} \rangle \langle n_{\alpha} n_{\beta} \rangle_t.$$

2). Пусть $\mu = \nu$. Суммируя (2.25) по ν от 0 до 3, найдем:

$$\begin{aligned} S \sigma_{tot}^{(s)} = & \sum_{\alpha} \left((k_{\alpha}^{(1)} \cdot k_{\alpha}^{(1)}) f_{ab \rightarrow \alpha, \alpha}^{(s, \vec{k}_{\alpha}^{(1)}, \vec{k}_{\alpha}^{(1)})} d^3 k_{\alpha}^{(1)} d^3 k_{\alpha}^{(1)} + \right. \\ & \left. + \sum_{\alpha, \beta} m_{\alpha}^2 \langle n_{\alpha} \rangle \sigma_{ab \rightarrow \alpha}^{(s)} + \sum_{\alpha \neq \beta} (k_{\alpha} \cdot k_{\beta}) f_{ab \rightarrow \alpha, \beta}^{(s, \vec{k}_{\alpha}, \vec{k}_{\beta})} d^3 k_{\alpha} d^3 k_{\beta} \right). \end{aligned} \quad (2.28)$$

3). Пусть $\mu = \nu$. Суммируя (2.25) по ν от 1 до 3 в системе ц.м. имеем:

$$\begin{aligned} 0 = & \sum_{\alpha} \left(\vec{k}_{\alpha}^2 f_{ab \rightarrow \alpha}^{(s, \vec{k}_{\alpha})} d^3 k_{\alpha} + \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} (\vec{k}_{\alpha} \cdot \vec{k}_{\beta}) f_{ab \rightarrow \alpha, \beta}^{(s, \vec{k}_{\alpha}, \vec{k}_{\beta})} d^3 k_{\alpha} d^3 k_{\beta} + \right. \\ & \left. + \sum_{\alpha} \int (\vec{k}_{\alpha}^{(1)} \cdot \vec{k}_{\alpha}^{(2)}) f_{ab \rightarrow \alpha, \alpha}^{(s, \vec{k}_{\alpha}^{(1)}, \vec{k}_{\alpha}^{(2)})} d^3 k_{\alpha}^{(1)} d^3 k_{\alpha}^{(2)} \right). \end{aligned} \quad (2.29)$$

Введем функцию корреляций соотношением

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sigma_{tot}^{(s)}} f_{ab \rightarrow \alpha, \beta}^{(s, \vec{k}_{\alpha}, \vec{k}_{\beta})} &= \rho_{ab \rightarrow \alpha \beta}^{(s, \vec{k}_{\alpha}, \vec{k}_{\beta})} + \\ &+ \frac{1}{\sigma_{tot}^{(s)}} f_{ab \rightarrow \alpha}^{(s, \vec{k}_{\alpha})} \cdot \frac{1}{\sigma_{tot}^{(s)}} f_{ab \rightarrow \beta}^{(s, \vec{k}_{\beta})}. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Подставляя (2.30) и учитывая (2.20), просуммированное по μ от 1 до 3 в системе ц.м., найдем;

$$\begin{aligned} 0 = & \sigma_{tot}^{(s)} \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} \int (\vec{k}_{\alpha} \cdot \vec{k}_{\beta}) \rho_{ab \rightarrow \alpha, \beta}^{(s, \vec{k}_{\alpha}, \vec{k}_{\beta})} d^3 k_{\alpha} d^3 k_{\beta} + \\ & \sigma_{tot}^{(s)} \sum_{\alpha} \int (\vec{k}_{\alpha}^{(1)} \cdot \vec{k}_{\alpha}^{(2)}) \rho_{ab \rightarrow \alpha, \alpha}^{(s, \vec{k}_{\alpha}^{(1)}, \vec{k}_{\alpha}^{(2)})} d^3 k_{\alpha}^{(1)} d^3 k_{\alpha}^{(2)} + \sum_{\alpha} \int \vec{k}_{\alpha}^2 f_{ab \rightarrow \alpha}^{(s, \vec{k}_{\alpha})} d^3 k_{\alpha}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Допустим, что для любого α и β

$$\int_{ab \rightarrow \alpha\beta} \rho(s, \vec{k}_\alpha, \vec{k}_\beta) \equiv 0,$$

тогда из (2.31) получаем, что

$$\sum_{\alpha} \int \vec{k}_\alpha^2 f_{ab \rightarrow \alpha}(s, \vec{k}_\alpha) d^3 k_\alpha \equiv 0,$$

что невозможно /3/. Таким образом, обращение нулю всех функций корреляции противоречит правилам сумм (2.20) и (2.25).

Из (2.31) также следует, что

$$\sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} \int (\vec{k}_\alpha, \vec{k}_\beta) \rho_{ab \rightarrow \alpha\beta}(s, \vec{k}_\alpha, \vec{k}_\beta) d^3 k_\alpha d^3 k_\beta + \sum_{\alpha} \int (\vec{k}_\alpha^{(1)}, \vec{k}_\alpha^{(2)}) \rho_{ab \rightarrow \alpha, \alpha}(s, \vec{k}_\alpha^{(1)}, \vec{k}_\alpha^{(2)}) d^3 k_\alpha^{(1)} d^3 k_\alpha^{(2)} < 0. \quad (2.32)$$

Некоторые интересные заключения можно сделать из правила сумм (2.26). Пусть $\mu = 0$, тогда в системе ц.м. имеем:

$$(\sqrt{S} - E_\alpha) f_{ab \rightarrow \alpha}(s, \vec{k}_\alpha) = \int E_\alpha^{(2)} f_{ab \rightarrow \alpha, \alpha}(s, \vec{k}_\alpha, \vec{k}_\alpha^{(2)}) d^3 k_\alpha^{(2)}$$

$$\sum_{\substack{\beta \\ \beta \neq \alpha}} \int E_\beta f_{ab \rightarrow \alpha\beta}(s, \vec{k}_\alpha, \vec{k}_\beta) d^3 k_\beta.$$

Интегрируя по $d^3 k_\alpha$ и суммируя по α , получим

$$\sqrt{S} \sum_{\alpha} \int f_{ab \rightarrow \alpha}(s, \vec{k}_\alpha) d^3 k_\alpha = \sum_{\alpha} \int E_\alpha f_{ab \rightarrow \alpha}(s, \vec{k}_\alpha) d^3 k_\alpha +$$

$$+ \sum_{\alpha} \int E_\alpha^{(2)} f_{ab \rightarrow \alpha, \alpha}(s, \vec{k}_\alpha^{(1)}, \vec{k}_\alpha^{(2)}) d^3 k_\alpha^{(1)} d^3 k_\alpha^{(2)} + \quad (2.33)$$

$$+ \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} \int E_\beta f_{ab \rightarrow \alpha, \beta}(s, \vec{k}_\alpha, \vec{k}_\beta) d^3 k_\alpha d^3 k_\beta.$$

Используя определение функции корреляции (2.30) и правило сумм (2.20) для $\mu = 0$, находим:

$$-\sqrt{s} = \sum_{\alpha} \int \rho_{\alpha\beta \rightarrow \alpha, \alpha}(s, \vec{k}_{\alpha}^{(\omega)}, \vec{k}_{\alpha}^{(\omega)}) E_{\alpha} d^3k_{\alpha}^{(\omega)} d^3k_{\alpha}^{(\omega)} + \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} \int \rho_{\alpha\beta \rightarrow \alpha, \beta}(s, \vec{k}_{\alpha}, \vec{k}_{\beta}) E_{\alpha} d^3k_{\alpha} d^3k_{\beta}. \quad (2.34)$$

Отсюда, в частности, следует, что если $\rho_{\alpha\beta \rightarrow \alpha, \beta}(s, \vec{k}_{\alpha}, \vec{k}_{\beta}) \equiv 0$ для любого α и β , то оно противоречит правилам сумм (2.20) и (2.26).

§ 3. Аналитичность амплитуд неупругих процессов и инклюзивных сечений по угловым переменным

В настоящем параграфе мы приведем результаты об аналитических свойствах амплитуды неупругих процессов и дифференциальных сечений по угловым переменным, вытекающих из основных принципов теории.

Важность изучения аналитических свойств амплитуды по угловым переменным была отмечена Н.Н.Боголюбовым /4/. Им впервые изучены аналитические свойства мнимой части амплитуды упругого рассеяния по передаваемому импульсу /4/ (см. также /5/).

Дальнейшие шаги по изучению упругих и бинарных процессов были сделаны в работах Лемана /6/, Бросса, Эпштейна, Глазера /7/, Шартена /8/ и Сомера /9/.

Аналитические свойства амплитуд неупругих процессов $a + b \rightarrow c + d + e$ по угловым переменным на основе представлений Дайсона были рассмотрены в работе /10/, а более полное исследование этого вопроса для неупругих и инклюзивных процессов дано в работах /2, 11, 14/.

Следуя работам /2, II, I4/, рассмотрим процесс



где, как и раньше, B_j - группа адронов.

В системе ц.м. введем переменные: $S = (P_a + P_b)^2$ - квадрат полной энергии системы; $\cos \theta$, где θ - угол между импульсами \vec{P}_a и \vec{K}_c ; $\omega = e^{i\varphi}$, где φ - угол между плоскостями (\vec{P}_a, \vec{K}_c) и (\vec{K}_c, \vec{K}_d) ; ξ - совокупность переменных, задающих относительную конфигурацию импульсов частиц в конечном состоянии.

Используя представление Дайсона, для амплитуды процесса IV можно написать следующее представление:

$$T_{ab \rightarrow c+d+B_j}(s, \vec{n}, \xi) = \int_{X_L}^{\infty} dx \int d\vec{u} \frac{\Psi(x, \vec{u}, s, \xi)}{x - (\vec{n} \cdot \vec{u})}. \quad (3.1)$$

Здесь \vec{n} - единичный вектор вдоль импульса \vec{P}_a . В системе координат, в которой импульс \vec{K}_c направлен по оси z , а импульс \vec{K}_d лежит в плоскости xoz , \vec{n} имеет вид $\vec{n} = (\cos \varphi \sin \theta, \sin \varphi \sin \theta, \cos \theta)$, \vec{u} произвольный единичный вектор, а X_L - большая полуось эллипса Лемана

$$X_L = \left[1 + \frac{(m_1^2 - m_a^2)(m_2^2 - m_b^2)}{\vec{P}_a^2 [s - (m_1 - m_2)^2]} \right]^{1/2}. \quad (3.2)$$

В (3.2) \vec{P}_a - импульс частицы "a" в системе ц.м.

Из (3.1) следует, что амплитуда $T_{ab \rightarrow c+d+B_j}(s, \vec{n}, \xi)$ аналитична по переменным $z = \cos \theta$ и $\omega = e^{i\varphi}$ в области, определяемой условием:

$$(1 + z|\omega| + |1 - z| \frac{1}{|\omega|}) (1 + z|\frac{1}{\omega}| + |1 - z|\omega) < 4X_L^2, \quad (3.3)$$

исключая точки z , принадлежащие сегментам $[-X_L, -1]$ и $[1, X_L]$.

Из (3.3) следует, что при физических значениях переменной ω амплитуда $T_{ab \rightarrow c+d+\beta_j}^*(s, \vec{n}, \xi)$ будет аналитической по z в области

$$|1+z| + |1-z| < 2X_L, \quad (3.4)$$

исключая точки z , принадлежащие сегментам $[-X_L, -1]$ и $[1, X_L]$.

Из (3.3) также следует, что для физических значений переменной $z = \omega\theta$ область аналитичности по переменной ω не меньше, чем:

$$z_L^- < |\omega| < z_L^+, \quad (3.5)$$

где

$$z_L^\pm = X_L \pm \sqrt{X_L^2 - 1}. \quad (3.6)$$

Поскольку для $T_{ab \rightarrow c+d+\beta_j}^*(s, \vec{n}, \xi)$ также справедливо представление вида (3.1), то она также будет аналитической функцией по переменным z и ω в области (3.3).

Можно показать, что аналитические свойства амплитуд приводят к аналитичности дифференциального сечения вида

$$\frac{d\sigma_{ab \rightarrow c+d+\beta_j}}{d\omega d\theta} \quad (3.7)$$

по переменной $z = \omega\theta$ в эллипсе Лемана (см. /2, IO, II/).

На самом деле, как это было показано в работах /2, II-14/, дифференциальное сечение (3.7) как функция комплексного переменного $z = \omega\theta$, аналитична в более широкой области.

Действительно, разлагая амплитуду по функциям Вигнера

$$T_{ab \rightarrow c+d+\beta_j}^*(s, \omega\theta, \xi) = \left(2 \frac{\sqrt{s}}{1\beta_1}\right)^{1/2} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} (\ell+1) T_{\ell}^m(s, \xi, i) d_{m,0}^{\ell}(\theta) e^{im\varphi}, \quad (3.8)$$

дифференциальное сечение (3.7) может быть записано в виде:

$$\frac{d\sigma_{ab \rightarrow c+d+B_i}}{d\cos\theta} = \frac{2\pi}{P_a^2} \sum_{\ell, \ell'} (2\ell+1)(2\ell'+1) d_{m,0}^{\ell}(\theta) d_{m,0}^{\ell'}(\theta) \left\{ d\Gamma_j^* \Gamma_{\ell'}^m \Gamma_{\ell}^m \right\} \quad (3.9)$$

В условии унитарности для парциальных амплитуд величины $\Gamma_{\ell}^m(s, \xi, j)$ и $d\Gamma_j$ входят следующим образом (см./I4/):

$$\text{Im } f_{\ell}(s) = |f_{\ell}(s)|^2 + \sum_j \sum_{m=-\ell}^{\ell} \left\{ d\Gamma_j |T_{\ell}^m(s, \xi, j)|^2 + \dots \right\} \quad (3.10)$$

и поэтому, учитывая аналитичность мнимой части амплитуды упругого рассеяния процесса

$$a+b \rightarrow a+b$$

по переменной $z = \cos\theta$ в эллипсе Мартена, найдем: (см./2, I4/)

$$\sum_{m=-\ell}^{m=\ell} \left\{ d\Gamma_j |T_{\ell}^m(s, \xi, j)|^2 \right\} \leq \frac{R(s)}{\sqrt{\ell}} \exp \left[-\ell \ln \left(X_M + \sqrt{X_M^2 - 1} \right) \right], \quad (3.11)$$

где $R(s)$ - степень роста мнимой части упругой амплитуды, а X_M - большая полуось эллипса Мартена и равна^{8,9/}

$$X_M = 1 + \frac{2m_0^2}{|P_a|^2}.$$

Используя оценку для $d_{m,n}^{\ell}(Re\theta + iIm\theta)$ на эллипсе с большой полуосью $x = ch Im\theta$

$$\left| d_{m,n}^{\ell}(Re\theta + iIm\theta) \right| \leq \left(ch Im\theta + \sqrt{ch^2 Im\theta - 1} \right)^{\ell}$$

и неравенство Буняковского-Шварца, найдем, что ряд (3.9) абсолютно сходится в области, где

$$\frac{x + \sqrt{x^2 - 1}}{(X_M + \sqrt{X_M^2 - 1})^{1/2}} < 1. \quad (3.12)$$

Отсюда находим, что дифференциальное сечение $\frac{d\sigma_{ab \rightarrow c+d+B_i}}{d\cos\theta}$ как функция комплексного переменного $\cos\theta$ аналитична внутри эллипса с фокусами в точках ± 1 и большой полуосью

$$\chi = \sqrt{\frac{X_M + 1}{2}}. \quad (3.13)$$

Заметим, что область аналитичности дифференциального сечения вида

$$\frac{d\sigma_{ab \rightarrow cd}}{d\cos\theta} = \sum_j \frac{d\sigma_{ab \rightarrow c+d+B_j}}{d\cos\theta}$$

по переменной $z = \cos\theta$ также есть эллипс с большой полуосью (3.13). Это утверждение доказывается аналогично, если учесть, что на основании условия унитарности (3.3), имеет место неравенство:

$$\sum_j \sum_{m=-l}^l \left| dT_j^m(s, \xi, t) \right|^2 \leq \frac{R(s)}{\sqrt{l}} \exp \left[-l \ln(X_M + \sqrt{X_M^2 - 1}) \right]. \quad (3.11a)$$

Здесь следует подчеркнуть важное обстоятельство, что найденная аналитичность сечений неупругих процессов приводит к тому, что положение вещественной особенности по переданному импульсу, в отличие от случая аналитичности в эллипсе Лемана, не зависит от S и начинается с точки $t = m_\pi^2$.

Приведем некоторые оценки для дифференциальных сечений. Эти оценки являются следствием доказанной выше аналитичности по переменной $z = \cos\theta$.

$$\left. \frac{d\sigma_{ab \rightarrow c+d+B_j}}{d\cos\theta} \right|_{\theta=0} \leq \frac{S}{16 m_\pi^2} \sigma_{ab \rightarrow c+d+B_j}^{(s)} \ln^2 R(s) \quad (3.14)$$

$$\left. \frac{d\sigma_{ab \rightarrow cd}}{d\omega s \theta} \right|_{\theta=0} \leq \frac{s}{16 m_x^2} \sigma_{ab \rightarrow cd}(s) \ln^2 R(s). \quad (3.15)$$

Заметим, что для упругих процессов аналогичные неравенства были получены в работах /8,15,16/.

Перейдем к изучению аналитических свойств по угловым переменным дифференциального сечения инклюзивного процесса (П) вида $\frac{d\sigma_{ab \rightarrow cd}}{d\omega s \theta d\varphi}$.

Используя разложение (3.8), легко получить, что

$$\frac{d\sigma_{ab \rightarrow cd}}{d\omega s \theta d\varphi} = \frac{1}{|\bar{F}_a|^2} \sum_{\ell, m} \sum_{\ell', m'} (2\ell+1)(2\ell'+1) e^{i(m-m')\varphi} \cdot d_{m,0}^{\ell}(\theta) d_{m',0}^{\ell'}(\theta) \sum_f \int d\xi_f^* T_{\ell'}^{m'}(s, \xi_f, t) T_{\ell}^m(s, \xi_f, t). \quad (3.16)$$

Из условия унитарности (3.10) и неравенства Буняковского-Шварца, а также из аналитичности мнимой части амплитуды упругого рассеяния по $\cos \theta$ в эллипсе Мартена следует /2,13,14/, что ряд (3.16) сходится в области

$$\frac{1}{2} \left(|\omega| + \frac{1}{|\omega|} \right) (|1-z| + |1+z|) < 2X \quad (3.17)$$

и поэтому величина $\frac{d\sigma_{ab \rightarrow cd}}{d\omega s \theta d\varphi}$ аналитична по z и ω в области (3.17), за исключением точек сегментов $[-X, -1]$ и $[1, X]$ по переменной z .

В заключении к этому параграфу отметим, что полученные выше свойства аналитичности и оценки для неупругих и инклюзивных сечений являются строгим следствием основных постулатов теории поля. Области аналитичности, полученные выше на основе общих

принципов теории, имеют одно общее свойство: с ростом энергии они сжимаются ($\chi_L \rightarrow 1$, $\chi_L^+ \rightarrow 1$, $\chi_M \rightarrow 1$, $\chi \rightarrow 1$) и при $S = \infty$ вырождаются в "области", состоящие только из физических точек.

Стоит обратить внимание на следующее обстоятельство.

Найденные выше области аналитичности по z и ω (3.13) и (3.17), получались по существу с помощью рядов и поэтому области (3.13) и (3.17) полностью определялись ближайшими особенностями ("порогами") в t -канале. Эти области, конечно, не являются естественными областями голоморфности функций $\frac{d\sigma_{ab \rightarrow cd}}{d\cos\theta}$ и $\frac{d\sigma_{ab \rightarrow cd}}{d\cos\theta d\varphi}$, и можно надеяться, что более детальное исследование позволит показать существование не зависящих от S областей аналитичности в окрестностях физических точек в плоскостях z и ω .

§ 4. Верхняя граница убывания дифференциального сечения инклюзивных процессов в области больших углов

В данном параграфе мы выскажем гипотезу относительно областей аналитичности по угловым переменным и найдем верхнюю границу убывания дифференциального сечения инклюзивных процессов в области больших углов.

В дальнейшем предположение относительно аналитичности удобно сформулировать для функции

$$\Phi(s, z_1, \omega_1; \bar{z}_2, \omega_2) = g \frac{\sqrt{s}}{|\beta_2|} \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \omega_1^{m_1} \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} \omega_2^{-m_2}. \quad (4.1)$$

$$\sum_{\ell_1=|m_1|}^{\infty} (2\ell_1+1) d_{m_1,0}^{\ell_1}(z_1) \sum_{\ell_2=|m_2|}^{\infty} (2\ell_2+1) d_{m_2,0}^{\ell_2}(\bar{z}_2) \sum_j C_{\ell_1, \ell_2}^{m_1, m_2}(s, j),$$

где

$$C_{l_1, l_2}^{m_1, m_2}(s, j) = \int d\Gamma_j T_{l_1}^{m_1}(s, \xi, j) T_{l_2}^{m_2*}(s, \xi, j). \quad (4.2)$$

Из условия унитарности и неравенства Буняковского-Шварца следует, что:

$$|C_{l_1, l_2}^{m_1, m_2}(s, j)| \leq \sqrt{\text{Im} f_{l_1}(s) \cdot \text{Im} f_{l_2}(s)}. \quad (4.2a)$$

В (4.1) переменные равны $z_1 = \omega s \theta_1$, $\omega_1 = e^{i\varphi_1}$, $z_2 = \omega s \theta_2$, $\omega_2 = e^{i\varphi_2}$, где (θ_1, φ_1) и (θ_2, φ_2) - сферические координаты единичных векторов $\vec{n}_a = \frac{\vec{P}_a}{|P_a|}$ и $\vec{n}_a' = \frac{\vec{P}_a'}{|P_a'|}$ соответственно в системе координат, построенной на векторах \vec{K}_c и \vec{K}_d (см.рис.1)

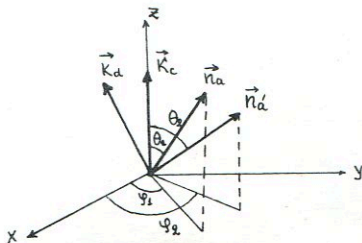


Рис.1.

Очевидно, что

$$\frac{d\sigma_{ab \rightarrow cd}}{d\omega s d\vartheta} = \frac{1}{2|P_a|\sqrt{s}} \Phi(s, z_1, \omega_1; z_2, \omega_2) \Big|_{\substack{z_1 = z_2 = \omega s \theta \\ \omega_1 = \omega_2 = e^{i\varphi}}}. \quad (4.3)$$

Заметим, что вклад в мнимую часть упругого процесса от инклюзивного процесса (П) выражается через функцию $\Phi(s, z_1, \omega_1; z_2, \omega_2)$ следующим образом:

$$\operatorname{Im} \Pi_{ab \rightarrow ab}^{(\bar{u})}(s, \vec{n}_a, \vec{n}_a') = \frac{1}{8\pi} \int \frac{\Phi(s, z_1, \omega_1; z_2, \omega_2)}{\sqrt{1-z_1^2} \sqrt{1-z_2^2} - z_1 z_2 \omega_1 \omega_2} \frac{d\omega_1}{i\omega_1} dz_1 dz_2, \quad (4.4)$$

где $z = (\vec{n}_a \cdot \vec{n}_a')$.

Переменная ω_2 является функцией от переменных z , z_1 , z_2 , ω_1 и находится из уравнения

$$z = z_1 z_2 + \frac{1}{2} \sqrt{1-z_1^2} \sqrt{1-z_2^2} \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} + \frac{\omega_2}{\omega_1} \right).$$

Общие принципы теории поля для функции $\Phi(s, z_1, \omega_1; z_2, \omega_2)$ дают следующую полиобласть аналитичности по переменным $z_1, \omega_1, z_2, \omega_2$

$$\Delta_i : \left\{ \frac{1}{2} \left(|\omega_{i1}| + \frac{1}{|\omega_{i1}|} \right) (|1-z_i| + |1+z_i|) < 2X \right\} \quad i=1,2, \quad (4.5)$$

за исключением точек $z_i \in [-X, -1] \cup z_i \in [1, X]$. Это утверждение легко доказывается нахождением области сходимости ряда (4.1) на основе неравенства (3.IIa).

Из (4.5) следует, что при физических значениях ω_i ($i=1,2$) функция $\Phi(s, z_1, e^{i\varphi_1}; z_2, e^{i\varphi_2})$ аналитична по z_1 и z_2 в произведении областей вида

$$\partial_i : \left\{ |1-z_i| + |1+z_i| < 2X \right\} \quad i=1,2, \quad (4.6)$$

за исключением точек z_i ($i=1,2$), принадлежащих сегментам $[-X, -1]$ и $[1, X]$.

Аналогично, при физических значениях $z_1 = \cos \theta_1$ и $z_2 = \cos \theta_2$ функция $\Phi(s, \cos \theta_1, \omega_1; \cos \theta_2, \omega_2)$ по переменным ω_1 и ω_2 аналитична в произведении областей вида

$$h_i: \left\{ \frac{1}{2}(|\omega_i| + \frac{1}{|\omega_i|}) < \chi \right\} \quad i=1,2. \quad (4.7)$$

Класс функций $\Phi(s, z_1, \omega_1; z_2, \omega_2)$ аналитических в полиобластях вида Δ_i ($i=1,2$) с коэффициентами разложения (4.2) и полиномиально ограниченных по S в $\Delta_1 \otimes \Delta_2$, обозначим через H . В дальнейшем класс H назовем физическим классом.

Заметим, что требования основных постулатов теории (релятивистской инвариантности, унитарности, причинности и полиномиальной ограниченности) приводит к функциям, принадлежащим к классу H .

Пусть $\delta_1(\theta_0)$ и $\delta_2(\theta_0)$ - некоторые, не зависящие от S , фиксированные окрестности точек $-\cos \theta_0 \leq z_1 \leq \cos \theta_0$ и $-\cos \theta_0 \leq z_2 \leq \cos \theta_0$ ($\theta_0 = \text{const} \neq 0, \pi$) (см. рис.2).

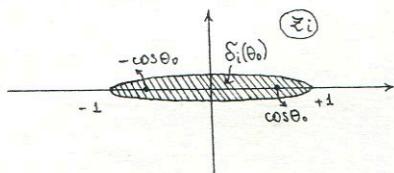


Рис.2 область $\delta_i(\theta_0)$.

Объединение областей $\delta_i(\theta_0)$ и ∂_i обозначим через D_i .

Аналогично, пусть $\varphi_1(\varphi_0)$ и $\varphi_2(\varphi_0)$ - некоторые, не зависящие от S , фиксированные окрестности точек $\omega_1 = e^{i\varphi_1}$ и $\omega_2 = e^{i\varphi_2}$: $\varphi_0 \leq \varphi_i \leq \pi - \varphi_0$; $\pi + \varphi_0 \leq \varphi_i \leq 2\pi - \varphi_0$ ($\varphi_0 = \text{const} \neq 0, \pi, 2\pi$) ($i=1,2$)

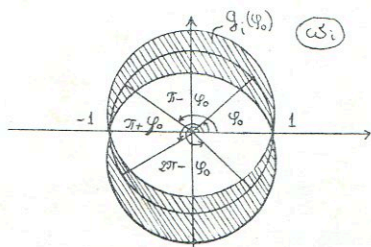


Рис.3 Область $G_i(\psi_0)$.

Объединение областей $G_i(\psi_0)$ и h_i обозначим через G_i ($i=1,2$).

Методом, развитым в работах [2], можно доказать следующие теоремы.

Теорема I. Если функция $F(s, z_1, \omega_1; z_2, \omega_2)$ в области $\Delta_1 \otimes \Delta_2$ допускает разложение вида (4.1) с коэффициентами разложения по модулю, меньшими 1, и удовлетворяет условиям:

A) для точек $|\omega_i| = 1$ ($i=1,2$) она аналитична по z_1 и z_2 в полиобласти $D_1 \otimes D_2$ и в ней полиномиально ограничена по s .

$$\left| F(s, z_1, e^{i\varphi_1}; z_2, e^{i\varphi_2}) \right|_{z_1, z_2 \in D_1 \otimes D_2} \leq \text{const} \left(\frac{s}{s_0} \right)^{N_1} \quad (4.8)$$

B) для точек $-1 \leq z_i \leq 1$ ($i=1,2$) она аналитична по ω_1, ω_2 в полиобласти $G_1 \otimes G_2$ и в ней полиномиально ограничена по s

$$\left| F(s, \omega_1 \theta_1, \omega_1; \omega_2 \theta_2, \omega_2) \right|_{\omega_1, \omega_2 \in G_1 \otimes G_2} \leq \text{const} \left(\frac{s}{s_0} \right)^{N_2} \quad (4.9)$$

то для больших s справедлива оценка:

$$\left| F(s, \omega_1 \theta, e^{i\varphi}; \omega_2 \theta, e^{i\varphi}) \right|_{\substack{\theta_0 \geq \theta \geq \pi - \theta_0 \\ \varphi_0 \leq \varphi \leq \pi - \varphi_0 \\ \pi + \varphi_0 \leq \varphi \leq 2\pi - \varphi_0}} \leq \frac{\text{const} \ln^4 \left(\frac{s}{s_0} \right)}{\sin^4 \theta \sin^6 \varphi} \quad (4.10)$$

Теорема II. Если функция $F(s, z_1, \omega_1; z_2, \omega_2)$ удовлетворяет условиям теоремы I, но вместо (4.9) для точек $\omega_i \in G_i(\psi_0)$

справедливо неравенство

$$\left| F(s, \cos\theta_1, \omega_1; \cos\theta_2, \omega_2) \right|_{\omega_1, \omega_2 \in g_1(\varphi_0) \otimes g_2(\varphi_0)} \leq \text{const} \ln^n \left(\frac{s}{s_0} \right), \quad (4.11)$$

где n - сколь угодно большое, но фиксированное число, то для больших s имеем:

$$\left| F(s, \cos\theta, e^{i\varphi}; \cos\theta, e^{i\varphi}) \right|_{\substack{\theta_0 \leq \theta \leq \pi - \theta_0 \\ \varphi_0 \leq \varphi \leq \pi - \varphi_0 \\ \pi + \varphi_0 \leq \varphi \leq 2\pi - \varphi_0}} \leq \text{const} \frac{\ln^4 \left(\frac{s}{s_0} \right) \ln^6 \ln \left(\frac{s}{s_0} \right)}{\sin^4 \theta \sin^6 \varphi}. \quad (4.12)$$

Если предположить, что введенные ранее функции $\Phi(s, z_1, \omega_1; z_2, \omega_2)$, принадлежащие физическому классу H , удовлетворяют условию А и В теоремы I, тогда для дифференциального сечения инклюзивного процесса Π имеем:

$$\frac{d\sigma_{ab \rightarrow cd}}{d\cos\theta d\varphi} \Big|_{\substack{\theta_0 \leq \theta \leq \pi - \theta_0 \\ \varphi_0 \leq \varphi \leq \pi - \varphi_0 \\ \pi + \varphi_0 \leq \varphi \leq 2\pi - \varphi_0}} \leq \frac{\text{const}}{s} \frac{\ln^9 \left(\frac{s}{s_0} \right)}{\sin^4 \theta \sin^6 \varphi}. \quad (4.13)$$

Аналогично, если предположить, что функция $\Phi(s, z_1, \omega_1; z_2, \omega_2)$ из физического класса H удовлетворяет условиям теоремы II, то для дифференциального сечения инклюзивного процесса Π находим:

$$\frac{d\sigma_{ab \rightarrow cd}}{d\cos\theta d\varphi} \Big|_{\substack{\theta_0 \leq \theta \leq \pi - \theta_0 \\ \varphi_0 \leq \varphi \leq \pi - \varphi_0 \\ \pi + \varphi_0 \leq \varphi \leq 2\pi - \varphi_0}} \leq \frac{\text{const}}{s} \frac{\ln^4 \left(\frac{s}{s_0} \right) \ln^6 \ln \left(\frac{s}{s_0} \right)}{\sin^4 \theta \sin^6 \varphi}. \quad (4.14)$$

Заметим, что аналитичность функции $\Phi(s, z_1, \omega_1; z_2, \omega_2)$ в окрестностях физических точек $\delta_i(\theta_0)$ и $g_i(\varphi_0)$ ($i = 1, 2$) является гипотезой.

Мы не знаем, в какой степени это предположение следует из основных постулатов теории. С другой стороны, эта гипотеза приводит к определенным физическим следствиям, которые могут быть проверены на опыте.

§ 5. Явление пионизации

В последнее время в литературе широко обсуждается так называемое явление пионизации. Согласно работе /17/, мы в данной статье примем следующее определение пионизации.

Если в пределе больших энергий при столкновении адронов образуются частицы ограниченных импульсов (не зависящих от начальной энергии), в системе ц.м. и функции распределения этих частиц при $s \rightarrow \infty$, стремящемся к бесконечности, отличны от нуля, т.е.

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \int_{ab \rightarrow c, d, \dots} (s, \vec{k}_c, \vec{k}_d, \dots) = \int_{ab \rightarrow c, d, \dots} (\vec{k}_c, \vec{k}_d, \dots) \neq 0, \quad (5.1)$$

то такое явление называется пионизацией.

В этом параграфе мы на примере двухчастичной функции распределения $\int_{ab \rightarrow cd} (s, \vec{k}_c, \vec{k}_d)$ рассмотрим вопрос о совместимости гипотезы пионизации с оценками на сечение инклюзивной реакции, полученными на основе аналитичности и унитарности. Обозначим через V_1 подобласть фазового объема частиц "c" и "d" следующего вида:

$$V_1: \begin{cases} |\vec{k}_c| \leq P_c, & |\vec{k}_d| \leq P_d \\ 0 \neq \varphi_p \leq \theta \leq \pi - \theta_0; & 0 \neq \varphi_0 \leq \varphi \leq \pi - \varphi_0, \quad \pi + \varphi_0 \leq \varphi \leq 2\pi - \varphi_0. \end{cases}$$

Здесь P_c и P_d — некоторые фиксированные числа.

Из (4.13) очевидно, что

$$\sigma_{ab \rightarrow cd}(s, v_i) = \int_{V_i} d^3 K_c d^3 K_d \frac{d\sigma_{ab \rightarrow cd}}{d^3 K_c d^3 K_d} \leq \text{const} \frac{\ln^9\left(\frac{s}{s_0}\right)}{s}. \quad (5.2)$$

Если пионизация существует, то при $s \rightarrow \infty$ в силу (5.1)

$$\int_{V_i} f_{ab \rightarrow cd}(\vec{k}_c, \vec{k}_d) d^3 K_c d^3 K_d \geq \text{const} \neq 0, \quad (5.3)$$

с другой стороны - (см.(2.12))

$$\int_{V_i} f_{ab \rightarrow cd}(\vec{k}_c, \vec{k}_d) d^3 K_c d^3 K_d = \langle n_c n_d \rangle_{V_i} \sigma_{ab \rightarrow cd}(s, v_i). \quad (5.4)$$

Из (5.2), (5.3) и (5.4) следует, что

$$\langle n_c n_d \rangle_{V_i} \geq \text{const} \frac{s}{\ln^9\left(\frac{s}{s_0}\right)}. \quad (5.5)$$

Если вместо (4.13) использовать неравенство (4.14), то получим:

$$\langle n_c n_d \rangle_{V_i} \geq \text{const} \frac{s}{\ln^4\left(\frac{s}{s_0}\right) \ln^6 \ln\left(\frac{s}{s_0}\right)}. \quad (5.6)$$

Из (5.5) и (5.6) мы видим, что для существования явлений пионизации необходимо, чтобы средняя множественность достигала значения, близкого к предельному значению. Заметим, что

$$\max \langle n_c n_d \rangle_{V_i} \sim \frac{s}{m_c m_d}. \quad (5.7)$$

Из (5.3), (5.4) и (5.7) также следует, что если в природе имеет место явление пионизации, то

$$\sigma_{ab \rightarrow cd}(s, v_i) \geq \frac{\text{const}}{s}. \quad (5.8)$$

§ 6. Предельная фрагментация, масштабная инвариантность и автомодельность

Экспериментальные данные, полученные в космических лучах и на мощных ускорителях, позволили сделать очень важный вывод о том, что поперечные импульсы рожденных частиц ограничены и практически не зависят от начальной энергии. С другой стороны, экспериментальные данные, полученные на Серпуховском ускорителе /18/, впервые показали, что отношение вероятностей рождения К-мезонов и антипротонов к вероятности рождения π -мезонов зависит только от отношения импульса рожденной частицы к ее максимальному значению
$$- \frac{p}{p_{\max}} .$$
 Наблюдаемая на опыте масштабная инвариантность при высоких энергиях привела к разработке ряда модельных представлений. На основе этих экспериментальных фактов Янгом с сотрудниками /19/ была развита модель предельной фрагментации, Фейнманом /20/ для объяснения этих же явлений была предложена партонная модель и выдвинута гипотеза о масштабной инвариантности во всех адронных процессах (см. также /21/), а Тавхелидзе с сотрудниками /22,23/ разработал подход, в основе которого лежит предположение об аналогии между плоским взрывом в газовой динамике и взаимодействием адронов при высоких энергиях. В работах /22,23/ показано, что автомодельное поведение в сочетании с обобщенным анализом размерностей позволяет описать большое количество эмпирических фактов, касающихся динамики сильных взаимодействий.

В работах /19/ для описания адрон-адронных столкновений при высоких энергиях (ввиду рыхлой протяженной структуры адронов) предлагается следующий механизм рождения частиц.

В лабораторной системе координат (где один из адронов покоится) в процессе столкновения рождаются частицы с ограниченными импульсами, не зависящими от энергии, (фрагменты, мишени) и частицы, импульс которых возрастает с ростом полной энергии (фрагменты падающего адрона).

Предполагается, что функции распределения фрагментов мишени приближаются при $S \rightarrow \infty$ к некоторым предельным распределениям, отличным от нуля, и не зависящим от полной энергии системы. Заметим, что фрагменты падающей частицы не входят ни в одно предельное распределение. Изучение фрагментов налетающей частицы требует рассмотрения проективной системы координат (где падающий адрон покоится). Аналогично предыдущему, к проективной системе предполагается существование при $S \rightarrow \infty$ предельных распределений фрагментов падающего адрона.

Согласно гипотезе предельной фрагментации, функции распределения, например, для одной и двух частиц не зависят от энергии системы и являются функциями вида:

$$f_{ab \rightarrow c} (P_c^{\parallel}, \vec{P}_c^{\perp}) ; f_{ab \rightarrow cd} (P_c^{\parallel}, \vec{P}_c^{\perp} ; P_d^{\parallel}, \vec{P}_d^{\perp}), \quad (6.1)$$

где \vec{P}_c и \vec{P}_d — импульсы частиц сорта c и d в лабораторной системе координат, а P_c^{\parallel} , P_d^{\parallel} и \vec{P}_c^{\perp} , \vec{P}_d^{\perp} — продольный и поперечный составляющие этих импульсов. В системе ц.м. предельные распределения (6.1) можно записать в виде

$$f_{ab \rightarrow c} (x_c, \vec{K}_c^{\perp}) ; f_{ab \rightarrow cd} (x_c, \vec{K}_c^{\perp} ; x_d, \vec{K}_d^{\perp}), \quad (6.2)$$

где переменные x_c и x_d равны:

$$x_c = \frac{2 K_c^{\parallel}}{\sqrt{S}} ; x_d = \frac{2 K_d^{\parallel}}{\sqrt{S}}. \quad (6.3)$$

В (6.3) K_c'' и K_d'' - продольные составляющие импульсов \vec{K}_c и \vec{K}_d соответственно относительно оси столкновения в системе ц.м.

Из (6.2) и (6.3) очевидно, что при масштабном преобразовании вида $K'' \rightarrow \lambda K''$ и $s \rightarrow \lambda^2 s$ функции распределения не меняются, т.е. имеет место масштабная инвариантность.

§ 7. Обрезание импульсов частиц в инклюзивном процессе в области больших углов /24/

Характерной чертой многочастичных и инклюзивных процессов при существующих энергиях является слабая зависимость поперечных компонент импульсов детектируемых частиц от начальной энергии. Очевидно, что если поперечный импульс детектируемой частицы ограничен некоторым, не зависящим от энергии, значением M , то быстрые частицы ($p \sim p_{\max}(\theta)$) в системе центра масс рождаются в инклюзивных реакциях в области углов

$$0 \leq \theta \leq \frac{M^2}{s},$$

то есть импульсы частиц, рождающихся в области больших углов, ограничены некоторым постоянным значением.

В большинстве модельных описаний этот факт используется как постулат /18-23/, а само явление не нашло должного теоретического объяснения.

В данном параграфе изучается поведение средних значений произведений импульсов детектируемых частиц в бинарном инклюзивном процессе при высоких энергиях на основе аналитичности и унитарности методом, разработанным в работе /2,13,14/ и описанным в параграфе 3 и 4 данной статьи.

В частности, получено следующее утверждение: в заданной области углов ($\theta \neq 0, \pi$; $\varphi \neq 0, \pi, 2\pi$) средние значения от произведений как продольных, так и поперечных составляющих импульсов частиц "с" и "d", рожденных в бинарном инклюзивном процессе, не могут возрастать быстрее, чем $\ln^2(\frac{s}{s_0})$. Показано также, что если среднее значение от произведения множественностей n_c и n_d возрастает степенным образом с ростом энергии, то абсолютный вклад больших углов в среднее значение $\langle E_c E_d \rangle$ уменьшается с ростом энергии. Поскольку вероятность рождения быстрых частиц, по-видимому, значительна, то из аналитичности и унитарности вытекает, что рождение частиц происходит в области малых углов.

В системе центра масс условие унитарности можно записать в виде

$$\begin{aligned} & \text{Im } T_{ab \rightarrow ab}(s, \vec{n}_a, \vec{n}'_a) = \\ & = \frac{(2\pi)^4}{2} \sum_j \int \prod_{i=1}^j d^3 k_i \langle s, \vec{n}'_a | T | k_1 \dots k_j \rangle \langle k_1 \dots k_j | T | s, \vec{n}_a \rangle \delta(P_a + P_b - \sum_{i=1}^j k_i). \end{aligned} \quad (7.1)$$

Здесь, как и раньше,

$$d^3 k_i = \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3 2E} \quad (7.2)$$

\vec{n}_a и \vec{n}'_a - единичные векторы, направленные соответственно вдоль импульсов \vec{P}_a и \vec{P}'_a .

Матричный элемент от оператора T , как и в § 3, нормирован следующим образом:

$$G_j(s) = \frac{(2\pi)^4}{4\sqrt{s} |\vec{P}_a|} \int \prod_{i=1}^j d^3 k_i \delta(P_a + P_b - \sum_{i=1}^j k_i) |\langle k_1 \dots k_j | T | s, \vec{n}_a \rangle|^2. \quad (7.3)$$

Разлагая амплитуду по угловым переменным (см. (3.8)) и подставляя в соотношение унитарности (7.1), получим

$$\operatorname{Im} f_{\ell}(s) = |f_{\ell}(s)|^2 + \sum_j \sum_{m=-\ell}^{\ell} \int d\Gamma_j |T_{\ell}^m(s, \xi, j)|^2 + \dots \quad (7.4)$$

Для данного канала реакции j закон сохранения энергии можно записать в виде

$$S = (E_a + E_b)^2 = \left(\sum_{i=1}^{n_c^j} E_c^i + \sum_{i=1}^{n_d^j} E_d^i + \dots + \sum_{i=1}^{n_f^j} E_f^i \right)^2, \quad (7.5)$$

n_c^j - число частиц сорта "с" в канале реакции j ;
 E_c^i - энергия "i" частицы сорта "с". Умножая обе части условия унитарности (7.4) для парциальных амплитуд на S и учитывая под интегралами равенство (7.5), получим после элементарных вычислений

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} f_{\ell}(s) &= |f_{\ell}(s)|^2 + \\ &+ \frac{2}{S} \sum_j n_c^j n_d^j \int d\Gamma_j E_c E_d \sum_{m=-\ell}^{m=\ell} |T_{\ell}^m(s, \xi, j)|^2 + \\ &+ \frac{1}{S} \sum_j n_c^j (n_c^j - 1) \int d\Gamma_j E_c^{(1)} E_c^{(2)} \sum_{m=-\ell}^{m=\ell} |T_{\ell}^m(s, \xi, j)|^2 + \dots \end{aligned} \quad (7.6)$$

Из равенства (7.6) следует, что

$$\frac{1}{S} \sum_j n_c^j n_d^j \int d\Gamma_j E_c E_d \sum_{m=-\ell}^{m=\ell} |T_{\ell}^m(s, \xi, j)|^2 \leq \frac{1}{8}. \quad (7.7)$$

С другой стороны, из аналитичности мнимой части упругой амплитуды по $\cos\theta$ в эллипсе Мартена следует

$$\frac{1}{S} \sum_j n_c^j n_d^j \int d\Gamma_j E_c E_d \sum_{m=-\ell}^{m=\ell} |T_{\ell}^m(s, \xi, j)|^2 \leq R(s) e^{-\ell \frac{4m_{\pi}}{\sqrt{s}}} \quad (7.8)$$

С помощью функции распределения введем среднее значение произведения энергий частиц сорта "с" и "d"

$$\langle E_c E_d \rangle = \frac{1}{N(s)} \int E_c E_d f_{ab \rightarrow cd}(s, \vec{k}_c, \vec{k}_d) d^3 k_c d^3 k_d, \quad (7.9)$$

где

$$N(s) = \langle n_c n_d \rangle_{tot} \sigma_{tot}(s) = \int f_{ab \rightarrow cd}(s, \vec{k}_c, \vec{k}_d) d^3 k_c d^3 k_d. \quad (7.10)$$

Если в системе центра масс выбрать систему координат таким образом, чтобы ось z была направлена по импульсу \vec{k}_c , а плоскость xOz проходила через импульсы \vec{k}_c и \vec{k}_d , то можно ввести величину

$$\langle E_c E_d \rangle(\theta, \varphi) = \frac{2\pi}{N(s)} \int E_c E_d f_{ab \rightarrow cd}(s, |\vec{k}_c|, |\vec{k}_d|, \theta, \varphi, \psi) \frac{|\vec{k}_c| d|\vec{k}_c| |\vec{k}_d|^2 d|\vec{k}_d| d\cos\psi}{(2\pi)^6 4 E_c E_d}. \quad (7.11)$$

Здесь θ и φ - угловые переменные импульса начальной частицы "a", ψ - угол между импульсами \vec{k}_c и \vec{k}_d .

Заметим, что

$$\langle E_c E_d \rangle = \int \langle E_c E_d \rangle(\theta, \varphi) d\cos\theta d\varphi. \quad (7.12)$$

Если использовать (3.8), то для функции $\langle E_c E_d \rangle(\theta, \varphi)$ можно написать следующее разложение:

$$N(s) \langle E_c E_d \rangle(\theta, \varphi) = \frac{1}{|\beta_{a1}|^2} \sum_{l, m} \sum_{l', m'} (2l+1)(2l'+1) e^{i(m-m')\varphi} d_{m,0}^l(\theta) d_{m',0}^{l'}(\theta) \sum_j n_c^j n_d^j \int d\Gamma_j E_c E_d T_{e'l}^{*m'}(s, \vec{F}, t) T_e^m(s, \vec{F}, t). \quad (7.13)$$

Для изучения характера роста величины $\langle E_c E_d \rangle(\theta, \varphi)$ с возрастанием энергии удобно ввести функцию вида

$$\mathcal{F}_{ab \rightarrow cd}(s, \cos \theta_1, e^{i\varphi_1}; \cos \theta_2, e^{i\varphi_2}) = \frac{2}{\sqrt{s} |\bar{R}_a|} \sum_{\ell_1, m_1} \sum_{\ell_2, m_2} (2\ell_1 + 1)(2\ell_2 + 1) e^{im_1\varphi_1 - im_2\varphi_2} \quad (7.14)$$

$$d_{m_1, 0}^{\ell_1}(\theta_1) d_{m_2, 0}^{\ell_2}(\theta_2) \sum_t n_t^+ n_t^- \left\{ d_{\ell_1}^+ E_c E_d T_{\ell_1}^{m_1}(s, \bar{R}_1, t) T_{\ell_2}^{*m_2}(s, \bar{R}_2, t) \right\}.$$

Заметим, что

$$N(s) \langle E_c E_d \rangle(\theta_1, \varphi) = \frac{\sqrt{s}}{2|\bar{R}_a|} \mathcal{F}_{ab \rightarrow cd}(s, \cos \theta, e^{i\varphi}; \cos \theta, e^{i\varphi}). \quad (7.15)$$

Используя условие унитарности и неравенство (7.8), можно показать, что функция $\mathcal{F}_{ab \rightarrow cd}(s, \cos \theta_1, e^{i\varphi_1}; \cos \theta_2, e^{i\varphi_2})$ для физических значений φ_1 и φ_2 является аналитической по переменным $z_1 = \cos \theta_1$ и $z_2 = \cos \theta_2$ в эллипсе (4.6) за исключением разрезов $[-x, -1]$ и $[1, x]$. С другой стороны, для физических значений переменных $z_1 = \cos \theta_1$ и $z_2 = \cos \theta_2$ функция $\mathcal{F}_{ab \rightarrow cd}(s, z_1, e^{i\varphi_1}; z_2, e^{i\varphi_2})$ является аналитической по переменным $\omega_1 = e^{i\varphi_1}$ и $\omega_2 = e^{i\varphi_2}$ в кольцах вида

$$x - \sqrt{x^2 - 1} < |\omega_i| < x + \sqrt{x^2 - 1} \quad i=1, 2. \quad (7.16)$$

Если предположить, что функция $\mathcal{F}_{ab \rightarrow cd}(s, z_1, \omega_1; z_2, \omega_2)$ удовлетворяет условиям теоремы I, то можно получить следующее неравенство:

$$\left| \mathcal{F}_{ab \rightarrow cd}(s, \cos \theta, e^{i\varphi}; \cos \theta, e^{i\varphi}) \right| \leq \text{const} \frac{\ln^3 \left(\frac{s}{s_0} \right)}{\sin^4 \theta \sin^6 \varphi} \quad (7.17)$$

$\theta_0 \leq \theta \leq \pi - \theta_0$
 $\varphi_0 \leq \varphi \leq \pi - \varphi_0$
 $\pi + \varphi_0 \leq \varphi \leq 2\pi - \varphi_0$

Это неравенство можно улучшить, если функция $\mathcal{F}_{ab \rightarrow cd}(s, z_1, \omega_1; z_2, \omega_2)$ удовлетворяет более сильному требованию теоремы II. В этом случае будем иметь:

$$\left| \mathcal{F}_{ab \rightarrow cd}(s, \cos \theta, e^{i\varphi}; \cos \theta, e^{i\varphi}) \right| \leq \text{const} \frac{\ln^4 \left(\frac{s}{s_0} \right) \ln^6 \ln \left(\frac{s}{s_0} \right)}{\sin^4 \theta \sin^6 \varphi} \quad (7.18)$$

$\theta_0 \leq \theta \leq \pi - \theta_0$
 $\varphi_0 \leq \varphi \leq \pi - \varphi_0$
 $\pi + \varphi_0 \leq \varphi \leq 2\pi - \varphi_0$

На основании неравенства (7.17) и (7.18) из равенства (7.15) имеем

$$N(s) \langle E_c E_d \rangle (\theta, \varphi) \leq \text{const} \frac{\ln^9 \left(\frac{s}{s_0} \right)}{\sin^4 \theta \sin^6 \varphi} \quad (7.19)$$

$$N(s) \langle E_c E_d \rangle (\theta, \varphi) \leq \text{const} \frac{\ln^4 \left(\frac{s}{s_0} \right) \ln^6 \ln \left(\frac{s}{s_0} \right)}{\sin^4 \theta \sin^6 \varphi} \quad (7.20)$$

Интегрируя неравенство (7.19) и (7.20) по области углов

$$V_2 = \left\{ 0 < \theta_0 \leq \theta \leq \pi - \theta_0; 0 < \varphi_0 \leq \varphi \leq \pi - \varphi_0, \pi + \varphi_0 \leq \varphi \leq 2\pi - \varphi_0 \right\}, \quad (7.21)$$

получим

$$\langle E_c E_d \rangle_{V_2} = \int_{V_2} \langle E_c E_d \rangle (\theta, \varphi) d\cos\theta d\varphi \leq \frac{\text{const} \ln^9 \left(\frac{s}{s_0} \right)}{\sigma_{\text{tot}}(s) \langle n_c n_d \rangle_t} \quad (7.22)$$

$$\langle E_c E_d \rangle_{V_2} = \int_{V_2} \langle E_c E_d \rangle (\theta, \varphi) d\cos\theta d\varphi \leq \frac{\text{const} \ln^4 \left(\frac{s}{s_0} \right) \ln^6 \ln \left(\frac{s}{s_0} \right)}{\sigma_{\text{tot}}(s) \langle n_c n_d \rangle_t} \quad (7.23)$$

Отсюда, в частности, следует, что если средняя квадратичная множественность $\langle n_c n_d \rangle_t$ растет с ростом энергии степенным образом, а полное сечение ограничено снизу неравенством $\sigma_{\text{tot}}(s) \geq \ln^{-\tau} (s/s_0)$ (τ - некоторое фиксированное число), то абсолютный вклад области углов V_2 в среднее значение величины $\langle E_c E_d \rangle$ стремится с ростом энергии к нулю.

Из неравенства (7.22) непосредственно следуют неравенства для средних значений произведений продольных и поперечных импульсов частиц "c" и "d":

$$\langle P_c^+ P_d^+ \rangle_{V_2} \leq \text{const} \frac{\ln^9 \left(\frac{s}{s_0} \right)}{\sigma_{\text{tot}}(s) \langle n_c n_d \rangle_t} \quad (7.24)$$

$$\langle P_c'' P_d'' \rangle_{V_2} \leq \text{const} \frac{\ln^9(s/s_0)}{\sigma_{\text{tot}}(s) \langle n_c n_d \rangle_t} \quad (7.25)$$

Аналогично, из неравенства (7.23) следуют неравенства:

$$\langle P_c^+ P_d^+ \rangle_{V_2} \leq \text{const} \frac{\ln^4(s/s_0) \ln^6 \ln(s/s_0)}{\sigma_{\text{tot}}(s) \langle n_c n_d \rangle_t} \quad (2.26)$$

$$\langle P_c'' P_d'' \rangle_{V_2} \leq \text{const} \frac{\ln^4(s/s_0) \ln^6 \ln(s/s_0)}{\sigma_{\text{tot}}(s) \langle n_c n_d \rangle_t} \quad (2.27)$$

Заметим, что если полное сечение взаимодействия и средняя квадратичная множественность ведут себя таким образом, что*

$$\sigma_{\text{tot}}(s) \langle n_c n_d \rangle_t \geq \text{const} \neq 0, \quad (7.28)$$

то из неравенств (7.24), (7.25) и (7.28) следует, что средние значения продольных и поперечных компонент импульсов в области углов V_2 не могут возрастать с ростом энергии быстрее, чем $\ln^9(s/s_0)$, а в случае неравенств (7.26) и (7.27) не быстрее, чем $\ln^4(s/s_0) \ln^6 \ln(s/s_0)$.

Таким образом, в области больших углов, определяемых неравенствами (7.21), происходит обрезание импульсов рожденных частиц. Используя явное выражение для величины $\langle E_c E_d \rangle_{(b, \gamma)}$ через функцию распределения (см. формулу (7.12)), неравенство (7.22) и неравенство (7.23) можно записать в виде

$$\int_{V_2} f(s, \vec{k}_c, \vec{k}_d) \frac{d\vec{k}_c}{2(2\pi)^3} \frac{d\vec{k}_d}{2(2\pi)^3} \leq \text{const} \ln^9(s/s_0) \quad (7.29)$$

$$\int_{V_2} f(s, \vec{k}_c, \vec{k}_d) \frac{d\vec{k}_c}{2(2\pi)^3} \frac{d\vec{k}_d}{2(2\pi)^3} \leq \text{const} \ln^4(s/s_0) \ln^6 \ln(s/s_0). \quad (7.30)$$

* Следует заметить, что если имеет место явление пионизации /1, I7/, то неравенство (7.28) всегда выполняется.

Заметим, что если имеет место явление пионизации, функция распределения частиц ограниченных импульсов не зависит от энергии системы, а следовательно, гипотеза пионизации не противоречит неравенствам (7.29) и (7.30).

§ 8. Асимптотическое равенство средних множественностей в перекрестных инклюзивных реакциях

В настоящем параграфе, следуя работе^{/25/}, мы хотим обратить внимание на то, что из общих соображений, основанных на свойствах аналитичности и кроссинг-симметрии, можно сделать ряд выводов относительно средней множественности частиц в перекрестных инклюзивных процессах при высоких энергиях.

$$a + b \rightarrow b' + \sum_j X_j \quad (V)$$

$$\tilde{a} + b' \rightarrow b + \sum_j \tilde{X}_j, \quad (VI)$$

являющиеся перекрестными по отношению друг к другу.

Введем следующие переменные $S = (R_a + R_b)^2$ - квадрат полной энергии в системе ц.м. $t = (R_b - R_{b'})^2$, $u = (R_a - R_{a'})^2$ - квадраты переданных импульсов и $W^2 = (R_a + R_b - R_{b'})^2$ - квадрат недостающей массы, для реакции (V). Остальные независимые переменные, описывающие определенный (j) канал реакции

$$a + b \rightarrow b' + X_j, \quad (VII)$$

обозначим через ξ_j .

Условие перекрестной симметрии для амплитуд каждого канала (j) реакции (V) и (VI) имеет вид

$$T_{\tilde{V}}^j(u, t, W^2, \xi_j) = T_{VI}^{*j}(s, t, W^2, \xi_j), \quad (8.1)$$

где

$$s+t+u = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 + W^2$$

Определим среднюю множественность в инклюзивном процессе (Y):

$$\langle N_{\bar{y}}(s, t, W^2) \rangle = \frac{1}{\sigma_{tot}^{ab}} \sum_j N_j^{\bar{y}} \frac{d^2 \sigma_{\bar{y}}^j}{dt dW^2}, \quad (8.2)$$

где $\frac{d^2 \sigma_{\bar{y}}^j}{dt dW^2}$ - дифференциальное сечение процесса (YI), а σ_{tot}^{ab} - полное сечение взаимодействия при столкновении частиц "a" и "b". Аналогичным образом определяется средняя множественность для инклюзивной реакции (YI).

В работах /II, 26/ было установлено, что для любых конечных и фиксированных t и W^2 имеют место асимптотические равенства вида:

$$\frac{d^2 \sigma_{\bar{y}}^j}{dt dW^2} \simeq \frac{d^2 \sigma_{\bar{y}_1}^j}{dt dW^2} \quad (8.3)$$

$$\frac{d^2 \sigma_{\bar{y}}}{dt dW^2} \simeq \frac{d^2 \sigma_{\bar{y}_1}}{dt dW^2}. \quad (8.4)$$

Из формулы (8.3) и определения (8.2) следует, что при высоких энергиях

$$\sigma_{tot}^{ab} \langle N_{\bar{y}}(s, t, W^2) \rangle \simeq \sigma_{tot}^{\bar{a}b'} \langle N_{\bar{y}_1}(s, t, W^2) \rangle. \quad (8.5)$$

В частности, для инклюзивных процессов с $b \equiv b'$ (предполагая выполнение теоремы Померанчука $\sigma_{tot}^{ab} \sim \sigma_{tot}^{\bar{a}b}$), имеем:

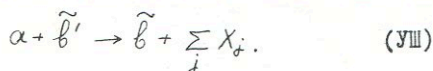
$$\langle N_{\bar{y}}(s, t, W^2) \rangle \simeq \langle N_{\bar{y}_1}(s, t, W^2) \rangle. \quad (8.6)$$

Как следует из вывода формул (8.3) и (8.4), содержащегося в

работах /II, 26/, соотношения (8.6) могут быть проинтегрированы по любой конечной (не зависящей от энергии S) области переменных t и w^2 . Обозначая эти области переменных t , w^2 через Δt и Δw^2 имеем для средней множественности частиц в указанных областях равенства:

$$\langle N_{\bar{Y}}(s, \Delta t, \Delta w^2) \rangle \simeq \langle N_{\bar{V}}(s, \Delta t, \Delta w^2) \rangle. \quad (8.7)$$

Рассмотрим зарядово сопряженную к реакции (VI) реакцию



Рассуждая аналогично, найдем, что

$$\sigma_{tot}^{\alpha b} \langle N_{\bar{Y}}(s, t, w^2) \rangle \simeq \sigma_{tot}^{\alpha \tilde{b}'} \langle N_{\bar{V}}(s, t, w^2) \rangle. \quad (8.8)$$

В частности, для $b \equiv b'$ (8.8) дает

$$\langle N_{\bar{Y}}(s, t, w^2) \rangle \simeq \langle N_{\bar{V}}(s, t, w^2) \rangle, \quad (8.9)$$

а для конечных областей Δt и Δw^2 имеем

$$\langle N_{\bar{Y}}(s, \Delta t, \Delta w^2) \rangle \simeq \langle N_{\bar{V}}(s, \Delta t, \Delta w^2) \rangle. \quad (8.10)$$

Если аналогично (8.2), определить средние множественности одних только заряженных частиц, то можно получить в точности аналогичные асимптотические равенства для средних множественностей заряженных частиц в реакциях V, VI и VII. Например,



средние множественности как заряженных частиц, так и общего числа гиперонов в фиксированных областях Δt и Δw^2 должны быть одинаковы и равны аналогичной средней множественности в реакциях



Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В.В.Ежела, А.А.Логунов, М.А.Мествиришвили. Препринт ИФВЗ, СТФ 72-1, Серпухов (1972).
А.А.Логунов, М.А.Мествиришвили. Школа молодых ученых по физике высоких энергий. Сухуми. Изд-во ОИЯИ, P2-6867, Дубна (1972).
2. В.В. Ежела, А.А.Логунов, М.А.Мествиришвили, В.А. Петров. Препринт ИФВЗ, СТФ 72-54, Серпухов (1972). Proceedings of the 1972 CERN School of Physics, Grado, Italy (1972). ТМФ, 15, 153 (1973).
В.В. Ежела. Препринт ИФВЗ, СТФ 71-36 (1971).
В.В. Ежела, В.А.Петров. Препринт ИФВЗ, СТФ 72-51 (1972).
3. T.T.Chou, C.N.Yang. Phys.Rev.Lett., 25, 1072 (1970).
E.Predazzi, G. Veneziano. Lett.Nuovo Cim., 2, 749 (1971).
A.Ballestrero, R.Nulman, E.Predazzi. Nuovo Cimento 10A, 311 (1972).
4. Н.Н. Боголюбов. Доклад на Международной конференции в Сизтгле (1956).
5. Н.Н. Боголюбов, Б.В.Медведев, М.К.Поливанов. Вопросы теории дисперсионных соотношений. Физматгиз, 1958.
6. H. Lehman. Nuovo Cimento, 10, 579 (1958).
7. J.Bros, H.Epstein, V.Glaser. Nuovo Cimento 31, 1265 (1964); Commun. Math.Phys., 1, 240 (1965).
8. A.Martin. Nuovo Cimento 42A, 930 (1966); 44A, 1219 (1966); Материалы Международного семинара по аналитическим свойствам амплитуды рассеяния, июнь (1969). Препринт ИФВЗ, СТФ 69-101 (1969).
9. G.Sommer. Nuovo Cimento. 48A, 92 (1967); 52A, 373 (1967); 52A, 850 (1967); 52A, 866 (1967);
Материалы Международного семинара по аналитическим свойствам амплитуды рассеяния, июнь 1969. Препринт ИФВЗ, СТФ 69-101, (1969).
10. R.Ascoli, A.Minguzzi. Phys.Rev., 118, 1435 (1960).
11. A.A. Logunov, M.A.Mestvirishvily, Nguen Van Hieu. Phys.Lett., 25B, 611 (1967); Препринт ИФВЗ, 67-49-К (1967).
Proceedings of the 1967 International Conference on Particles and Fields, New York (1967). A.A.Logunov, Nguen Van Hieu. Topical Conference on High Energy Collisions of Hadrons CERN, Geneva, 2, 74 (1968).
А.А. Логунов, Нгуен Ван Хьеу. Международная школа по физике высоких энергий. Попрадске Плесо, Чехословакия, Изд-во ОИЯИ, Дубна (1968), стр.9-40. Препринт ИФВЗ, СТФ 67-62-К (1967).

12. G.Tiktopoulos, S.B.Treiman, Phys.Rev., 167, 1408 (1968).
H.Epstein. Topical Conference on High-Energy Collisions of Hadrons CERN, Geneva, 1, 290 (1968).
A.A.Logunov, Nguen Van Hieu, O.A.Khrustalev. Problems of Theor.Phys. Essays Dedicated to N.N.Bogolubov on the Occasion of His Sixtieth Birthday, Moscow (1969).
13. В.В.Ежела, А.А.Логунов, М.А.Мествиришвили, ТМФ, 6, 42, (1971); Препринт ИФВЭ 70-43 (1970).
14. А.А.Логунов, М.А.Мествиришвили, О.А.Хрусталеv. ТМФ, 9, 3, (1971); 9, 153 (1971).
Препринт ИФВЭ СТФ 71-18, 71-20 (1971).
ЭЧАЯ том 3, вып.1 стр.3, 1972.
15. M.Froissart. Phys.Rev., 123, 1053 (1961).
16. O.W.Grignberg, F.E.Low. Phys.Rev., 124, 2047 (1961).
N.N.Khuri. Rigorous Properties of Amplitudes of High Energies, Brookhaven National Laboratory (1969).
V.Singh, S.M.Roy. Ann.Phys., 57, 461 (1970).
S.M.Roy. Preprint D. Ph-T/72, 20 (1971).
17. H.Cheng, T.T.Wu. Phys.Rev., D3, 2195 (1971).
18. В.Б.Бушнин и др. ИФ, 10, 585 (1969).
19. T.Benecke, T.T.Chou, C.N.Yang, E.Yen. Phys.Rev., 188, 2159 (1969); T.T.Chou, C.N.Yang. Phys.Rev.Lett., 25, 1072 (1970).
C.N.Yang. High Energy Collisions. Gordon and Breach, New York (1969).
20. R.P.Feynmann. Phys.Rev.Lett., 23, 1415 (1969).
High Energy Collisions. Gordon and Breach, New York, (1969).
21. D.Amati, S.Stanghelini, S.Fubini. Nuovo Cimento, 26, 896 (1962).
22. V.A.Matveev, R.M.Muradyan, A.N.Tavkhelidze. Preprint JINR, E2-5962, Dubna (1971); Lett.Nuovo Cim., 5, 907 (1972);
Preprint JINR E2-6638, Dubna (1972).
M.Bander. Phys.Rev., D3, 3173 (1971).
23. Р.Мурадян. Автомоделность в инклюзивных реакциях. (Лекции, прочитанные на школе молодых ученых по физике высоких энергий. Сухуки (1972), Изд-во ОИИИ, Дубна, P2-6762 (1972).
24. В.В.Ежела, А.А.Логунов, М.А.Мествиришвили, В.А.Петров, Г.Л.Рчеулишвили. Препринт ИФВЭ, СТФ 73-37 (1973).
25. S.S.Gerstein, A.A.Logunov, M.A.Mestvirishvily. Препринт ИФВЭ, СТФ 73-45 (1973).
26. А.А.Логунов, Нгуен Ван Хьеу, И.Т.Тодоров, УФИ, 88, 51 (1966).

Автомодельная асимптотика в квантовой теории поля и особенности коммутаторов токов в окрестности светового конуса

Б.И.Завьялов

Математический институт Академии наук С С С Р

В недавней работе Н.Н.Боголюбова, В.С.Владимирова и А.Н.Тавхелидзе развит метод, позволяющий изучать глубоконеупругое рассеяние лептонов на адронах в рамках общих принципов локальной квантовой теории поля. Основным инструментом исследования в этой работе явилось интегральное представление Йоста-Лемана-Дайсона. Использование интегральных представлений в подобного рода исследованиях является весьма плодотворным, поскольку они объединяют в себе сразу как локальные, так и спектральные свойства формфакторов. Настоящий доклад посвящен развитию и усилению ряда результатов работы Б.В.Т.

Как известно, сечение глубоконеупругого рассеяния электронов на нуклонах определяется величинами

$$W_{\mu\nu}(p, q) = \frac{1}{8\pi} \sum_{\nu} \langle p, \nu | [j_{\mu}(x), j_{\nu}(0)] | p, \nu \rangle e^{iqx} dx,$$

где j_{μ} — компоненты электромагнитного тока, а матричные элементы коммутаторов токов берутся между одинаковыми однопартонными состояниями $|p, \nu\rangle$ с четырехимпульсом p и спином ν . Тензор $W_{\mu\nu}(p, q)$ обычно выражают через две скалярные функции:

$$W_{\mu\nu}(p, q) = (-g_{\mu\nu} + \frac{q_{\mu}q_{\nu}}{q^2}) W_1(p, q) + \\ + (p_{\mu} - \frac{q_{\mu}p}{q^2} q_{\mu})(p_{\nu} - \frac{q_{\nu}p}{q^2} q_{\nu}) W_2(p, q).$$

Асимптотические свойства функций $W_{\mu\nu}(p, q)$ изучаются в области Бьёркена:

$$\xi = \frac{-q^2}{2pq} = \text{const}, \quad \nu = 2pq \rightarrow \infty,$$

при этом, согласно экспериментальным данным, $W_1(\xi, \nu) \sim \text{const}$,

а $W_2(\xi, \nu) \sim \frac{1}{\nu}$.

Пусть $F(q)$ — один из формфакторов $W_1(p, q)$ и $W_2(p, q)$ (p мы считаем равным $(1, 0, 0, 0)$). В дальнейшем для нас существенны следующие свойства формфакторов

1. $F(q)$ — есть обобщенная функция умеренного роста (1)

$$2. \tilde{F}(x) = 0, \quad x^2 < 0, \quad (2)$$

где $\tilde{F}(x)$ — фурье-образ функции $F(q)$.

$$3. F(q) = 0, \quad \frac{-q^2}{2|q^0|} > 1 \quad (3)$$

$$4. F(q_0, \vec{q}) = -F(-q_0, \vec{q}) = F(q_0, |\vec{q}|). \quad (4)$$

Заметим, что условие причинности (2) строго доказано в Б.В.Т.

Свойства (1)–(4) позволяют написать для функции $F(q)$ известное интегральное представление Йоста-Лемана-Дайсона

$$F(q) = \int \varepsilon(q_0) \delta[q_0^2 - (\vec{q} - \vec{u})^2 - \lambda^2] \Psi(\vec{u}, \lambda^2) d\vec{u} d\lambda^2,$$

где $\Psi(\vec{u}, \lambda^2) = \Psi(|\vec{u}|, \lambda^2)$ — некоторая обобщенная функция умеренного роста с известными ограничениями на носитель:

$$\text{Supp } \Psi(p, \lambda^2) \subset \{p, \lambda^2: p \leq 1, \lambda^2 \geq (1 - \sqrt{1 - p^2})^2\}.$$

Мы будем интересоваться взаимосвязью свойств спектральной функции $\Psi(p, \lambda^2)$, поведением формфактора $F(q)$ в области Бьёркена и асимптотикой его фурье-образа в окрестности светового конуса. Справедливо следующее утверждение.

Утверждение I. Пусть спектральная функция $\Psi(p, \lambda^2)$ формфактора $F(q)$ такова, что для некоторого вещественного α существует предел в смысле обобщенных функций

$$\frac{\Psi(p, \kappa \lambda^2)}{\kappa^\alpha} \rightarrow \tilde{\Psi}(p, \lambda^2) \neq 0, \quad \kappa \rightarrow \infty, \quad (5)$$

Тогда

$$1) \quad \tilde{\Psi}(p, \lambda^2) = f_{\alpha+1}(\lambda^2) \Psi_0(p),$$

где $f_\alpha(s)$ - каноническое ядро дробного дифференцирования:

$$f_\alpha(s) = \begin{cases} \theta(s) \frac{s^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}, & \alpha > 0 \\ f'_\alpha(s) = f_{\alpha+1}(s), & \alpha \leq 0. \end{cases}$$

$$2) \quad F(\xi, \nu) \sim \nu^\alpha F(\xi), \quad \nu \sim \infty,$$

где $F(\xi)$ - некоторая масштабная функция, выражающаяся через $\Psi_0(p)$. Если функция удовлетворяет условию (5), то будем говорить, что она обладает квазиасимптотикой порядка α при $\lambda^2 \rightarrow \infty$. Класс функций, обладающих квазиасимптотикой, достаточно широк. Сюда входят, например, оба класса спектральных функций, рассмотренных в Б.В.Т. Принадлежат к нему и некоторые осциллирующие функции, например, функция $\theta(\lambda^2) e^{i\lambda^2}$. Осциллирующие спектральные функции рассматривались также в работе^{/4/}. Интересно заметить, что квазиасимптотикой обладает и функция

$\Psi(\rho, \lambda^2) = \frac{\lambda^2}{\rho^{\mu} \lambda^{2+1}} \theta(1-\rho) \theta(\lambda)^2$, рассмотренная в недавней работе [3].

Действительно, легко проверить, что при $\alpha = \frac{\mu-3}{\mu}$

$\frac{1}{\alpha} \Psi(\rho, \kappa \lambda^2) \rightarrow c \delta(\vec{x}) f_{\alpha+1}(\lambda^2)$, $\kappa \rightarrow \infty$. При этом, однако, масштабная функция $F(\xi)$ оказывается сосредоточенной в нефизической области $\xi \leq 0$.

Следующее наше утверждение устанавливает взаимно однозначное соответствие между квазиасимптотическими свойствами спектральной функции и поведением фурье-образов формфакторов в окрестности светового конуса.

Утверждение 2. Спектральная функция $\Psi(\rho, \lambda^2)$ формфактора $F(q)$ удовлетворяет соотношению (5) при некотором вещественном α тогда и только тогда, когда*

$$\tilde{F}(x) \sim G(\vec{x}) \varepsilon(x_0) f_{\alpha+1}(x^2), \quad x^2 \sim 0, \quad (6)$$

где $\tilde{F}(x)$ - фурье-образ $F(q)$, а $G(x)$ - фурье-образ функций $\Psi_0(\rho)$.

Таким образом мы видим, что автомодельное вполне определяется поведением фурье-образа формфактора в произвольно малой окрестности светового конуса. Этот факт можно выразить еще и следующим образом. Пусть $\zeta(s)$ - бесконечно дифференцируемая функция, обладающая свойствами:

$$\zeta(s) = 0 \quad \text{при} \quad s < \frac{\varepsilon}{2}$$

$$\zeta(s) = 1 \quad \text{при} \quad s > \varepsilon,$$

где ε - произвольное положительное число.

* По поводу точного смысла соотношения (6) см. 2.

Пусть $F_7(\varrho)$ есть обратный фурье-образ функции $\hat{f}(x^2)\tilde{F}(x)$.

Тогда можно показать, что $F_7(\xi, \nu)$ убывает при $\nu \rightarrow \infty$ (разумеется, после сглаживания с основной функцией по ξ) быстрее любой отрицательной степени ν .

В заключение заметим, что было бы интересно установить утверждение, обратное утверждению I. Однако, как показывают примеры, рассмотренные в ^{1/3} (один из которых здесь упоминался), при этом существенно поведение формфакторов в нефизической области

Литература

- 1 Н.Н.Боголюбов, В.С.Владимиров, А.Н.Тавхелидзе, ТМФ, I2, 305(1972)
- 2 Б.И.Завьялов, ТМФ, I7(1973)
- 3 В.А.Матвеев, Д.Робашик, А.Н.Тавхелидзе, Е.Вицорек, ОИЯИ, Е-6792, Дубна 1972.
- 4 D.Bhaumik, O.W.Greenberg, R.N.Mohapatra, Preprint University of Maryland, Technical Report 73-006, July, 1972.

ПАРТОННАЯ МОДЕЛЬ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ О ГЛУБОКО- НЕУПРУГИХ ПРОЦЕССАХ

В.И.Захаров

Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва

Простая модель

На настоящем семинаре партонные модели подробно обсуждались Грибовым и Смородинским (обзор см. также в^{1,2/}). Хотя эти модели дают общее представление о механизме реакций, их детальная экспериментальная проверка представляет большие трудности. Если даже ограничиться рассмотрением партонной кварковой модели, то в общем случае следует ввести шесть неизвестных функций.

Однако последние экспериментальные данные, полученные в ЦЕРНе, возможно, указывают на то, что модель можно сильно упростить. Я имею в виду измерение отношения полных сечений взаимодействия нейтрино и антинейтрино, которое оказалось близким к $1/3^{3/}$:

$$R \equiv \frac{\sigma_{\bar{\nu}}}{\sigma_{\nu}} = 0.377 \pm 0.023. \quad (1)$$

Напомню, что отношение сечения взаимодействий нейтрино и антинейтрино с электроном равно $1/3$. Если число оказывается верным и для протона, то это означает, что составляющие протона левовинтовые. Это не простая аналогия, а следствие скейлинга.

Следовательно, близость отношения сечений к $1/3$ означает, что, по крайней мере, для значений x , которые доминируют в сечении, нет правовинтовых частиц:

$$\bar{u}, \bar{d} \approx 0. \quad (2)$$

Кажется естественным предположить, что и число пар странных

кварков также мало: $s, \bar{s} \approx 0$.

Тогда остаются неизвестными две функции для протонного и нейтронного кварков u и d , которые могут быть выражены в терминах экспериментально изученных структурных функций электро-рождения на протоне и нейтроне, в результате чего получаем:

$$\frac{d^2 \sigma_{\nu p}}{dx dy} = \frac{1}{(1-y)^2} \frac{d^2 \sigma_{\nu n}}{dx dy} = \frac{G^2 ME}{2\pi} x \left\{ \frac{24}{5} f_{en}(x) - \frac{6}{5} f_{ep}(x) \right\}, \quad (3)$$

$$\frac{d^2 \sigma_{\nu n}}{dx dy} = \frac{1}{(1-y)^2} \frac{d^2 \sigma_{\nu p}}{dx dy} = \frac{G^2 ME}{2\pi} x \left\{ \frac{24}{5} f_{ep}(x) - \frac{6}{5} f_{en}(x) \right\},$$

где переменные x и y определены стандартным образом: $x = \frac{Q^2}{2m\nu}$, $y = \nu/E$, причем ν - передача энергии, а f_{ep}, f_{en} связаны с νW_2 : $\nu W_2 = xf$.

Соотношения (3) дают полное описание нейтринных взаимодействий в скейлинговой области.

Свидетельства в пользу модели

Исходя из равенства отношения сечений $I/3$ и партонной модели, можно скоррелировать и объяснить почти все данные о глубоко-неупругом рассеянии.

1. Партоны имеют спин $I/2$. Это утверждение опирается на отношение

$$\frac{2\sigma_s}{\sigma_x} \leq 0.12, \quad (4)$$

где $2\sigma_s, \sigma_x$ - сечения взаимодействия скалярного и левовинтового токов; соотношение (4) является прямым следствием соотношения (1). Данные в пользу того, что партоны имеют спин $I/2$ в случае электро-рождения, известны уже в течение длительного времени.

2. Число партонов должно быть невелико. В противном случае предположение (2) неразумно. Число партонов может быть определено

из данных об электророждении, поскольку структурные функции пропорциональны плотности партонов. Оценка^{/5/} дает

$$N_q (\alpha \geq 0.03) \approx 3. \quad (5)$$

Таким образом, пренебрежение парами кажется оправданным.

3. Угловое распределение мюонов в системе центра нейтрино и партона должно быть изотропно. Иными словами, распределение по χ должно быть независимым от ψ (от передачи энергии). Это условие подтверждается экспериментально^{/6/}, в пределах 10% вариаций.

4. Согласно соотношению (3), полное сечение взаимодействия нейтрино с нуклоном равно:

$$\sigma_{\nu N} = \frac{G^2 ME}{2\pi} \frac{9}{5} \int_0^1 x (f_{ep} + f_{en}) dx = (0.54 \pm 0.05) \frac{G^2 ME}{2\pi} \quad (6)$$

в согласии с экспериментальными данными:

$$\sigma_{\nu N} \Big|_{\text{экс.}} = (0.5 \pm 0.1) \frac{G^2 ME}{2\pi}. \quad (7)$$

5. Среднее значение переменной x в нейтринных взаимодействиях предсказывается равным

$$\langle x \rangle_\nu = \frac{\int_0^1 x^2 (f_{ep} + f_{en}) dx}{\int_0^1 x (f_{ep} + f_{en}) dx} = 0.22 \pm 0.03, \quad (8)$$

что опять находится в хорошем согласии с опытом

$$\langle x \rangle_\nu \Big|_{\text{экс.}} = 0.25 \pm 0.025. \quad (9)$$

6. Отношение сечений взаимодействия нейтрино с нейтроном и протоном дается соотношением

$$\frac{\sigma_{\nu n}}{\sigma_{\nu p}} = \frac{\int x (4f_{ep} - f_{en}) dx}{\int x (4f_{en} - f_{ep}) dx}.$$

Экспериментально это отношение измерено с большой ошибкой, но известно, что оно действительно больше 1 (1.5).

7. Первые нейтринные события, изученные в работе^{/7/}, не противоречат модели. Отношение сечений $\sigma_{\bar{\nu}}$ и σ_{ν} оценивается как $0,35 \pm 0,18$. Экспериментальные распределения мюонов по импульсу также находятся в качественном согласии с моделью.

Экспериментальные данные и дробные заряды партонов

Наиболее интересен вопрос — действительно ли мы имеем убедительные данные в пользу дробных зарядов партонов. Формулы (3), которые использовались при выводе теоретических предсказаний, существенно зависят от предположения о том, что заряд протонного кварка — $+2/3$, а нейтронного $-1/3$. Эти уравнения явно использовались при вычислении полного сечения взаимодействия нейтрино с нуклоном, которое оказалось согласующимся с экспериментальными данными. Если рассмотреть вместо кварков сакатоны, то теоретическое число окажется на 80% больше экспериментального, которое само определено с 20-процентной точностью (в остальных рассмотренных случаях легко убедиться, что предсказания не зависели от заряда партонов).

Таким образом, есть некоторое подтверждение тому, что эти заряды дробные. Следует, однако, иметь в виду два обстоятельства. Во-первых, наличие скейлинга плохо обосновано для нейтринных реакций. Обычно предполагают, что он имеет место, и тогда все события могут быть использованы для определения небольшого числа коэффициентов, например, пропорциональности сечения энергии нейтрино. Более того, максимальное значение Q^2 в нейтринных реакциях — 2 Гэв^2 , а максимальная передача энергии — 5 Гэв , в то время, как большинство событий имеют еще меньшие значения этих величин. Для антинейтрино та же модель, которая обсуждалась выше, приводит в среднем к вдвое меньшим значениям ν , Q^2 .

По этой причине применение гипотезы скейлинга к нейтринным реакциям кажется сомнительным, и очень важно получить независимое подтверждение этой гипотезы. Об этом свидетельствует согласие с опытом теоретических предсказаний, обсуждавшихся в предыдущем разделе.

Можно надеяться, что согласие партонной модели с опытом не является случайным.

Во-вторых, модель с сакатонами в качестве партонов представляется исключенной опытом. Возможно, что существуют модели, в которых партонами являются, например, нуклоны и π -мезоны, и которые сильно не противоречат данным о слабых сечениях и спиновой структуре электромагнитных взаимодействий.

Как проверить модель

Дальнейшая проверка модели кажется очень важной и можно надеяться, что она будет осуществлена в ближайшем будущем. Как уже упоминалось, модель дает полное описание нейтринных реакций в скейлинговой области и представляет большие возможности для проверки.

Следует отметить, что модель можно проверить, и не зная спектра нейтрино. Можно изучать среднюю энергию мюона, которая не зависит от поведения спектра и величина которой предсказывается равной

$$\begin{aligned} \langle E_{\mu} / E_{\nu} \rangle &= 1/2, \\ \langle E_{\mu} / E_{\bar{\nu}} \rangle &= 3/4 \end{aligned} \quad (II)$$

для взаимодействия нейтрино и антинейтрино, соответственно.

Кроме того, можно, используя модель, найти спектр, например, из экспериментального распределения по импульсу мюонов и затем вычислить все остальные характеристики событий.

Нельзя надеяться, что эта простая модель будет выполняться со слишком хорошей точностью. Важно поэтому, что некоторые отклонения от модели также могут быть учтены. Например, если отношение сечений несколько отличается от $I/3$,

$$\frac{\sigma_{\bar{\nu}}}{\sigma_{\nu}} = \frac{1}{3} (1 + \varepsilon), \quad (I2)$$

то

$$\langle E_{\mu} / E_{\nu} \rangle = \frac{1}{2} (1 + \frac{\varepsilon}{16}), \quad (I3)$$

то есть все еще очень близкой к $I/2$.

Упомяну об одной очень простой проверке модели. Спектр продольных импульсов мюонов должен быть монотонно падающим. Это обстоятельство может быть нетривиальным для импульсов, отвечающих поднимающейся части спектра.

Партонная модель и дифракция

Анализ экспериментальных данных показывает, что существует трудность в изучении партонных моделей. Выше уже говорилось, что до сих пор мы не наблюдали даже рассеяния от одного партона (распределенного по импульсу) с целым зарядом, или трех партонных с зарядами кварков. Этот факт хорошо согласуется с "антидифракционным" отношением сечений взаимодействия нейтрино и антинейтрино, которое для дифракции было бы равно единице.

Однако реально зависимость от x изучалась только в электро-рождении, где мы имели данные в пользу того, что дифракция уже наступила. Во-первых, функция νW_{ep}^2 в пределах $x \leq 0,3^{8/}$ практически не меняется. Во-вторых, при $x \leq 0,2$ сравниваются сечения взаимодействия электрона с протоном и нейтроном.

Для того, чтобы наступила дифракция, как это неоднократно

отмечал в докладе Грибов, необходимо, чтобы число партонов было велико. Но ситуация такова, как-будто мы достигли плато в распределении партонов по быстротам, имея один партон!

Это - общая трудность для всех партонных моделей. Она может быть сформулирована несколько иначе как возможное нарушение интегральных правил сумм $\sum I_0$. В общем случае есть две возможности для того, чтобы эти правила сумм все же выполнялись: медленная сходимость интегралов при малых x и очень сильное различие сечений взаимодействий нейтрино с протоном и нейтроном. Партонная модель оставляет только первую возможность.

Если правила сумм нарушаются, то это значит, что не весь заряд (изотопический спин) нуклона переносится партонами. Относительно импульса уже известно, что не весь импульс приходится на долю партонов.

Правило сумм для заряда партона

Фейнман /I/ предложил правило сумм для заряда партона в терминах зарядов частиц, наблюдаемых в инклюзивном электроорождении. Для проверки этого правила сумм требуется знание функций распределения партонов внутри нуклона. Модель, обсуждаемая в настоящем докладе, дает такое знание.

В результате оказывается возможным предсказать разницу между числом родившихся положительно и отрицательно заряженных частиц при фиксировании Q^2 :

$$\frac{N^+(Q^2) - N^-(Q^2)}{N^+(Q^2) + N^-(Q^2)} \approx 0.45 \quad (\text{I4})$$

(величина $Q^2/2m$) не должна быть слишком малой, чтобы не "попасть" в область дифракции).

Предсказание (I4) оказывается удивительно близким к экспериментальному числу 0,4 для максимально доступного значения $Q^2 = 2 \text{ ГэВ}^2$ (детали вывода можно найти в работе Хозенфратца^{/II/}, который, однако, использовал сугубо модельные значения функций $\psi, \bar{\psi}, \dots$).

Наиболее критичным кажется опыт на нейтроне, где предсказывается превышение отрицательно заряженных частиц той же величины. Если в случае $e p$ -рассеяния преобладание положительно заряженных частиц могло бы быть связано со знаком заряда, то предсказание для рассеяния кажется менее тривиальным.

З а к л ю ч е н и е

Обсуждавшаяся выше модель достигла некоторых успехов в количественном описании нейтринных реакций. При этом получено некоторое подтверждение дробности зарядов партонов. Существует также качественное расхождение между "антидифракционным" значением отношения сечений взаимодействия нейтрино и антинейтрино с данными об электророждении, которые, очевидно, указывают на наступление дифракции при $x = 0,2$. Если даже пренебречь нейтринными данными из-за малой статистики или низкой энергии, возникает проблема — как получить описание дифракции меньше, чем с одним партоном.

Я благодарен В.Н.Грибову и Л.Б.Окуню за обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. R.P.Feynman, Proceeding of the 1972 Europhysics Neutrino Conference, Balatonfured, Hungary (1972).
2. R.P.Feynman, "Photon-Hadron Interactions", Benjamin, New-York (1972).
3. Ph.Housse, Proceedings of the XVI International Conference on High Energy Physics, Chicago-Batavia (1972), published by NAL, vol. 2, p.206.
4. E.A.Paschos and V.I.Zakharov, preprint NAL-THY-100 (1973).
5. D.Rein, Physics Letters 43B, 209 (1973).
6. D.H.Perkins, Proceedings of the XVI International Conference on High Energy Physics, Chicago-Batavia (1972), published by NAL vol. 4, p.
7. A.A.Benvenuti et al. Phys.Rev.Lett. 30, 1084 (1973).
8. G.Miller et al. Phys.Rev. D5, 528 (1972).
9. A.Bodek et al. Phys.Rev.Lett. 30, 1087 (1973).
10. J.D.Bjorken and S.F.Tuan, Comm.Nucl.Part.Phys. 5, 73 (1972).
11. P.Hasenfratz, preprint KFKI-73-1, Budapest (1973).

КВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ МНОГОЧАСТИЧНЫХ ПРОЦЕССОВ

В.В.Анисович

Институт физики высоких энергий

В.М.Шехтер

Ленинградский институт ядерной физики

В основе модели кварков лежит простое предположение, что адроны представляют собой довольно рыхлую систему слабо связанных кварков или антикварков, находящихся, в среднем, далеко друг от друга. Непосредственно из такого предположения вытекает гипотеза аддитивности, которая состоит в допущении, что характеристики адронов типа заряда, магнитного момента, формфакторов, амплитуд рассеяния могут быть представлены в виде суммы соответствующих величин, относящихся к отдельным кваркам. Такая модель была успешно применена к описанию статических свойств адронов $/1-3/$ и к процессам рассеяния при высоких энергиях $/4-7/$. С теоретической точки зрения, однако, причины успеха модели кварков непонятны, прежде всего, из-за отсутствия последних в свободном виде, хотя внутри адрона они предполагаются связанными слабо, т.е. имеющими сравнительно небольшую "эффективную массу". Неясен также вопрос о статистике кварков. Эти фундаментальные трудности принято игнорировать и обсуждать только такие следствия модели, которые не требуют детектирования свободных кварков. Мы не будем нарушать эту традицию и рассмотрим следствия модели кварков для многочастичных процессов.

I. В модели кварков процесс множественного рождения происходит в три стадии. Первая стадия показана на рис.1. В процессе столкновения участвует только один из двух или трёх кварков (анти-

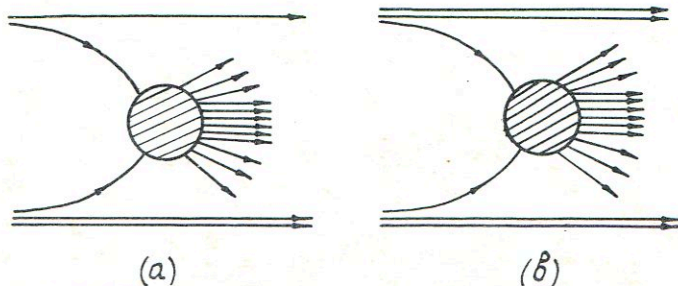


Рис.1. Многочастичные процессы в модели кварков. а/. Мезон-нуклонное рассеяние. в/. Барийон-нуклонное рассеяние.

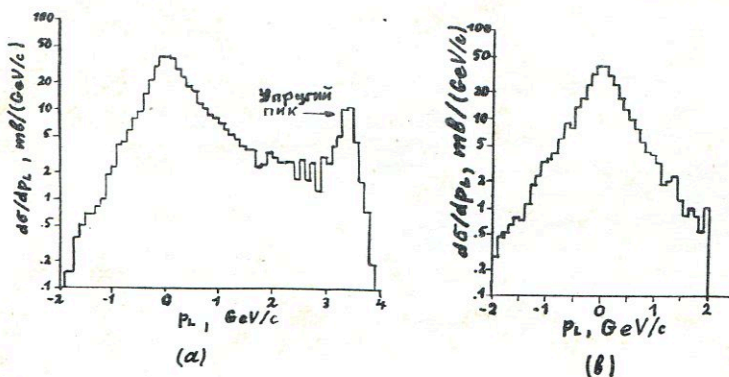


Рис.2. Сечение реакции $\pi^- + p \rightarrow \pi^-$ при 25 Гэв/с в зависимости от продольного импульса. а/, Система ц.и. сталкивающихся адронов. в/, Система ц.и. сталкивающихся кварков; чтобы исключить эффект лидирующей частицы, здесь в области $p_L > 0$ откладывалось сечение $\pi^- + p \rightarrow \pi^+$, близкое к $\pi^- + p \rightarrow \pi^-$ при малых p_L ^{/8/}.

кварков), входящих в состав адрона. Остальные кварки (антикварки) играют пассивную роль "созерпателей". Кварки-созерпатели и "ново-рожденные" кварки из центрального блока объединяются на второй стадии в барионы, антибарионы и мезоны и уже в таком виде могут наблюдаться на опыте. Следует иметь в виду, однако, что значительная часть, точнее, большинство таких адронов представляет собой короткоживущие резонансные состояния. Если не проводить специальный эксклюзивный эксперимент, то на опыте возможно наблюдение только продуктов распада резонансов, который представляет собой третью, заключительную стадию процесса множественного рождения.

В описанной модели легко понять различие между лидирующими частицами с большим продольным импульсом и "центральными" частицами. Если адрон образуется в результате слияния только кварков, родившихся в центральном блоке (либо непосредственно, либо в результате распада резонанса), то он имеет сравнительно небольшой продольный импульс p_L . Исходный кварк, приходящий в центральный блок, обладает продольным импульсом порядка $1/3$ или $1/2$ от импульса сталкивающейся частицы. Поэтому можно думать, что у родившихся в центральном блоке адронов $p_L / p_{max} \approx x < 1/3$. Естественно, что в асимптотическом режиме, когда образуется много новых кварков и частиц, вероятность найти адрон какого-либо сорта в центральной области, не должна зависеть от сорта сталкивающихся частиц.

Если же адрон появляется в результате объединения быстрых кварков-созерпателей с медленными кварками из центрального блока, то он сохраняет память о квантовых числах начальной частицы. Продольный импульс такого адрона велик. Например, барион, возникающий при объединении двух кварков-созерпателей от начального протона с новорожденным кварком, должен иметь $x \sim 2/3$. Мезоны, образовавшиеся вследствие соединения одного кварка-созерпателя из протона с

антикварком из центрального блока, имеют $x \sim 1/3$ и т.д.

2. Первое наблюдение, что кварковая модель оправдывается в применении к инклюзивным реакциям, содержится в работе Элберта, Эрвина и Уокера ^{/8/}. Ими было показано, что в инклюзивной реакции $\pi + p \rightarrow \pi + X$ распределение вторичных пионов по продольным импульсам в системе ц.м. несимметрично относительно точки $x = 0$. Симметрия такого рода, однако, имеет место в системе, где $p_N = -3p_M/2$, т.е. как раз в системе центра масс сталкивающихся кварков - см. рис.2. Этот результат был подтвержден в ряде более поздних работ, обзор которых можно найти, например, в ^{/9/}.

3. В случае мезон-нуклонных или нуклон-нуклонных столкновений центральный блок одинаков, если только совпадают энергии сталкивающихся кварков. Это позволяет думать, что множественность любых адронов, возникших при слиянии кварков из центрального блока, одинакова для процессов обоого сорта при условии $E_N = 3E_M/2$. Проверка этого утверждения на опыте затрудняется наличием фрагментационных частиц. Тем не менее, если исследовать среднюю множественность всех заряженных частиц $\langle n_c \rangle$, то можно думать, что вклад в эту величину от фрагментации как протона, так и заряженного пиона (каона) примерно одинаков. В этом плане естественно ожидать, что величина $\langle n_c \rangle$ одинакова для процессов $\pi(K) + p \rightarrow h^\pm + X$ и $p + p \rightarrow h^\pm + X$, если только справедливо указанное выше соотношение $E_N = 3E_M/2$.

В недавних работах советско-французской группы ^{/10,11/} были найдены следующие значения множественности заряженных частиц:

$$\left. \begin{array}{ll} pp \rightarrow h^\pm X & (50 \text{ ГэВ}) \\ K^-p \rightarrow h^\pm X & (33,8 \text{ ГэВ}) \end{array} \right\} \langle n_c \rangle = \begin{array}{l} 5,32 \pm 0,13 \\ 5,18 \pm 0,09 \end{array} \quad E_p/E_K = 1,48;$$

$$\begin{array}{l}
 pp \rightarrow h^{\pm} X \quad (69 \text{ ГэВ}) \quad \langle n_c \rangle = 5,89 \pm 0,07 \\
 \pi^- p \rightarrow h^{\pm} X \quad (50 \text{ ГэВ}) \quad \langle n_c \rangle = 5,8 \pm 0,1
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} pp \\ \pi^- p \end{array}} \right\} E_p/E = 1,38.$$

Из этих данных следует, что средняя множественность в мезон-нуклонных и нуклон-нуклонных процессах имеет одинаковый порядок величины, однако при одной и той же энергии она больше в первом случае. С другой стороны, когда выполняется условие $E_N = 3E_M/2$, значения $\langle n_c \rangle$ для обеих реакций действительно совпадают в пределах экспериментальных ошибок /12/.

Несколько иная ситуация имеет место при энергиях Батавии. На настоящем семинаре Деррик сообщил предварительные результаты измерения $\langle n_c \rangle$ в $\pi^- p$ -столкновениях при 200 ГэВ /13/. В сочетании с прошлогодними данными по pp -взаимодействию /14,15/ ситуация такова:

$$\begin{array}{l}
 pp \rightarrow h^{\pm} X \quad (205 \text{ ГэВ}) \quad \langle n_c \rangle = 7,65 \pm 0,17 \quad /14/ \\
 pp \rightarrow h^{\pm} X \quad (303 \text{ ГэВ}) \quad \langle n_c \rangle = 8,86 \pm 0,16 \quad /15/ \\
 \pi^- p \rightarrow h^{\pm} X \quad (200 \text{ ГэВ}) \quad \langle n_c \rangle = 8,0 \pm 0,17 \quad /13/.
 \end{array}$$

Видно, что при одной и той же энергии 200 ГэВ величина $\langle n_c \rangle$ для $\pi^- p$ превосходит $\langle n_c \rangle$ для pp на число того же порядка, что и при энергиях Серпухова *. С другой стороны, наблюдается заметное различие $\langle n_c \rangle$ также для pp при 300 ГэВ и $\pi^- p$ при 200 ГэВ, которое должно отсутствовать согласно модели кварков. Не исключено, что данные эксперимента ещё изменятся, либо здесь сказывается неодинаковость фрагментации, которая по каким-то причинам несущественна

* Если принять логарифмическую зависимость $\langle n_c \rangle = \alpha + \beta \ln E$, то при одной и той же энергии разность $\langle n_c \rangle_{\pi^- p} - \langle n_c \rangle_{pp}$ должна равняться постоянной величине $\beta \ln 3/2$. Для низкоэнергетического значения $\beta = 1,4$ эта величина равна $\approx 0,6$. При энергиях Батавии, однако, коэффициент β увеличивается до ≈ 2 .

для Серпухова. В этой связи было бы интересно провести сравнение средних множественностей таких частиц, образование которых в области фрагментации подавлено, скажем, $\langle n_- \rangle$ в столкновениях pp, n^+p и K^+p .

4. Модель кварков позволяет получить соотношения для инклюзивных спектров различных адронов как в центральной области, так и в области фрагментации. При этом, однако, надо сделать дополнительные предположения о характере центрального блока на рис.1. Рассмотрение инклюзивных спектров было проведено в ряде работ /16-19/. При этом считалось, что при большой энергии налетающей частицы, когда образуется много кварков, вероятность образования кварков и антикварков в среднем блоке не зависит ни от проекции их спина, ни от их сорта (за исключением вероятности рождения странных кварков, которая может быть подавлена). Если образовавшиеся таким образом кварки связываются затем в мезоны 36-плета и барионы или антибарионы 56-плета (что есть простейшее предположение), то можно легко вычислить отношение вероятностей обнаружения таких мезонов, барионов и антибарионов.

На рис.3 показаны спектры частиц в реакциях фрагментации мезон \rightarrow мезон при $0,4 \leq x \leq 0,8$. Кварковая модель предсказывает только отношение вероятностей образования частиц. Поэтому один из спектров на рис.3 может быть взят за основной, например, процесс $K^+p \rightarrow \pi^-$, после чего остальные распределения определяются однозначно. Предсказания модели показаны на рис.3 сплошными линиями (пунктиром обозначен один из менее удачных вариантов подгонки экспериментальных данных). Видно, что модель кварков удовлетворительно описывает процессы фрагментации даже при сравнительно низких энергиях. Параметр подавления вероятности рождения странных кварков в области 15 - 30 Гэв оказался равным $\lambda \approx 1/3$.

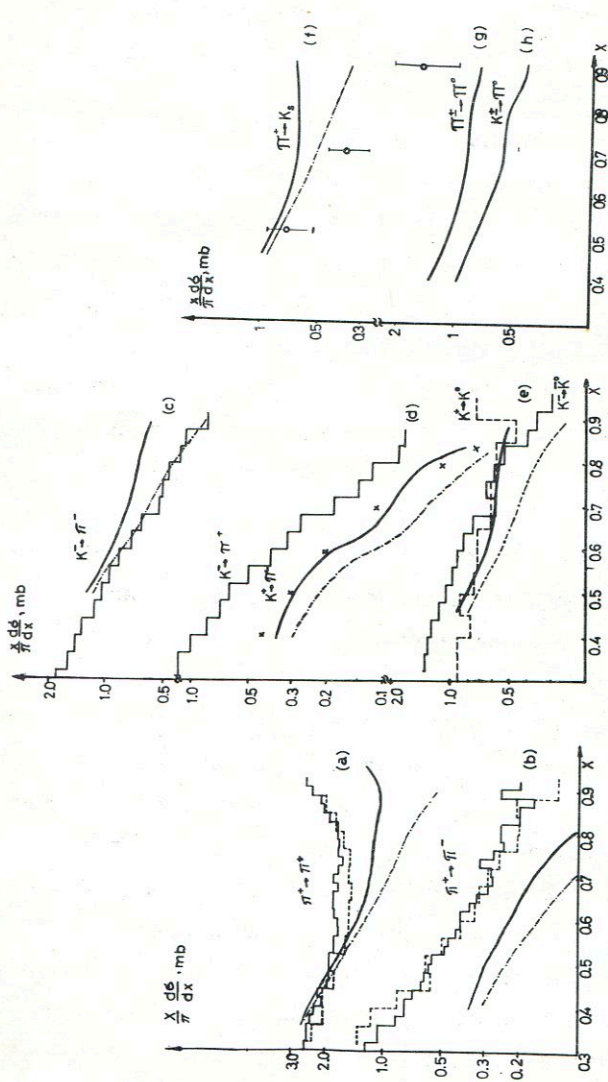


Рис.3. Инclusive сечения для фрагментации мезона в мезон в зависимости от x . Сплошные и пунктирные линии представляют результаты теоретической подгонки. Пунктирный вариант менее удачен. а) $\pi^+ p \rightarrow \pi^+$; б) $\pi^+ p \rightarrow \pi^0$; в обоих случаях $r = 16$ Гэв/с - сплошная гистограмма, $r = 22$ Гэв/с - пунктирная гистограмма. с) $K^+ p \rightarrow \pi^+$, $r = 10$ Гэв/с. д) $K^+ p \rightarrow \pi^0$, $r = 10$ Гэв/с - сплошная гистограмма, $K^+ p \rightarrow \pi^+$, $r = 12$ Гэв/с - крестики. е) $K^+ p \rightarrow K^0$, $r = 10$ Гэв/с - сплошная гистограмма, $K^+ p \rightarrow K^+$ - пунктирная гистограмма. ф) $\pi^+ p \rightarrow K_S^0$, $r = 22$ Гэв/с. г) $\pi^+ p \rightarrow \pi^0$, предсказание. h) $K^+ p \rightarrow \pi^0$, предсказание.

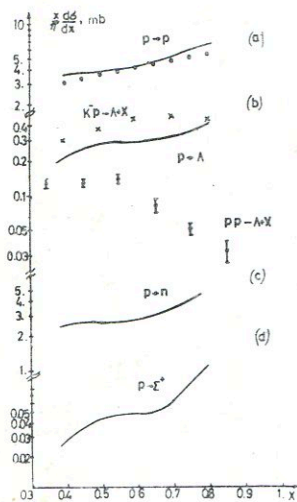


Рис.4. Инклюзивные процессы фрагментации нуклона в барион в зависимости от x . а) $pp \rightarrow p$, $p = 19$ Гэв/с. б) $pp \rightarrow \Lambda$, $p = 24$ Гэв/с - крестики; $K^-p \rightarrow \Lambda$, $p = 10$ Гэв/с - кружки, экспериментальные данные домножены на отношение полных сечений $\sigma_{tot}^-(pp)/\sigma_{tot}^-(K^-p)$. в) $pp \rightarrow n$, предсказание. д) $pp \rightarrow \Sigma^+$, предсказание.

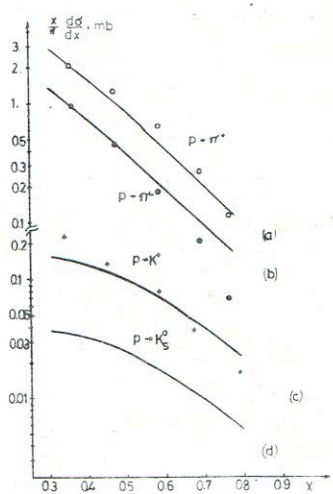


Рис.5. Инклюзивные процессы фрагментации протона в мезон в зависимости от x при $p = 19$ Гэв/с. а) $pp \rightarrow \pi^+$, б) $pp \rightarrow K^+$, в) $pp \rightarrow \pi^-$, д) $pp \rightarrow K_S^0$ - предсказание.

На рис. 4 и 5 показаны процессы фрагментации барион \rightarrow барион и барион \rightarrow мезон. В рамках модели кварков процесс $p \rightarrow p$ позволяет получить предсказания для реакций типа $p \rightarrow n$, $p \rightarrow \Lambda$, $p \rightarrow \Sigma^+$, тогда как процесс $p \rightarrow \pi^+$ определяет сходные реакции типа $p \rightarrow \pi^-$, $p \rightarrow K^+$, $p \rightarrow K_S^0$. Согласие с экспериментальными данными для таких процессов оказывается хорошим. В кварковой модели, например, запрещён процесс фрагментации $p \rightarrow K^-$. На опыте при $x \approx 0,5$ выход K^- подавлен по сравнению с выходом K^+ примерно на порядок.

В рассмотренных экспериментах, к сожалению, энергия налетающих частиц была недостаточно большой. С увеличением энергии налетающих частиц спектры вторичных частиц ещё меняются, т.е. скейлинг не наступил. В то же время предсказания модели основаны на том, что в центральном блоке на рис. 1 рождается много кварков; в этом плане они являются сугубо асимптотическими. Поэтому очень интересно сравнить такие предсказания с распределениями вторичных частиц в области энергий ISR и Батавии.

Особый интерес для проверки модели представляют спектры резонансов, таких как K^* , ρ , Δ и т.д. Дело в том, что спектры стабильных или долгоживущих частиц получаются как в результате непосредственного их образования, так и вследствие рождения резонансов и их последующего распада. Достаточно точное определение спектров резонансных состояний позволило бы изучить структуру "первичных" распределений.

5. В центральной области, которую условно можно определить как $|x| \leq 0,3$, вероятность образования какой-либо частицы в модели кварков пропорциональна числу её спиновых состояний. Например, отношение вероятностей рождения мезонов ρ^+ и π^+ равно $w(\rho^+)/w(\pi^+)$

= 3, для Δ^{++} и p имеем $W(\Delta^{++})/W(p) = 2$ и т.д. Модель кварков позволяет вычислить асимптотическое отношение выхода всех мезонов 36-плета к суммарному выходу всех барионов 56-плета:

$\sum_{i=1}^{36} W(M_i) / \sum_{j=1}^{56} W(B_j) = 6$. Тем самым определяются относительные выходы всех адронов, поскольку мы исходим из предположения, что при $x = 0$ сечение рождения любого адрона, мезона или бариона определяется одной и той же структурной функцией, т.е.

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} = C_a \varphi(p_T^2).$$

Коэффициенты C_a пропорциональны относительным вероятностям и даются моделью кварков.

На рис.6 показаны экспериментальные распределения по поперечному импульсу p_T протонов, антипротонов, пионов и каонов. Если по спектрам π^\pm -мезонов найти $\varphi(p_T^2)$, то модель предсказывает спектры остальных частиц. Они показаны на рисунке для $\lambda = 0,6$ и $\lambda = 1$. Видно, что предсказания модели для p -спектров согласуются с экспериментальными данными. \bar{p} -спектры при увеличении энергии приближаются к p -спектрам, т.е. к предсказываемым асимптотическим значениям. Заметим, что предварительный расчёт отношения \bar{p}/p в центральной области с учётом неасимптотичности процесса образования кварков при существующих энергиях приводит к величине $1/2$, согласующейся с опытом.

Параметр λ , который характеризует относительную вероятность рождения странных кварков, возрастает от $\lambda = 0,3$ при $E = 20$ Гэв (по данным фрагментации в этой области энергий) до $\lambda = 0,6$ при $E = 500$ Гэв. Это позволяет думать, что при асимптотическом увеличении энергии λ стремится к единице. В этом случае будет реализована модель, в которой все кварки равноправны.

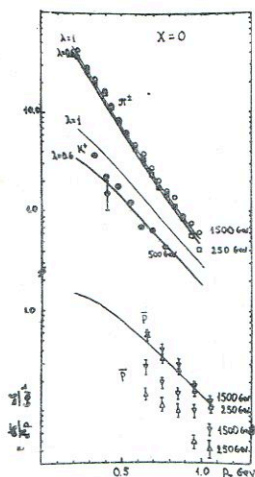


Рис.6. Зависимость инвариантного сечения $Ed^3\sigma/d^3p$ от поперечного импульса при $x = 0$ и результаты теоретической подгонки /19/.

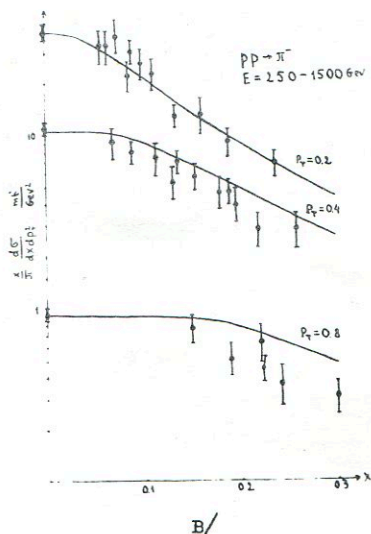
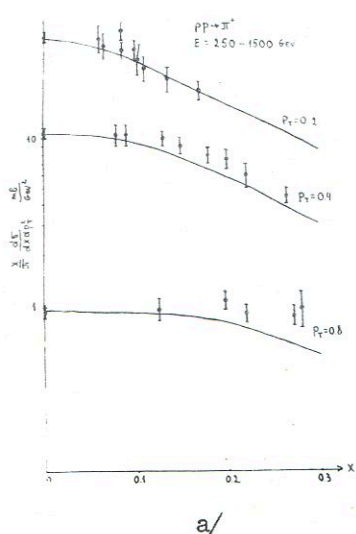


Рис.7. Зависимость от x дифференциального сечения реакций $pp \rightarrow \pi$ при фиксированном p_T . а/ $pp \rightarrow \pi^+$, в/ $pp \rightarrow \pi^-$.

6. Одним из самых интересных следствий мультипериферизма для инклюзивных реакций является утверждение о независимости величины $Ed^3\sigma/d^3p$ от x в центральной области. Этот результат может быть получен из рассмотрения лестничных диаграмм /20/, как было впервые отмечено Вильсоном /21/ и Чижевским и Крживицким /22/. Более общие аргументы в пользу независимости от x величины $Ed^3\sigma/d^3p$ приведены Фейнманом /23/. На различных примерах лестничных диаграмм видно, что $Ed^3\sigma/d^3p$ может не зависеть от x в довольно широком интервале, вплоть до значений $x \approx 0,4$. Такая картина, однако, нарушается вследствие образования и последующего распада большого числа резонансов. Из-за этого распада район самых малых x оказывается значительно более насыщенным частицами, чем область x от 0,1 до 0,3. Модель кварков позволяет предсказать выходы всех частиц и восстановить начальное распределение адронов.

На рис.7 показаны распределения π^\pm -мезонов в pp -столкновениях при $x \leq 0,4$. Теоретические спектры были вычислены в предположении, что распределения всех частиц и резонансов, т.е. $Ed^3\sigma/d^3p$, не зависят от x в этом интервале. Зависимость $Ed^3\sigma/d^3p$ от p_T определялась спектрами π^\pm при $x = 0$, о которых уже говорилось в п.5. При $x > 0,05$ в спектры пионов дают вклад процессы распада резонансов, образовавшихся первоначально с большими x (в области фрагментации). Вклад таких процессов может быть вычислен (см. п.4). Полученные в результате теоретические кривые на рис.7 хорошо согласуются с опытом. Следует особо подчеркнуть, что при больших p_T , где минимально искажение постоянства $Ed^3\sigma/d^3p$ из-за распада резонансов, экспериментальные спектры действительно не зависят от x в широком интервале.

7. Рассмотрим теперь среднее число образовавшихся π^0 -мезонов

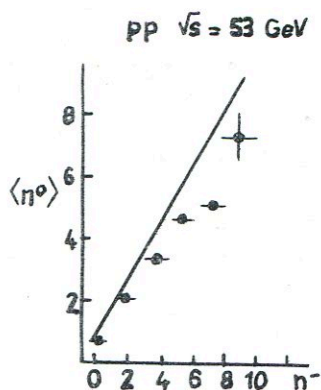


Рис. 8. Средняя множественность нейтральных пионов в зависимости от числа отрицательных частиц. Экспериментальные данные получены при $\sqrt{s} = 53 \text{ ГэВ}$ /27/. Прямая соответствует теоретической формуле для $\langle n_{\pi^0}(n_-) \rangle$.

при фиксированном числе заряженных, точнее, отрицательных частиц $\langle n_{\pi^0}(n_-) \rangle$. Существование такой зависимости обусловлено образованием и распадом большого числа резонансов, при котором π^0 -мезоны появляются одновременно с заряженными частицами. Если пренебречь вкладом от области фрагментации, а также образованием барион-антибарионных пар, то кварковая модель приводит к предсказанию

$$\langle n_{\pi^0}(n_-) \rangle = 0,15 \langle n_- \rangle + 0,8 n_- .$$

Такая линейная зависимость от n_- должна иметь место только при n_- , не слишком далёких от среднего значения $\langle n_- \rangle$. При больших n_- величина $\langle n_{\pi^0}(n_-) \rangle$ должна быть меньше из кинематических соображений: если общее число родившихся частиц ограничено, то при $n_{\text{зар}} \approx n_{\text{max}}$ число образовавшихся π^0 -мезонов должно быть мало. Аналогичное рассмотрение приводит к соотношениям

$$\langle n_-(n_{\pi^0}) \rangle \approx 0,4 \langle n_{\pi^0} \rangle + 0,7 n_{\pi^0} ,$$

$$\langle n_{K_s^0}(n_-) \rangle \approx 0,05 (\langle n_- \rangle + n_-) .$$

При выводе всех равенств полагалось $\lambda \approx 0,3$. Согласие с экспериментальными данными [24-27] оказывается хорошим - см., например, рис.8.

8. Логика модели заставляет учитывать не только одиночное взаимодействие кварков, но и их перерасеяние, которое изображено на рис.9. Диаграммы перерасеяния дают вклад также в упругое и полное сечение, где они приводят к эффекту экранирования (т.н. те-невне или глауберовские поправки) - см. рис.10. Именно в результате перерасеяния кварков происходят, вероятно, события с наибольшей множественностью вторичных частиц. Естественно поэтому думать, что с перерасеянием связано и уширение экспериментального распределения по множественности заряженных частиц по сравнению с простейшим распределением Пуассона.

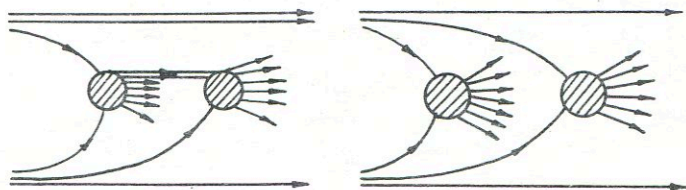


Рис.9. Перерасеяние кварков в процессах множественного рождения.

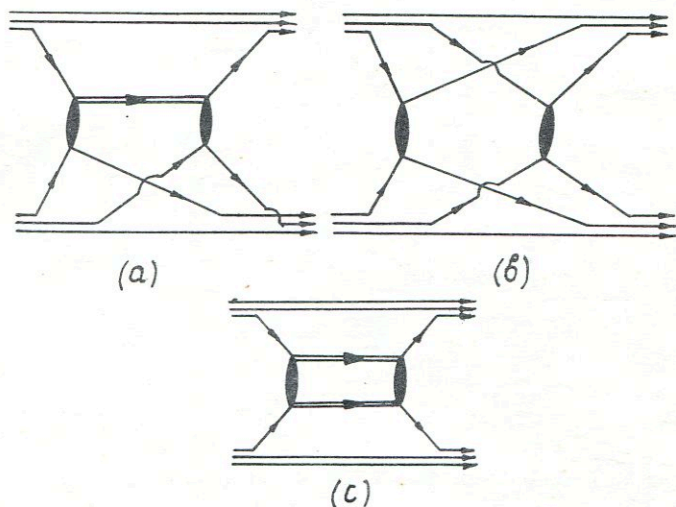


Рис.10. Перерасеяние кварков в упругом pp -рассеянии. а/. Один из трёх кварков верхнего протона взаимодействует с двумя кварками из нижнего протона. в/. Два кварка взаимодействуют с двумя кварками. с/. Перерасеяние кварка на кварке.

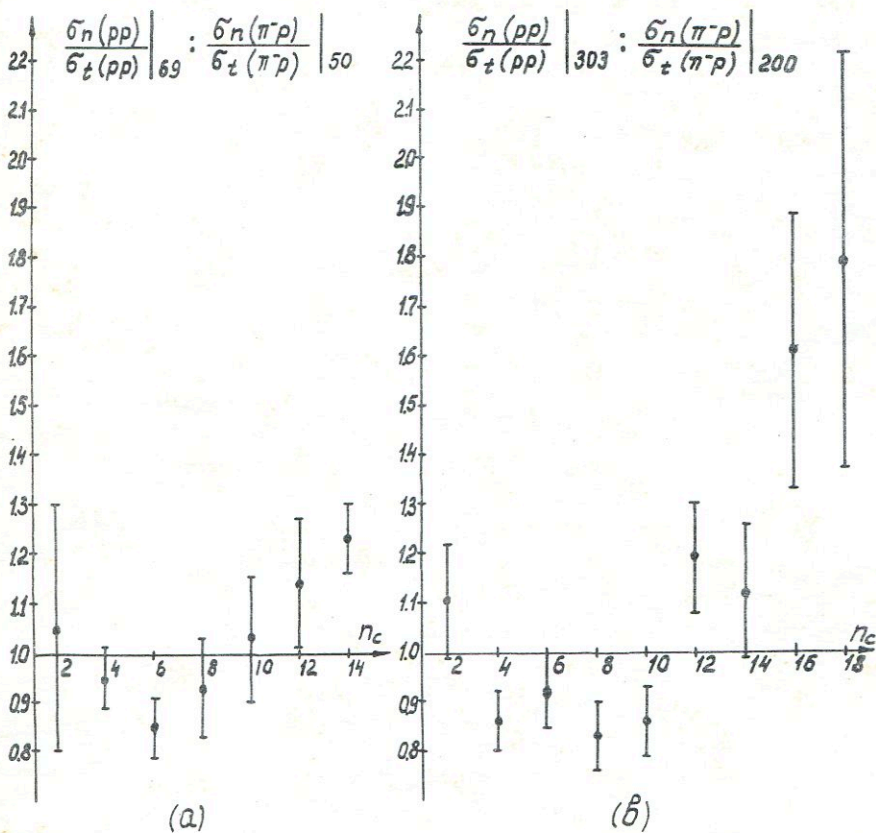


Рис. II. Экспериментальное отношение парциальных сечений для процессов $\pi^- + p \rightarrow h^+ + X$ и $p + p \rightarrow h^+ + X$. а/ $E_\pi = 50$ Гэв /I0/, $E_p = 69$ Гэв /II/. в/ $E_\pi = 200$ Гэв /I3/, $E_p = 303$ Гэв /I5/.

9. Число диаграмм перерасеяния с участием разных кварков больше для нуклонов, чем для мезонов. Поэтому можно ожидать, что когда множественность n порядка средней множественности и перерасеяние приводит к экранированию вклада от простейшей диаграммы на рис. I, отношение парциальных сечений $R_n \equiv \sigma_n(pp) / \sigma_n(\pi p)$ будет меньше среднего отношения $\sigma_{tot}(pp) / \sigma_{tot}(\pi p)$. В области же удвоенной множественности, где $n \sim 2 \langle n \rangle$ и основной вклад в σ_n происходит как раз от процессов типа рис. 9, равно как и при $n \ll \langle n \rangle$, отношение R_n должно стать больше среднего. На опыте так и оказывается - см. рис. II.

10. Как слабо связанная система кварков, нуклон должен характеризоваться большим радиусом R . Данные по нуклонным формфакторам согласуются с величиной $R^2 \approx 10 - 20 \text{ Гэв}^{-2}$. В то же время естественно думать, что взаимодействие кварков самих по себе характеризуется значительно меньшим радиусом, квадрат которого имеет порядок $r^2 \lesssim 1 \text{ Гэв}^{-2}$. При нынешних энергиях величина $\alpha'_p \ln(s/m_p^2)$ имеет промежуточное значение в районе 1,5 - 2,5 Гэв^{-2} . Это значит, что асимптотика для взаимодействия нуклонов ещё не наступила, хотя для кварк-кваркового взаимодействия она уже имеет место. Вполне вероятно, что рост полного pp -сечения, обнаруженный в недавних экспериментах на ISR /28,29/, связан с быстро меняющимися поправками типа $1 / (r^2 + \alpha'_p \ln \frac{s}{m_p^2})$ от кварк-кварковых диаграмм типа рис. 10с, тогда как наклон дифракционного конуса обусловлен формфакторами на рис. 10а или 10в, т.е. вкладом вида $1 / (R^2 + \alpha'_p \ln \frac{s}{m_p^2})$, и меняется с энергией сравнительно слабо. На рис. 12 приведены экспериментальные данные /28,29/ по $\sigma_{tot}(pp)$ и две подгоночные кривые, полученные в модели кварков при несколько различной оценке перерасеяний. При энергиях ISR согласие с опытом достигается вполне хорошее. Для $s < 500 \text{ Гэв}^2$, однако, предсказываемое сечение ниже экспериментально-

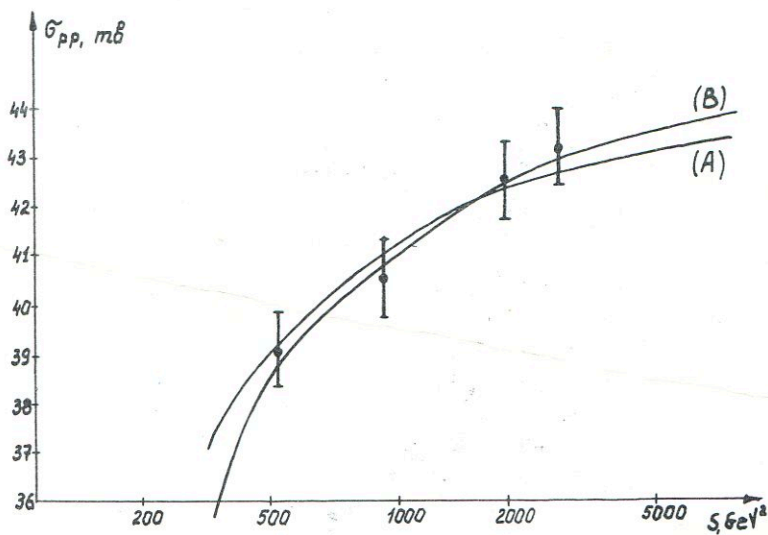


Рис. 12. Экспериментальные данные [28,29] по полным сечениям pp -рассеяния для $s > 500 \text{ ГэВ}^2$ и результаты теоретической подгонки.

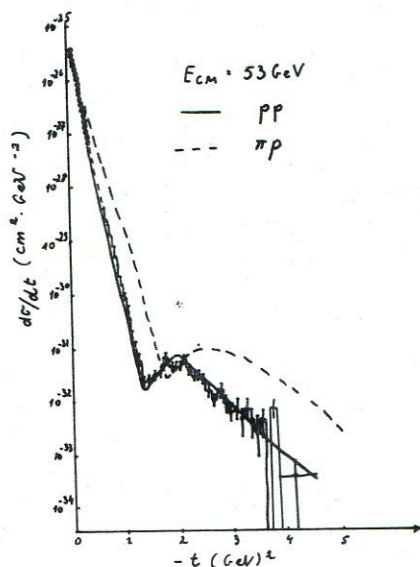


Рис. 13. Дифференциальное сечение упругого протон-протонного рассеяния /30/. Параметры теоретической кривой подбирались из условия правильной нормировки при небольших t и с тем, чтобы получилось правильное положение минимума — сплошная линия. Пунктиром показано предсказание для πp -рассеяния при той же энергии.

го. В этой области, видимо, существен вклад невакуумных полюсов Редже в кварк-кварковой амплитуде, который нами не учитывался. При сравнительно небольших энергиях он значительно превосходит вклад перерассеяний на полюсе Померанчука.

11. При разумных количественных параметрах для вклада перерассеяний в амплитуду упругого рассеяния можно оценить положение и величину второго дифракционного максимума в pp -рассеянии, найденного на встречных пучках ЦЕРН /30/. Как видно из рис.13, и то и другое хорошо согласуется с экспериментальными результатами.

12. Количественная оценка возможна и для вклада двукратного или многократного перерассеяния кварков. Оказывается, что он довольно сильно компенсирует вклад от однократного перерассеяния на рис.9 или 10. Особенно заметно этот факт сказывается в явлении кроссовера, т.е. пересечения сечений упругого рассеяния частицы и античастицы на одной и той же мишени - протоне. Здесь вклад k -го перерассеяния увеличен в $(k + 1)$ раз. Количественные оценки показывают, что вследствие указанной компенсации вклад от процессов перерассеяния в амплитуду отрицательной сигнатуры (в точке кроссовера мнимая часть последней должна обращаться в нуль) оказывается одинаковым как для π^{\pm} , так и для $p^{\pm}p$ -рассеяния. С этим, видимо, связан необъяснённый ранее факт совпадения точек кроссовера в $\pi^{\pm}p$ - и $p^{\pm}p$ -рассеянии, где они равны соответственно $-t_c = 0,14 \pm 0,03$ (Гэв/с)² и $-t_c = 0,160 \pm 0,007$ (Гэв/с)² для лабораторного импульса 5 Гэв/с /31/.

Литература:

1. M.Gell-Mann. Phys.Letters, 8, 214 (1964).
2. G.Zweig. CERN report 8419/TH 412 (1964).
3. B.Sakita. Phys.Rev., 137, B1756 (1964).
4. Е.М.Левин, Л.Л.Франкфурт. Письма ЖЭТФ, 3, 652 (1965).
5. H.J.Lipkin, F.Sheck. Phys.Rev.Letters, 16, 71 (1966).
6. J.J.J.Kokkedee, L.Van Hove. Nuovo Cimento, 42, 711 (1966).
7. H.Satz. Phys.Rev.Letters, 19, 1453, 1967.
8. J.W.Elbert, A.R.Erwin, W.D.Walker. Phys.Rev., D3, 2042 (1971).
9. K.Boesebeck et al. Preprint CERN/D.Ph.11/Phys. 72-6 (1972).
10. Soviet-French Collaboration and Soviet-CERN Collaboration.
Paper presented to the 16th International Conference on High Energy Physics, Batavia, 1972.
11. Soviet-French Collaboration. Paper presented to the 16th International Conference on High energy Physics, Batavia, 1972.
12. В.В.Анисович, М.Н.Кобринский, А.К.Лиходед, В.М.Шехтер. ЯФ, 17, 662 (1973).
13. M.Derrick. Настоящий сборник, стр. 126 .
14. G.Charlton et al. Phys.Rev.Letters, 29, 515 (1972).
15. F.T.Dao et al. Phys.Rev.Letters, 29, 1627 (1972).
16. V.V.Anisovich, V.M.Shekhter. Nucl.Phys., B55, 455 (1973).
17. V.V.Anisovich, M.N.Kobrinsky, A.K.Likhoded, V.M.Shekhter. Nucl.Phys., B55, 474 (1973).
18. M.N.Kobrinsky. Preprint IHEP, СТФ 72-105 (1972).
19. V.V.Anisovich, M.N.Kobrinsky. Preprint IHEP, СТФ 73-51 (1973).
20. D.Amati, S.Fubini, A.Stanghellini. Nuovo Cim., 26, 896 (1962).
21. K.G.Wilson. Act.Phys.Austr., 17, 37 (1963).
22. O.Czyzewski, A.Krzywicki. Nuovo Cim., 30, 603 (1963).

23. R.P.Feynman. Phys.Rev.Letters, 23, 1415 (1969).
24. R.Sosnovski et al. Paper presented to the 16th International Conference on High Energy Physics, Batavia, 1972.
25. G.Charlton et al. Phys.Rev.Letters, 30, 574 (1973).
26. F.T.Dao et al. Phys.Rev.Letters, 30, 1151 (1973).
27. G.Flugge et al. Paper presented to the 16th International Conference on High Energy Physics, Batavia, 1972.
28. U.R.Amaldi et al. Phys.Letters, B44, 112 (1973).
29. S.R.Amendolia et al. Phys.Letters, B44, 119 (1973).
30. ACGHT - Collaboration. Paper presented to the 16th International Conference on High Energy Physics, Batavia, 1972.
31. A.B.Wicklund et al. Paper presented to the 16th International Conference on High Energy Physics, Batavia, 1972.

О ТРЕХРЕДЖИОННОМ ОПИСАНИИ ИНКЛЮЗИВНЫХ ПРОТОННЫХ СПЕКТРОВ

А. Б. Кайдалов, В. А. Хозе

Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва
Ленинградский институт ядерной физики

Метод комплексных моментов в настоящее время широко применяется для описания двухчастичных процессов при высоких энергиях. Появление данных о неупругих взаимодействиях частиц при очень высоких энергиях ($E_{\text{лаб}} \gg 100$ Гэв) на встречных кольцах ЦЕРНа и ускорителе в Батавии открывает новую область реджевской феноменологии — изучение образования систем частиц с большими эффективными массами M^2 (рис. 1а). Такие процессы можно описывать на основе трехреджионной (ТР) модели, в которой дифференциальному сечению исследуемой реакции ставится в соответствие график, изображенный на рис. 1в. Наибольший интерес с теоретической точки зрения представляет трехмерная вершина $\tau_{ppp}(t)$, от поведения которой в области малых t зависят свойства особенности Померанчука и, следовательно, асимптотическое поведение амплитуд рассеяния адронов. Мы обсудим вопрос об описании реакции $pp \rightarrow pX$ на основе ТР-модели и покажем, что вершина $\tau_{ppp}(t)$ может быть определена из данных об этом процессе, полученных на ISR при S от $5 \cdot 10^2$ до $2 \cdot 10^3$ Гэв² /1,2/.

Рождение пучка частиц в реакции $a + b \rightarrow c + X$ с эффективной массой M , происходящее в результате обмена полюсом Редже $\alpha_i(t)$, описывается диаграммой 1а, а дифференциальному сечению этой реакции можно поставить в соответствие диаграмму 1б. Такое описание справедливо, когда $S \gg M^2$, $-t \ll m^2$. Дифференциальное сечение рассматриваемого процесса оказывается пропорциональным величине,

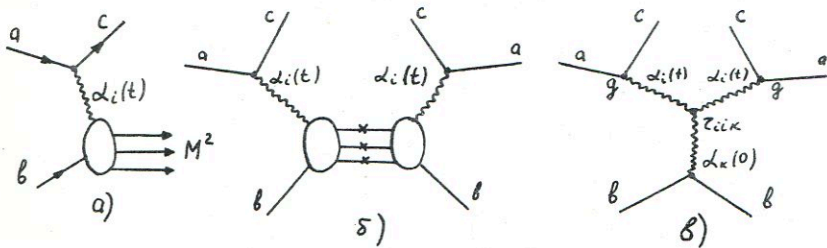


Рис. 1

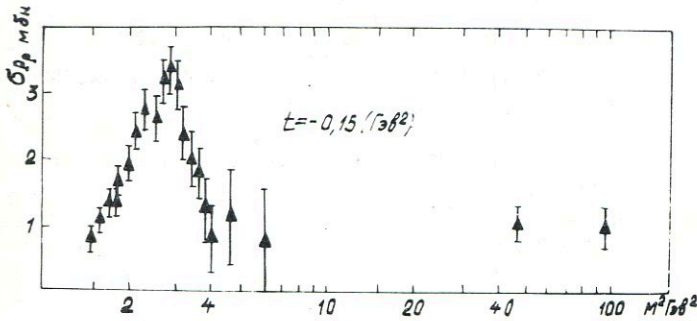
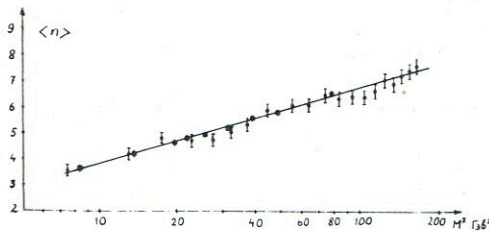


Рис. 2а. Полное сечение взаимодействия протона с помероном при $t = -0,15 \text{ (ГэВ)}^2$.



$$\phi - \langle n(M^2) \rangle_{\text{л-р}} + 1$$

Рис. 2б. Зависимость средней множественности заряженных частиц от M^2 .

Рис. 2.

которую можно назвать полным сечением взаимодействия реджиона $\alpha_i(t)$ с частицей $b - \sigma_{\alpha_i b}^{tot}(M^2, t) / 3$. (Принята нормировка $\sigma_{ab}^{tot}(s) = \sum_k 8\pi g_{aa}^{\alpha_k}(0) g_{bb}^{\alpha_k}(0) S^{\alpha_k(0)-1} \cdot \sigma_k$. Величины S, M^2 обезразмериваются 1 ГэВ^2).

$$\frac{d^2\sigma}{dt dM^2} = \frac{(g_{ac}^{\alpha_i}(t))^2}{2S^2} \left| \zeta(\alpha_i(t)) \left(\frac{S}{M^2} \right)^{2\alpha_i(t)} \right|^2 \cdot \sigma_{\alpha_i b}^{tot}(M^2, t) \cdot M^2, \quad (I)$$

где $g_{ac}^{\alpha_i}(t)$ - вершина связи реджиона $\alpha_i(t)$ с частицами a, c , $\zeta(\alpha_i(t)) = - \frac{1 + \sigma_i e^{-i\pi\alpha_i(t)}}{\sin \pi\alpha_i(t)}$ - сигнатурный множитель, $\sigma_i = \pm 1$.

Сведения о вкладе полюса Померанчука (P) в реакцию $pp \rightarrow pX$ и, следовательно, о величине $\sigma_{pp}^{tot}(M^2, t)$ в области малых $M^2 (M^2 \leq M_0^2 = 4 \text{ ГэВ}^2)$ можно получить /4,5/, используя экспериментальные данные об этом процессе при энергиях $E_{lab} < 30 \text{ ГэВ}$ /6/. На рис. 2а приведено $\sigma_{pp}^{tot}(M^2, t)$ при $t = -0.15 \text{ ГэВ}^2$. Указаны также точки в области больших масс $M^2 \sim 100 \text{ ГэВ}^2$, полученные из обработки данных ISR /1,2/. Видно, что, начиная с $M^2 \sim M_0^2$, сечение $\sigma_{pp}^{tot}(M^2, t)$ оказывается практически постоянным.

В области больших масс $M^2 \gg m^2$ величину $\sigma_{\alpha_i b}^{tot}(M^2, t)$ можно, как и для обычных частиц, представить в виде суммы по полюсам

$$\text{Редже} \quad \sigma_{\alpha_i b}^{tot}(M^2, t) = \sum_k 8\pi g_{bb}^{\alpha_k}(0) \zeta_{iik}(t) (M^2)^{\alpha_k(0)-1}. \quad (2)$$

Тогда $d^2\sigma/dt dM^2$ принимает вид (см. рис. 1в)

$$\frac{d^2\sigma}{dt dM^2} = \frac{4\pi}{S^2} \sum_{i,k} (g_{ac}^{\alpha_i}(t))^2 g_{bb}^{\alpha_k}(0) \zeta_{iik}(t) \left| \zeta(\alpha_i(t)) \left(\frac{S}{M^2} \right)^{2\alpha_i(t)} \right|^2 (M^2)^{\alpha_k(0)} \quad (3)$$

Отметим, что в рамках рассматриваемого подхода образование частиц в пучке происходит так же, как и во всем процессе $pp \rightarrow X, \mathcal{P} p \rightarrow X$, то есть механизм рождения частиц для взаимодействия реджиона с протоном при больших M^2 и \mathcal{P} - мезона (или P) с P одинаков. Поэтому, если, в соответствии с предсказанием мультипериферической модели, среднее число рождающихся частиц $\langle n \rangle$ при больших S растет логарифмически: $\langle n \rangle = a \ln s + b$, то средняя множественность

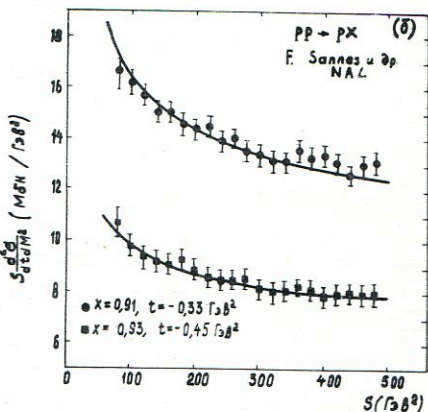
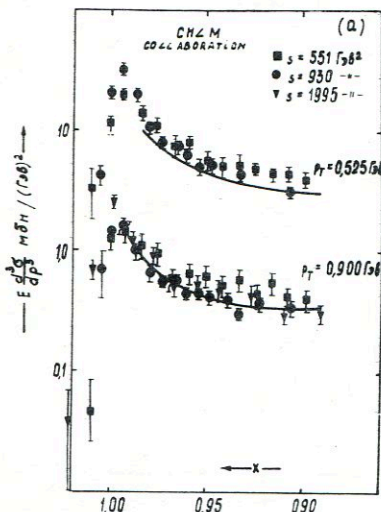
частиц при взаимодействии реджиона с частицей, т.е. средняя множественность частиц в пучке должна быть при больших M^2 пропорциональна $a \ln M^2$. На рис.2б приведена множественность заряженных частиц в реакции $pp \rightarrow pX$ (с учётом протона) в зависимости от M^2 при импульсе 200 Гэв^{1/7}. Для сравнения приведена линия, соответствующая множественности частиц в PN -столкновениях $\langle n \rangle_{M^2} = (a \ln M^2 + b)_{PN} + 1$. Видно, что множественность частиц в пучке действительно хорошо описывается логарифмической зависимостью с тем же коэффициентом a , что и для PN (а также pp) взаимодействия. Это, на наш взгляд, является серьезным аргументом в пользу мультипериферической модели.

Вместо M^2 удобно ввести переменную $x = \frac{2 p_{11}^c}{\sqrt{s}}$ ($1-x \approx M^2/S$). Тогда, учитывая, что возможна также интерференция реджионов α_i, α_j , и вводя функцию $\mathcal{S} = E \frac{d^3\sigma}{d^3P} \approx \frac{s}{\pi} \frac{d^2\sigma}{dt dM^2}$, получим основную формулу ТР модели (напр. /8-10, 15/).

$$\mathcal{S} = \sum_{ijk} 4 g_{ac}^{\alpha_i}(t) g_{ac}^{\alpha_j}(t) g_{bb}^{\alpha_k}(0) \zeta_{ijk}(t) \zeta^*(\alpha_i(t)) \zeta^*(\alpha_j(t)) \times \quad (4)$$

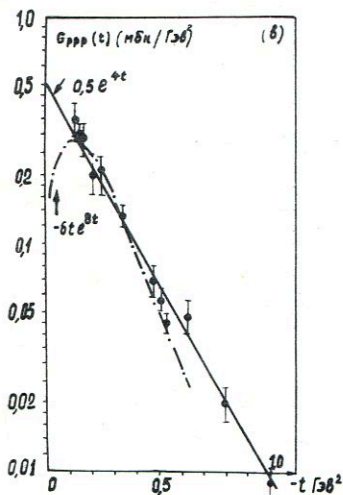
$$\times (1-x)^{\alpha_i(0) - \alpha_i(t) - \alpha_j(t)} S^{\alpha_k(0) - 1} \equiv (ijk), \quad 1-x \ll 1.$$

Из формулы (4) видно, что если самая правая особенность $P(\alpha_k(0) = \alpha_p(0) = 1)$, то функция \mathcal{S} имеет скейлинговый характер (т.е. не зависит от S). Зависимость \mathcal{S} от x однозначно определяется траекториями полюсов Редже, которые известны из анализа двухчастичных процессов. Проиллюстрируем это на примере реакции $pp \rightarrow pX$. Основные полюса, которые могут давать вклад, - P и $R(P', \omega, A_2, \rho)$ с $\alpha_R(0) \approx 0.5$. Тогда при очень высоких энергиях $S \gg 10^3$ Гэв² в формуле (4) останутся только члены PPP и RRP (обозначения соответствуют ijk) (Интерференционным членом RRP мы пренебрегаем (см. /11/)). В области небольших t член $PPP \sim \frac{1}{1-x}$, а $RRP \sim (1-x)^{2\alpha_R' |t|}$, т.е. практически не зависит от x при малых

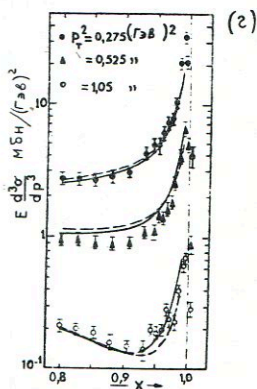


б. Спектры протонов при фиксированных x , t как функции энергии \sqrt{s} .

а. Спектры протонов при $S = 551$, 930 и 1995 ГэВ² и их ТР описание с учётом только скейлинговых членов.



в. Функция $G_{ppp}(t)$ и её



г. Спектры протонов при $S = 930$ ГэВ² и их ТР описание. Сплошные линии соответствуют $\alpha'_p(0) = 0$, пунктирные $\alpha'_p(0) = 0.15$ ГэВ².

различные параметризации.

Рис. 3.

$-\tau$ и убывает при $x \rightarrow 1$ с увеличением $-\tau$. Поэтому следует ожидать, что функция ρ будет иметь резкий подъем при $x \rightarrow 1$ и сравнительно плоскую часть при $x \sim 0.8-0.9$. С увеличением $|t|$ при $x \approx 0.9$ должен появляться минимум. Именно такая картина была получена при измерении спектров протонов на ISR (см. рис. 3а, г). Если сравнить спектры во всем интервале энергий, можно заметить падение функции ρ с энергией, которое на языке TP модели описывается членами RRR и PPR, ($\sim \frac{1}{\sqrt{s}}$).

В работах ^{/11/} был проведен анализ экспериментальных данных по спектрам протонов на основе TP модели. Величины $G_{ick}(t) \equiv 4(g_{ac}^{ic}(t))^2 g_{ff}^{ic}(0) Z_{ick}(t) / Z_{ic}(t)$ параметризовались в форме: $G_{ick}(t) = G_{ick}(0) \exp R_{ick}^2 t$. Приведем один из наборов параметров ^{/11/} (0,15 $\leq -t \leq 1$ Гэв², $G_{PPR}(0) = G_{RRR}(0) = 0,45 \frac{45\pi}{(38)^2}$; $G_{RRR}(0) = 4,7 \frac{45\pi}{(38)^2}$; $G_{RRR}(0) = 32 \frac{45\pi}{(38)^2}$; $R_{PPR}^2 = R_{RRR}^2 = 4(38)^{-2}$; $R_{RRR}^2 = 0$; $R_{RRR}^2 = 1,2(38)^{-2}$; $\alpha'_{PR} = 0,75(38)^{-2}$, $\alpha'_{RR} = 0$). Недавно появились новые данные, полученные в NAJ в широком диапазоне энергий ^{/12/}. На рис. 3б приведено сравнение этих данных с предсказаниями теории ^{/11/} x).

Остановимся теперь на вопросе о том, почему поведение вершины $\tau_{PPR}(t)$ при $t \rightarrow 0$ столь существенно для выяснения природы

"особенности Померанчука"? Рассмотрим вклад PPR в полное сечение

$$\sigma_{PPR} \sim \frac{2\pi G_{PPR}(0)}{2\alpha'_P(0)} \ln \frac{R_{PPR}^2 + 2\alpha'_P \ln \frac{s}{M_0^2}}{R_{PPR}^2 + 2\alpha'_P \ln s} \sim \ln \ln \frac{s}{M_0^2}, \quad (6)$$

$$\gamma \approx \frac{1}{1-x_0}, \quad x_0 = 0,9.$$

Основной вклад в сечение дает область малых $-\tau$, где $\alpha'_P(0) = 0.4$ Гэв⁻². Отметим, что это сечение оказывается растущим (при изменении энергии от 40 до 1500 Гэв оно вырастает \sim на 3 мбн). Это противоречит исходному предположению, что $\sigma_{PP}^{tot} \rightarrow const$ при $s \rightarrow \infty$.

х) Данные работы ^{/12/} нормировались нами на спектры ISR ^{/1,2/} в пределах общей нормировочной ошибки, приводимой авторами ^{/12/}.

Какие имеются способы преодоления этой трудности ?

1. В работе Грибова и Мигдала^{/13/} было показано, что противоречие устраняется, если $G_{PPP}(t) \sim t$ при $t \rightarrow 0$. На рис. 3в приведена зависимость $G_{PPP}(t)$, полученная нами из данных ISR. Поскольку измерения в области совсем малых t ($-t < 0.15$ Гэв²) в ISR не проводились, то $G_{PPP}(t)$ можно описать также функцией, которая $\sim t$ при $t \rightarrow 0$. Новые данные, полученные в NAL^{/2,7/}, указывают, что дифференциальное сечение продолжает расти вплоть до $|t| \approx 0.05$ Гэв² и не может быть описано функциями типа $t \exp \lambda t$. Следует заметить, что при существующих энергиях имеются поправки к чисто полюсному случаю, связанные с ветвлениями в j -плоскости, которые могли бы приводить к заполнению минимума. Для окончательного выяснения этого вопроса необходимо исследовать энергетическую зависимость $\frac{d^2\sigma}{dt d\eta^2}$ при больших S и фиксированном $M^2 \gg m^2$, - если существенны ветвления, то при $t \approx 0$, $\frac{d^2\sigma}{dt d\eta^2}$ должно логарифмически убывать с ростом энергии.

2. Можно предположить (напр.^{/14/}), что $\mathcal{L}_P(0) = 1 - \varepsilon$, где $\varepsilon > 0$. В этом случае $\sigma^{PPP}(S)$ так же, как и полное сечение, убывает при $S \rightarrow \infty$ ($\sim S^{-\varepsilon}$). В работе^{/14/} были приведены соображения в пользу того, что $\varepsilon \sim \frac{\mathcal{Z}_{PPP}(0)}{4\mathcal{L}'_P(0)}$. При найденном нами $\mathcal{Z}_{PPP}(0)$ величина $\varepsilon \sim 10^{-3}$.

3. Особенность Померанчука не является простым полюсом. Полюсная асимптотика справедлива как первое приближение в разложении амплитуды рассеяния в ряд по величине $\frac{\mathcal{Z}_{PPP}}{4\mathcal{L}'_P(0)} \ln \frac{S}{m^2}$. К.А.Тер-Мартirosян и другими было показано, что можно получить полностью самосогласованное при $S \rightarrow \infty$ решение этой проблемы.

Литература:

- I. M.G. Albrow et al., Nucl. Phys. B51, 388, (1973);
Nucl. Phys. B54, 6, (1973).

2. J.C.Sens, Paper presented at the Conf.on Recent Advances in Particle Physics, New York, (1973).
3. К.А.Тер-Мартirosyan. Phys.Lett. 44B, 179, (1973).
4. А.Б.Кайдалов, ЯФ, 13, 401, (1971).
5. P.H.Frampton, P.V.Ruuskanen, Phys.Lett., 38B, 78, (1972).
6. E.W.Anderson et al., Phys.Rev.Lett., 16, 855, (1966).
7. M.Derrick. Докл.на Межд.сем.по глубоконеупр.и множеств.процессам при высоких энергиях, Дубна, (1973). (См. наст. сборник, стр. 126).
8. L.Caneschi, A.Pignotti. Phys.Rev.Lett., 22, 1219, (1969).
9. О.В. Канчели. Письма в ЖЭТФ, 11, 397, (1970).
10. В.И.Лисин, К.А.Тер-Мартirosян, Ю.М.Шабельский. Препринт ИТЭФ (1972).
11. А.Б.Кайдалов и др. Письма в ЖЭТФ, 17, 626, (1973);
Препринт ЛИЯФ № 44, (1973).
12. F.Sannes et al., Phys.Rev.Lett., 30, 766, (1973).
13. В.Н.Грибов, А.А.Мигдал, ЯФ, 8, 1002, (1968).
14. H.D.I.Abarbanel et al., Phys.Rev.Lett., 26, 937, (1971).

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ ЖЕСТКИХ ФОТОНОВ В e^+e^- -
 АННИГИЛЯЦИИ В АДРОНЫ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

С.Г.Матинян, Ю.Ф.Пирогов, Н.Л.Тер-Исаакян,
 Ю.Г.Шахназарян

Ереванский физический институт

В настоящей работе показано, что при высоких энергиях процесс e^+e^- -аннигиляции с выделенным адроном h , сопровождающийся излучением жесткого фотона лептоном, $e^-(k) + e^+(k') \rightarrow h(p) + \gamma(q) + X$, для адрона с ограниченными поперечными импульсами является существенным и даже доминирующим по сравнению с соответствующим бесфотонным процессом и должен с необходимостью учитываться при экспериментальном исследовании инклюзивной однофотонной e^+e^- -аннигиляции на встречных e^+e^- -пучках недалекого будущего.

Исследуемый процесс описывается двумя диаграммами рис. I. Дифференциальное сечение данного процесса содержит структурные функции $\bar{W}_{1,2}(q^2, \nu)$ ($\nu = p \cdot q$), описывающие вершину перехода виртуального фотона q в выделенный адрон с 4-импульсом $P(P_0, \vec{P}_1, P_{11})$ и остальные адроны X.

Из-за отсутствия знания о поведении функций $\bar{W}_{1,2}(q^2, \nu)$ при больших q^2 интегрирование по направлению виртуального фотона возможно лишь с логарифмической точностью. Характерным для диаграмм рис. I является наличие t - и u -канальных полюсов по электрону. Пользуясь тем, что при $q^2 > q_{1,2 \min}^2 = \frac{s(P_0 \mp P_{11})}{\sqrt{s} - P_0 \mp P_{11}}$ эти полюса при интегрировании по углу между q и P лежат вблизи физической области, будем иметь после интегрирования по этому углу с логарифмической точностью:

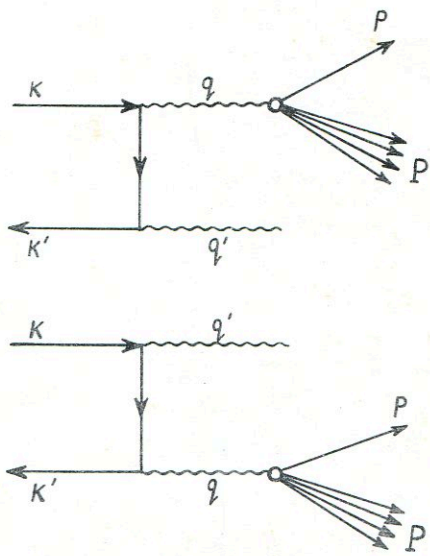


Рис. I

$$P_0 \frac{d\sigma}{d\vec{p}} = \frac{\alpha}{2\pi s} \frac{1 + \frac{q^4}{s^2}}{1 - \frac{q^2}{s}} \ln\left(\frac{s}{m_e^2}\right) dq^2 \left\{ \frac{\alpha^2}{q^4} \left[\bar{W}_1(q^2, \nu_1) + \frac{P_1^2}{2\mu^2} \bar{W}_2(q^2, \nu_1) \right] + (P_{II} \rightarrow -P_{II}) \right\}, \quad (I)$$

где в фигурных скобках выделено, в соответствии с / I /, инклюзивное сечение для процесса $e^+e^- \rightarrow h + X$. Здесь μ - масса адрона,

$$2\nu_1\sqrt{s} = (s + q^2)P_0 - (s - q^2)P_{II}.$$

Мы интересуемся лишь вкладом от жестких фотонов

($q'_0 > q'_{0\min} = \frac{s - q_{\max}^2}{2\sqrt{s}}$). Нетрудно видеть, что при интегрировании по q^2 от $q_{1,2\min}^2$ до $q_{\max}^2 \approx s$ члены, возникающие от q^2/s в (I), малы со степенной точностью ($\sim 1/s$), если предположить ограниченность $\bar{W}_{1,2}(q^2, \nu)$ при больших q^2 , так что главный вклад в интеграл по q^2 дадут малые q^2 и порядок вклада в $P_0 \frac{d\sigma}{d\vec{p}}$ от излучения жестких фотонов будет $\frac{\alpha^3}{s q_{1,2\min}^2} \ln\left(\frac{s}{m_e^2}\right)$. Таким образом, следует ожидать (с учетом гладкости структурных функций), что отношение \mathcal{I} инклюзивного сечения с излучением жесткого кванта к соответствующему сечению без излучения - порядка

$$\frac{\alpha s}{q_{1,2\min}^2} \ln\left(\frac{s}{m_e^2}\right).$$

Приведем общую формулу, получающуюся интегрированием дифференциального сечения в логарифмическом приближении. При этом удобно ввести вместо q^2 переменную $\omega_1 = \frac{2\nu_1}{q^2}$ и функции

$$\bar{F}_1(\omega_1, \nu_1) = \bar{W}_1(q^2, \nu_1) \quad \text{и} \quad \bar{F}_2(\omega_1, \nu_1) = \frac{\nu_1}{\mu^2} \bar{W}_2(q^2, \nu_1). \quad \text{Тогда}$$

$$P_0 \frac{d\sigma}{d\vec{p}} = \frac{\alpha^3}{2\pi s \sqrt{s}} \frac{P_0 + P_{II}}{P_1^2 + \mu^2} \ln\left(\frac{s}{m_e^2}\right) \left\{ \left[\int_{\omega_0}^1 \bar{F}_1(\omega, \nu_1) d\omega + \frac{(P_0 + P_{II}) P_1^2}{\sqrt{s} (P_1^2 + \mu^2)} \int_{\omega_0}^1 \bar{F}_2(\omega, \nu_1) \left(1 - \frac{P_0 + P_{II}}{\omega \sqrt{s}}\right) d\omega \right] + [P_{II} \rightarrow -P_{II}] \right\}. \quad (2)$$

Формула (2) справедлива при ограниченных p_{\perp} :

$$\frac{\mu^2}{p_{\perp}^2 + \mu^2} \ln\left(\frac{s}{m_e^2}\right) \gg 1.$$

Для существенности эффекта p_0 не должно быть слишком близким к границе спектра ($2p_0/\sqrt{s} \equiv \omega_0 < 1$).

Рассмотрим некоторые частные случаи.

I. $p_0 \ll \sqrt{s}$. В этом случае $q_{1,2 \min}^2 \gg \mu^2$ как для нерелятивистского ($p_0 \approx \mu$, $q_{1,2 \min}^2 \approx p_0 \sqrt{s}$), так и релятивистского ($p_0 \gg \mu$, $q_{1,2 \min}^2 \approx \frac{\sqrt{s}}{2\beta} (p_{\perp}^2 + \mu^2)$) адрона.

Для $\bar{F}_{1,2}$ можно допустить скейлинг, и для τ имеем

$$\tau = \frac{\alpha}{\pi} \frac{p_0 \sqrt{s}}{p_{\perp}^2 + \mu^2} \ln\left(\frac{s}{m_e^2}\right) \frac{\int_0^1 \bar{F}_1(\omega) d\omega}{\bar{F}_1(\omega_0)} \sim \frac{\alpha}{\pi} \frac{p_0 \sqrt{s}}{p_{\perp}^2 + \mu^2} \ln\left(\frac{s}{m_e^2}\right).$$

Для e^+e^- - столкновения с $E_0 = 5$ Гэв ($s = 4 E_0^2$)

$$\tau \sim 0,5 \frac{p_0}{p_{\perp}^2 + \mu^2}. \quad \text{Для } E_0 = 20 \text{ Гэв} \quad \tau \sim \frac{2p_0}{p_{\perp}^2 + \mu^2}.$$

(Импульсы и масса здесь в единицах Гэв).

2. Пусть адрон уносит значительную долю энергии лептона ($p_0 = \omega_0 \frac{\sqrt{s}}{2}$),

$$|x| \equiv \frac{2p_0}{\sqrt{s}} \approx \omega_0 < 1.$$

Здесь $q_{1,2 \min}^2 \approx \frac{p_{\perp}^2 + \mu^2}{|x|(1-|x|)}$. Скейлинга ожидать нельзя, но с учетом предположения о гладкости функций $\bar{F}_i(\omega, \nu)$

порядок τ будет $\frac{\alpha s}{p_{\perp}^2 + \mu^2} \ln\left(\frac{s}{m_e^2}\right)$.

Мы видим, что, несмотря на неопределенности, связанные со знанием

$$\bar{F}_i(\omega, \nu), \quad \text{для конечных } |x| < 1 \quad \text{и ограниченных } p_{\perp}$$

можно говорить о значительном преобладании рассматриваемого процесса над процессом $e^+e^- \rightarrow h + X$ при высоких энергиях.

Проследим за распределением $p_0 \frac{d\delta}{d\beta}$ по x ($1 > x \geq 0$).

Вблизи $x = 0$ основной вклад дают адроны с $p_0 \ll \sqrt{s}$.

При увеличении x инклюзивное сечение растет и для конечных

$x < 1$ достигает максимума, после которого начинается спад до нуля при $x = 1$. Положение этих максимумов без знания \bar{F}_i найти нельзя, однако можно видеть, что оно практически не зависит от S . Отношение высот этих максимумов к высоте распределения при $x = 0$ - порядка $(\frac{S}{p_{\perp}^2 + \mu^2})^{1/2}$, т.е. растет с энергией при фиксированном p_{\perp} .

Наблюдение этой картины, которая качественно рассматривалась в работе /2/ для более высокого по α процесса e^+e^- - аннигиляции в два пучка адронов через виртуальные фотоны, испущенные лептонами, и которая подтверждается количественно в данной статье, представляет несомненный интерес.

В заключение отметим, что в отличие от рассмотренного здесь инклюзивного сечения сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \gamma + X$ без выделения адрона, равное

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{\alpha}{\pi S} \ln\left(\frac{S}{m_e^2}\right) \sigma_{e^+e^- \rightarrow X}(q^2),$$

особого выигрыша при больших S представить не может, если только $\sigma_{e^+e^- \rightarrow X}(S)$ не падает очень быстро с S , что представляется маловероятным и противоречит существующим экспериментам.

Авторы благодарны В.А.Хозе за полезные обсуждения.

Литература:

1. В.Н.Байер, В.Фадин, В.А.Хозе. Материалы 8 Зимней школы ЛИЯФ, Ленинград, 1973г, ч. 2, стр. 164-217.
2. H. Cheng, T.T. Wu, *Physics Letters*. 41 B, 375 (1972).

МНОЖЕСТВЕННЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЯДЕР

А. М. БАЛДИН

Объединенный институт ядерных исследований

Процессы множественного рождения являются в настоящее время наиболее интенсивно изучаемыми процессами в области физики высоких энергий. Их исследование привело к пониманию важной роли масштабной инвариантности в физике элементарных частиц, что, в свою очередь, оказало и продолжает оказывать большое влияние на развитие всей квантовой теории поля. В отличие от бинарных реакций анализ множественных процессов очень затруднен необходимостью выбрать среди огромного объема информации тот объем, который в состоянии охватить человеческий разум. И не только охватить, но и выделить наиболее существенные явления. Особую трудность представляет недостаточность существующих основных понятий для рассмотрения такого сложного объекта как адронная материя. Значительный интерес представляет привлечение для этих целей наряду с методами квантовой теории поля методов статистической механики, теории сплошных сред, термодинамики. Привлечение методов механики сплошных сред требует участия в процессах больших количеств частиц. В этой связи особый интерес представляет расширение области исследования многочастичных процессов на случаи, когда большое число частиц участвует не только в конечном состоянии, но и в начальном. Экспериментально в земных условиях такие случаи реализуемы пока только при столкновении релятивистских ядер. Кроме того, множественности в конечных состояниях при столкновении релятивистских ядер должны быть значительно выше множест-

венностей при столкновении частиц. Существенно напомнить, что статистические закономерности проявляются тем лучше, чем по большему числу конфигураций производится усреднение. Столкновения составных систем, обладающих скоростями, близкими к скорости света, пока очень мало изучены как экспериментально, так и теоретически. Фактически речь идет о возникновении новой области — релятивистской ядерной физики, которой еще предстоит создать свои понятия и методы. Некоторые постановки задач в этой области и их экспериментальная реализуемость обсуждались нами ранее^{/1,2/}.

Первые эксперименты по столкновениям релятивистских ядер^{/3/} показали, что эффекты, связанные с многочастичными столкновениями в соответствии с предварительными оценками, настолько велики, что допускают не только всестороннее экспериментальное исследование, но и практические применения для получения вторичных пучков частиц с энергией, значительно превышающей номинальную энергию ускорителей.

Настоящая статья посвящена обсуждению ситуации в этой области.

Определение релятивистской ядерной физики как области многобарийонных явлений, задаваемой условием

$$\xi^2 = \frac{P^2}{M^2} \gg 1,$$

где P^2 — квадраты импульсов частиц; а M^2 — квадраты их масс — совпадает с определением области применимости масштабной инвариантности. Применение принципа масштабной инвариантности очень сильно ограничивает возможный класс моделей и существенно упрощает задачу построения теории.

Вигнер еще в 1964 г. указывал^{/4/}, что, аналогично тому, как малым относительным скоростям соответствует приближенная сим-

метрия, приводящая, например, в спектроскопии к схеме связи Рассела-Саундерса, в случае больших скоростей, когда массами можно пренебречь, возникает приближенная конформная инвариантность. Значение этой симметрии для множественных процессов и, особенно, для релятивистской ядерной физики, трудно переоценить.

Очень важными особенностями, составляющими специфику столкновений релятивистских ядер, по сравнению со столкновениями частиц, помимо отмеченных выше, являются:

- 1) возможность варьировать в широких пределах квантовые числа взаимодействующих объектов;
- 2) возможность исследовать влияние внутренней структуры сталкивающихся объектов на процессы множественного образования частиц. Особый интерес здесь представляет исследование "поперечного размера столкновения", тесно связанного с перпендикулярной проекцией импульсов вторичных частиц.

Как постановка задачи о применении масштабной инвариантности к столкновению составных систем, так и первые эксперименты в этой области были предложены и выполнены в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ. Последнее связано с осуществлением на синхрофазотроне режима работы, позволяющего ускорять ядра с одинаковым числом протонов и нейтронов, проведением разработок по созданию источников полностью ионизированных атомов и созданию системы медленного вывода ускоренных частиц с высокой эффективностью.

Сейчас в экспериментальном павильоне синхрофазотрона имеются пучки дейтонов и ядер гелия с энергией до 5 Гэв на нуклон и интенсивностью, на несколько порядков превышающей интенсивности вторичных пучков частиц, для работы в которых создана имеющаяся в Лаборатории аппаратура. До конца текущего года будут получены

пучки и других легких ядер. Для исследования процессов столкновения релятивистских ядер подготовлены или находятся в состоянии подготовки – однометровая жидководородная пузырьковая камера, двухметровая пузырьковая пропановая камера, двухметровая стримерная камера и ряд электронных установок. Как показано группой физиков ЛВЭ, однометровая жидководородная камера может служить хорошим детектором нейтронов, возникающих при столкновениях релятивистских ядер. Экспозиция этой камеры в пучках монохроматических нейтронов, получаемых в результате стриппинга ускоренных дейтонов, уже дала большой объем уникальной информации о взаимодействии нейтронов с протонами. Эксперименты с облучением релятивистскими ядрами пропановой камеры позволяют сделать обзор процессов, идущих с большими сечениями, это, в основном, - явления фрагментации, ядерных каскадов, подробно изучавшихся В.С.Барашенковым и сотрудниками^{/5/}, релятивистского стриппинга и подхвата. Вместе с тем сечения эффектов множественного рождения мезонов на составных системах будут иметь порядок величины сечений, наблюдаемых в настоящее время при облучении пропановой камеры элементарными частицами. Следовательно, это будут явления с большими выходами. Особенно, если учесть большие размеры пропановой камеры (2 метра).

Применение электронных методик позволит измерить очень малые сечения при столкновениях релятивистских ядер. Большой интерес представляет упругое рассеяние с большими передачами импульса. Ядра могут служить реалистичной "кварковой" моделью релятивистского протяженного объекта, о котором мы многое знаем хотя бы в нерелятивистском пределе. Причем мы можем в широких пределах варьировать структуру этих объектов, выбирая

разные пучки и мишени. Это позволит проверить, например, утверждения о связи структуры частиц, числа составляющих частиц с асимптотическим поведением сечений^{/6/}. Особо в связи с темой нашего семинара необходимо отметить возможность исследования влияния структуры сталкивающихся объектов на процессы множественного образования частиц. Этот вопрос рассматривался в работах^{/7-8/}. Основное внимание я уделяю кумулятивному эффекту, рассмотренному нами в работах^{/I-3/}, поскольку он, на мой взгляд, в настоящее время является наиболее ярким и наиболее информативным эффектом релятивистской ядерной физики. Кумулятивный эффект является пока единственным средством изучения многочастичных столкновений. Следует подчеркнуть, что подходы типа использованных в работе^{/5, 7-8/}, в принципе, не могут дать объяснения кумулятивного эффекта, поскольку они описывают процессы диссипации энергии.

Масштабную инвариантность иногда "выводят" на основе применения партонной модели к неупругому рассеянию электронов на протонах. Согласно этой модели, нуклон ведет себя как совокупность точечных частиц-партонов, которые взаимодействуют с частицей - мишенью (например, электроном) некогерентным образом. Ядро со значительно большим успехом можно рассматривать как "партонный газ", ибо время жизни виртуального состояния ядра в виде совокупности свободных нуклонов значительно больше времени жизни нуклона как совокупности партонов. А именно, отношение времени столкновения к этим временам служит параметром малости, определяющим применимость импульсного приближения или партонной модели. Вместе с тем, из приведенного рассуждения вытекает, что вероятность передачи больших импульсов определяется вероятностью обнаружить в ядре партон, несущий большую

часть импульса всего ядра, которая неизвестна. Таким образом, партонная модель дает интуитивные основания для применимости масштабной инвариантности к столкновениям релятивистских ядер, однако она не дает никаких указаний относительно числовых значений вероятности передачи больших импульсов. В оценку абсолютной величины сечения должна входить энергия связи или вероятность нахождения группы нуклонов в области действия многочастичных обменов.

Рассмотрим инклюзивное столкновение ядра с числом нуклонов A в лабораторной системе. Сечение образования вторичной частицы запишется как сумма сечений, обусловленных столкновениями разного числа нуклонов налетающего ядра. Для простоты ограничимся случаем рождения частиц под углом 0° , т.е. $p_\perp = 0$

$$E \frac{dN}{d^3p} = f_1(x_1) + f_2(x_2) + f_3(x_3) + \dots$$

Масштабная переменная $x_N = \frac{p}{p_{max}}$, будет, очевидно, зависеть от числа сталкивающихся нуклонов. Максимальное значение передаваемого импульса определяется известной формулой:

$$p^{max} = p_I \frac{1 - \frac{m_I}{p_I}}{1 + \frac{m_I^2}{2 p_I M_E}}$$

где p_I и m_I - масса налетающей частицы; M_E - масса мишени. Из этой формулы следует, что при больших энергиях релятивистских ядер:

$$p_N^{max} \cong \frac{N}{A} p_I.$$

Таким образом, при $s \rightarrow \infty$ имеем:

$$f(x) = f_1(x) + f_2\left(\frac{x}{2}\right) + \dots + f_A\left(\frac{x}{A}\right) = \sum_{N=1}^A f_N\left(\frac{x}{N}\right).$$

Поскольку аргумент каждой из этих функций меняется от 0 до 1, то суммарная $f(x)$ при переходе к большим энергиям

вторичной частицы может иметь более или менее выраженный ступенчатый вид.

Если в эксперименте создать условия для раздельного изучения функций $f_N\left(\frac{x}{N}\right)$, то можно будет изучать не только множественное образование частиц, но и множественное столкновение с переменным числом частиц в начальном состоянии. Зависимость от N дает зависимость от барионного числа. Особенно интересна зависимость от P_{\perp} , которая дает возможность оценить размер области многонуклонного взаимодействия.

Для оценки возможных эффектов нами была предложена простейшая модель^{/1/}

$$f_N(x) = P_N f(x). \quad (I)$$

Здесь P_N - вероятность попадания N - нуклонов налетающего ядра в область многочастичных обменов, в которой происходит образование частиц. По порядку величины размер этой области оценивался как $\rho \sim \frac{1}{\langle P_{\perp} \rangle}$, а $f(x)$ - универсальная функция, которую берем из экспериментов по образованию пионов при столкновении нуклон-нуклон. Эта простейшая модель дала удивительно точное предсказание поведения отношения сечений реакции

$$d + Cu \rightarrow \pi^+ \dots \text{ и } p + Cu \rightarrow \pi^+ \dots \text{ в области } x_d > 0,5, \text{ т.е.}$$

при энергиях пионов, значительно превышающих кинетическую энергию, приходящуюся на один нуклон дейтона. Это отношение оказалось равным 7% и не зависящим от x_d - в соответствии с нашей гипотезой (I), причем $P_N \approx 0,07$ - вероятность нахождения нуклонов в дейтоне на расстояниях $\rho \sim 0,8 \text{ fm}$.

Для оценок P_N в случае ядер принимаем гипотезу о равномерном распределении нуклонов по объему ядра.

Для правильного подсчета вероятностей необходимо учесть

число комбинаций, которым группа из N - нуклонов может быть образована из A - нуклонов ядра:

$$P_N = 1 - [1 - q^N] \frac{A!}{N!(A-N)!} \quad (2)$$

При этом возможны два случая:

1) q определяется как вероятность попадания нуклона в объем $\frac{4}{3}\pi\rho^3$: $\left(\frac{\rho}{\rho_0 A^{1/3}}\right)^3 \approx \frac{1}{A}$

2) q определяется как вероятность попадания проекции координаты нуклона на плоскость, перпендикулярную к направлению столкновения в область $2\pi\rho^2$: $\left(\frac{\rho}{\rho_0 A^{1/3}}\right)^2 \approx \frac{1}{A^{2/3}}$.

Для нижних оценок эффекта рассмотрим первый случай

$$P_N \approx \frac{A!}{N!(A-N)!} A^{-N} = \frac{1}{N!} \left(1 - \frac{1}{A}\right) \left(1 - \frac{2}{A}\right) \dots \left(1 - \frac{N-1}{A}\right),$$

откуда видно, что P_N быстро убывает с N . Вместе с тем, эти оценки показывают, что если ускорить ядра Ca до энергии 1000 Гэв (20 Гэв на нуклон), то вполне возможно получение значимых для эксперимента вторичных пучков с энергией ~ 150 Гэв. Второй случай дает значительно более оптимистические оценки. Числовые расчеты показывают, что ступенчатый характер кривой настолько сглажен, что практически не проявляется. Таким образом, кумулятивный эффект настолько велик, что не только допускает детальное его исследование, но и практическое применение.

В частности, сделанные нами оценки показывают, что ускорение, например, ядер углерода на существующей системе со встречными пучками в ЦЕРН'е позволяет получить в системе центра масс энергию столкновения ~ 200 Гэв, достаточную для поисков промежуточного бозона.

В связи с этими идеями группой сотрудников ЛВЭ ОИЯИ и Радиотехнического института АН СССР предложена разработка проекта криогенного ускорителя релятивистских ядер - "Нуклотрона"/9/ Нам представляется, что релятивистская ядерная физика имеет очень хорошую перспективу развития.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. А.М.Балдин. Препринт ОИЯИ Р7-5808 ,Дубна (1971).
Доклад на Международной конференции по физике тяжелых ионов (Дубна, 1971). Изд. ОИЯИ Д7-5769, Дубна 1971.
2. А.М.Балдин. Краткие сообщения по физике, № I, стр.35 (1971).
3. А.М.Балдин, Н.Гиордэнеску, В.Н.Зубарев, А.Д.Кириллов, В.А.Кузнецов, Н.С.Мороз, В.Б.Радоманов, В.Н.Рамжин, В.А.Свиридов, В.С.Ставинский, М.И.Япуга. Препринт ОИЯИ, PI-5819 Дубна (1971). Proc. Rochester Meeting of APS/DPF, American Institute of Physics, New York (1971), p.131;
Proc. XVI Intern. Conf. on High Energy Physics (1972),
у. I, p.277.
4. Е.Вигнер "Этюды о симметрии" Мир, Москва (1971), стр.56.
5. V.S.Barashenkov , A.S.Iljnov, V.D.Toneev.
Препринт ОИЯИ Е2-5282, Дубна (1970).
6. V.A.Matveev, R.H.Muradyan, A.N.Tavekheldze.
Препринт ОИЯИ, Д2-7210, Дубна (1973).
7. P.M.Fishbane and J.S.Trefil. Preprint University of Virginia ITP-SB-73-10 (1973).
8. P.M.Fishbane and J.S.Trefil. Preprint University of Virginia ITP-SB-73-15 (1973).
9. В.П.Алексеев, А.М.Балдин, Ю.Д.Безногих, А.А.Васильев и др.
Сообщения ОИЯИ 9-7148, Дубна (1973).

ЭФФЕКТЫ МАСШТАБНОЙ ИНВАРИАНТНОСТИ ПРИ ОБРАТНОМ
РАССЕЯНИИ ЯДРАМИ ПРОТОНОВ С ЭНЕРГИЕЙ НЕСКОЛЬКО ГЭВ

Ю.Д.Баяков, Л.С.Воробьев, Г.А.Лексин, В.Л.Столин,
В.Б.Федоров, В.Д.Хованский

Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва

Уже не раз отмечалась глубокая аналогия между реакциями элементарных частиц с элементарными частицами и ядрами /1,2/. Отсюда, например, с одной стороны, ядерноподобные модели элементарных частиц, а с другой - дисперсионная теория ядерных реакций.

Вероятно, многие черты взаимодействия элементарных частиц при высоких энергиях обусловлены просто малостью длины волны налетающей частицы по сравнению с характеристическими размерами мишени или возможностью образования большого числа частиц. Как бы то ни было, можно ожидать, что эти черты при взаимодействии элементарных частиц с ядрами будут проявляться при меньших энергиях налетающих частиц в лабораторной системе: ядро - относительно большой объект, на выбивание нуклона требуется существенно меньше энергии, чем на рождение легчайшей сильновзаимодействующей частицы - пиона, при рассеянии на тяжелом ядре в области энергий в несколько Гэв система центра масс почти совпадает с лабораторной системой.

Эти соображения натолкнули на мысль посмотреть, нет ли при

взаимодействии элементарных частиц с ядрами в области относительно низких энергий \sim Гэв явлений типа масштабной инвариантности, которые были обнаружены при взаимодействии высокоэнергичных элементарных частиц в т.н. инклюзивных экспериментах. Здесь речь идет не об области малых переданных ядру-остатку импульсах, где ядро можно рассматривать как систему квазисвободных нуклонов и где, следовательно, можно ожидать проявления масштабной инвариантности в той мере, как она обнаруживается в инклюзивных реакциях на отдельных нуклонах. Напротив, в рамках рассматриваемых представлений необходимо выделить случаи взаимодействия с ядром как целым или группой нуклонов. Наглядными являются случаи реакции с вылетом быстрых нуклонов из ядра назад /в лабораторной системе/ под действием элементарных частиц.

Несколько лет назад в ИТЭФ был выполнен инклюзивный эксперимент по измерению спектров протонов, дейтронов и тритонов, вылетающих из углеродной и медной мишеней под углом в 137° в л.с. по отношению к внутреннему пучку протонов ускорителя У-7. Спектр протонов из углеродной мишени был измерен при трех значениях кинетической энергии налетающих протонов в 1,15, 3,66 и 5,7 Гэв.

Спектр протонов из медной мишени измерен при начальной энергии 3,66 Гэв, а спектры дейтронов и трития из углерода получены при энергии 5,7 Гэв. Ошибки в абсолютной калибровке на углероде составляют $\pm 20\%$, на меди - $\pm 45\%$. Относительные ошибки спектров из углерода равны $\pm 5\%$. Детали эксперимента и полученные результаты были опубликованы ранее /3,4/.

В настоящей работе предпринята попытка обработать эти, к сожалению, ограниченные и единственные, результаты так, как сейчас

принято обрабатывать результаты исследования инклюзивных реакций с элементарными частицами.

Прежде всего образуем инвариантную функцию $f = \frac{d^2\sigma}{dP d\Omega} \frac{E}{P^2}$, где $\frac{d^2\sigma}{dP d\Omega}$ - измеренные и опубликованные дифференциальные сечения, E - полная энергия вылетающего протона, а P - его импульс, и рассмотрим ее зависимость от P^2 . Такая зависимость для углеродной мишени представлена на рисунке 1 экспериментальными точками, группирующимися около нижней прямой. Видно, что точки при всех начальных энергиях для малых импульсов и при энергиях 3,66 и 5,70 Гэв для всего диапазона измеренных импульсов хорошо совпадают друг с другом в пределах экспериментальных ошибок и нормировки отдельных спектров. Так как угол вылета протонов фиксирован, то в каждой точке фиксировано значение как P^2 , так и P_{\perp}^2 , и сделанное утверждение эквивалентно утверждению о предельной фрагментации /"янговский скейлинг"/ в случае реакций элементарных частиц.

Далее можно попробовать рассмотреть функцию f как $f(x, P_{\perp}^2)$, где $x = \frac{P_{\parallel}}{P_{\parallel \max}}$. Здесь $P_{\parallel \max}$ - максимально возможный импульс частицы, вылетающей из ядра в заданном направлении. На рис. 2 показаны $f(x, P_{\perp}^2)$ для протонов из углеродной мишени в зависимости от x . Три набора экспериментальных точек соответствуют трем разным начальным энергиям. Если вновь обратиться к рис. 1, но рассматривать его как зависимость $f(P_{\perp}^2)$ для всего измеренного диапазона, то можно видеть, что экспоненциальный закон $f(x, P_{\perp}^2) = A e^{-B P_{\perp}^2}$, где $B = 25,3 \pm 0,9$ (прямая на рис. 1), хорошо описывает большинство экспериментальных данных.

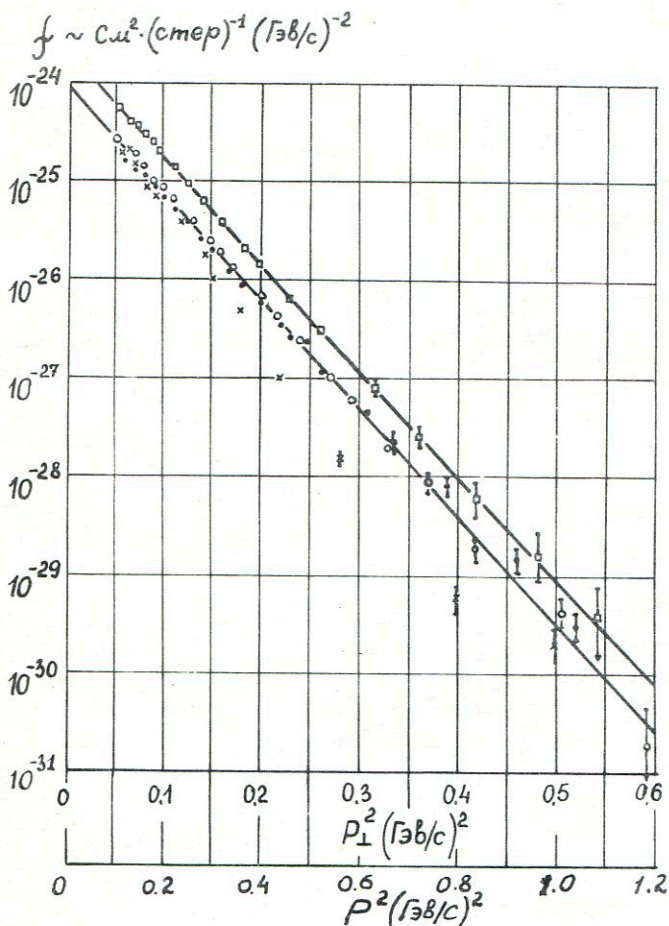


Рис. 1. Функция f для реакции $p+C \rightarrow p+X$ в зависимости от p^2 и p_{\perp}^2 . Точки: $\times - E_0 = 1,15 \text{ ГэВ}$, $\circ - E_0 = 3,66 \text{ ГэВ}$, $\bullet - E_0 = 5,7 \text{ ГэВ}$; \square - результаты для реакции $p+Cu \rightarrow p+X$ при $E_0 = 3,66 \text{ ГэВ}$.

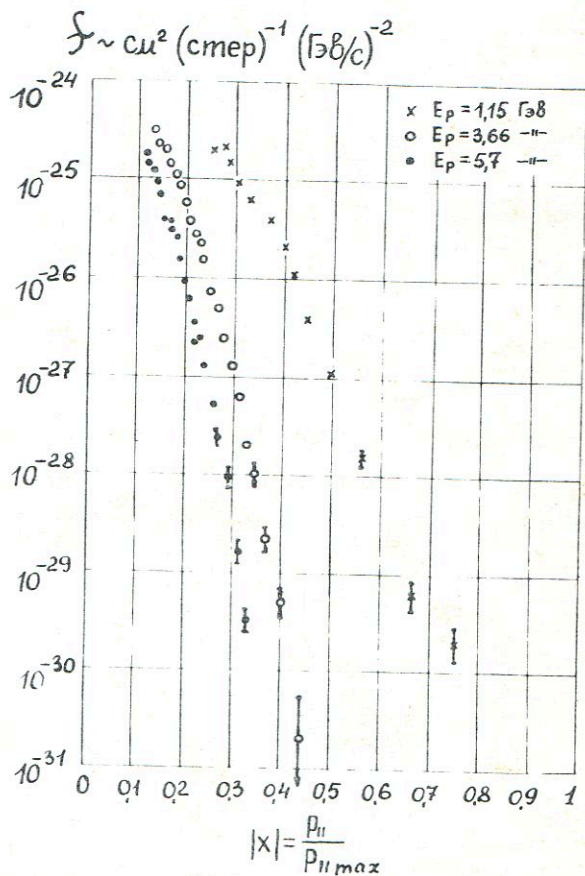


Рис 2. Функция f для реакции $p+C \rightarrow p+\chi$ в зависимости от χ . Обозначения те же, что на рис.1.

Воспользовавшись таким законом, можно найти $f(x)$ при фиксированном P_1^2 , например, при $P_1^2 = 0$. Эта зависимость для протонов, вылетающих из углеродной мишени, представлена на рис. 3 /средняя группа точек/. Все точки группируются вокруг $f(x)$, которая для разных начальных энергий вначале почти константа до $X \sim 0,4$ и далее, по-видимому, быстро падает. Дополнительным аргументом в пользу быстрого падения $f(x)$ при $X \rightarrow 1$ могут служить данные опыта /5/, где была предпринята попытка обнаружить упругое pC -рассеяние на угол $\sim 180^\circ$ при начальной энергии протонов $E_0 = 660$ Мэв. В этом опыте не только не было зарегистрировано случаев обратного упругого pC -рассеяния, но и вообще быстрых протонов с $X > 0,85$ с точностью, соответствующей $f(x) < 10^{-31} \frac{\text{см}^2}{(\text{Зв/с})^2 \text{степ}}$.

Из данных рис. 3 можно усмотреть аналогию с явлением масштабной инвариантности при рассеянии элементарных частиц, причем с $f(x)$, имеющим характерное плато при малых X .

Наши данные не позволяют исследовать f как функцию X и P_1^2 , поскольку эксперимент выполнен при одном угле. Но если все же факторизация $f(x, P_1^2) = f(x) \cdot f(P_1^2)$ имеет место, то поведение инклюзивных протонных спектров должно быть весьма своеобразным. В частности, при угле вылета 180° / $P_1 = 0$ /спектр должен иметь максимум при достаточно больших импульсах, причем положение максимума смещается в сторону больших импульсов с ростом начальной энергии, и величина сечения при каждом фиксированном импульсе максимальна, как и при рассеянии назад в бинарных реакциях с обменом барионным полюсом в u -канале.

На рис. 2 показана зависимость $f(x, P_1^2)$ от P_1^2 во всем

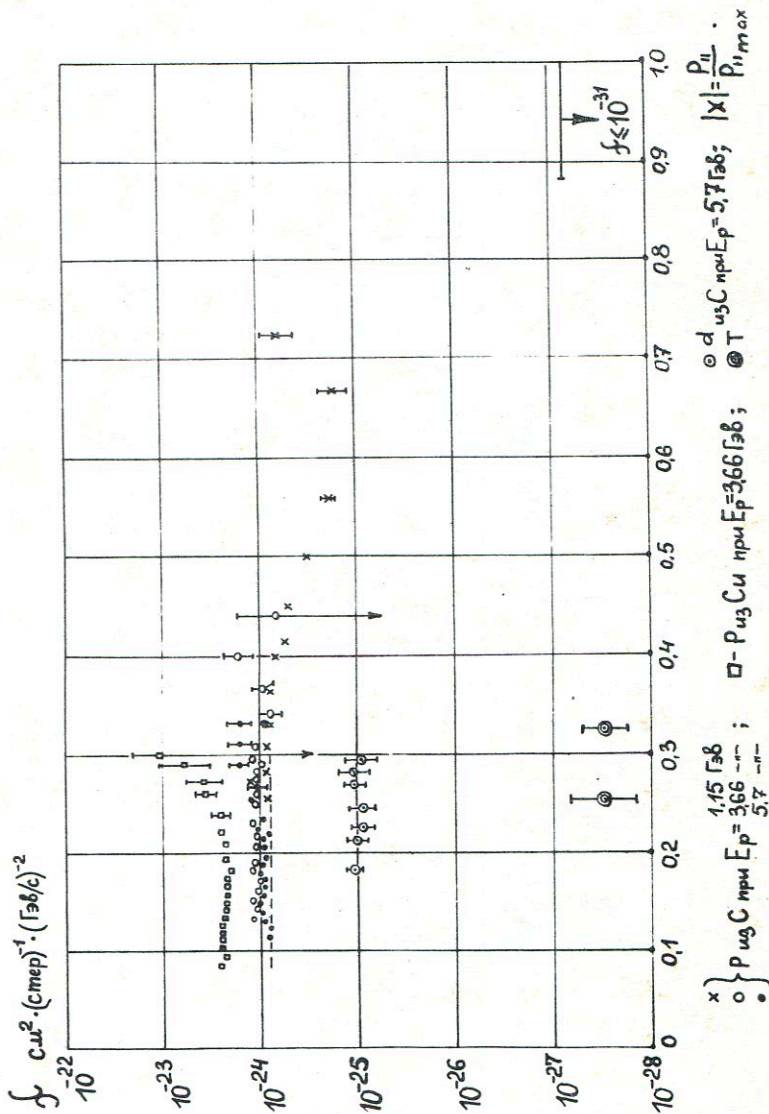


рис.3. Функция f , экстраполированная к $P_L^2 = 0$, в зависимости от X .

измеренном диапазоне X для протонов, вылетающих из меди /верхняя группа точек/. На рис. 4 - аналогичные данные для дейтронов и ядер трития, вылетающих из углерода под действием протонов с энергией 5,7 Гэв. Здесь же прямой представлен обсужденный выше спектр протонов из углерода. Видно, что все экспериментальные точки хорошо описываются экспонентами. Показатель экспоненты для спектра протонов, вылетающих из меди, совпадает с показателем спектра протонов, вылетающих из углерода. Показатели для спектров дейтронов и тритонов последовательно меньше и соответственно равны $(18,3 \pm 1,3) (\text{Гэв}/c)^{-2}$ и $(8,5 \pm 3,5) (\text{Гэв}/c)^{-2}$.

Значения $f(x)$, экстраполированные к $P_1=0$ с этими показателями, представлены на рис. 3. Для протонов из медной мишени - верхние точки, для дейтронов - нижние точки и две точки для тритонов.

При всех измеренных X значения $f(x)$ приблизительно постоянны.

Значения $f(x)$ для дейтронов, вылетающих из углеродной мишени, на порядок меньше, чем значения для протонов из той же мишени.

Если $f(x)$ для протонов, вылетающих из меди, пересчитать по закону $A^{2/3}$ в $f(x)$ для протонов, вылетающих из углерода, то получаются значения, представленные на рис. 3 пунктирной прямой.

С точностью абсолютной нормировки спектров надо считать, что эта прямая совпадает с $f(x)$ для протонов, вылетающих из углерода.

Обсуждаемые результаты, по-видимому, можно качественно понять в рамках представлений о многобарионном обмене в U -канале (см., например, диаграмму рис.5). Возможно, надо рассматривать "лестничные" диаграммы с последовательным испусканием нуклонов

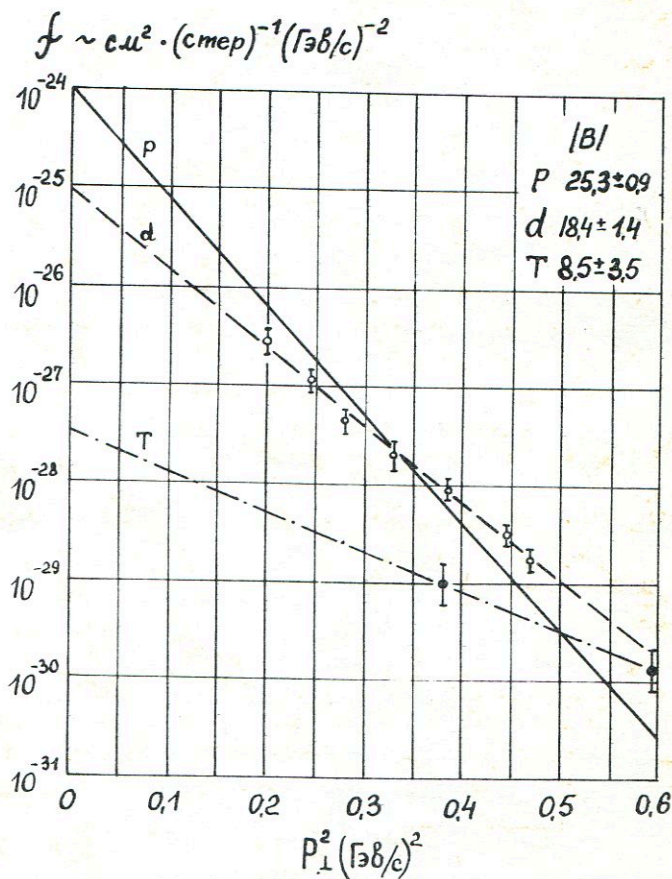


Рис. 4. функция f в зависимости от P_1^2 . Точки: \circ - для реакции $p+C \rightarrow d+X$, \bullet - $p+C \rightarrow T+X$; $E_0 = 5,7$ ГэВ.

$p+C \rightarrow p+X$, согласно закону $f(P_1^2) = A \exp(-B P_1^2)$.

Значения параметра B указаны на рисунке.

или дейтронов. Кстати, простейшая диаграмма такого типа была недавно привлечена для объяснения особенностей реакции типа $(p, 2p)$ на Li^6 /6/. Если речь идет о предельной фрагментации, то достаточно постулировать предельную температуру нагрева ядра, как это имеет место при фазовых переходах. Но в нашей работе /4/ было обращено внимание на сильную (более 50%) поляризацию протонов при фиксированном импульсе, вылетающих в обсуждаемых инклюзивных реакциях. Эти данные противоречат по крайней мере термодинамической модели.

Полученные результаты, несомненно, обладают эвристической ценностью, требуя проведения инклюзивных экспериментов на ядрах при разных углах в широком диапазоне энергий (в том числе при меньших энергиях) при облучении ядер разными частицами. Возможно проявление эффекта масштабной инвариантности в рассмотренном здесь смысле в спектрах быстрых фрагментов, вылетающих из ядер. Наконец, помня об аналогии ядерных реакций с реакциями между элементарными частицами, интересно измерить, например, поляризацию протонов или Δ -частиц в инклюзивных реакциях с элементарными частицами при больших переданных импульсах.

Литература:

1. И.С.Шапиро. Теория прямых ядерных реакций. М., Атомиздат, 1963.
2. Г.А.Лексин. Тр.пробл.симпозиума по физике ядра. Тбилиси, т.2 стр.221; Материалы 2 школы по теории ядра, Ленинград, 1967, стр.164.
3. Ю.Д.Баяков, Л.С.Воробьев, Г.Р.Карташов и др. Изв.АН СССР серия физ., 30, 521, 1966.

4. Ю.Д.Баяков, Л.С.Воробьев, В.М.Колыбасов и др. ЯФ, 5, 337, 1967.
5. Г.А.Лексин, Ю.П.Кумекин. ЖЭТФ, 33, 1147, 1957 г.
6. Ю.Д.Баяков, Л.С.Воробьев, В.М.Колыбасов и др. Письма в ЖЭТФ
т.17, № 11, 629, 1973.

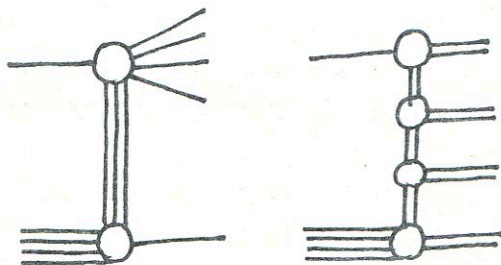


Рис. 5.

Г.И. Копылов, М.И. Подгорецкий

ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ МЕЖДУ ТОЖДЕСТВЕННЫМИ
ЧАСТИЦАМИ

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

1. В оптике давно уже установлено существование угловых корреляций фотонов, испускаемых двумя независимыми возбужденными атомами. Вероятность регистрации двухфотонных событий повышается, если угол между импульсами фотонов θ , длина волны λ и расстояния между излучателями R связаны условием

$$\theta \leq \lambda/R. \quad (I)$$

Излучение независимых источников оказывается в этом смысле когерентным. Соотношение (I) лежит в основе известного метода измерения диаметров звезд по Брауну-Твиссу^[1].

Мы задались вопросом, нельзя ли аналогичным способом, т.е. по угловым корреляциям излучаемых тождественных пионов или других элементарных частиц, определять размеры той области, в которой происходит их генерация. Ответ оказался положительным, причем выяснилось, что, дополняя угловые корреляции энергетическими, можно также определить длительность процесса генерации. Цель доклада состоит в обсуждении возможностей, открывающихся при такой постановке вопроса. Подчеркнем, что, в отличие от общепринятого подхода, акцент здесь делается не на импульсно-энергетические, а на пространственно-временные характеристики процесса генерации.

Частным проявлением рассматриваемых корреляций тождественных частиц является известный эффект Гольдхаберов-Ли-Пайса ($GGLP, /2/$) - избыток π -мезонов с относительно малыми углами разлета, когда эти мезоны одного знака. Первоначально явление наблюдалось при $\bar{p}p$ -аннигиляции и было объяснено в рамках статистической теории как результат Бозе-симметризации волновой функции тождественных пионов. Затем оно многократно изучалось в различных взаимодействиях и при различных энергиях. Ситуация оказалась очень сложной и запутанной, что привело к падению интереса к обсуждаемой проблеме. Однако нам кажется, что выбор подходящих параметров, более непосредственно отражающих природу интерференционных корреляций, чем общепринятый параметр χ , может привести к заметному прояснению картины (см. ниже).

2. Для примера рассмотрим рождение мезонов в соответствии с моделью независимых одночастичных излучателей. При столкновении частиц (скажем, $\bar{p}+p$) образуется возбужденный объем, который существует некоторое время τ и имеет форму сферы радиуса R . Объем заполняют источники мезонов, каждый из них характеризуется своим положением, энергией испускаемых частиц и тому подобными параметрами; в рамках статистической теории эти параметры можно считать независимыми случайными величинами.

Если два источника с параметрами λ и μ испустили два одинаковых мезона с 4-импульсами p_1 и p_2 , то вероятность процесса

$$\sigma \sim |A_\lambda(p_1)A_\mu(p_2) + A_\lambda(p_2)A_\mu(p_1)|_{(2)}^2$$

где $A_\lambda(p)$ и $A_\mu(p)$ - амплитуды испускания частицы с 4-импульсом p источником с параметрами λ либо μ . Теперь надо

усреднить (2) по случайным параметрам. Для независимых источников это приводит к формуле

$$\sigma \sim 1 + |\mathcal{V}(p_1, p_2)|^2 / \mathcal{V}(p_1, p_1) \mathcal{V}(p_2, p_2), \quad (3)$$

где функция $\mathcal{V}(p_1, p_2)$, называемая функцией взаимной когерентности двух мезонов, определяется равенством

$$\mathcal{V}(p_1, p_2) = \langle A_\lambda(p_1) A_\lambda^*(p_2) \rangle. \quad (4)$$

Если ввести в рассмотрение токи источников $g_\lambda(r)$, зависящие от тех же случайных параметров, что и амплитуды $A_\lambda(p)$, то функцию $\mathcal{V}(p_1, p_2)$ можно связать со средним значением произведения токов, взятых в двух пространственно-временных точках:

$$\mathcal{V}(p_1, p_2) = \int \langle g_\lambda(r') g_\lambda^*(r'') \rangle e^{i p_1 r' - i p_2 r''} dr' dr''. \quad (5)$$

Важным частным случаем является испускание мезонов неподвижными тяжелыми точечными излучателями, равномерно распределенными внутри объема взаимодействия. Расчет приводит к формуле

$$\frac{\sigma}{\sigma_{\text{фон}}} = 1 + \frac{I^2(q^\tau R)}{1 + (q^0 \tau)^2}. \quad (6)$$

Вдесь $\sigma_{\text{фон}}$ - эффект для фоновых событий, q^τ - проекция разности трехмерных импульсов $\vec{p}_1 - \vec{p}_2$ на плоскость, перпендикулярную к биссектрисе угла θ между \vec{p}_1 и \vec{p}_2 ,

$q^0 = \epsilon_1 - \epsilon_2$ - разность энергий частиц. Функция $I(x) = \frac{2 J_1(x)}{x}$, где $J_1(x)$ - функция Бесселя. Правая часть (6) обращается

в двойку в точке (0,0) и в единицу - при достаточно больших значениях аргументов $q^\tau R$ и $q^0 \tau$. Это соответствует максимуму, переходящему вдали от начала координат в плато (упомянутые выше фоновые события расположены в области плато). Измерение ширины максимума позволяет определить величины R и τ .

Подчеркнем, что речь идет об изучении двухмерных распределений,

и эффект непосредственно проявляется не в углах разлета, а в

корреляциях между 4- импульсами тождественных частиц. Строя распределение по q^0 при произвольных q^T или распределение по q^T при произвольных q^0 (или любое другое одномерное распределение), мы рискуем сильно ослабить корреляционный эффект.

3. К полученному результату можно сделать несколько дополнительных замечаний. Термин "статистическая теория" используется в литературе в двух существенно различающихся смыслах. Если считать, что статистическая теория сводится просто к независимости матричного элемента от кинематических характеристик вторичных частиц (см., например, /3,4/), то интерференционные корреляции тождественных частиц отсутствуют. Такие корреляции появляются, если статистический подход адекватен сути процесса, т.е. когда генерация частиц сопровождается "перемешиванием" и установлением термодинамического равновесия /3,5-7/. В этих условиях возникает различие в поведении пар одинаковых и разных пионов, не имеющее места в первом случае.

Твердо установлено (см., например, /2,8/), что при $\bar{p}p$ -аннигиляции пары $\Pi^+\Pi^+$ и $\Pi^-\Pi^-$, в отличие от пар $\Pi^+\Pi^-$, обнаруживают корреляции, которые можно, в общих чертах, описать выражением типа (6). Поэтому, если статистический подход, удовлетворительно описывающий одночастичные распределения, верен в своей основе, то речь может идти только о теориях второго типа, в которых матричный элемент является очень сложной функцией кинематических переменных.

В рамках последнего подхода остаются еще различия между несколькими вариантами статистической теории. Соотношение (6) ближе всего отвечает модели Померанчука /3,5/, первоначальная

теория Ферми /6/ привела бы к другим угловым и энергетическим корреляциям, теория Ландау /7/ дает какую-то третью картину, модели с двумя "файрболами" - четвертую. Корреляционные эксперименты, в принципе, позволяют выбрать между всеми этими возможностями, поскольку каждой из них соответствует своя специфическая форма излучающего объема.

Одночастичные распределения также содержат некоторую информацию о пространственных характеристиках процесса генерации (основанную на использовании соотношений неопределенности; см, в частности, /9/), но эта информация может относиться к другим характеристикам, не тем, с которыми связаны интерференционные двухчастичные корреляции. В отличие от корреляций тождественных частиц, одночастичное импульсное распределение определяется температурой конечной стадии и по этой причине не зависит от радиуса излучающего объема, растущего с полной энергией системы ($R \sim E^{1/3}$). Угловые корреляции тождественных частиц, напротив, определяются именно величиной R ; их изучение является в этом смысле более интересным.

Источники мезонов предполагались ранее точечными. Если они являются сферами радиуса r , то в формуле (6) надо радиус объема взаимодействия R заменить на радиус \bar{R} той сферы, в которой расположены центры осцилляторов. Ясно, что \bar{R} может быть заметно меньше R , если r и R - величины порядка $\hbar/m_{\pi}c$. Не исключено, что малость радиуса области генерации ($R \sim 1f$), обнаруженная уже в первых работах по эффекту GGLP и противоречащая значению R , полученному из оценок средней множественности ($R \sim 2,5f$), объясняется как раз этим обстоятельством.

Если источники распределены в объеме взаимодействия неравномерно, функцию $I^2(q^T R)$ в формуле (6) следует заменить некоторой другой функцией $\Phi(\vec{q})$, которую можно извлечь из эксперимента. Ее фурье-анализ дает распределение расстояний $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$ между источниками:

$$\rho(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \int \Phi(\vec{q}) \cos [\vec{q}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)] d\vec{q}. \quad (7)$$

Заметим, наконец, что в системах трех и большего числа пионов также должны наблюдаться корреляции тождественных частиц. Они не сводятся к парным эффектам, а имеют более сложный вид. Например, для троек мезонов с разностями 4 - импульсов q_{12} , q_{23} и q_{31}

имеем:

$$\frac{\sigma}{\sigma(\text{фен})} = 1 + \left\{ \frac{I^2(q_{12}^T R)}{1 + (q_{12}^0 \tau)^2} + \frac{I^2(q_{23}^T R)}{1 + (q_{23}^0 \tau)^2} + \frac{I^2(q_{31}^T R)}{1 + (q_{31}^0 \tau)^2} \right\} + 2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{I(q_{12}^T R) I(q_{23}^T R) I(q_{31}^T R)}{(1 - i q_{12}^0 \tau)(1 - i q_{23}^0 \tau)(1 - i q_{31}^0 \tau)} \right\}. \quad (8)$$

4. В связи с $G G L P$ -эффектом часто обсуждается вопрос, не может ли распад резонансов имитировать Бозе-корреляции (см., например, /10, II/)? С нашей точки зрения, проблемы не существует: амплитуды пионов, рождающихся как непосредственно, так и через промежуточные резонансы, должны быть симметризованы по совпадающим конечным состояниям. Легко показать, что в этом случае распределение по q остается примерно таким же, как и (6), изменяется только физический смысл входящих в него параметров^{x)}.

x) Корреляции другой природы, имитирующие интерференционные корреляции, могут возникнуть при распаде резонансов на тождественные частицы.

Для примера рассмотрим ситуацию, когда одна из двух тождественных частиц образуется вместе с узким резонансом, при последующем распаде которого возникает вторая частица $\sqrt{I_2 - I_4}$. Тогда, при подходящем выборе конфигурации, распределение по разности энергий дает время жизни резонанса τ_R , а распределение по разности проекций импульсов (на любую ось) дает распадный пробег резонанса

$$l_R \quad \text{вдоль этой оси. Соответствующая формула имеет вид}$$

$$\sigma \sim 1 + \left[1 + (q^0 \tau_R - \vec{q} \vec{l}_R)^2 \right]^{-1} \quad (8)$$

Она получена при полном учёте законов сохранения энергии и импульса; отсюда следует, что искажающее влияние кинематических корреляций отсутствует (по крайней мере, в этом случае).

В связи с появлением пучков релятивистских ядер представляет интерес анализ множественной генерации пионов, образующихся при столкновении такого быстрого ядра с покоящимся. Здесь тоже "работает" формула (6), но в связи с увеличением R угловая ширина корреляционного максимума уменьшается, т.е. корреляции становятся более четкими.

5. Из сказанного следует, что при рождении тождественных частиц следует ожидать появления интерференционных корреляций всякий раз, когда разность 4-импульсов q близка к нулю. Для разных механизмов генерации точная интерпретация эффекта может быть несколько различной, но во всех случаях ширина максимумов в распределении компонент q дает соответствующую пространственно-временную характеристику распределения источников мезонов. Поэтому желательно накапливать экспериментальные данные по корреляциям тождественных частиц в различных реакциях, безотносительно к тому, существует ли в каждом конкретном случае достаточно раз-

работанная модельная теория. Именно из этих данных можно получить сведения о пространственно-временном ходе процесса.

Важно не упускать из вида двумерный характер интерференционных корреляций, из-за чего требуется изучать одновременно как импульсные, так и энергетические распределения. Это предполагает накопление большого статистического материала и указывает на целесообразность использования электронных методик. Пузырьковые камеры все же не исключаются, с их помощью также можно получить достаточную статистику. Об этом, в частности, свидетельствуют многочисленные эксперименты по изучению коэффициента корреляции

$$C(y_1, y_2) = \frac{d^2\sigma}{dy_1 dy_2} - \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dy_1} \frac{d\sigma}{dy_2} \quad (II)$$

в инклюзивных реакциях, а также наличие работ, в которых проводилось детальное изучение эффекта $GGLP$ (см., например, /15-18/).

6. Имеющиеся работы по эффекту $GGLP$, с нашей точки зрения, обладают некоторыми недостатками. Само объяснение эффекта в исходной публикации /2/ не было достаточно полным, ибо не учитывало того, что процесс генерации мезонов имеет некоторую длительность. Поэтому, вместо (6), там была получена "усеченная" формула, имеющая тот же смысл, но не содержащая знаменателя

$1 + (q^0 \tau)^2$. При ее сопоставлении с экспериментом следует, строго говоря, отбирать только те события, в которых $q^0 = 0$, т.е. тождественные мезоны имеют одинаковые энергии. Не вполне удачным представляется выбор параметра

$$\chi = \frac{\sigma(\theta > 90^\circ)}{\sigma(\theta < 90^\circ)} \quad (I2)$$

в качестве мерила эффекта (который состоит в том, что $\gamma^{++} < \gamma^{+-}$). Этот выбор ставит величину эффекта в зависимость от распределения мезонов при $\theta > 90^\circ$, т.е. в тех областях фазового пространства, где симметризация не играет роли. По сходным причинам кажутся неудобными также параметры A [19], C [18] и η [20]. Вообще, как уже указывалось, эффект следует искать в двумерных спектрах (q^T, q^0) , а углы разлета θ — лишь косвенное его проявление. На эффект симметризации, выраженный в терминах γ , могут накладываться различные динамические корреляции; поэтому примерное совпадение γ^{++} или γ^{--} с γ^{+-} , констатируемое в некоторых работах, не означает, что симметризация не влияет на свойства пар тождественных пионов, она могла быть компенсирована какими-то другими факторами.

Величина γ плохо чувствует угловые корреляции при большом числе частиц. Чтобы понять это обстоятельство, сравним две предельно идеализированные картины. Один раз пусть рождается $2n$ частиц, разлетающихся в одной плоскости, причем все углы между соседними частицами одинаковы. Другой раз сходным образом возникает n очень узких пар (угол между соседними парами вдвое больше, чем в первом случае). Легко убедиться, что с точностью до малых членов порядка $1/n$ в обеих ситуациях $\gamma = 1$, хотя во втором процессе имеются предельно сильные парные корреляции.

Вместе с тем и в рамках принятого сейчас способа описания эффекта GGLP имеются экспериментальные данные, косвенно подтверждающие существование зависимости, сходной с (6). В частности, в [15-17] отмечается увеличение эффекта при сближении энергий тождественных частиц; уменьшение эффекта, выраженного в терминах γ , с ростом энергии вторичных Π -мезонов (см, например, [8]) также согласуется с (6). Поэтому можно надеяться, что

при переходе к анализу двумерных распределений обсуждаемые корреляции проявятся более четко^{x)}.

7. В заключение — несколько качественных замечаний о мультипериферических схемах, которые, как многие считают, удовлетворительно описывают экспериментальные данные при достаточно высоких энергиях. Одна и та же пара тождественных частиц может возникнуть в разных узлах разных диаграмм. Поэтому можно думать, что при большом числе диаграмм эффективное сечение снова будет комбинироваться из выражений типа (4), в которых случайные параметры λ и μ связаны с номерами диаграмм, номерами узлов и т.п. Формула (3) остается в силе, но явный вид зависимости от q может стать иным. В этом случае следует, вероятно, писать:

$$\frac{\sigma}{\sigma(\text{фон})} = 1 + |v(q/R, q^0\tau)|^2, \quad (13)$$

где τ и R — некоторые безразмеривающие параметры. Их конкретный смысл должен быть получен из более детальной теории.

Качественно, последнее рассуждение относится и к парам нетождественных мезонов. Иными словами, в рамках мультипериферического подхода должны наблюдаться также корреляции Π -мезонов разных знаков, причем по величине они могут быть примерно такими же, как для пар тождественных мезонов. Существование таких корреляций невозможно в статистической модели. Поэтому

x) Часто подчеркивают, что с ростом энергии вторичных частиц эффект симметризации слабеет. Это — недоразумение, исчезающее, если не пользоваться параметрами типа γ . В области малых q эффект не исчезает, уменьшается только доля фазового объема, соответствующая интерференционному пику, поскольку растет полный фазовый объем.

сопоставление корреляций между нетождественными частицами с корреляциями тождественных частиц может способствовать решению вопроса об областях применимости статистического и мультипериферического описаний множественного рождения.

ЛИТЕРАТУРА

1. R.Hanbury-Brown, R.Q.Twiss. Phil.Mag. 45, 633, 1954.
2. G.Goldhaber et al. Phys.Rev. 120, 300, 1960.
3. Е.Л.Файнберг, УФН, 104, 539, 1971
4. G.Wataghin. Phys.Rev. 66, 149, 1944.
5. И.Я.Померанчук, ДАН СССР 78, 889, 1951
6. E.Fermi. Progr.Theor.Phys. 5, 570, 1950.
7. Л.Д.Ландау, ИАН СССР, сер.физ. 17, 51, 1953
8. J.A.Danysz et al. Nuovo Cim. 51A, 801, 1967.
9. К.Д.Толстов, ОИЯИ Р-1469, 1963.
10. W. De Baere et al. Nucl.Phys. B22, 131, 1970.
11. G.Alexander et al. Nucl.Phys. B23, 557, 1970.
12. В.Г.Гришин и др., ЯФ 13, III6, 1971
13. В.Г.Гришин и др., ЯФ, 14, 600, 1971
14. Г.И.Копылов, ЯФ 15, 178, 1972
15. J.Bartke et al. Phys.Lett. 24B, 163, 1967.
16. A.Fridmann et al Phys.Rev. 176, 1595, 1968.
17. K.F.Suen et al. Phys.Rev. 1D, 54, 1970.
18. O.Czyzewski, M.Szepttycka. Phys.Lett. 25B, 482, 1967.
19. K.Böckmann, H.Drevermann. Topical Conf. on High-Energy Coll. of Hadrons, Geneve 1, 599, 1968.
20. I.Bar-Nir et al. Nucl.Phys. 20B, 45, 1970.

ОБ УГРОЗЕ $SU(9)$ СИММЕТРИИ В КАЛИБРОВОЧНЫХ
ТЕОРИЯХ С ЦВЕТНЫМИ ТРИПЛЕТАМИ

А.Д.Долгов, В.И.Захаров, Л.Б.Окунь

Институт теоретической и экспериментальной физики, СССР

Калибровочные теории с цветными триплетными приводят к $SU(9)$ -симметрии сильного лагранжиана, что противоречит опыту. Симметрия может быть нарушена до уровня $SU(3) \times SU(3)'$ только ценой введения большого числа новых частиц и при этом разность масс между белыми и цветными частицами всё ещё не может быть очень большой.

Недавно появился ряд статей /I-6/, в которых рассматриваются единые калибровочные теории слабых и электромагнитных взаимодействий, основанные на трёх-триплетной схеме адронов, причём триплеты могут быть либо частицами с дробными зарядами, либо с целыми /7-9/. Эти модели мотивируются стремлением сохранить обычную $SU(3)$ структуру сильных взаимодействий и избежать введения суперзаряженных ("очарованных") частиц, которые являются необходимым элементом первого поколения калибровочных теорий /10-11/. В настоящей заметке мы покажем, что в моделях /I-6/ возникают трудности, связанные с появлением нежелательной $SU(9)$ симметрии.

Для определенности мы рассмотрим модель девяти "цветных" кварков $q_{i\alpha}$, где латинские индексы соответствуют обычной $SU(3)$ -симметрии: p ($i=1$), n ($i=2$), λ ($i=3$), а греческие индексы отвечают различным цветам: красный ($\alpha=1$), жёлтый ($\alpha=2$) и синий ($\alpha=3$). Эти три цвета являются дополнительными. Именно поэтому мы используем эти цвета вместо предложенного Гелл-Манном набора (красный, белый, синий). Согласно обычным предположениям, наблюдаемые частицы - $SU(3)'$ синглеты, и кажется естественным называть их белыми частицами. Белые барионы соответствуют

смеси красного, жёлтого и синего: $\epsilon^{ijk} q_i q_j q_k$, в то время как белые мезоны соответствуют $\bar{q}^i q_k \delta^k_i$. Цвета антикварков (зелёный, фиолетовый, оранжевый) естественно вводятся как дополнительные по отношению к цветам кварков. Таким образом, мы приходим к хорошо известной диаграмме цветов (см. рис. 1). Такие "нейтральные" комбинации, как $P_1 \bar{n}_1, P_2 \bar{n}_2, P_3 \bar{n}_3$, являются смесью синглета и октета по отношению к $SU(3)'$, и сильные взаимодействия приводят к переходам между ними. Мы называем белыми $SU(3)'$ синглеты типа $P_1 \bar{n}_1 + P_2 \bar{n}_2 + P_3 \bar{n}_3$. Аналогия между $SU(3)'$ симметрией и оптикой не может быть чересчур буквальной, поскольку в оптике нет аналога операции симметризации и антисимметризации индексов.

Обычно предполагают, что цветные частицы (цветные триплеты, октеты и т.д.) являются либо частицами, намного более тяжёлыми, чем белые, либо не существуют вовсе. Наш основной результат сводится к тому, что в моделях /1-6/, предложенных до сих пор, это предположение фактически нарушается. Это утверждение основано на том важном факте, что $SU(3)'$ -симметрия является хорошей. (Она должна быть точной вплоть до поправок порядка 10^{-3} , чтобы обеспечить справедливость гипотезы сохраняющегося векторного тока (см. ссылки 1, 2)).

Обсудим сначала $SU(9)$ вырождение в простейшем случае кварков, взаимодействующих с белым, $SU(3)$ синглетным, векторным глюоном /7/. Сильное взаимодействие тогда пропорционально $\bar{q}^i q_{ik} X$ (лоренцовы индексы и γ -матрицы здесь и дальше опущены) и инвариантно не только относительно группы $SU(3) \times SU(3)'$, но и относительно более широкой группы $SU(9)$. По этой причине известные белые мультиплеты должны входить в соответствующие представления группы $SU(9)$. Так, мезонные октеты (например, со спином и чёт-

ностью $\mathcal{Y}^P = 0^-, 1^-$ принадлежат к 80-плету ($80 = 8 \cdot 1 + 1 \cdot 8 + 8 \cdot 8$), барионные октеты (например, $\mathcal{Y}^P = 1/2^+$) входят в 240-плет ($240 = 8 \cdot 1 + 1 \cdot 8 + 8 \cdot 8 + 8 \cdot 10 + 10 \cdot 8$) и декуплеты (например, $3/2^+$) принадлежат 84-плетам ($84 = 10 \cdot 1 + 1 \cdot 10 + 8 \cdot 8$). Таким образом, в рассматриваемой модели массы белых и цветных частиц приближенно вырождены: расщепление масс является величиной того же порядка, что и расщепление масс внутри $SU(3)$ -мультиплетов. Это находится в очевидном противоречии с опытом. Если рассматривать только сильные взаимодействия, то эту трудность легко преодолеть введением октета цветных векторных глюонов \mathcal{X}_β^α , сильное взаимодействие которых с кварками $\bar{q}^i{}^\alpha q_{i\beta}$ инвариантно относительно $SU(3) \times SU(3)'$, но нарушает $SU(3)$ симметрию. Однако нет простого способа включить в схему слабые взаимодействия.

В качестве примера рассмотрим модель Бега и Зи /1/, в которой сильные взаимодействия глобально $SU(3) \times SU(3)'$ инвариантны, а слабые взаимодействия локально $SU(2)_W \times U(1)$ инвариантны. Четыре калибровочных поля \vec{W} и B взаимодействуют с дублетами группы $SU(2)_W : (p_1, n_1^0)_L, (p_2, \lambda_1^0)_L, (p_3, n_2)_R, (p_2, \lambda_3)_R$, где $n_1^0 = n_1 \cos \theta + \lambda_1 \sin \theta$, $\lambda_1^0 = \lambda_1 \cos \theta - n_1 \sin \theta$, индексы 1, 2, 3 соответствуют красному, жёлтому и синему цветам, а индексы L, R отвечают проекциям $\frac{1}{2} (1 \pm \gamma_5)$. Такое или аналогичное распределение кварков по дублетам даёт V-A для белых частиц, обеспечивает желаемое подавление нейтральных токов с $\Delta S = 1$ и сокращение треугольных особенностей. Для обеспечения перенормируемости сильные взаимодействия также должны быть $SU(2)_W$ инвариантны. В соединении с $SU(3) \times SU(3)'$ инвариантностью это приводит к симметрии $SU(3)_L \times SU(3)_R$. Подчеркнём, что мы приходим именно к $SU(3)_L \times SU(3)_R$, а не к $SU(3)$ -симметрии: например, массовый член $m (\bar{q}_L q_L + \bar{q}_R q_R)$ инвариантен относитель-

но $SU(9)$, но не инвариантен относительно группы $SU(2)_W$, поскольку левые и правые дублеты содержат разные кварки.

Таким образом, мы должны построить модель сильного лагранжиана, который $SU(9)_L \times SU(9)_R$ инвариантен и симметрия которого сводится до $SU(3) \times SU(3)'$ в результате спонтанного нарушения симметрии. Такой лагранжиан, очевидно, не может быть построен на основе октета цветных глюонов; синглетный глюон или 81 -плеты векторных и аксиально-векторных частиц не исключены требованием симметрии. Конечно синглетный глюон кажется более привлекательным, но, как мы сейчас увидим, этот простой вариант не работает.

Если хиггсовы частицы взаимодействуют сильно, то они должны образовывать представление группы $SU(9)_L \times SU(9)_R$. Это представление, далее, должно содержать синглет относительно группы $SU(3) \times SU(3)'$, который не был бы одновременно синглетом относительно группы $SU(9)$. Простейшее представление такого рода 6400 -плет. Предполагая, что содержащиеся в нём $SU(3) \times SU(3)'$ -синглеты $(1,1)$, которые не являются при этом $SU(9)$ -синглетами, имеют отличное от нуля вакуумное среднее, и организовав должным образом взаимодействие 6400 -плета, можно прийти к желаемой симметрии. Но для того, чтобы не появились безмассовые голдстоуновские частицы, в лагранжиане должны содержаться безмассовые векторные (аксиально-векторные) частицы. Двух 81 -плетов, упоминавшихся выше, достаточно для этой цели. Однако, если эти калибровочные поля - глюоны, то среди них нет места для W -бозонов. Таким образом, мы должны ещё больше увеличивать размерность представления и вводить новые частицы. Мы оставляем читателю дальнейшее рассмотрение этой более чем мрачной ситуации.

Другая возможность состоит в том, что хиггсовы частицы взаи-

действуют только слабым образом. Тогда их константы связи должны быть только $SU(2)_W$ инвариантны. Конечной $SU(3) \times SU(3)'$ симметрии можно достигнуть, предполагая, что адронные массы возникают за счёт вакуумных средних слабо взаимодействующих хиггсовых полей. Для этой цели вакуумные средние и константы связи хиггсовых полей должны удовлетворять определённым требованиям симметрии. Такой подход можно проиллюстрировать взаимодействием $\sum g_i \phi^2 \psi_i$, где ψ_i - хиггсовы поля, образующие $SU(2)_W$ синглеты, дублеты и триплеты, ϕ - скалярные и псевдоскалярные адроны, образующие представленные группы $SU(3)_B \times SU(3)_R$, например, представления $(3, 3)$, и мы опустили суммирование по индексам $SU(2)_W$. Константы малы, но произведение $g_i \langle \psi_i \rangle$ может быть порядка адронных масс. В этом случае $SU(3) \times SU(3)'$ симметрия адронных масс (масс ϕ - частиц) вводится как бы "руками". Можно показать, что минимальное число хиггсовых полей, которое необходимо для этой цели, равно 8.

Появление полей ϕ , которые не являются синглетами по $SU(2)_W$, делает необходимым рассмотреть их вклад в слабые адронные токи. Эффективно, эти поля имеют те же свойства, что и связанные состояния кварк-антикварк с теми же квантовыми числами. Следовательно, в первом порядке по слабому взаимодействию не будет нейтральных токов с $\Delta S = 1$, если нет таких кварковых токов. Во втором порядке нейтральные процессы с $\Delta S = 1$ пропорциональны разности масс между цветными и белыми частицами. Это видно из простого примера графиков рис.2. Вклады двух диаграмм сокращаются между собой только в пределе $SU(3)$ - симметрии. Поэтому экспериментально наблюдаемое подавление вероятности распада $K_L \rightarrow 2\mu$ означает, в рамках рассматриваемых моделей, что и в этом случае должна существовать приближённая $SU(3)$ - симметрия.

Обсуждаемые выше трудности присущи всем предложенным до сих пор моделям /1-6/ с цветными триплетами. Возможно, что имело бы смысл проанализировать два других подхода: во-первых, расширить первоначальную группу симметрии слабых взаимодействий и, во-вторых, рассмотреть модели а ля Барс, Хальперн и Йошимура /12/, в которых промежуточные бозоны не взаимодействуют с кварками. Очевидно, однако, что в обоих случаях возникает большая избыточность новых частиц.

Мы благодарны М.В.Терентьеву и И.С.Шапиро за стимулирующие вопросы, Н.Н.Николаеву и А.М.Переломову за обсуждение групповой структуры кварковых моделей, К.Г. Борескову и А.Б.Кайдалову - за полезные советы по раскраске кварков.



Рис.1. Диаграмма цветов для кварков.

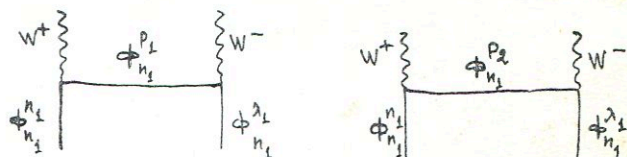


Рис.2. Процессы второго порядка по слабому взаимодействию.

ЛИТЕРАТУРА

1. M.A.M. Beg and A. Zee, Phys.Rev.Lett. 30, (1973), 675
2. H. Lipkin, Phys.Rev. 7D, (1973), 1850
3. H. Georgi and S.L. Glashow, Phys.Rev. 7D (1973), 561
4. R.N. Mohapatra, Lettere al Nuovo Cimento, 6 (1973)
5. A. Love, D.V. Nanopoulos and G.G. Ross, Nucl. Phys. B55, (1973), 33
6. A. Love and G.G. Ross, RFP/T33, (1972)
7. a) M. Gell-Mann, Preprint CERN TH.1543, (1972)
 b) H. Fritch, and M. Gell-Mann, Proceedings XVI International Conference on High Energy Physics, vol.2, p.135 (1972)
 c) W. Bardeen, H. Fritzsch and M. Gell-Mann, Preprint CERN TH.1538 (1972)
8. A.N. Tavkhelidze, Proceedings of the Seminar on High Energy Physics, Trieste, (1965), IAEA, Vienna, p.763, and references therein.
9. M.Y. Han, and Y. Namby, Phys.Rev. 139, (1965), B1006
10. B.W. Lee, Proceedings of the XVI International Conference on High Energy Physics, vol.4, p.249 (1972)
11. J.D. Bjorken, Proceedings of the XVI International Conference on High Energy Physics, vol.2, p.229 (1972)
12. I. Bars, M.B. Halpern and M. Yoshimura, Phys.Rev. Letters, 29, (1972), 969