

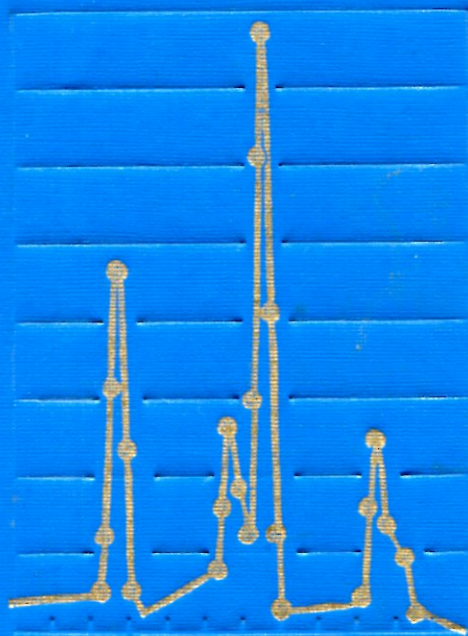
Н.Г. Волков  
В.А. Христофоров  
Н.П. Ушакова

# МЕТОДЫ ЯДЕРНОЙ СПЕКТРОМЕТРИИ

---

Для студентов вузов

---



Н.Г. Волков  
В.А. Христофоров  
Н.П. Ушакова

# МЕТОДЫ ЯДЕРНОЙ СПЕКТРОМЕТРИИ

Допущено Государственным комитетом СССР  
по народному образованию в качестве  
учебного пособия для студентов  
инженерно-физических специальностей вузов



МОСКВА  
ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ  
1990

ББК 22.38

В67

УДК 539.1.07 (075.8)

Рецензенты *В.И. Стрижак*: Киевский государственный университет;  
*В.А. Сергиенко*: Ленинградский государственный университет

**Волков Н.Г., Христофоров В.А., Ушакова Н.П.**

В67 Методы ядерной спектрометрии: Учеб. пособие для вузов. —  
М.: Энергоатомиздат, 1990. — 256 с.: ил.  
ISBN 5-283-03957-9

Изложены основные методы спектрометрии ионизирующих излучений низких и средних энергий и методы обработки аппаратурных спектров. Особое внимание уделено методам спектрометрии с использованием сцинтилляционных и полупроводниковых детекторов. Систематизированы основные понятия и терминология в области ядерной спектрометрии и рассмотрены методы решения конкретных задач прикладной ядерной физики.

Для студентов физических специальностей и специалистов в области ядерной физики.

В 1604080000-582 13-90  
051 (01) -90

ББК 22.38

Учебное издание

*Волков* Николай Григорьевич  
*Христофоров* Владимир Александрович  
*Ушакова* Нина Петровна

## МЕТОДЫ ЯДЕРНОЙ СПЕКТРОМЕТРИИ

Заведующий редакцией *Е.В. Сатарова*  
Редактор *Н.Е. Никитина*  
Художественный редактор *А.Л. Вульфсон*  
Технический редактор *Н.М. Брудная*  
Корректор *Л.А. Гладкова*  
ИБ № 722

Набор выполнен в издательстве. Подписано в печать с оригинала-макета 19.11.90.  
Формат 60 x 88 1/16. Бумага офсетная № 2. Печать офсетная. Усл. печ. л. 15,68.  
Усл. кр.-отт. 15,68. Уч.-изд. л. 16,83. Тираж 2600 экз. Заказ 6211. Цена 90 к.  
Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

Отпечатано в ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени МПО "Первая Образцовая типография" Государственного комитета СССР по печати. 113054, Москва, Валуевская ул., 28.

ISBN 5-283-03957-9

© Авторы, 1990

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Ядерная спектрометрия представляет собой совокупность методов, предназначенных для изучения свойств элементарных частиц и атомных ядер путем измерения и интерпретации спектров их излучений, т.е. распределений числа частиц по некоторым физическим параметрам (энергий, массе и т.п.). В свое время методы ядерной спектрометрии сыграли важную роль в исследовании структуры атомного ядра, позволив установить свойства основных и возбужденных состояний ядер, на основании которых удалось построить современные модели атомного ядра. В настоящее время методы ядерной спектрометрии являются одними из распространенных методов количественного анализа. Нейтронно-активационный, рентгенофлуоресцентный анализы, базирующиеся на спектрометрических методах, широко используются для определения микроколичеств вещества.

Применение этих методов позволило создать разветвленные банки ядерных данных, используемые при расчете ядерных реакторов и других ядерно-физических установок.

В настоящей книге авторы ограничились рассмотрением методов ядерной спектрометрии частиц низких энергий, типичных для атомных ядер, т.е. сравнимых с энергией связи нуклона в ядре. Эта область энергий характерна для многих прикладных исследований.

Книга является продолжением серии учебных пособий, написанных сотрудниками Московского инженерно-физического института и выпущенных Энергоатомиздатом. В ней основное внимание уделяется специфическим спектрометрическим вопросам, вопросам измерения и интерпретации спектров. Подробно рассматриваются разрешающая способность спектрометров и влияющие на нее факторы. Значительное место уделено математической обработке спектров — вопросу, которому в учебных пособиях отведено недостаточно места.

Книга является учебным пособием по методам ядерной спектрометрии. Для ее понимания требуется знание основ физики детекторов элементарных частиц, а также основ высшей математики в объеме программ технического вуза.

Мы считаем своим приятным долгом поблагодарить доктора физ.-мат. наук проф. В.И. Стрижака за ценные замечания, способствовавшие улучшению качества книги.

*Авторы*

## ВВЕДЕНИЕ

Понятия "спектроскопия" и "спектрометрия" широко использовались еще с шестидесятых годов XVII в., когда начались исследования оптических спектров в видимой ( $4 \cdot 10^{-7}$  —  $7 \cdot 10^{-7}$  м) области\* (рис. В.1).

Энергетический диапазон наблюдаемого фотонного излучения расширялся, и к концу XVII в. исследования были распространены также на инфракрасную (примерно до  $10^{-3}$  м) и ультрафиолетовую (примерно до  $10^{-9}$  м) области. Большим вкладом в развитие оптической спектроскопии явилось открытие Кирхгофом и Бунзеном в 1860 г. спектрального анализа. Они установили, что каждому элементу принадлежит свой спектр, являющийся его характерным признаком. Оптической спектроскопии принадлежит заслуга открытия 25 элементов.

Одновременно с открытием излучений создаются и получают широкое развитие соответствующие экспериментальные методы их исследования. Образовались и получили значительное развитие целые разделы физики — ядерная, атомная и молекулярная спектроскопия, спектроскопия конденсированных сред (рис. В.1).

В течение более 100 лет (первый оптический спектр наблюдал Ньютон) призма была единственным способом получения спектра. В 1786 г. американский астроном Риттенхаус впервые использовал для этой цели дифракционную решетку в виде тонких проволок, натянутых на рамку. В 1912 г. Лауэ предложил использовать в качестве дифракционной решетки кристалл. В 1914 г. Резерфорд и Андраде использовали кристалл для анализа  $\gamma$ -излучения, положив, таким образом, начало ядерной спектроскопии. До 40-х годов возможности метода были ограничены из-за малой светосилы спектрометров и сравнительно низкого энергетического разрешения. Для работы спектрометров необходимы были источники с удельной активностью 10 Бк/г, которые стали широко доступны лишь с развитием ускорителей и ядерных реакторов. Начиная с 40-х годов характеристики спектрометров бы-

---

\*Спектроскоп — прибор для визуального наблюдения спектра. Спектроскопия — наблюдение спектров на спектро스코пах. Спектрометрия — определение длин волн наблюдаемого спектра на спектрометрах (приборах с приспособлением для измерения углов отклонения лучей).

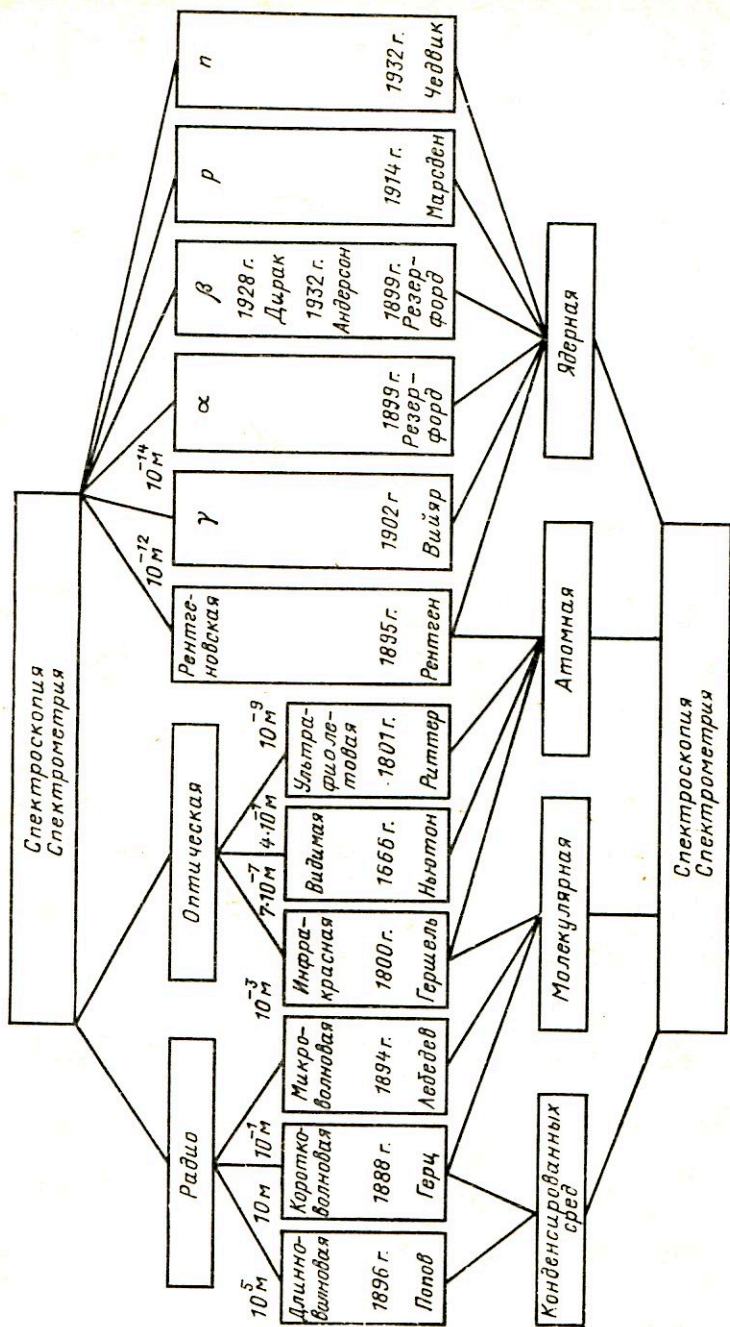


Рис. В.1. К истории развития основных разделов спектроскопии и спектрометрии

ли значительно улучшены, благодаря усилиям Дюмонда, Сумбаева и других, а также в связи с изготовлением больших, почти совершенных кристаллов кремния и германия с шириной линии в 10–15 раз меньше, чем при дифракции на естественных кристаллах кальцита и кварца. Современные кристалл-дифракционные спектрометры используются для исследования  $\gamma$ -квантов вплоть до энергий 5 МэВ и более, имеют светосилу  $10^{-10} - 10^{-12}$  и позволяют определить энергию с точностью до  $10^{-6}$  (для  $\gamma$ -квантов с энергией 1 МэВ). В последние годы кристалл-дифракционный метод широко используется и для спектрометрии нейтронов, а также для структурного анализа вещества в рентгено-, электроно- и нейтронографии.

В 1907 г. Томсон предложил воздействовать на исследуемую частицу одновременно электрическим и магнитным полем, используя их фокусирующие свойства по отношению к движущимся заряженным частицам с данным  $Ze/M$ , и открыл, таким образом, метод измерений, составивший эпоху в физике и приведший к созданию масс-спектрометрии. Первые масс-спектрометры с достаточно высоким разрешением были построены Астоном и Демпстером в 1919 г. Нейтральные атомы ионизировались электронной бомбардировкой паров исследуемого вещества и двигались в масс-спектрометре Астона в заданном направлении с разными скоростями (использовался принцип фокусировки ионов по скоростям), а в масс-спектрометре Демпстера — выходили широким пучком с одинаковой скоростью (производилась фокусировка по направлениям). В современных масс-спектрометрах используется метод двойной фокусировки по скоростям и направлениям. Они имеют относительное массовое разрешение  $\sigma_M/M \approx 10^{-8} \div 10^{-7}$ .

Первое определение энергии  $\beta$ -частиц по их отклонению в магнитном поле было проделано Байером и Ганом в 1910 г. В первых магнитных бета-спектрометрах применяли так называемый "метод прямого отклонения". Бета-частицы проходили узкую щель, отклонялись магнитным полем, перпендикулярным пучку, и регистрировались фотопластинкой. Из-за отсутствия фокусировки  $\beta$ -частиц светосила и энергетическое разрешение были плохими. Значительно лучшее разрешение было достигнуто в магнитных спектрометрах с фокусировкой.

В 1912 г. Даниш предложил принцип полукруговой фокусировки, который до сих пор широко применяется в магнитных спектрометрах. Позднее были разработаны спектрометры с двойной фокусировкой, линзовые и другие спектрометры.

Современные бета-спектрометры имеют относительное энергетическое разрешение  $10^{-3} - 10^{-4}$  и светосилу  $10^{-2} - 10^{-3}$ . Все наиболее точные исследования спектров  $\beta$ -частиц и конверсионных электронов проведены на магнитных спектрометрах. Магнитные спектрометры широко применяются также для исследования  $\alpha$ -излучения, а до разработки сцинтилляционных спектрометров и спектрометров с полу-

проводниковыми детекторами (ППД) широко использовались и для исследования  $\gamma$ -излучения по комптоновским электронам отдачи.

Начало газовым ионизационным методам спектрометрии было положено Резерфордом, который в 1930 г. впервые применил ионизационную камеру для измерения спектра  $\alpha$ -частиц. Идея метода основывалась на зависимости пробега от энергии. Резерфорд использовал сферическую камеру, в центре которой помещался источник  $\alpha$ -частиц, и измерял ионизационный ток при разных давлениях. Позднее были разработаны импульсные ионизационные камеры, камеры с сеткой, пропорциональные детекторы и т.д. Это позволило использовать газовый ионизационный метод для спектрометрии более легких заряженных частиц (протонов и  $\beta$ -частиц) и расширить энергетический диапазон, в котором они могли исследоваться. Для  $\beta$ -частиц этот диапазон простирается в настоящее время от нескольких электрон-вольт до нескольких мегаэлектрон-вольт. Лучшие газовые ионизационные спектрометры имеют относительное энергетическое разрешение менее 1 % для  $\alpha$ -частиц с энергией около 5 МэВ.

Сцинтилляционный метод начал свое развитие со сцинтилляционного экрана Крукса (1903 г.) — экрана из  $ZnS$ , на котором наблюдались через микроскоп сцинтилляции от  $\alpha$ -частиц. Однако широкое развитие он получил лишь после изобретения фотоэлектронного умножителя (ФЭУ) в 1944 г. Керраном и Бейкером, а затем и Кубецким, и особенно после открытия возможностей неорганических кристаллов в  $\gamma$ -спектрометрии. К концу 60-х годов сцинтилляционный метод стал одним из основных в экспериментальной ядерной спектроскопии.

Основными достоинствами сцинтилляционного метода являются: широкий спектр исследуемых излучений, возможность обеспечения самой большой светосилы (что особенно важно для таких слабозаимодействующих с материалом детектора излучений, как  $\gamma$ -кванты и нейтроны), хорошее энергетическое разрешение [лучшие спектрометры с кристаллами  $NaI(Tl)$  имеют относительное энергетическое разрешение около  $5 \cdot 10^{-2}$  для  $\gamma$ -квантов с энергией 662 кэВ; спектрометры с органическими сцинтилляторами позволяют получить временное разрешение около  $10^{-8}$  с].

Одной из проблем в спектрометрах со сцинтилляционными детекторами является ФЭУ — хрупкий, громоздкий, чувствительный к внешним электромагнитным полям, ограничивающий временные характеристики спектрометров. Значительным прогрессом в сцинтилляционном методе стала разработка канальных электронных умножительных систем — КЭУ.

Существенным недостатком спектрометров с газовыми детекторами является их малая светосила, что связано с низкой плотностью материала — газа. Поэтому многие годы предпринимались попытки заменить газ в таких детекторах жидкостью или твердым телом. В первых



работах по твердотельным ионизационным детекторам исследовались вещества с широкой запрещенной зоной — более 1,5–2 эВ (алмаз, галогениды серебра, сульфид цинка и др.). Однако из-за несовершенства технологии получения и очистки кристаллов к настоящему времени получены удовлетворительные результаты лишь с двумя широкозонными веществами — теллуридом кадмия (CdTe) и дииндидом ртути (HgI<sub>2</sub>). Высокая плотность этих веществ и большое сечение взаимодействия кадмия с нейтронами делают их весьма перспективными для исследования слабоионизирующего излучения —  $\gamma$ -квантов и нейтронов.

Новым этапом в развитии ядерной спектрометрии и всего ядерного приборостроения явилось создание в начале 60-х годов полупроводниковых детекторов (ППД), изготовленных из кремния и германия. Мак-Кей в 1949 г. первым установил, что достигнутые к тому времени чистота и совершенство структуры кремния и германия позволяют использовать их в качестве детекторов ядерного излучения. Они обладают хорошими временными характеристиками. Малая энергия на образование пары носителей заряда (около 3 эВ по сравнению с 25 эВ в газовых ионизационных детекторах и 300 эВ на образование электрона с фотокатода в сцинтилляционных детекторах) сделала их энергетическое разрешение таким высоким, какое до последнего времени удавалось получить лишь с помощью очень сложных и дорогостоящих кристалл-дифракционных и магнитных спектрометров.

В течение короткого времени были разработаны различные типы ППД — с *p-n*-переходов, радиационные, диффузионно-дрейфовые [Si(Li) и Ge(Li)]. Особенно широкое распространение в ядерной спектрометрии получили Ge(Li)-детекторы. В последние годы стали доступными Ge(Li)-детекторы объемом до 150 см<sup>3</sup>, что приблизило светосилу спектрометров с такими детекторами к светосиле спектрометров с большими кристаллами NaI(Tl) и сделало их основными детекторами в спектрометрах энергии  $\gamma$ -излучения.

В последние годы появились детекторы из сверхчистого германия (HPGe). Они обладают еще лучшим, чем детекторы из Ge(Li), временным и энергетическим разрешением. Сейчас из сверхчистого германия изготавливают детекторы объемом до 200 см<sup>3</sup>.

Высокие светосила и энергетическое разрешение спектрометров с ППД позволили приступить к исследованию таких сложных спектров, измерение и обработка которых стали немислимы без глубокой реорганизации ядерной электроники, автоматизации спектрометрического эксперимента с широким использованием ЭВМ. Были разработаны новые системы блоков с глубокой унификацией шин, сигналов и основных циклов работы (системы ВЕКТОР, КАМАК и др.).

Длительное время ядерно-спектрометрические исследования проводились на весьма слабых и дефицитных источниках с естественными радиоактивными нуклидами. Для успешного развития ядерной спектроскопии необходимы были не только достаточно совершенные методы

исследования излучения, но разнообразные и мощные источники излучения. Такие источники появились с созданием в 1932 г. Кокрофтом и Уолтоном установки для ускорения протонов, открытием в 1944 г. Векслером, а в 1945 г. Мак-Милланом принципа автофазировки и быстрым совершенствованием ускорительной техники. Ускорители позволили получить большое количество искусственных радиоактивных нейтронно-дефицитных нуклидов.

Свыше 1000 нейтронно-избыточных радиоактивных нуклидов стали доступны для массового исследования после запусков ядерных реакторов в США (1942 г.) и в СССР (1946 г.).

Появилась возможность исследования все более короткоживущих радионуклидов, а также излучений, возникающих непосредственно в ядерных реакциях или при делении ядер. Экспериментальные исследования стало целесообразно привязывать непосредственно к источникам радиоактивных нуклидов и излучений. На реакторах и ускорителях стали создаваться целые комплексы аппаратуры для проведения ядерно-спектрометрических исследований. Широкое распространение получили ISOL-системы (Isotope Separator On-Line – масс-сепараторы "в линии"). На таких системах последовательно выполняются операции получения и транспортировки нуклидов, их разделения по массам и зарядам. Отобранный пучок ионов может направляться по различным каналам к магнитному или ППД-спектрометру, спектрометру нейтронов и т.д. простой перефокусировкой пучка.

## Глава 1. СПЕКТРОМЕТРИЯ ЯДЕРНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ

### 1.1. Предмет ядерной спектрометрии

Ядерная спектрометрия представляет собой совокупность методов исследования спектров ядерных излучений. Основными источниками ядерных излучений являются радиоактивный распад, ядерные реакции и превращения элементарных частиц. Хотя по экспериментальной технике и по характеру получаемой информации методы исследования радиоактивного распада, ядерных реакций и превращений элементарных частиц частично перекрываются, последний вид исследований фактически отделился и стал самостоятельным разделом ядерной физики – физикой высоких энергий или физикой элементарных частиц. Таким образом, термин "ядерная спектрометрия" используется в основном для обозначения исследований излучений, связанных с радиоактивным распадом и ядерными реакциями. В указанном смысле этот термин понимается и в данной книге.

Предметом изучения в ядерной спектрометрии являются:

- а) принципы действия и устройство спектрометров ядерных излучений, их характеристики, наладка и градуировка;
- б) техника и методика ядерно-спектрометрического эксперимента;
- в) аппаратурные спектры, их виды, характеристики, методы обработки;
- г) интерпретация результатов анализа аппаратурных спектров (восстановление спектров излучений).

Методы ядерной спектрометрии применяются в том или ином виде практически во всех ядерно-физических исследованиях. Они широко используются как при решении фундаментальной задачи ядерной спектроскопии (изучении ядерных энергетических уровней, их свойств и переходов между ними), так и при решении ее прикладных задач (исследовании элементного состава вещества, изучении сопутствующего излучения, а также задач радиометрии, дозиметрии и защиты от излучений).

### 1.2. Характеристики ядер и ядерные превращения

1.2.1. Основные характеристики атомных ядер. Атомное ядро представляет собой квантовую систему и может находиться в различных энергетических состояниях или на разных энергетических уровнях (рис. 1.1). Количество имеющихся в ядре состояний и их энергии зави-

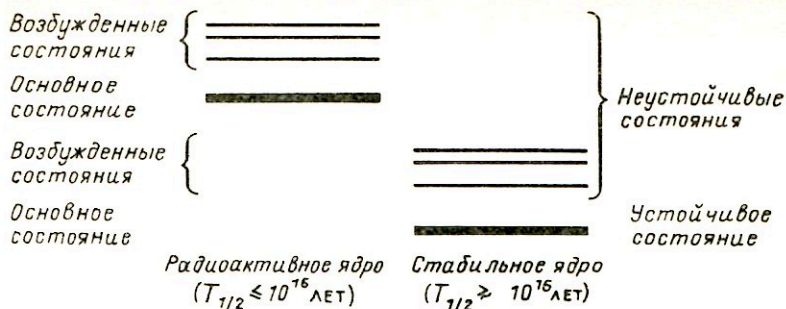


Рис. 1.1. Энергетические состояния ядер

сит от конкретных свойств каждого ядра. Состояние с наименьшим значением энергии называется основным, остальные – возбужденными. Обычно энергию возбужденных состояний измеряют относительно основного состояния, энергию которого принимают за нуль – тогда энергии возбужденных состояний положительны.

Состояния могут быть устойчивыми и неустойчивыми. Состояния ядер считают неустойчивыми, если их время жизни меньше  $10^{15} - 10^{20}$  лет. Все возбужденные состояния неустойчивы. Нуклонные образования с временем жизни меньшим, чем характерное ядерное время (время пролета частицы через ядро  $\tau = R/v \approx 10^{-22}$  с), вообще не считают нуклонно-связанными системами (ядрами). Ядра, имеющие устойчивые состояния, называются стабильными, остальные – радиоактивными. Таким образом, все состояния радиоактивных ядер и возбужденные состояния стабильных ядер являются неустойчивыми. К устойчивым относятся лишь основные состояния стабильных ядер.

В настоящее время известно 107 природных и искусственно полученных элементов, из них 81 элемент имеет стабильные изотопы. Всего известно около 270 стабильных изотопов и, следовательно, около 270 устойчивых состояний. Радиоактивных ядер значительно больше. К настоящему времени их известно около 1800.

На основании полуэмпирических формул для масс ядер (например, формулы Вайскопфа) могут быть очерчены границы всей области существования нуклонно-связанных систем (рис. 1.2). В области ядер со сравнительно малыми атомными номерами наиболее стабильными являются ядра, расположенные вблизи линии (дорожки)  $\beta$ -стабильности, на которой заряд ядра и его массовое число связаны соотношением  $Z = A/(1,98 + 0,15A^{2/3})$ . По мере удаления от этой линии удельная энергия связи нуклонов в ядре уменьшается, уменьшается время жизни ядер, и возрастает энергия распада. При распаде таких ядер могут возникать высоковозбужденные состояния и новые типы ядерных превращений – протонный и двухпротонный распад,  $\beta$ -распад с испусканием задержан-

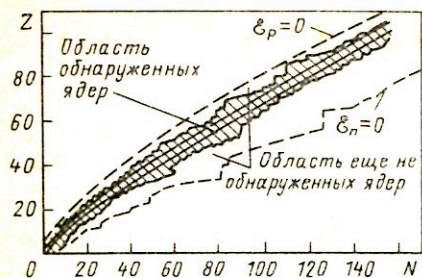


Рис. 1.2. Карта изотопов

ных частиц, задержанное деление и др. Границами устойчивости в этой области являются линии протонной ( $\epsilon_p = 0$ ) и нейтронной ( $\epsilon_n = 0$ ) устойчивости, на которых энергии связи протона  $\epsilon_p$  и нейтрона  $\epsilon_n$  соответственно равны нулю. Точное положение границ пока неизвестно.

С ростом атомного номера ( $A \geq 130$ ) ядра становятся неустойчивыми также к  $\alpha$ -распаду, а затем (при  $Z^2/A \geq 35$ ) и к спонтанному делению. Времена жизни ядер быстро сокращаются. Предполагая подобную закономерность в области больших атомных номеров, можно определить последний, самый тяжелый и сверхкороткоживущий ( $\tau \approx \approx 10^{-22}$  с) элемент. В 40-е годы такой элемент с предполагаемым  $Z$ , равным 112 или 116 получил название "космий". Однако последующие экспериментальные данные пришли в противоречие с этими предположениями, основанными на жидкокапельной модели ядра и гладком барьере деления.

В 60-е годы было обнаружено несколько десятков спонтанно делящихся изомеров, природу которых удалось объяснить введением оболочечных поправок, учитывающих внутреннюю структуру делящихся ядер. Учет этой структуры может существенно нарушить отмеченную выше закономерность уменьшения времени жизни ядер с ростом  $Z$ . Поскольку структурные эффекты максимальны для магических ядер, то особый интерес представляет оценка времени жизни следующего за свинцом-208 дважды магического ядра ( $Z = 114, N = 184$ ). Расчеты по методу оболочечной поправки показывают, что его время жизни может исчисляться миллиардами лет. Если учесть, что подобный эффект должен иметь место и для соседних ядер, то это, по существу, означает, что предсказывается существование острова стабильности в области сверхтяжелых элементов.

Оценки по массовым формулам показывают, что область между границами нуклонной стабильности и устойчивости к спонтанному делению может включать 5–6 тыс. ядер. Это означает, что более 2/3 ядер еще не изучено.

Каждое ядро имеет несколько десятков, а иногда и сотен возбужденных (неустойчивых) состояний. К настоящему времени идентифицировано около  $10^5$  неустойчивых состояний ядер.

Основными характеристиками устойчивых состояний ядер являются: массовое число  $A$ , масса  $M$ , электрический заряд  $Z$ , полная энергия  $E_{\text{я}}$ , спин  $I$ , четность волновой функции  $\pi$ , мультипольные электрические моменты  $Q_L$ , магнитный момент  $\mu$ .

Неустойчивые состояния дополнительно характеризуются временем жизни  $\tau$ , типом и характеристиками перехода, свойствами испускаемых при этом частиц и другими параметрами. Таким образом, каждое состояние ядра имеет около десятка характеристик. Основные характеристики ядер в устойчивых или достаточно долгоживущих состояниях могут быть определены из измерений зарядов и масс этих ядер и анализа оптических спектров их атомов и молекул.

Для установления характеристик неустойчивых состояний ядер исследуют излучения, испускаемые при снятии возбуждения, радиоактивном распаде или в ядерной реакции. В процессе исследований непосредственно определяются энергия, момент количества движения, четность, связанные с излучением. Например, если известен спин устойчивого состояния ядра  $I_{\text{к}}$  и суммарный момент количества движения испущенных частиц  $L$ , то с помощью правил отбора  $|I_{\text{к}} - I_{\text{н}}| \leq L \leq |I_{\text{к}} + I_{\text{н}}|$  можно получить сведения о спине  $I_{\text{н}}$  неустойчивого состояния ядра. То же относится к четности состояния и энергии ядра. Так как подавляющее число состояний ядер являются неустойчивыми, то это означает, что исследование характеристик ядер связано в основном с исследованием ядерных излучений.

Можно отметить несколько важных обстоятельств, вытекающих из приведенных цифр: 1) ядерная спектрометрия — это спектрометрия ядерных излучений; 2) объем ядерных данных огромен ( $10^6 - 10^7$  значений); доля неизученных данных значительно превышает долю изученных.

**Электрический заряд, массовое число, масса.** Электрический заряд  $Z$  определяется количеством протонов в ядре. Он обуславливает химические свойства всех изотопов данного элемента. Массовое число ядра  $A$  равно числу нуклонов. Если ядро содержит  $Z$  протонов и  $N$  нейтронов, то  $A = Z + N$ .

Массу ядер измеряют в атомных единицах массы (за одну атомную единицу массы принимают  $1/12$  часть массы нейтрального атома углерода  $^{12}\text{C}$ ). Масса ядра, содержащего  $Z$  протонов и  $N$  нейтронов, может быть найдена по формуле:  $M = (Zm_p + Nm_n) - W/c^2$ , где  $m_p$  и  $m_n$  — соответственно массы протона и нейтрона;  $W$  — энергия связи нуклонов в ядре (величину  $W/c^2$  иногда называют дефектом массы).

В соответствии с соотношением Эйнштейна покоящемуся ядру с массой  $M$  соответствует энергия покоя  $E = Mc^2$ .

Массовое число и заряд полностью определяют тип ядра. Конкретное ядро (атом) с данными  $A$  и  $Z$  называется нуклоном. Ядра с одинаковыми массовыми числами называются изобарами, с одинаковым зарядом — изотопами, с одинаковым числом нейтронов — изотонами.

**Спин и четность состояния.** В соответствии с моделью ядерных оболочек спин ядра  $I$  определяется орбитальным квантовым числом  $l$  ( $l = 0, 1, 2 \dots$ ), характеризующим орбитальное движение внешних (не спаренных) нуклонов, и их суммарным спином.

Уже в первых опытах по определению спина основных состояний ядер было установлено, что нейтроны и протоны ориентируются в ядре таким образом, что их спины почти полностью компенсируются (максимальный спин ядра не превышает  $11/2$  в постоянных Планка  $\hbar$ , т.е. гораздо меньше  $A/2$ ). Спины возбужденных состояний, как правило, имеют более высокое значение (известны уровни со спином  $41/2$ ). Было также установлено, что у всех ядер в основном состоянии с четным  $A$  — спин целый, у ядер с нечетным  $A$  — полуцелый, а у четно-четных ядер спин равен нулю.

Четность  $\pi$  волновой функции квантовой системы (например, ядра) — это величина, сохранение которой для изолированной квантовой системы является следствием инвариантности законов природы по отношению к пространственной инверсии (к замене правого левым или изменению направления всех координат на обратные). Эта величина действительно сохраняется при ядерных и электромагнитных взаимодействиях. В слабых взаимодействиях этот закон нарушается. Состояния, волновая функция которых при преобразовании инверсии сохраняет знак, называются четными, не сохраняет — нечетными.

Четность сложной квантовой системы (атомного ядра) можно представить в виде произведения внутренних четностей нуклонов на  $(-1)^{\sum l_i}$ , где  $l_i$  — квантовое число, определяющее характер движения данного нуклона в ядре (орбитальное квантовое число). Собственную четность нуклона можно выбрать любой, например положительной. Тогда четность состояния нуклона будет определяться четностью орбитального числа  $l$  этого состояния, а четность системы нуклонов — четностью суммы всех  $l$ . Если сумма  $\sum l_i$  четная, то и система четная, и наоборот. Таким образом, четность ядра может изменяться только в результате испускания или захвата частиц, находящихся в нечетном состоянии.

**Электрические и магнитные моменты ядра.** Как указывалось, заряд ядра  $Z$  определяет число протонов в ядре и химические свойства элемента. Однако свойства ядра зависят также и от распределения и движения заряда в ядре.

Распределение заряда в ядре в данном энергетическом состоянии характеризуют электрические мультипольные моменты  $Q_L$  ( $L$  — мультипольность электрического момента).

Дипольный момент характеризует сдвиг центра инерции протонов относительно центра инерции ядра. Дипольный момент ядер в основном состоянии равен нулю, что говорит о симметричном относительно центра инерции распределении протонов и нейтронов в таких ядрах.

Квадрупольные электрические моменты характеризуют отклонение распределения заряда в ядре от сферически-симметричного и равны нулю при сферически-симметричном распределении (например, для магических ядер).

Величиной, характеризующей движение заряда в ядре, является магнитный момент ядра. В соответствии с моделью ядерных оболочек магнитный момент ядра (так же как и спин) определяется внешними нуклонами, не входящими в состав замкнутых оболочек.

По порядку значения магнитные моменты ядер  $\mu$  близки к значениям магнитных моментов протона и нейтрона и измеряются в ядерных магнетонах  $\mu_0$ :  $\mu = \mu_0 g I$ , где  $g$  — гиромагнитное отношение (множитель Ланде), учитывающее наличие собственных магнитных моментов нуклонов. Магнитные моменты (так же как и спины) почти полностью компенсируются в ядре. Для четно-четных ядер магнитные моменты равны нулю (так как равны нулю их спины).

**Время жизни состояния.** Состояния атомных ядер (в том числе и основные состояния радиоактивных ядер), строго говоря, не являются стационарными и не обладают определенной энергией. Их можно характеризовать только средним значением энергии  $E$  с некоторым разбросом  $\Delta E_e$ , который называют естественной шириной уровня. Если  $\Delta E_e \ll E$ , то состояние называют квазистационарным.

Эксперимент показывает, что зависимость функции  $W(t)$ , характеризующей вероятность сохранения такого состояния, от времени может быть выражена следующим образом:

$$W(t) = \exp(-\Delta E_e t / \hbar), \quad (1.1)$$

где  $\hbar = h/2\pi = 1,054 \cdot 10^{-34}$  Дж · с.

Величина  $\Delta E_e / \hbar = \lambda$  называется постоянной распада и имеет смысл вероятности распада в единицу времени. Время  $t$ , в течение которого вероятность пребывания системы в исходном квазистационарном состоянии уменьшается в  $e$  раз, называется временем жизни состояния  $\tau$ , в 2 раза — периодом полураспада  $T_{1/2}$ . Отсюда можно получить связь между величинами  $\lambda$ ,  $\tau$  и  $T_{1/2}$ :

$$\tau = 1/\lambda; \quad T_{1/2} = \ln 2 / \lambda. \quad (1.2)$$

При распаде состояний несколькими способами каждому из них соответствует свое, так называемое парциальное время жизни  $\tau_i$ . Наблюдаемое время жизни  $\tau$  (среднее время жизни) определяется вероятностями всех переходов из данного состояния.

Времена жизни состояний весьма чувствительны к деталям структуры ядра и, таким образом, могут дать богатую информацию о ядре. Диапазон возможных значений времен жизни весьма широк — от  $10^{-22}$  с до  $10^{20}$  лет. Это связано с широким спектром характеристик



уровней, между которыми происходят переходы. К настоящему времени измерены времена жизни примерно для  $10^4$  состояний.

В начальный период исследований времен жизни (впервые в 1921-м году) было обнаружено несколько длительно существующих (метастабильных) возбужденных состояний ядер, которые назвали изомерными, а ядра, идентичные по нуклонному составу, но находящиеся в разных состояниях, — изомерами.

Исследованные к настоящему моменту времена жизни возбужденных состояний заполняют весь указанный выше диапазон возможных времен жизни непрерывно (например, период полураспада метастабильного состояния  $^{239}\text{Np}$  равен  $5 \cdot 10^3$  лет, а  $^{135}\text{Cs}$  —  $2,8 \cdot 10^{10}$  с). Поэтому при современном уровне знаний это понятие не имеет строгого физического смысла. Строго говоря, все состояния одного ядра следует называть изомерными, так как нуклонный состав ядра всюду одинаков. Тем не менее, в силу сложившейся традиции, и в настоящее время возбужденные состояния с временем жизни  $10^{-5}$  с и более обычно называют изомерными (метастабильными).

**Характеристики переходов.** Ядра, находящиеся в неустойчивых состояниях, переходят в состояния с более низкой энергией. Различают три основных вида переходов или ядерных превращений: электромагнитные переходы, переходы с испусканием  $\beta$ -частиц и переходы с испусканием тяжелых частиц (нуклонов или ядер). Характерное время  $\tau$ , за которое происходит каждый из переходов, если он разрешен энергетически и не запрещен законами сохранения, связано с константой взаимодействия, ответственной за переход. Так, распад с испусканием тяжелых частиц должен происходить за время порядка  $10^{-22}$  с (константа сильного взаимодействия равна единице); электромагнитный переход — за время порядка  $10^{-18}$  с (константа электромагнитного взаимодействия около  $10^{-2}$ );  $\beta$ -переход — за время порядка  $10^{-3}$  с (константа слабого взаимодействия около  $10^{-14}$ ). Однако реальные времена  $\tau$  зависят от физических параметров и правил отбора, характерных для каждого конкретного перехода. Одной из важнейших причин, влияющих на эти времена, является зависимость вероятности перехода от энергии. Так, вероятности электромагнитных переходов с испусканием дипольного, квадрупольного и т.д. излучений пропорциональны третьей, пятой и более высоким степеням энергии соответственно; вероятность  $\beta$ -распада содержит экспоненциальную зависимость от энергии.

Основными характеристиками перехода и испускаемых при этом частиц являются их энергии ( $E_{\pi}$ ,  $E_{\gamma}$ ,  $E_{\alpha}$ , ...) и интенсивности ( $I_{\pi}$ ,  $I_{\gamma}$ ,  $I_{\alpha}$ , ...). Энергия перехода равна разнице в энергии уровней и уносится в виде энергии частиц и атома отдачи. Так, для электромагнитного перехода

$$E_{\pi} = E_j - E_i = E_{\gamma} + E_{\text{отд.}}$$

Понятие интенсивности перехода (а также интенсивности линии) используют для характеристики вероятностей различных переходов при радиоактивном распаде или ядерной реакции. Наряду с термином "интенсивность линии" часто используют аналогичный по смыслу термин "выход частиц", а для  $\gamma$ -квантов — "квантовый выход".

Под абсолютной интенсивностью перехода (интенсивностью линии) понимают среднее число переходов (частиц данного типа), приходящихся на один распад ядра.

Выраженное в процентах отношение интенсивности данного перехода (линии) к интенсивности реперного перехода (линии) называют относительной интенсивностью перехода  $I_{\text{п}}^{\text{отн}}$  (относительной интенсивностью линии  $I_{\gamma}^{\text{отн}}$ ,  $I_{\alpha}^{\text{отн}}$  ...). За реперный обычно принимают наиболее интенсивный переход, а его интенсивность принимают за единицу.

Интенсивность перехода равна сумме интенсивностей всех конкурирующих процессов, в результате которых осуществляется данный переход. Так, интенсивность электромагнитного перехода равна сумме интенсивностей  $\gamma$ -квантов, электронов внутренней конверсии и электрон-позитронных пар, испускаемых при данном переходе.

**1.2.2. Радиоактивность.** Под радиоактивностью понимают связанное с ядерными превращениями самопроизвольное испускание частиц ядрами. Ядерные превращения могут сопровождаться изменением состава ядра (такие превращения принято называть распадом:  $\alpha$ -распад,  $\beta$ -распад, нуклонный распад, спонтанное деление ядер) или лишь изменением его энергетического состояния (электромагнитный переход). Такие превращения могут сопровождаться любым видом ионизирующих излучений —  $\alpha$ -,  $\beta$ -,  $\gamma$ -излучением, испусканием нуклонов, осколков деления, моноэнергетических электронов, рентгеновских квантов и др.

Закон радиоактивного распада (справедливый для любых ядерных превращений) можно вывести из следующих, согласующихся с опытом, предположений: 1) вероятность распада атомного ядра, находящегося в данном энергетическом состоянии, является характеристикой данного состояния ядра, которая не зависит ни от физического или химического состояния атома\*, ни от времени (ядра "не стареют"); 2) распад ядра является случайным событием и подчиняется статистическим законам.

Если предположить, что число исходных ядер  $N_0$  (на момент времени  $t = 0$ ) достаточно велико и  $N(t)$  можно рассматривать как непрерывную величину, то при указанных предположениях среднее число распадающихся за время  $dt$  ядер будет пропорционально  $dt$  и числу имеющихся ядер, т.е.

$$dN = -\lambda N dt. \quad (1.3)$$

\* Для  $e$ -захвата наблюдается слабая зависимость  $\lambda$  от внешних условий.

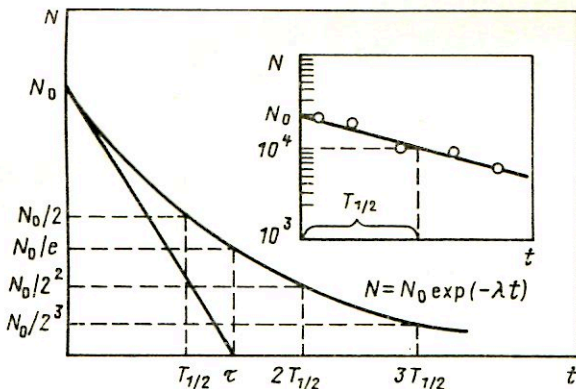


Рис. 1.3. Кривая радиоактивного распада

Интегрирование соотношения (1.3) приводит к выражению для среднего числа нераспавшихся ядер на момент времени  $t$ :

$$N(t) = N_0 \exp(-\lambda t), \quad (1.4)$$

которое называют законом радиоактивного распада [см. также (1.1)].

Среднее число распадов за единицу времени (скорость распада) нуклидов данного типа, содержащихся в источнике, называют активностью  $A$ :

$$A(t) = -dN/dt = \lambda N = A_0 \exp(-\lambda t). \quad (1.5)$$

Можно показать, что среднее время жизни равно

$$\tau = \lambda \int_0^{\infty} t \exp(-\lambda t) dt = 1/\lambda.$$

Очевидно также, что  $N(T_{1/2})/N_0 = \exp(-\lambda T_{1/2}) = 1/2$ , откуда  $T_{1/2} = \ln 2/\lambda = 0,693\tau$ . Физический смысл величин  $\lambda$ ,  $\tau$ ,  $T_{1/2}$  и соотношения между ними те же, что и в (1.1), (1.2).

Распределение  $N(t)$  показано на рис. 1.3. Ширина распределения на половине высоты равна периоду полураспада  $T_{1/2}$ . Касательная к  $N(t)$  в точке  $t = 0$  пересекает ось  $t$  при  $t = \tau$ . В полулогарифмическом масштабе распределение имеет вид прямой линии с наклоном  $-\lambda$ .

**1.2.3. Альфа-распад.** Альфа-распад ядра  $(Z, A)$  становится энергетически возможен, когда для энергии распада  $Q_\alpha$  выполняется условие:

$$\begin{aligned} Q_\alpha &= \{M(A, Z) - M(A - 4, Z - 2) - M({}_2^4\text{He})\} c^2 \approx \\ &\approx 4 \{ \mathcal{E}({}_2^4\text{He}) - \mathcal{E}(A - 4, Z - 2) \} + A(d\mathcal{E}/dA)dA > 0, \end{aligned} \quad (1.6)$$

где  $\mathcal{E}(A, Z)$  — энергия связи на один нуклон.

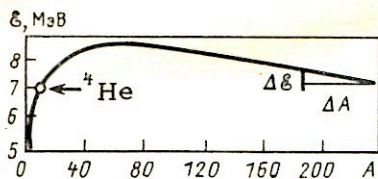


Рис. 1.4. Зависимость удельной энергии связи нуклидов  $\varepsilon$  от массового числа  $A$

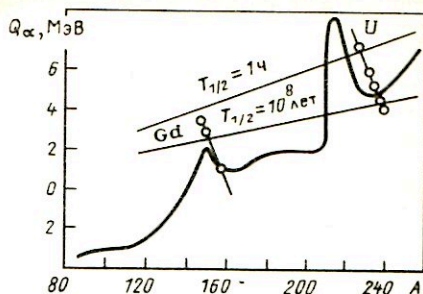


Рис. 1.5. Зависимость энергии  $\alpha$ -распада  $Q_\alpha$  от массового числа  $A$

Из рассмотрения зависимости  $\varepsilon(A)$  (рис. 1.4) можно сделать вывод, что для ядер, расположенных на линии стабильности, условие (1.6) будет выполняться при достаточно больших  $A$ , где  $d\varepsilon/dA < 0$  и  $\varepsilon(A, Z)$  приближается к  $\varepsilon({}_2^4\text{He}) \approx 7,1$  МэВ. Из рис. 1.5 видно, что  $Q_\alpha > 0$  при  $A > 130$ .

За  $\alpha$ -распад ответственно сильное взаимодействие, однако мгновенному распаду (за время  $\tau = R/v$ , где  $R$  — радиус ядра,  $v$  — скорость  $\alpha$ -частицы) препятствует кулоновский барьер высотой  $U_K(R) = Zze^2/R \approx Zz/A^{1/3}$  ( $Z$  и  $z$  — заряды ядра и  $\alpha$ -частицы,  $U_K$  выражено в мегаэлектрон-вольт), и распад происходит путем туннельного перехода  $\alpha$ -частиц через этот барьер.

Для  $\alpha$ -переходов между основными состояниями четно-четных ядер экспериментально наблюдается экспоненциальный рост вероятности  $\alpha$ -распада с увеличением энергии распада (закон Гейгера—Нэттола):  $\lg T_{1/2} = A_Z / \sqrt{Q_\alpha} + B_Z$ , где  $A_Z, B_Z$  — эмпирические параметры, зависящие от  $Z$ . Такие переходы называют разрешенными. Все остальные переходы называют запрещенными. Они в той или иной степени ослаблены по сравнению с разрешенными. Правила отбора по спину и четности начального и конечного состояния ядра для  $\alpha$ -перехода определяются только орбитальным моментом  $l$ , уносимым  $\alpha$ -частицей, так как спин  $\alpha$ -частицы равен нулю и ее собственная четность положительна:

$$|I_N - I_K| \leq l \leq I_N + I_K; \quad \pi_N \pi_K = (-1)^l. \quad (1.7)$$

Для разрешенных переходов  $\Delta I = 0$ ;  $l = 0$ .

Большинство  $\alpha$ -радиоактивных ядер имеет следующие характеристики:

$$Z > 82; \quad A > 200; \quad 4 \text{ МэВ} \leq E_\alpha \leq 9 \text{ МэВ}; \quad 10^{10} \text{ лет} \geq T_{1/2} \geq 10^{-7} \text{ с}.$$

Из рис. 1.5 видно, что кривая  $Q(\alpha)$  для ядер, расположенных на линии  $\beta$ -стабильности, имеет два максимума: при  $A \approx 145$  и  $A \approx 212$ .

Первый из них соответствует дочерним ядрам, содержащим магическое число нейтронов ( $N = 82$ ), второй — магическое число протонов ( $Z = 82$ ) и нейтронов ( $N = 126$ ). Первому максимуму со сравнительно малым  $Z$  ( $Z = 57 - 71$ ), а следовательно, и малым  $U_K$  соответствуют редкоземельные элементы ( $^{141}\text{Pr}$ ,  $^{142}\text{Ce}$ ,  $^{144}\text{Nd}$ ,  $^{144}\text{Sm}$ ,  $^{150-155}\text{Dy}$  и др.), для которых  $Q_\alpha \approx 2$  МэВ и которые, таким образом, составляют исключение из основного количества  $\alpha$ -радиоактивных нуклидов.

В области между пиками ( $Z = 72 \div 82$ ;  $A = 160 \div 200$ ), где роста  $Q_\alpha$  нет, а  $U_K$  растет,  $\alpha$ -распад маловероятен. Интенсивность  $\alpha$ -распада некоторых ядер, обнаруженных в этой области ( $^{152}\text{Gd}$  с  $T_{1/2} \approx \approx 10^{14}$  лет,  $^{174}\text{Hf}$  с  $T_{1/2} \approx 2 \cdot 10^{15}$  лет) лежит на пределе чувствительности ( $T_{1/2} \approx 10^{17} \div 10^{18}$  лет) методик регистрации. Так что практическая граница  $\alpha$ -радиоактивности соответствует условиям (1.7). Для наглядности на рис. 1.5 проведены линии, соответствующие  $T_{1/2} = 1$  ч и  $T_{1/2} = 10^8$  лет.

С ростом  $Q_\alpha$  прозрачность кулоновского барьера быстро увеличивается, и при  $Q_\alpha \geq 9$  МэВ  $\alpha$ -распад происходит практически мгновенно (для тяжелых ядер  $U_K \approx 25$  МэВ). Таким образом,  $\alpha$ -частица эффективно проходит кулоновский барьер при  $Q_\alpha \geq U_K/3$ .

Для всей совокупности ядер, претерпевающих  $\alpha$ -распад (включая ядра, находящиеся за пределами линии  $\beta$ -стабильности), зависимость  $Q_\alpha(A)$  сложнее. Кружками на рис. 1.5 показан ход зависимости  $Q_\alpha(A)$  для изотопов нескольких элементов. С удалением от линии  $\beta$ -стабильности в области нейтронно-избыточных ядер падает энергия  $\alpha$ -распада и быстро растет вероятность конкурирующего  $\beta$ -распада, так что в этой области граница наблюдаемых  $\alpha$ -радиоактивных ядер довольно резкая.

В области нейтронно-дефицитных ядер  $\alpha$ -распад успешно конкурирует с  $e$ -захватом и  $\beta^+$ -распадом, и граница здесь менее резкая. Альфа-распад наблюдается практически во всем диапазоне между пиками кривой  $Q_\alpha(A)$ , вплоть до редкоземельных элементов.

С ростом  $Z$  (при  $Z^2/A \geq 35$ ) наряду с  $\alpha$ -распадом большую роль начинает играть спонтанное деление ядер, которое при  $Z \geq 103$  является преобладающим.

К настоящему времени исследовано около 230  $\alpha$ -радиоактивных нуклидов. Из них около 30 нуклидов относятся к естественным радиоактивным семействам: урана (родоначальник  $^{238}\text{U}$ ), тория (родоначальник  $^{232}\text{Th}$ ) и актиния (родоначальник  $^{235}\text{U}$ ).

Баланс энергии при  $\alpha$ -распаде выглядит следующим образом:

$$Q_\alpha = E_\alpha + E_{\text{отд}} + E_{\text{возб}}, \quad (1.8)$$

где  $E_\alpha$  — энергия вылетевшей  $\alpha$ -частицы;  $E_{\text{отд}}$  — энергия атома отдачи;  $E_{\text{возб}}$  — энергия возбуждения дочернего ядра.

**1.2.4. Бета-распад.** Различают три вида  $\beta$ -распада;  $\beta^-$ -распад,  $\beta^+$ -распад и  $e$ -захват ( $K$ -захват,  $e$ -захват). При  $\beta^-$ -распаде испускается электрон и электронное антинейтрино, при  $\beta^+$ -распаде — позитрон и электронное нейтрино, при  $e$ -захвате материнское ядро поглощает один из своих орбитальных электронов и превращается в дочернее ядро, испуская при этом электронное нейтрино.

Бета-распад ядра  $(Z, A)$  становится энергетически возможен, когда для энергии распада  $Q_\beta$  (в предположении нулевой энергии покоя нейтрино) выполняются условия:

$$Q_\beta = [M_a(Z, A) - M_a(Z + 1, A)] c^2 > 0 \quad (1.9)$$

для  $\beta^-$ -распада;

$$Q_\beta = [M_a(Z, A) - M_a(Z - 1, A) - 2m] c^2 > 0 \quad (1.10)$$

для  $\beta^+$ -распада;

$$Q_\beta = [M_a(Z, A) - M_a(Z - 1, A) - \epsilon_e] c^2 > 0, \quad (1.11)$$

для  $e$ -захвата,

где  $\epsilon_e$  — энергия связи электрона в атоме, а  $m$  — масса электрона (позитрона).

Поправка  $2m$  для  $\beta^+$ -распада связана с тем, что за пределами атома  $(Z - 1, A)$  оказываются позитрон и атомный электрон, в то время как в случае  $\beta^-$ -распада вылет электрона компенсируется захватом дополнительного атомного электрона, а при  $e$ -захвате атом покидает лишь нейтрино. Испускание позитрона в обычном веществе фактически означает дополнительное освобождение энергии  $2mc^2$ , которая выделяется при аннигиляции электрона и позитрона. Если учесть эту энергию, то  $Q_\beta$  при  $\beta^+$ -распаде будет на  $2mc^2$  больше.

Необходимо иметь в виду, что в выражении (1.9) — (1.11) кроме энергии связи нуклонов входит и энергия связи электронов, и она может составлять существенную часть, если  $Q_\beta$  мало. Из условий (1.9) — (1.11) вытекает, что, вообще говоря, не должно существовать двух соседних по заряду стабильных изобар. Исключения возможны лишь тогда, когда соответствующие переходы запрещены.

При выполнении (1.10) одновременно выполняется и условие (1.11). Поскольку даже для самого тяжелого из хорошо изученных к настоящему времени нуклонов — курчатовия ( $Z = 104$ ) — максимальная энергия связи электрона в атоме  $\epsilon_e = 156$  кэВ, что значительно меньше  $2mc^2 = 1022$  кэВ, то  $\beta^+$ -распаду всегда сопутствует  $e$ -захват. В то же время  $e$ -захват может происходить, когда  $\beta^+$ -распад энергетически невозможен, т.е. когда  $[M_a(Z, A) - M_a(Z - 1, A)] c^2 < 2mc^2$ .

При  $e$ -захвате наиболее вероятен захват электронов с  $K$ -оболочки атома, поэтому этот процесс часто называют  $K$ -захватом, хотя наряду

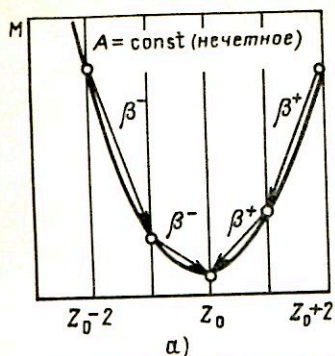


Рис. 1.6. Зависимость массы изобаров от заряда  $Z$ :

○ — ядра; → — переходы (распады)

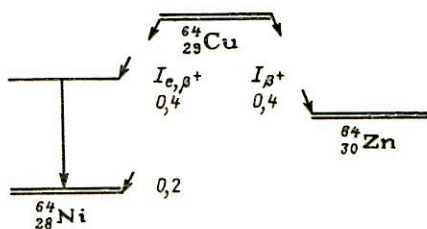
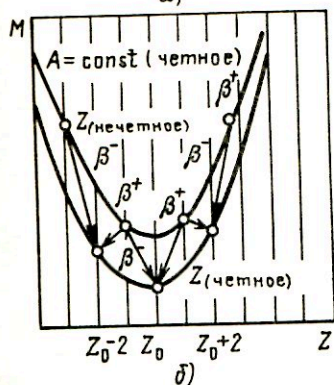


Рис. 1.7. Схема распада  $^{64}\text{Cu}$



с этим наблюдается также захват электронов с  $L$ -,  $M$ -оболочек и т.д. (чаще всего тогда, когда энергии недостаточно для отрыва  $K$ -электрона).

Вероятность  $e$ -захвата увеличивается с ростом  $Z$ , так как у тяжелых ядер  $K$ -оболочка расположена ближе к ядру. Эта вероятность зависит также от состояния электронной оболочки материнского атома.

Поэтому она может зависеть от физико-химического состояния вещества, в состав которого входят распадающиеся ядра.

Ядра, расположенные ниже линии  $\beta$ -стабильности (рис. 1.2), испытывают, как правило,  $\beta^-$ -распад, выше —  $\beta^+$ -распад и  $e$ -захват. Как видно из рис. 1.6, для нечетно-нечетных ядер сразу могут выполняться все три условия (1.9) — (1.11), и они могут претерпевать все три вида  $\beta$ -превращений. Примером является ядро  $^{64}\text{Cu}$  (рис. 1.7).

Поскольку для ядер с четным  $A$  зависимости  $M(Z)_{A=\text{const}}$  или  $\mathcal{E}(Z)_{A=\text{const}}$  описываются фактически двумя параболой [одна для четно-четных, другая — для нечетно-нечетных ядер (рис. 1.6)], то среди четно-четных ядер с достаточно большим  $A$  возможно существование двух и даже трех стабильных изобар  $(Z-2, A)$ ,  $(Z, A)$ ,  $(Z+2, A)$  с разной массой. Как видно из того же рисунка, в этом случае энергетически запрещен последовательный  $\beta^-$ -распад вида  $(Z-1, A) \rightarrow (Z, A) \rightarrow (Z+1, A)$  и переход в состояние с меньше массой возможен лишь через двойной  $\beta$ -распад, вероятность которого чрезвычайно мала ( $T_{1/2} > 10^{21}$  лет).

Полный момент количества движения (МКД), уносимый частицами при  $\beta$ -распаде, равен  $L = l + s$ , где  $l$  — орбитальный МКД,  $s$  — спиновый.

Переходы, для которых  $l = 0$ , называются разрешенными. Для них выполняется условие  $\pi_n \pi_k = +1$ . Полный МКД  $L$  для таких переходов связан только со спинами частиц, которые могут быть параллельны ( $s_e + s_\nu = 1$ ) и антипараллельны ( $s_e + s_\nu = 0$ ), и, следовательно, полный МКД может быть равен единице или нулю.

Для случаев антипараллельных спинов  $L = s_e + s_\nu + l_e + l_\nu = 0$  и из правила отбора по спину следует, что  $\Delta I = I_n = I_k = 0$ . Такие переходы называются синглетными (фермиевскими). Условие  $\Delta I = 0$  для таких переходов называют правилом отбора Ферми.

Для случая параллельных спинов  $L = s_e + s_\nu + l_e + l_\nu = 1$  и, следовательно,  $\Delta I = 0, \pm 1$ . Такие переходы называются триплетными (гамов-теллеровскими). Условие  $\Delta I = 0, \pm 1$  называют правилом отбора Гамова — Теллера.

Видно, что если  $I_n = I_k = 0$ , то испускание триплетного излучения запрещено, поэтому переходы типа  $0 \rightarrow 0$  должны быть фермиевскими. Переходы с  $\Delta I = \pm 1$  могут быть только гамов-теллеровскими. Переходы с  $\Delta I = 0, I_n \neq 0$  могут быть смешанными.

Таким образом, для разрешенных переходов выполняются следующие правила отбора:  $\pi_n \pi_k = +1$ ;  $\Delta I = 0, \pm 1$ .

Переходы, для которых  $l \neq 0$ , называются запрещенными. Классификация запрещенных переходов производится в соответствии со значением спинов и четностей состояний, между которыми происходит переход.

Переходы, для которых выполняются условия  $\pi_n \pi_k = (-1)^n$ ,  $\Delta I = \pm n$ , называют  $n$ -кратно запрещенными неуникальными переходами, а при условии  $\pi_n \pi_k = (-1)^n$ ,  $\Delta I = \pm (n + 1)$  —  $n$ -кратно запрещенными уникальными переходами (кроме разрешенных переходов с  $\Delta I = 0, \pm 1$ ). Форма энергетических  $\beta$ -спектров для уникальных переходов существенно отличается от формы  $\beta$ -спектров разрешенных переходов.

Кроме правил отбора по спину и четности существуют и другие факторы, приводящие к дополнительному замедлению распадов. На их основе формулируются дополнительные правила отбора, например правила отбора по изоспину, по асимптотическим квантовым числам.

Скорости  $\beta$ -распада, являющегося следствием слабого взаимодействия, весьма различны. Диапазон времен жизни для  $\beta$ -распада изменяется от  $10^{-3}$  с (при этом энергия  $\beta$ -распада становится сравнимой с энергией связи нуклонов в ядрах) до более чем  $10^{18}$  лет, и для двойного  $\beta$ -распада до более чем  $10^{21}$  лет.

Скорость  $\beta$ -распада сильно зависит от энергии  $\beta$ -распада  $Q_\beta$ , возрастающая с ее ростом, и от разницы значений спинов исходного и конечного ядер (степени запрещенности переходов).



Для характеристики  $\beta$ -переходов вводят параметр  $ft$  — так называемый приведенный период полураспада. Здесь  $t$  — период полураспада, а функция  $f$  определяется выражением

$$f(Z, E_0) = \int_1^{E_0} pE(E_0 - E)^2 F(\pm Z, E) dE, \quad (1.12)$$

где  $p$  — импульс испускаемой  $\beta$ -частицы;  $E, E_0$  — энергия и максимальная (граничная) энергия  $\beta$ -частицы соответственно;  $F(\pm Z, E)$  — функция Ферми для электронов и позитронов (она описывает действие кулоновского поля атома на  $\beta^\pm$ -распад). Функцию  $f$  можно определить экспериментально, измерив  $E_0$  и зная  $Z$ , или использовать табулированные значения  $f$ .

Для анализа спинов и четностей состояний ядер используют значение десятичного логарифма  $\lg ft$ . По значению  $ft$  или ее логарифма можно судить о типе распада. Так, для наиболее простых случаев  $\beta$ -распада (распад нейтрона, трития, легких ядер)  $ft$  имеет наименьшее значение около  $10^3$  с ( $\lg ft \approx 3$ ), хотя периоды полураспада могут различаться на много порядков. Это так называемые сверхразрешенные переходы (безусловно разрешенные, облегченные). Для средних ядер  $ft \approx 10^5$  с. Это разрешенные или нормально разрешенные переходы. Запрещенные переходы имеют большие  $ft$ , и чем больше степень запрета, тем больше  $ft$ . Например, переход  $^{137}\text{Cs} \rightarrow ^{137}\text{Ba}$  имеет  $\Delta I = 2$ ,  $ft = 10^9$  с. Такой же порядок ( $10^9$  с) имеет  $ft$  для  $\beta$ -перехода  $^{14}\text{C} \rightarrow ^{14}\text{N}$ . В этом случае  $\Delta I = -1$ , но  $\pi_n \pi_k = -1$ . Переход  $^{10}\text{Be} \rightarrow ^{10}\text{B}$  имеет  $\Delta I = 3$ ,  $ft = 10^{14}$  с.

Энергетический баланс для  $\beta$ -распада выглядит следующим образом:

$$Q_\beta = E_\beta + E_\nu + E_{\text{отд}} + m_\nu c^2 + E_{\text{возб}}. \quad (1.3)$$

Наблюдаемые абсолютные значения  $Q_\beta$  лежат в очень широком диапазоне энергий от 0,019 МэВ у  $^3\text{H}$  до 16,4 МэВ у  $^{12}\text{N}$ , так как у  $\beta$ -распада не существует ограничений по выделяемой энергии.

Известно около 30 естественных  $\beta$ -активных нуклидов и около 2 тыс. искусственно полученных нейтронно-дефицитных ( $\beta^+$ -активных) и нейтронно-избыточных ( $\beta^-$ -активных) нуклидов.

При  $e$ -захвате  $E_\beta = 0$ , и испускаются моноэнергетические нейтрино. Из-за чрезвычайно слабого взаимодействия с веществом (сечение взаимодействия нейтрино с ядром около  $10^{-44}$  см<sup>2</sup>) нейтрино зарегистрировать очень трудно, а энергия ядер отдачи слишком мала. Поэтому единственным способом идентификации  $e$ -захвата является регистрация характеристического рентгеновского излучения, сопровождающего  $e$ -захват.

**1.2.5. Нуклонный распад.** При удалении от полосы стабильности в сторону нейтронного избытка энергия связи нейтрона в ядре падает, а

Рис. 1.8. Схема эмиссии запаздывающих нейтронов

энергия  $\beta$ -распада ядер растет и в пределе (на линии  $\mathcal{E}_n = 0$ ) достигает 25 – 35 МэВ. Когда эта энергия становится больше энергии связи нейтрона  $Q_\beta > \mathcal{E}_n$ , появляется возможность эмиссии запаздывающих нейтронов. Вероятность такой эмиссии растет с удалением от линии стабильности.

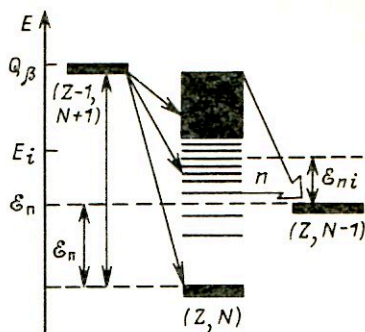


Схема эмиссии запаздывающих нейтронов показана на рис. 1.8. Возбужденные состояния ядра-излучателя  $(Z, N)$ , с которых происходит эмиссия запаздывающих нейтронов, заселяются при  $\beta^-$ -распаде ядра-предшественника  $(Z - 1, N + 1)$ .

При распаде ядра-излучателя  $(Z, N)$  на основное состояние ядра  $(Z, N - 1)$  (эксперимент показывает, что распад происходит преимущественно именно таким образом) нейтроны испускаются с энергией  $E_{ni} = E_i - \mathcal{E}_n$ , где  $E_i$  – энергия возбуждения ядра-эмиттера. Время жизни основного состояния ядра-предшественника, с которого происходит заселение  $n$ -распадных уровней, всегда больше времени жизни этих возбужденных состояний, поэтому скорость спада интенсивности запаздывающих нейтронов определяется временем жизни ядра-предшественника.

Для характеристики количества выпускаемых запаздывающих нейтронов вводят понятие выхода нейтронов или вероятности испускания нейтронов  $p_n$ , которая определяется как отношение количества выпускаемых нейтронов к числу актов распада ядра-предшественника  $(Z - 1, N + 1)$ .

В настоящее время известно более 70 излучателей запаздывающих нейтронов. Большая часть их получена в качестве осколков деления, так как при делении получают в основном нейтронно-избыточные нуклиды и значительную часть из них составляют нуклиды, для которых выполняется условие  $Q_\beta > \mathcal{E}_n$ .

Основные излучатели запаздывающих нейтронов среди продуктов деления объединяют в группы в соответствии с характерным периодом полураспада ядра-излучателей. Принято рассматривать шесть групп таких излучателей с характерными периодами полураспада примерно от 0,2 с до 1 мин. Запаздывающие нейтроны играют важную роль в управлении ядерными реакторами, так как придают реактору некоторую инерцию и тем самым делают его легко управляемым.

Дальнейшее продвижение в область нейтронно-избыточных нуклидов приводит к ядрам, для которых энергия связи нейтрона отрицательна ( $\mathcal{E}_n < 0$ ). Такие ядра являются нестабильными по отношению

к нейтронному распаду. Однако эти нуклонные образования нельзя считать нуклонно-связанными системами (ядрами), так как они распадаются за время порядка ядерного ( $\tau \sim 10^{-22}$  с). Поэтому все известные излучатели нейтронов являются излучателями запаздывающих нейтронов и испускают их из возбужденных состояний.

При удалении от полосы стабильности в сторону нейтронного дефицита падает энергия связи протона в ядре и растет энергия  $\beta^+$ -распада. В определенный момент наступает ситуация, когда  $Q_\beta > \mathcal{E}_p$  и появляется энергетическая возможность испускания запаздывающих протонов.

Схема эмиссии запаздывающих протонов подобна схеме, изображенной на рис. 1.8, только предшественником является нуклид  $(Z + 1, N - 1)$ , а дочерним — нуклид  $(Z - 1, N)$ . Испускание протона происходит после  $\beta^+$ -распада или  $e$ -захвата. Если энергия протона ниже высоты кулоновского барьера, протон выходит за пределы ядра с помощью туннельного эффекта. В настоящее время открыто более 50 излучателей запаздывающих протонов. В этой же области возможен процесс испускания запаздывающих  $\alpha$ -частиц.

Среди нуклидов с малой положительной энергией связи протонов возможно существование протонно-нестабильных изомеров. В этом случае задержка в вылете протонов связана с кулоновским и центробежным барьерами. Примером протонно-нестабильного изомера является  ${}^57\text{Co}$ .

Дальнейшее продвижение в область нейтронно-дефицитных нуклидов приводит к ядрам, для которых энергия связи протона отрицательна ( $\mathcal{E}_p < 0$ ). Для них становится возможным протонный распад из основного состояния. Задержка вылета протона здесь определяется вероятностью туннельного эффекта через кулоновский барьер. К настоящему времени идентифицировано несколько излучателей протонов  ${}^{109}\text{I}$ ,  ${}^{113}\text{Cs}$ ,  ${}^{147}\text{Tm}$  и др. Перенасыщенные протонами нуклиды четных по  $Z$  элементов за счет эффекта спаривания могут оказаться нестабильными относительно испускания двух протонов сразу.

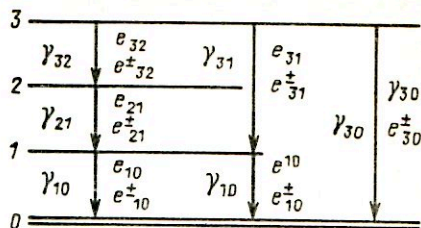
**1.2.6. Электромагнитные переходы.** Ядра, находящиеся в возбужденном состоянии, переходят в состояние с меньшей энергией в основном путем испускания  $\gamma$ -квантов, электронов внутренней конверсии и электрон-позитронных пар. Такие переходы обусловлены электромагнитным взаимодействием и называются электромагнитными.

Полная вероятность  $\lambda$  всех электромагнитных переходов с данного возбужденного уровня определяет время его жизни  $\tau$  (рис. 1.9):

$$1/\tau_j = \lambda_j = \sum_i (\lambda_{ji\gamma} + \lambda_{jie} + \lambda_{jie\pm}), \quad (1.14)$$

где  $\lambda_{ji\gamma}$ ,  $\lambda_{jie}$ ,  $\lambda_{jie\pm}$  — вероятности  $i$ -го  $\gamma$ -перехода с  $j$ -го уровня,  $i$ -го перехода с  $j$ -го уровня с испусканием электронов внутренней конверсии и электрон-позитронных пар соответственно.

Рис. 1.9. Схема электромагнитных переходов



Переход может быть однократным, когда ядро сразу переходит в основное состояние (рис. 1.9) (переходы  $1 \rightarrow 0$ ,  $3 \rightarrow 0$ ), или каскадным, когда ядро переходит в основное состояние путем ряда последовательных переходов (переходы  $3 \rightarrow 1 \rightarrow 0$  или  $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ ).

При достаточно высоких энергиях возбуждения, а также в случае, если указанные виды переходов ослаблены правилами отбора, разрядка возбужденного состояния возможна также путем испускания двух  $\gamma$ -квантов,  $\gamma$ -кванта и электрона,  $\beta$ -распада, путем испускания нуклонов или еще более сложных образований.

Каждый переход характеризуется значениями спинов и четностей начального ( $I_n, \pi_n$ ) и конечного ( $I_k, \pi_k$ ) состояний. Возникающее при переходе излучение уносит момент количества движения  $L$ , определяющий мультипольность перехода (излучения).

Переход может быть электрическим  $EL$  ( $E1$  — дипольный,  $E2$  — квадрупольный и т.д.) и магнитным  $ML$  ( $M1$  — дипольный,  $M2$  — квадрупольный и т.д.).

Эти переходы связаны соответственно с перераспределением электрического заряда и электрического тока и спинов в ядре. В соответствии с правилами отбора по четности четность начального и конечного состояний ядра и момент количества движения, уносимый излучением, должны быть связаны соотношениями:  $\pi_n \pi_k = (-1)^L$  — для электрического перехода и  $\pi_n \pi_k = (-1)^{L+1}$  — для магнитного перехода. В соответствии с правилом отбора по моменту количества движения между моментами начального  $I_n$  и конечного  $I_k$  состояний ядра и моментом  $L$  должно выполняться условие:  $|I_n - I_k| \leq L \leq I_n + I_k$ .

Переход может иметь смешанную мультипольность:  $E0 + M1 + E2 + \dots$  — для четных переходов ( $\pi_n \pi_k = +1$ ) и  $E1 + M2 + E3 + \dots$  — для нечетных переходов ( $\pi_n \pi_k = -1$ ). Вероятность магнитной компоненты относится к вероятности электрической (при одинаковых  $L$ ) как  $(\mu/d)^2 \approx 10^{-2} \div 10^{-3}$ , где  $\mu$  — магнитный, а  $d$  — электрический момент ядра.

Вероятность  $\gamma$ -перехода для высоких мультипольностей пропорциональна  $(R/\lambda)^2 L$ , где  $R$  — радиус ядра,  $\lambda$  — длина волны излучения. При  $E_\gamma \approx 1$  МэВ  $R/\lambda \approx 10^{-2} \div 10^{-3}$ . Следовательно, при увеличении  $L$  на единицу вероятность перехода уменьшается в  $10^4 - 10^6$  раз. Поэтому компоненты  $E4$  и  $M4$  практически не наблюдаются.

Таким образом, основной вклад в переход дают мультиполи с двумя наименьшими  $L$  ( $L_1 = |\Delta I|$  и  $L_2 = |\Delta I| + 1$ ), разрешенными правилами отбора:  $EL_1 + ML_2$  или  $ML_1 + EL_2$ . Исключение составляют компоненты  $E1$ , которые, как правило, сильно ослаблены, и компоненты  $E0$ , которые встречаются редко и обычно не имеют большой интенсивности. В подавляющем числе известных случаев смешанных мультипольностей имеет место смесь  $M1+E2$  с  $\pi_n \pi_k = +1$ .

Поскольку  $L \geq 1$  (в природе не существует электромагнитного монопольного излучения), то переходы  $0 \rightarrow 0$  ( $I_n = I_k = 0$ ) с испусканием одного кванта запрещены. Они могут происходить, например, путем внутренней конверсии электронов или испусканием двух фотонов или другими путями. Это переходы  $E0$ . Переходы  $M0$  не существуют, так как не существует свободных магнитных зарядов.

Если  $I_n = 0$  или  $I_k = 0$ , то полностью запрещенными являются либо электрические, либо магнитные переходы, и излучение в этом случае должно иметь чистую мультипольность  $L = I$  и быть электрическим или магнитным.

Количественную информацию о составе мультипольной смеси можно представить, например, в виде коэффициента смешивания мультипольностей  $\delta^2$  — доли излучения высшей мультипольности в радиационном переходе

$$\delta_+^2 = \delta^2 \left( \frac{E2}{M1} \right) = \frac{\gamma^{E2}}{\gamma^{M1}}; \quad \delta_-^2 = \delta^2 \left( \frac{M2}{E1} \right) = \frac{\gamma^{M2}}{\gamma^{E1}}, \quad (1.15)$$

где  $\gamma^{E2}$  и  $\gamma^{M1}$  — компоненты соответственно  $E2$  и  $M1$  в интенсивности  $\gamma$ -излучения. Если переход имеет чистую мультипольность, то  $\delta^2$  обращается в нуль (чистая низшая мультипольность) или в бесконечность (чистая высшая мультипольность).

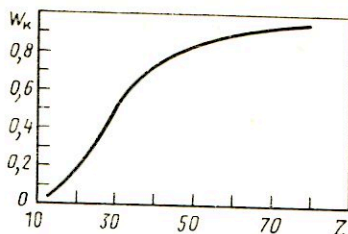
При внутренней конверсии энергия возбуждения ядра  $E$  передается непосредственно одному из орбитальных электронов, как правило, с ближайших к ядру оболочек атома. При этом часть энергии возбуждения затрачивается на отрыв электрона (если отрыв происходит с  $i$ -й оболочки, то затрачивается энергия связи электрона  $E_i$  на этой оболочке).

Процессы испускания  $\gamma$ -квантов и электронов внутренней конверсии при заданном начальном и конечном состояниях ядра конкурируют друг с другом. Отношение вероятности внутренней конверсии к вероятности испускания  $\gamma$ -квантов называется коэффициентом внутренней конверсии:

$$a = I_e/I_\gamma = \sum_i a_i = \sum_i I_{ei}/I_\gamma = a_K + a_L + \dots, \quad (1.16)$$

где  $I_e$ ,  $I_\gamma$  — полная интенсивность электронов внутренней конверсии и  $\gamma$ -квантов, испускаемых в переходе;  $a_K$ ,  $a_L$  — коэффициент внут-

Рис. 1.10. Зависимость выхода флюоресценции  $K$ -излучения  $W_K$  от заряда  $Z$



ренной конверсии соответственно для электронов на  $K$ -,  $L$ -оболочках;  $I_{ei}$  — интенсивность электронов внутренней конверсии с оболочки  $i$  ( $i = K, L \dots$ ).

В результате испускания электрона внутренней конверсии атом становится возбужденным, поскольку в одной из его оболочек не хватает электрона. В течение около  $10^{-15}$  с вакансия заполняется электроном с внешней электронной оболочки. При этом образуется соответствующее характеристическое рентгеновское излучение или испускаются оже-электроны.

Эмиссия электрона внутренней конверсии наиболее вероятна с  $K$ -оболочки и реже с  $L$ -,  $M$ ... оболочек. Если же энергия возбуждения ядра меньше энергии связи электрона на  $K$ -оболочке, то конверсия идет на  $L$ -,  $M$ ... оболочках. Заполнение вакансии в  $K$ -оболочке происходит также преимущественно за счет электронов из ближайшей  $L$ -оболочки. При этом испускается рентгеновский квант с энергией  $E_p = E_K - E_L$  или электрон Оже с кинетической энергией  $E_e = E_K - E_{2L}$ , где  $E_L$ ,  $E_{2L}$  — энергия связи одного и двух электронов на  $L$ -оболочке. После заполнения вакансии на  $K$ -оболочке атом оказывается ионизированным на более высоких оболочках, поэтому далее в нем происходят низкоэнергетические электронные переходы и присоединение недостающих электронов.

Рентгеновское излучение и испускание электронов Оже являются конкурирующими процессами, обусловленными образованием вакансий на электронных оболочках атома. Вероятность рентгеновского излучения характеризуется выходом флюоресценции  $W$ , который зависит от атомного номера нуклида и определяет долю вакансий, приводящих к рентгеновскому излучению при снятии возбуждения атома:

$$W_i = I_{pi} / (I_{pi} - I_{Oже i}) = I_{pi} / I_{ei}, \quad (1.17)$$

где  $I_{pi}$ ,  $I_{Oже i}$  — интенсивность рентгеновского излучения и электронов Оже  $i$ -й серии. На рис. 1.10 показана зависимость  $W(Z)$ .

Энергия электромагнитного перехода  $E_{\Pi}$  равна разности энергий уровней, между которыми происходит переход, и заключена обычно в пределах от 10 кэВ до 5 МэВ, т.е. меньше энергии отделения нуклона (при больших энергиях вероятность электромагнитного перехода становится малой).

Ядро может оказаться в возбужденном состоянии по разным причинам. После  $\alpha$ -распада ядра образуются обычно с энергией возбуждения менее 0,5 МэВ из-за быстрого уменьшения вероятности  $\alpha$ -распада с уменьшением энергии  $\alpha$ -частиц.

Вероятность  $\beta$ -распада определяется более слабой функцией энергии (порядка  $E_\beta^5$ ), чем вероятность  $\alpha$ -распада. Поэтому энергии возбуждения ядер после  $\beta$ -распада больше и достигает 2,5–3 МэВ. Большие энергии возбуждения — вплоть до энергии отделения нуклона (порядка 10 МэВ) можно получить в ядерных реакциях и при делении ядер.

Если квант с энергией  $E_\gamma$  или конверсионный электрон с энергией  $E_e$  испущены неподвижным свободным атомом, то из законов сохранения энергии и импульса следует, что энергии переходов будут соответственно равны

$$E_{II} = E_\gamma + \frac{1}{2} \left( \frac{E_\gamma}{mc^2} \right)^2 \frac{m}{M} mc^2; \quad (1.18)$$

$$E_{II} = E_e + E_e \left( \frac{E_e}{mc^2} + 2 \right) \frac{m}{2M} + E_i, \quad (1.19)$$

где  $M$  — масса атома, возникшего после вылета  $\gamma$ -кванта или электрона конверсии;  $E_i$  — энергия связи для оболочки, с которой вылетел электрон.

При  $E = 1$  МэВ и  $A = 100$  второе слагаемое составляет 5,2 эВ при  $\gamma$ -излучении и 10,4 эВ при электронной конверсии.

Основная часть  $\gamma$ -квантов, образующихся в ядерных реакциях ( $p, \gamma$ ), ( $n, \gamma$ ) и других или при делении ядер, испускается составным ядром или осколками деления за времена  $10^{-12} - 10^{-9}$  с и обычно называется мгновенным  $\gamma$ -излучением. Оно уносит основную часть энергии  $\gamma$ -излучения, сопровождающего ядерные реакции. Другая часть  $\gamma$ -квантов испускается за времена  $10^{-9} - 10^{-3}$  с и называется запаздывающим  $\gamma$ -излучением.

Гамма-кванты, испускаемые после  $\beta$ -процессов (времена, большие  $10^{-3}$  с), относят к излучению радиоактивных продуктов деления или ядерной реакции. Большинство возбужденных состояний, образующихся при распаде, имеют времена жизни менее  $10^{-8}$  с.

Некоторые возбужденные состояния могут иметь и значительно большие времена жизни — их часто называют изомерными или метастабильными состояниями (см. выше). Очевидно, что с распадом этих состояний и связано запаздывающее излучение.

Энергия электромагнитного перехода может быть и больше энергии отделения нуклона (до 10 МэВ и более), если испускание нуклона почему-либо затруднено. Например, испускание нуклона может быть запрещено по четности и моменту количества движения (испускание

$\gamma$ -квантов с энергией 17 МэВ в реакции  ${}^7\text{Li} + p \rightarrow {}^8\text{Be} + \gamma$ ). В реакциях радиационного захвата медленных нейтронов вылет  $\gamma$ -квантов оказывается более вероятным, так как для испускания нейтрона необходима концентрация всей энергии возбуждения на одном нуклоне.

Малые времена жизни характерны для переходов с малым  $|\Delta I|$  и большой энергией  $E_{\pi}$ . С ростом мультипольности перехода и с уменьшением его энергии время жизни быстро возрастает. Поэтому при большой разнице в моменте количества движения между возбужденным и основным уровнями ядра обычно происходит каскадный переход. Однако если промежуточных уровней нет, что характерно для низколежащих (с малой энергией возбуждения) возбужденных уровней, то такой уровень является долгоживущим, метастабильным. Метастабильным может быть и промежуточный уровень, если его момент количества движения также существенно отличается от момента количества движения основного состояния.

Ядерные изомеры известны преимущественно среди  $\beta$ -радиоактивных нуклидов, но встречаются и среди стабильных. Во втором случае разряжается только метастабильное состояние (как правило, путем электромагнитного перехода).

В случае  $\beta$ -радиоактивного нуклида переходы осуществляются со всех изомерных уровней — с метастабильных преимущественно электромагнитные переходы, а из основного состояния —  $\beta$ -распад (рис. 1.11, а). При этом у нуклида будут наблюдаться два [а при двух метастабильных состояниях (рис. 1.11, б) и три] различных периода полураспада.

Если вероятность электромагнитного перехода из метастабильного состояния становится сравнимой с вероятностью  $\beta$ -распада, то из метастабильных состояний возможен независимый  $\beta$ -распад (рис. 1.11, в). При больших  $|\Delta I|$   $\beta$ -распад может оказаться единственным каналом разрядки метастабильного состояния. Более того, существуют стабильные в основном состоянии нуклиды, которые могут претерпевать  $\beta$ -распад только из метастабильного состояния (рис. 1.11, б).

Как видно из приведенных схем распада, независимый  $\beta$ -распад метастабильных состояний происходит преимущественно на такие уровни дочернего ядра, спины которых близки к спинам распадающихся состояний.

При энергии перехода  $E_{\pi} > 2mc^2$  в кулоновском поле ядра может образоваться электрон-позитронная пара, которая и уносит всю энергию возбуждения. Вероятность этого процесса, называемого парной конверсией, мала по сравнению с вероятностью  $\gamma$ -излучения и растет с увеличением энергии перехода. Вблизи порога доля парной конверсии составляет около  $10^{-4}$  от  $\gamma$ -переходов, а при энергии возбуждения, близкой к энергии связи нуклона в ядре, около  $10^{-3}$ . В переходах  $0 \rightarrow 0$  в легких ядрах парная конверсия является преобладающей. Коэффициент парной конверсии определяется аналогично коэффициенту внутренней конверсии.



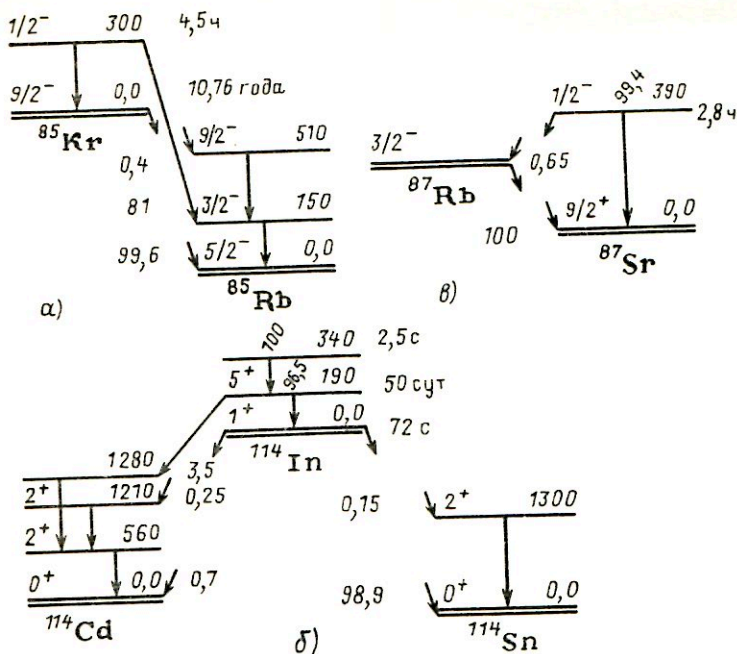


Рис. 1.11. Схемы  $\beta$ -распада изомеров

Освобождающаяся в процессе образования пар кинетическая энергия  $E_{\Pi} - 2mc^2$  распределяется между электроном, позитроном и атомом отдачи. Энергетические спектры электрона и позитрона сплошные и симметричные в диапазоне от нуля до  $(E_{\Pi} - E_{\text{отд}})$  и симметричны относительно  $(E_{\Pi} - E_{\text{отд}})/2$  при пренебрежении взаимодействием их с кулоновским полем ядра.

**1.2.7. Ядерная резонансная флюоресценция.** Поглощение ядром  $\gamma$ -квантов с энергией, равной энергии возбужденного ядра, называется ядерным резонансным поглощением. Поглотив  $\gamma$ -квант, ядро переходит в возбужденное состояние и через время жизни  $\tau$  может вновь вернуться в исходное состояние, испустив  $\gamma$ -квант. В этом случае процесс называется ядерным резонансным рассеянием. Оба эти явления называют также ядерной резонансной флюоресценцией или ядерным  $\gamma$ -резонансом.

Сечение поглощения  $\sigma_a(E)$  для ядерного  $\gamma$ -резонанса выражается формулой

$$\sigma_a(E) = \frac{\lambda^2}{2\pi} \frac{2I+1}{8I_0+1} \frac{\Gamma\Gamma_{\gamma}}{(E-E_0)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (1.20)$$

где  $I$  и  $I_0$  — полные угловые моменты резонансного и основного состояний;  $\Gamma_\gamma$  — парциальная радиационная ширина для перехода в основное состояние;  $\Gamma$  — полная ширина ( $\gamma$ -переход и конверсия).

Сечение рассеяния  $\sigma_s$  равно

$$\sigma_s(E) = \sigma_a(E) \Gamma_\gamma / \Gamma, \quad (1.21)$$

где  $\Gamma_\gamma / \Gamma$  — вероятность разрядки резонансного уровня на основные состояния путем испускания  $\gamma$ -квантов.

Интегральные сечения поглощения и рассеяния имеют вид

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sigma_a(E) dE = \frac{\lambda^2 (2I+1)}{4(2I_0+1)} \Gamma_\gamma;$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sigma_s(E) dE = \frac{\lambda^2 (2I+1)}{4(2I_0+1)} \frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma}. \quad (1.22)$$

В качестве источника  $\gamma$ -квантов в опытах по ядерной резонансной флюоресценции могут использоваться: возбужденные атомные ядра, аналогичные ядрам (находящимся в основном состоянии), из которых состоят поглотитель и рассеиватель; возбужденные атомные ядра, отличные от ядер поглотителя и рассеивателя; источники непрерывного тормозного излучения; источники фотонного излучения с монохроматорами (например, с изогнутым кристаллом или комптоновские).

Энергия  $E_\gamma$   $\gamma$ -кванта, испущенного ядром с массой  $M$ , меньше энергии соответствующего перехода  $E_\Pi$  на энергию отдачи  $E_{отд}$ :

$$E_{\gamma исп} = E_\Pi - E_{отд} = E_\Pi - E_\Pi^2 / (2Mc^2). \quad (1.23)$$

Для возбуждения этого же ядра необходима энергия

$$E_{\gamma погл} = E_\Pi + E_{отд} = E_\Pi + E_\Pi^2 / (2Mc^2). \quad (1.24)$$

Таким образом, линии испускания и поглощения — пунктирные линии на рис. 1.12 — для одного и того же перехода сдвинуты относительно друг друга на  $2E_{отд}$ .

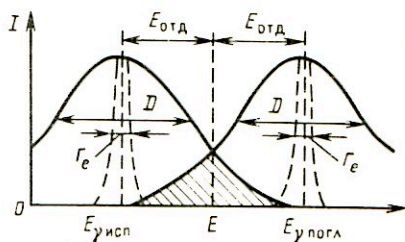


Рис. 1.12. Линии испускания и поглощения  $\gamma$ -квантов

Для низколежащих переходов с энергией до 200 кэВ характерное значение сдвига порядка  $10^{-1} - 10^{-2}$  эВ, что значительно больше естественной ширины линии  $\Gamma_e = \hbar/\tau \approx 10^{-6} - 10^{-8}$  эВ для таких переходов, но сравнимо с реальной шириной линии  $\Gamma_p \approx 10^{-1} - 10^{-2}$  эВ, определяемой доплеровским уширением

$$D = E \sqrt{2kT/M/c}, \quad (1.25)$$

где  $T$  — температура;  $k$  — постоянная Больцмана, связанная с тепловым движением атомов, излучающих и поглощающих ядер.

Таким образом, реальные линии испускания и поглощения (сплошные линии на рис. 1.12) частично перекрываются (заштрихованная область), и в этой области становится возможным наблюдение резонансной флюоресценции  $\gamma$ -квантов. Однако такой резонанс не обладает большой остротой и имеет малую вероятность (определяемую величиной перекрытия), так что его трудно наблюдать.

Для расширения области перекрытия может использоваться нагревание источника и поглотителя (или рассеивателя), механическое движение источника относительно поглотителя (со скоростью около  $10^5$  см/с), отдача за счет предыдущего  $\beta$ -распада или электромагнитного перехода. В последнем случае увеличение доли резонансного рассеяния будет наблюдаться для  $\gamma$ -квантов, следующих за  $\beta$ -частицами, вылетающими под таким углом, что составляющая скорости ядер отдачи в направлении поглотителя или рассеивателя будет равна  $E/Mc$ . Время жизни возбужденного уровня при этом должно быть меньше времени торможения ядра отдачи. Ясно, что эти способы не приводят к уменьшению ширины резонанса.

Мёссбауэром был предложен метод радикального уменьшения энергии, идущей на отдачу, позволивший фактически наблюдать ядерную резонансную флюоресценцию без отдачи (эффект Мёссбауэра). Для этого необходимо, чтобы ядра, испускающие резонансные  $\gamma$ -кванты, были жестко закреплены в решетке твердых тел. При этом должна быть достаточно малая энергия перехода (обычно менее 200 кэВ) и низкая, по сравнению с дебаевской, температура кристалла. В этом случае импульс и энергия отдачи передаются упругим образом всему кристаллу (группе из  $N \approx 10^8$  атомов) и

$$E_{кр} \approx E_{отд} \cdot 10^{-8} \approx 10^{-9} - 10^{-10} \text{ эВ,}$$

так что сдвиг между линиями испускания и поглощения исчезает, и происходит флюоресценция  $\gamma$ -квантов без отдачи.

Кроме того, уменьшается также доплеровское уширение (за счет уменьшения  $kT$  и увеличения массы в  $N$  раз) до значения около  $10^{-6}$  эВ. Так что острота резонанса будет определяться величиной  $\Gamma/E \approx 10^{-11}$ , что позволяет измерять энергию  $\gamma$ -квантов с относительной погрешностью около  $10^{-13}$ .

Доля процессов, идущих без отдачи, называется коэффициентом Мёссбауэра  $f$  и составляет около 1% от нерезонансного фона. Для обеспечения достаточно больших значений  $f$  необходима низкая абсолютная температура, твердый излучатель, малая энергия перехода, большая упругость (жесткость) кристалла. Достаточно узкие линии (малые значения  $\Gamma$ ) имеют излучатели с временами жизни уровней  $\tau \geq 10^{-10}$  с. К мёссбауэровским излучателям относят  $^{57}\text{Fe}$  ( $E_{\text{п}} = 14,4$  кэВ,  $\tau \approx 10^{-7}$  с),  $^{119}\text{Sn}$  ( $E_{\text{п}} = 23,8$  кэВ,  $\tau \approx 10^{-8}$  с),  $^{67}\text{Zn}$  ( $E_{\text{п}} = 93$  кэВ,  $\tau \approx 10^{-5}$  с) и др. К настоящему времени мёссбауэровские переходы исследованы для нескольких десятков элементов.

С использованием резонансной флюоресценции проводятся эксперименты в основном двух типов: по рассеянию и поглощению (пропусканию).

В экспериментах по рассеянию измеряется количество резонансно-рассеянных  $\gamma$ -квантов по отношению к интенсивности квантов, испускаемых источником. Основными процессами, конкурирующими с резонансным рассеянием, являются комптоновское и упругое рассеяние. Фон, связанный с упругим рассеянием  $\gamma$ -квантов, определяется при использовании поглотителя из материала с соседним атомным номером  $Z$ . Фон неупругого комптоновского рассеяния можно исключить путем энергетического отбора при больших углах рассеяния.

В экспериментах по поглощению измеряется уменьшение интенсивности  $\gamma$ -квантов, связанное с резонансным поглощением. Резонансное поглощение конкурирует с фоновым, которое определяется всеми другими процессами, приводящими к выбыванию  $\gamma$ -квантов из прямого пучка. Полное сечение взаимодействия для этих процессов может быть на несколько порядков больше, чем для резонансного поглощения.

Форму линии испускания для перехода без отдачи можно представить в виде

$$I(E, \nu) \sim \frac{1}{(E - E_0 - (\nu/c)E_0)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (1.26)$$

где  $I(E, \nu)$  — интенсивность излучения с энергией  $E$  при относительной скорости перемещения  $\nu$ ;  $E_0$  — энергия перехода;  $(\nu/c)E_0$  — доплеровский сдвиг линии.

Сечение ядерного резонансного поглощения без отдачи равно

$$\sigma(E) = \sigma_a(E) \exp(-M), \quad (1.27)$$

где  $\exp(-M)$  — фактор Дебая — Валлера, определяющий долю ядерных безотдачных переходов в общем числе переходов с энергией  $E_0$ ;  $\sigma_a(E)$  — сечение резонансного поглощения.

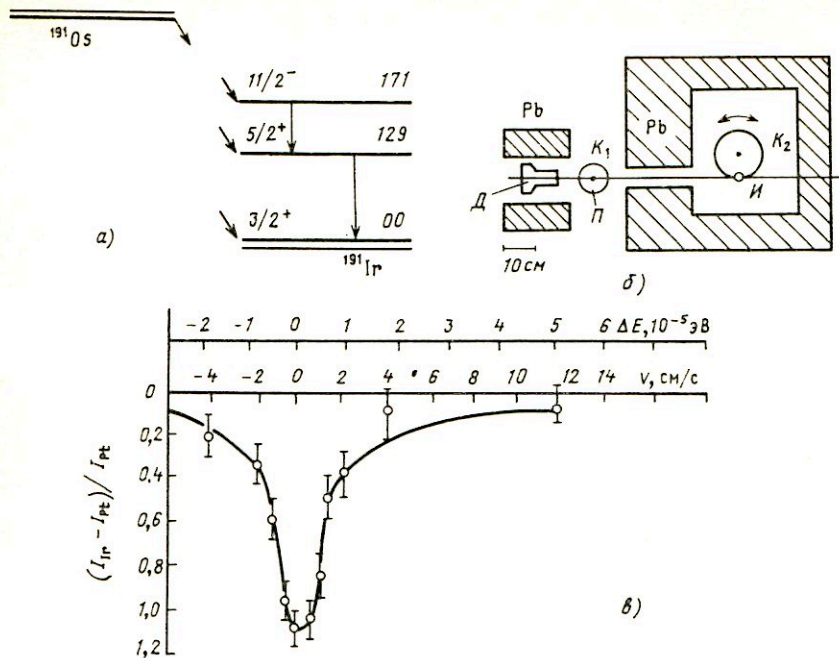


Рис. 1.13. Резонансное поглощение  $\gamma$ -квантов:

*a* – схема распада  $^{191}\text{Os}$ ; *б* – схема эксперимента Мёссбауэра ( $H$  – источник излучения;  $\text{П}$  – иридиевый поглотитель;  $\text{Д}$  – детектор;  $K_1, K_2$  – криостаты); *в* – мёссбауэровский спектр  $^{191}\text{Ir}$

Интенсивность резонансного излучения, прошедшего через поглотитель, должна быть пропорциональна интегралу

$$\int_0^{\infty} I(E, \nu) \exp[-x\sigma(E)] dE, \quad (1.28)$$

где  $x$  – толщина поглотителя.

Чтобы экспериментально установить форму мёссбауэровской линии, источник и поглотитель, помещенные в криостаты, смещают друг относительно друга со скоростью 1 – 10 мм/с, а с помощью детектора регистрируют число  $\gamma$ -квантов, прошедших через образец или резонансно-рассеянных им в зависимости от скорости. Для идентичных источника и поглотителя резонанс соответствует нулевой скорости.

На рис. 1.13, *a* приведена схема распада  $^{191}\text{Os}$ , при котором образуются возбужденные ядра  $^{191}\text{Ir}$ , имеющие мёссбауэровский уровень с энергией 129 кэВ. Схема эксперимента, в котором источником является  $^{191}\text{Os}$ , а поглотителями иридий и платина (для оценки фона),

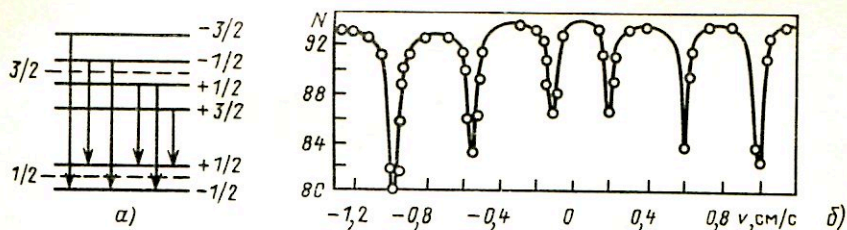


Рис. 1.14. Наблюдение сверхтонкой структуры энергетических уровней в мёссбауэровском спектре  $^{57}\text{Fe}$ :

*а* – схема переходов; *б* – мёссбауэровский спектр  $^{57}\text{Fe}$

представлена на рис. 1.13, *б*. Мёссбауэровский спектр (резонансная кривая, кривая Лоренца), на котором по оси ординат отложена относительная разность интенсивности  $\gamma$ -квантов, проходящих через поглотители, приведен на рис. 1.13, *в*. Форма экспериментальной кривой есть лоренциан с шириной  $\Gamma$ , где  $\Gamma$  – естественная ширина уровня.

Ширина мёссбауэровских линий лежит в интервале  $10^{-10} \text{ эВ} \leq \Gamma \leq 10^{-4} \text{ эВ}$ . По ней можно определить естественную ширину уровней. Точность ограничена в основном наличием уширения из-за сверхтонких взаимодействий в кристалле. Ширина мёссбауэровской линии меньше характерных значений энергий магнитного дипольного и электрического квадрупольного взаимодействий ядра с окружающими электронами, что позволяет выявлять сверхтонкую структуру энергетических уровней. Мёссбауэровский спектр, таким образом, может быть достаточно сложным. На рис. 1.14 приведен мёссбауэровский спектр  $^{57}\text{Fe}$ , из которого можно идентифицировать шесть переходов, образовавшихся в результате расщепления уровней ядра излучателя (поглотитель помещен в диамагнитную решетку).

Доплеровское уширение за счет движения ядра при  $\beta$ -распаде усложняет многие эксперименты по ядерной флюоресценции, так как для извлечения результата надо знать характер движения распадающихся ядер, которые в момент испускания могут находиться в разной стадии торможения.

Дифракция мёссбауэровских  $\gamma$ -квантов в кристаллах уже широко используется в мёссбауэрографии – исследовании структуры кристаллов.

**1.2.8. Ядерные реакции.** Как видно из сказанного выше, изучая радиоактивные превращения и распады ядер, можно судить об их структуре и характеристиках их энергетических состояний. Для этого необходимо располагать ядрами, способными к распаду или находящимися в возбужденном состоянии. Помимо естественных радиоактивных источников, основным источником радиоактивных ядер являются ядерные реакции, которые осуществляются следующим образом. Час-

тицы (электроны, протоны, нейтроны, ядра), полученные в ускорителе, ядерном реакторе или иным способом, попадают на мишень, состоящую из неподвижных ядер (в пренебрежении тепловым движением). При сближении налетающей частицы с ядром на расстояние порядка  $10^{-13}$  см происходит их взаимодействие, в результате которого, как правило, ядро мишени возбуждается или образуется новое ядро также в возбужденном состоянии. При этом может возникнуть одна или несколько частиц. Дальнейшее поведение ядра описывается законами радиоактивных превращений. Ядерные реакции записываются в виде

$$A(a, b_1, \dots, b_n)B, \quad (1.29)$$

где  $A$  — ядро мишени;  $a$  — налетающая частица;  $B$  — ядро — продукт реакции;  $b_1, \dots, b_n$  — частицы, образованные в результате реакции. Продукты реакции определяются неоднозначно. Распространена классификация ядерных реакций по типу налетающей частицы (реакции с заряженными частицами, нейтронами и т.д.). Важнейшей характеристикой ядерной реакции является ее сечение (эффе́ктивное сечение), представляющее собой отношение числа актов реакции за единицу времени к плотности потока падающих частиц в расчете на ядро мишени. Сечение имеет размерность площади. Используется также понятие выхода реакции  $w$ . Выход реакции есть отношение числа актов реакции к числу частиц, упавших на единицу площади мишени. Для тонких мишеней  $w = nI\sigma$ , где  $n$  — число ядер в единице объема мишени,  $l$  — толщина мишени.

Ядерные реакции происходят таким образом, что в них имеют место законы сохранения основных физических величин. Закон сохранения энергии имеет вид

$$m_A c^2 + m_a c^2 + T_A + T_a = m_B c^2 + \sum_i m_{b_i} c^2 + T_B + \sum_i T_{b_i}, \quad (1.30)$$

где  $T_s$  — кинетическая энергия частицы  $s$ . Величина

$$Q = (m_A + m_a - m_B - \sum_i m_{b_i}) c^2 \quad (1.31)$$

называется **энергией реакции**. Если  $Q > 0$ , то реакция сопровождается выделением кинетической энергии (экзоэнергетическая реакция), при  $Q < 0$  — ее поглощением (эндоэнергетическая реакция). Эндоэнергетическая реакция имеет порог, т.е. она может идти, если кинетическая энергия падающих частиц превышает некоторое положительное значение.

Законы сохранения импульса и момента совместно с законом сохранения энергии определяют кинематику ядерных реакций, т.е. возможные соотношения между углами разлета частиц и их кинетическими

энергиями, а также ограничивают возможные состояния ядер продуктов реакции. Помимо указанных законов сохранения в ядерных реакциях имеют место законы сохранения четности, электрического заряда, изотопического спина, барионного заряда. Роль этих законов вполне аналогична случаю радиоактивных превращений.

Целью исследования ядерных реакций является исследование зависимости сечения от характеристик налетающей частицы и ядра-мишени, а также изучение квантовых характеристик продуктов реакции.

**Реакции с нейтронами.** Эти реакции являются важнейшим источником получения радиоактивных ядер. Основным источником нейтронов является ядерный реактор. Кроме него источниками нейтронов могут служить реакции  $(\alpha, n)$ , в которых источником  $\alpha$ -частиц являются естественные  $\alpha$ -активные изотопы (так называемые радий-бериллиевые и полоний-бериллиевые источники). Нейтроны с энергией 14 МэВ можно получать в реакции



Важнейшим источником нейтронов являются также реакции под действием быстрых заряженных частиц, получаемых на ускорителях.

В зависимости от энергии нейтроны часто объединяют в следующие энергетические группы (см. также табл. 1.1):

1) тепловые нейтроны, энергия которых близка к энергии теплового движения (при 300 К она равна примерно 0,025 эВ);

2) холодные и ультрахолодные нейтроны с энергией меньше тепловой;

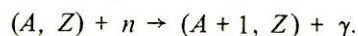
3) надтепловые нейтроны, энергия которых несколько превышает тепловую;

4) резонансные нейтроны (с энергией порядка 1–10 эВ). Название связано с особенностями взаимодействия этих нейтронов с ядрами;

5) быстрые нейтроны (с энергией порядка 1 кэВ и более).

По типу продуктов реакции можно выделить следующие реакции с участием нейтронов:

1)  $(n, \gamma)$ -реакции (радиационный захват)



Ядро  $(A + 1, Z)$  обычно является радиоактивным и распадается по обычной схеме  $\beta$ -распада;

2)  $(n, p)$ -реакции. Так как протон должен преодолеть кулоновский барьер, то эти реакции чаще всего являются пороговыми;

3)  $(n, \alpha)$ -реакции;

4)  $(n, f)$ -реакции деления ядра под действием нейтронов;

5)  $(n, 2n)$ -реакция, когда результатом реакции является вылет двух нейтронов;



б) упругое рассеяние нейтронов, когда новых частиц в результате реакции не образуется и состояние ядра-мишени не изменяется.

Многие реакции с участием нейтронов используются для детектирования и спектрометрии нейтронов.

Основной механизм ядерных реакций с участием нейтронов небольших (менее 10 кэВ) энергий — это механизм с образованием составного ядра. Согласно такому механизму энергия нейтрона, попавшего внутрь ядра, перераспределяется между нуклонами, входящими в состав ядра, и в результате энергии каждого нуклона будет недостаточной для преодоления потенциального барьера. По этой причине составное ядро имеет довольно большое время жизни. Затем в результате флуктуации энергия сосредоточивается на одном нуклоне, который покидает ядро. Если внесенная в ядро энергия соответствует энергетическому уровню составного ядра, то имеет место резонансный рост сечения поглощения. Благодаря большому времени жизни ширина резонанса мала.

С ростом энергии нейтронов до значений, больших или равных 1 МэВ, резонансный характер поглощения пропадает вследствие двух причин: во-первых, увеличивается плотность уровней составного ядра и, во-вторых, увеличивается вероятность концентрации на одном нуклоне энергии, необходимой для его вылета из ядра, что приводит к уменьшению времени жизни, т.е. к уширению резонансных линий. В результате в этой области энергий зависимость сечения от энергии имеет довольно плавный характер.

При энергиях нейтронов, больших 0,1 МэВ, наблюдается также упругое рассеяние дифракционного типа, определяемое волновыми свойствами нейтронов, описываемое оптической моделью ядра.

**Реакции под действием заряженных частиц.** Основной особенностью этих реакций является наличие кулоновского барьера, вследствие чего эти реакции всегда имеют порог. При небольших энергиях реакции обычно сначала образуется составное ядро аналогично реакциям под действием нейтронов. При этом если энергия возбуждения меньше энергии, необходимой для вылета нуклона, то возбуждение составного ядра снимается испусканием  $\gamma$ -кванта. При больших энергиях возможен вылет нуклонов, а также дейтонов,  $\alpha$ -частиц и т.д. Возможны также так называемые прямые ядерные реакции, при которых ядро захватывает часть нуклонов у пролетающей частицы.

Если энергии налетающей частицы не хватает для преодоления кулоновского барьера, то она воздействует на ядро лишь своим электрическим полем, возбуждая его (кулоновское возбуждение ядер). Этот способ возбуждения широко применяется для изучения низколежащих уровней ядер.

Большое обилие реакций наблюдается под действием тяжелых ионов.

**1.2.9. Деление атомных ядер.** Важным источником радиоактивных излучений является процесс деления ядер. При делении образуются новые ядра, которые, в свою очередь, будут радиоактивными. Основные черты процесса деления можно описать в рамках капельной модели ядра. Согласно этой модели, устойчивое состояние ядра определяется равновесием нескольких сил, среди которых наибольшую роль играют силы кулоновского расталкивания протонов, входящих в ядро, и силы поверхностного натяжения, под которыми понимают некомпенсированные ядерные силы, действующие на нуклоны, находящиеся на поверхности ядра, со стороны других нуклонов. При попадании в ядро нейтрона это равновесие смещается, а в тяжелых ядрах оно вообще нарушается, т.е. силы поверхностного натяжения не в состоянии скомпенсировать кулоновское расталкивание, и в результате происходит деление ядра, как правило, на два осколка. При этом из осколков, находящихся в сильно возбужденном состоянии, вылетает несколько нейтронов.

В акте деления высвобождается энергия, равная разности энергий связи исходного ядра и осколков деления. Можно показать, что она почти целиком определяется разностью энергий кулоновского расталкивания и поверхностного натяжения ядра и осколков. Подавляющая часть этой энергии выделяется в виде кинетической энергии осколков, остальная часть (около 10%) — в виде энергии  $\beta$ -распада и  $\gamma$ -квантов. Общая энергия, выделяемая при делении, составляет около 200 МэВ. На основе капельной модели можно показать, что энергия, освобождающаяся при делении, зависит от отношения  $Z^2/A$  и положительна при  $Z^2/A > 17$ . Это неравенство справедливо для всех ядер, начиная с серебра, однако деление имеет место лишь для самых тяжелых ядер, начиная с тория. Причина несоответствия заключается в том, что помимо энергетической выгоды возможность деления определяется наличием потенциального барьера. Энергия возбуждения исходного ядра после попадания в него нейтрона сравнима с высотой потенциального барьера лишь у самых тяжелых ядер, поэтому лишь для них возможно деление. Для некоторых ядер это условие выполнено без дополнительного нейтрона, и они с заметной вероятностью делятся самопроизвольно (спонтанное деление). При  $Z^2/A > 49$  спонтанное деление должно происходить за ядерные времена. Это означает, что с точки зрения капельной модели ядер с  $Z^2/A > 49$  не должно существовать.

Капельная модель удовлетворительно объясняет основные свойства деления ядер, но многие свойства, в частности асимметрию деления по массам, она объяснить не в состоянии, так как полностью игнорирует квантовомеханические свойства ядер (оболочечную структуру). Их учет наталкивается на серьезные трудности, поскольку процесс деления представляет собой очень глубокую перестройку структуры ядра, плохо поддающуюся описанию приближенными моделями. Наиболее удачным способом учета оболочечной структуры при делении явля-

ется так называемый метод оболочечных поправок. В нем к выражению для энергии связи, описываемому капельной моделью, добавляется энергия заполненных уровней ядра. Однако эта энергия отражает лишь иной способ описания ядра и по существу уже учтена в капельной части (в усредненном виде). Чтобы избежать двойного учета энергии, из получившегося выражения вычитают ту же энергию уровней, но усредненную по энергетической шкале. Полученную таким образом энергию связи ядра с оболочечной поправкой рассматривают как функцию параметра деформации ядра. Такой подход позволяет объяснить оболочечные эффекты в делении (в частности, асимметрию), предсказать существование двугорбого потенциального барьера деления и изомеров формы.

Как отмечалось, чаще происходит деление ядра на два неравных осколка, причем число нуклонов в тяжелом осколке близко к магическим числам. Вследствие этого массовое распределение осколков имеет два максимума. Правый максимум всегда расположен в области  $A = 142 \div 144$ , соответствующей магическим числам нейтронов и протонов. При делении ядер наблюдается несколько десятков типов ядер. Подавляющее число их содержит избыток нейтронов по сравнению с соответствующим стабильным изотопом и являются  $\beta^-$ -активными. Дочерние ядра, образующиеся в результате распада (продукты деления), в свою очередь, также радиоактивны. Таким образом, образуются цепочки радиоактивных ядер, последовательно превращающихся друг в друга в результате  $\beta$ -распада. Длина такой цепочки обычно составляет три-четыре звена. Периоды полураспада продуктов довольно разнообразны — от долей секунды до десятков лет. Деление атомных ядер — важный способ получения радиоактивных ядер для исследовательских и прикладных целей.

Как отмечалось выше, в процессе деления образуются новые нейтроны. Эксперименты показывают, что нейтроны вылетают из сильно возбужденных осколков деления за времена меньшие  $10^{-14}$  с. Это так называемые мгновенные нейтроны деления. Их энергетический спектр можно рассчитать, приняв, что нейтроны испаряются из движущегося осколка. Соответствующая формула имеет вид

$$\Phi(E) = \exp(-E) \operatorname{sh} \sqrt{2E},$$

где  $E$  — энергия нейтронов, МэВ. Среднее число нейтронов, вылетающих в одном акте деления, составляет 2–4.

Помимо мгновенных нейтронов, в процессе деления образуются так называемые запаздывающие нейтроны, которые вылетают из возбужденного ядра, образовавшегося в результате  $\beta$ -распада ядра-предшественника.

### 1.2.10. Отражение характеристик ядер на схемах и цепочках распада.

**Банки ядерных данных.** Одной из основных задач экспериментальной ядерной спектроскопии является накопление данных о свойствах ядер-

ных энергетических уровней и переходов между ними. Накопленное к настоящему времени количество данных по рассмотренным выше характеристикам ядер составляет примерно  $10^6 - 10^7$ . Развитие техники ядерно-физического эксперимента заставляет полностью пересматривать эти данные с периодом около пяти лет. Большой объем ядерных данных и необходимость их систематической переоценки привели к международному разделению труда в этом направлении и созданию национальных и международных служб и центров, осуществляющих сбор, систематизацию, оценку и распространения этих данных. Такие службы и центры созданы в США, Франции, ФРГ, Японии, СССР и других странах. Координацию их работ осуществляет Международный комитет по ядерным данным (МКЯД) при Международном агентстве по атомной энергии (МАГАТЭ).

В Советском Союзе созданы четыре таких центра: Центр по нейтронным ядерным данным в Физико-энергетическом институте; Центр по данным о строении атомного ядра и ядерных реакциях в Институте атомной энергии им. И.В. Курчатова; Центр по ядерным данным в Ленинградском институте ядерной физики; Центр по фотоядерным данным в НИИ ядерной физики МГУ.

Обмен данными между Центрами, сотрудничающими под эгидой МАГАТЭ, осуществляется, как правило, файлами и библиотеками данных, записанными на магнитные ленты, в специальных форматах. Одним из наиболее известных международных обменных форматов является формат ENSDF\*, структура которого разработана в Ок-Риджской национальной лаборатории США. Это библиотека оцененных данных, которая включает:

- данные по структуре атомного ядра (ядерные энергетические уровни и их квантовые характеристики);
- данные по переходам между ядерными состояниями;
- данные по ядерным реакциям.

Национальные центры или группы, участвующие в международной кооперации, осуществляют периодический пересмотр оцененных данных определенной области ядер и пересылку новых данных в Национальный центр ядерных данных США. После рецензирования новые оцененные данные записываются на магнитную ленту и рассылаются в сотрудничающие центры с периодичностью 2 раза в год. Массив ENSDF к настоящему времени имеет объем в несколько десятков мегабайт. Все библиотеки и файлы данных сопровождаются соответствующими программными средствами, обеспечивающими эффективную работу пользователей.

---

\* Аббревиатура слов Evaluated Nuclear Structure Data File – файл оцененных данных по структуре атомного ядра.

Автоматизированные системы по ядерным данным, включающие библиотеки и файлы данных, технический комплекс для работы с данными и соответствующее программное обеспечение называют банками ядерных данных.

Центры, имеющие банки данных, обеспечивают ответы на запросы пользователей, выпуск информационных справочников и т.д. Например, в США на основе библиотеки ENSDF издается журнал "Nuclear Data Sheets" (NDS) — наиболее известное справочное издание данных по структуре ядра. В NDS систематически приводятся схемы распада ядер, на которых отражаются наиболее правдоподобные сведения по структуре ядер, имеющиеся ко времени выпуска NDS.

Схема распада ядра позволяет систематизировать все основные характеристики ядра. Она является наглядным отражением внутренней структуры ядра, характеристик уровней и переходов между ними. В схеме распада все характеристики ядра взаимно связаны и, таким образом, должны быть взаимно согласованы.

Схема распада всегда относится к одному определенному исходному состоянию — к основному или возбужденному состоянию  $\alpha$ - или  $\beta$ -радиоактивного ядра или к уровню захвата ядра.

На схеме распада даются сведения об энергии и свойствах затрагиваемых уровней дочернего ядра, относительные вероятности конкурирующих ветвей распада, свойства переходов между затронутыми уровнями. Кроме сведений об уровнях, заселяемых при радиоактивном распаде, приводятся сведения об уровнях, заселяемых в различных ядерных реакциях [кулоновское возбуждение,  $(n, \gamma)$ ,  $(d, p)$  и т.д.]. Рассмотрим структуру схем распада, принятую, например, в NDS (рис. 1.15).

Потенциальная яма каждого ядра условно обозначается в виде открытого сверху прямоугольника. Основное состояние ядер — низ этого прямоугольника — обозначается утолщенными линиями. Поскольку полная энергия ядра велика (около 1000 А МэВ), а при распаде освобождается энергия менее 10 МэВ, то для удобства за нуль энергии принимают энергию основного состояния и относительно этого состояния указывают энергии возбужденных состояний. Ниже основного состояния приводится символ химического элемента с указанием сверху слева массового числа, внизу слева порядкового номера элемента, внизу справа — числа нейтронов в ядре.

Возбужденные уровни изображаются горизонтальными линиями, ограниченными справа и слева стенками "ямы". Потенциальная "яма" может делиться стенками на несколько частей, каждая из которых соответствует одному из процессов (например,  $\beta$ -распад;  $e$ -захват; ядерная реакция), в которых возбуждаются уровни, указанные в приведенной части схемы. Справа от уровней приводятся значения энергий уровней  $E_{ур}$  в килоэлектрон-вольтах и периоды полураспада  $T_{1/2}$ . Слева от уровней приводятся их спины и четности  $I^\pi$ .

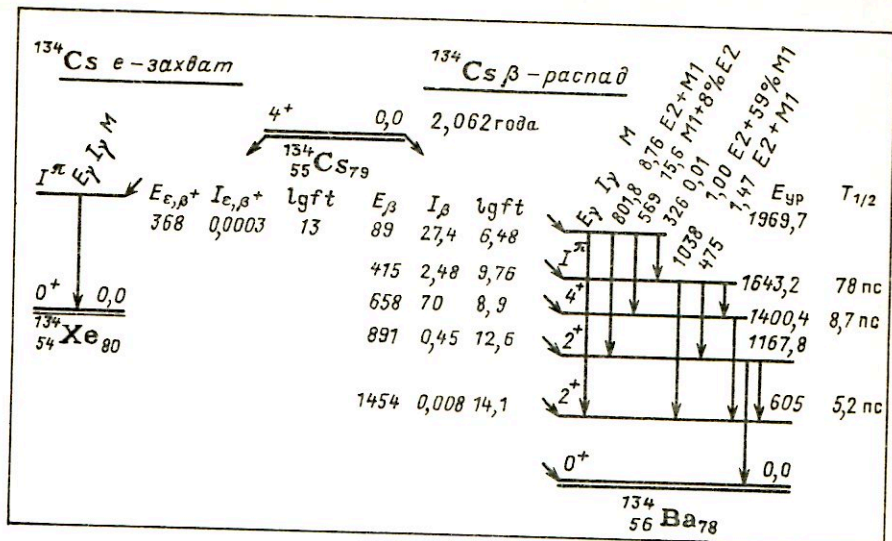


Рис. 1.15. Фрагмент схемы распада ядра  $^{134}\text{Cs}$

Гамма-переходы обозначаются вертикальными стрелками, у начала которых указываются энергии переходов  $E_{\gamma}$ , их интенсивности  $I_{\gamma}$  и мультипольности. Бета-переходы и электронный захват изображаются наклонными стрелками. Слева от уровней, заселяемых при  $\beta^-$ -переходе, и справа от уровней, заселяемых при  $\beta^+$ -переходе и электронном захвате, указываются энергии  $E_{\beta^+}$ ,  $E_{\beta^-}$ ,  $E_e$  в килоэлектрон-вольтах, интенсивности  $I_{\beta^+}$ ,  $I_{\beta^-}$ ,  $I_e$  и  $lgft$  переходов. Альфа-переходы, если они имеются, изображаются широкой стрелкой.

Схемы распада сопровождаются дополнительной информацией и комментариями, где указываются экспериментальные данные по схемам распада со ссылками на оригинальные работы и методики исследования и принятые значения характеристик: энергии  $\beta$ -распада; таблицы с характеристиками переходов; данные о  $\beta$ - $\gamma$ - и  $\gamma$ - $\gamma$ -совпадениях; магнитные и квадрупольные электрические моменты; количественные сведения о мультипольных смесях; сведения о внутренней конверсии (интенсивности конверсионных линий, отношения коэффициентов конверсии  $K/L$ ,  $L/M$  ..., экспериментальные и теоретические значения коэффициентов конверсии  $\alpha_K$ ,  $\alpha_L$  ...) и другие данные.

Систематизация схем распада ядер осуществляется с помощью цепочек распада. Последовательность  $\alpha$ -,  $\beta$ - и других превращений, которые испытывает нуклид по мере эволюции к более стабильной форме с максимальной энергией связи, формирует набор ядер — радиоактивный ряд или радиоактивную цепочку. Так как в составе цепочки нахо-

дятся генетически связанные нуклиды, то такое изображение удобно еще и тем, что дает представление о составе источника через некоторое время после образования материнского нуклида.

Рассмотрим, например, некоторую линейную (без разветвлений) цепочку генетически связанных нуклидов. Дифференциальные уравнения, описывающие накопление и распад ядер в такой цепочке, выглядят следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} dN_1/dt &= -N_1\lambda_1, \\ dN_2/dt &= \lambda_1N_1 - \lambda_2N_2, \\ dN_3/dt &= \lambda_2N_2 - \lambda_3N_3, \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (1.33)$$

где  $N_1$  — число ядер первого (материнского) нуклида в цепочке на время  $t$ ;  $N_2$  — второго (дочернего) нуклида и т.д.

Пусть в начальный момент ( $t = 0$ ) источник содержит лишь два типа ядер:  $N_{01} \neq 0$  и  $N_{0i} \neq 0$ .

Решая систему уравнений (1.33) для числа ядер  $n$ -го нуклида цепочки на момент времени  $t$ , получаем:

$$\begin{aligned} N_n(t) &= \lambda_1\lambda_2 \dots \lambda_{n-1} \left[ \frac{\exp(-\lambda_1 t)}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1) \dots (\lambda_n - \lambda_1)} + \dots \right. \\ &\dots + \left. \frac{\exp(-\lambda_n t)}{(\lambda_1 - \lambda_n)(\lambda_2 - \lambda_n) \dots (\lambda_{n-1} - \lambda_n)} \right] N_{01} + \lambda_i \lambda_{i+1} \dots \lambda_{n-1} \times \\ &\times \left[ \frac{\exp(-\lambda_i t)}{(\lambda_{i+1} - \lambda_i)(\lambda_{i+2} - \lambda_i) \dots (\lambda_n - \lambda_i)} + \dots \right. \\ &\dots + \left. \frac{\exp(-\lambda_n t)}{(\lambda_i - \lambda_n)(\lambda_{i+1} - \lambda_n) \dots (\lambda_{n-1} - \lambda_n)} \right] N_{0i}. \end{aligned} \quad (1.34)$$

Аналогичные соотношения могут быть получены и в случае, когда в начальный момент имеются и дочерние ядра  $N_{02}, N_{03}, \dots, N_{0n}$ , а также в случае, когда цепочки разветвленные. В последнем случае цепочку представляют в виде суммы  $p_m$  линейных цепочек и тогда для числа ядер  $N_n(t)$  любой разветвленной цепочки генетически связанных нуклидов можно написать

$$N_n(t) = \sum_{p=1}^{p_m} \sum_{i_p=1}^{n_p-1} N_{0i_p} \times$$

$$\times \sum_{s_p = i_p}^{n_{l_p}} \frac{\prod_{r_p = i_p}^{n_p - 1} \gamma_{r_p} \lambda_{r_p} \exp(-\lambda_{s_p} t)}{\prod_{\substack{q_p = i_p \\ q_p \neq s_p}} (\lambda_{q_p} - \lambda_{s_p})} + N_{0n} \exp(-\lambda_n t), \quad (1.35)$$

где  $n = \max\{n_p\}$ ;  $n_p$  – номер нуклида, для которого ищется число ядер по  $p$ -й ветви;  $\lambda_{r_p}$  – постоянная распада нуклида с порядковым номером  $r$  по  $p$ -й ветви;  $\gamma_{r_p}$  – доля  $r$ -го члена цепочки, получающегося из  $(r-1)$ -го по  $p$ -й ветви;  $n_{l_p}$  – номер изотопа по  $p$ -й ветви, вслед за которым начинается конечный повторяющийся участок разветвленной цепочки.

Большинство изученных к настоящему времени радиоактивных ядер испытывают  $\beta^\pm$ -распад или электронный захват. При таких превращениях ядер сохраняется массовое число  $A$ , поэтому эти типы превращений принято представлять в виде изобарных цепочек распада. На рис. 1.16, а в качестве примера показана цепочка распада для  $A = 85$ . На цепочке распада обычно указываются массовые числа  $A$  и атомный номер  $Z$  нуклидов, периоды полураспада и коэффициенты ветвления (вероятности различных ветвей распада).

Основные состояния генетически связанных нуклидов записывают в строчку. Если с ядром в изобарной цепочке могут происходить другие виды превращений –  $\alpha$ -распад, испускание запаздывающих нейтронов и протонов, спонтанное деление, в результате которых изменяется  $A$ , то дочерние нуклиды относятся уже к другой изобарной цепочке,

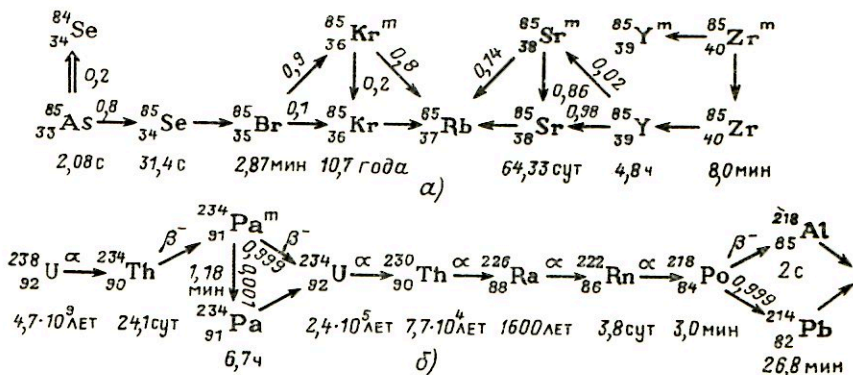


Рис. 1.16. Изобарные цепочки распада и радиоактивные свойства:

а – изобарная цепочка распада для ядер с массовым числом  $A = 85$ ; б – фрагмент радиоактивного семейства урана



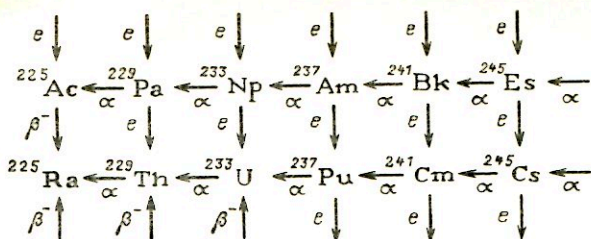


Рис. 1.17. Фрагмент группы циклов для  $A = 4n + 1$  (стрелками указаны направления и характер превращений:  $e$ -захват,  $\alpha$ -распад,  $\beta^-$ -распад)

они записываются на другой строчке, и такие превращения обычно изображаются вертикальными стрелками.

Достаточно долгоживущие возбужденные состояния нуклидов (изомерные состояния) указывают над основными состояниями.

С ростом массового числа  $A$  ( $A \geq 150$ ) становится существенным вклад в превращение ядер  $\alpha$ -распада. При  $Z > 82$  практически все нуклиды  $\alpha$ -радиоактивны и  $\alpha$ -распад становится основным типом превращений в этой области. Поэтому в этой области наряду с изобарными цепочками распада составляют цепочки распада из нуклидов с  $A = 4n + C$  ( $n$  — целое;  $C = 0, 1, 2, 3$ ). Таким образом, можно составить четыре цепочки с различными  $C$ . В трех из этих цепочек присутствуют радионуклиды с временами жизни, сравнимыми с возрастом Вселенной ( $T_{1/2} > 10^8$  лет). Эти радионуклиды присутствуют среди естественных радиоактивных излучателей и возникли в период формирования Вселенной. Они являются родоначальниками естественных радиоактивных цепочек распада, которые называют радиоактивными семействами (рис. 1.16, б). Это семейство тория (материнский нуклид  $^{232}\text{Th}$ ;  $T_{1/2} = 1,4 \cdot 10^{10}$  лет;  $C = 0$ ), урана ( $^{238}\text{U}$ ;  $T_{1/2} = 4,7 \cdot 10^9$  лет;  $C = 2$ ) и актиноурана ( $^{235}\text{U}$ ;  $T_{1/2} = 6,9 \cdot 10^8$  лет;  $C = 3$ ). Наиболее долгоживущим нуклидом четвертого семейства является нептуний ( $^{237}\text{Np}$ ;  $C = 1$ ), однако его период полураспада равен  $2 \cdot 10^5$  лет, т.е. сравнительно мал, и поэтому среди естественных радионуклидов нептуния нет.

Кроме радионуклидов, входящих в естественные радиоактивные семейства и в семейство нептуния, условию  $A = 4n + C$  отвечает большое количество искусственно полученных короткоживущих радионуклидов, которые образуют так называемые побочные семейства. Вместе с побочными семействами цепочки становятся очень разветвленными и образуют так называемые замкнутые или энергетические циклы (рис. 1.17). Каждый радионуклид может быть участником нескольких (до четырех) циклов. По замкнутым циклам можно определить неизвестное четвертое значение энергии распада ядра в цикле, если известны остальные три.

### 1.3. Спектры ядерных излучений

Первичной целью ядерно-физического эксперимента является получение информации о характеристиках ядерных излучений. Во многих случаях исследователей интересуют также пространственно-временные поля таких излучений. По полученной информации восстанавливают физическую картину, являющуюся конечной целью данного исследования.

Под спектром  $\Phi(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)})$  понимают распределение числа частиц или событий (распадов, сигналов) по измеряемым величинам (параметрам)  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)}$ , приведенное к некоторым стандартным условиям. Параметрами  $x^{(i)}$  могут быть исследуемые физические (энергия, скорость части, их масса, спин и т.д.) или пространственно-временные (момент, место или направление вылета частицы и т.п.) характеристики частиц. В этом случае говорят о спектре излучения. Параметрами  $x^{(i)}$  могут быть также наблюдаемые физические или пространственно-временные характеристики (амплитуда электрического импульса или световой вспышки, угол отклонения частиц в магнитном поле, момент регистрации частиц и т.д.). В этом случае говорят об аппаратурном спектре.

Под стандартными условиями понимают условия пространственной и временной нормировки, используемой при описании результатов измерений. В зависимости от цели исследования под величиной  $\Phi$  может подразумеваться, например, среднее число распадов за единицу времени в образце, сопровождаемых данными значениями параметров  $x^{(i)}$ , поток частиц с заданными значениями параметров  $x^{(i)}$  и т.д. В зависимости от числа параметров  $x^{(i)}$  различают одномерные спектры, когда измеряемый параметр один, и многомерные спектры, когда параметров несколько.

Рассмотрим одномерные спектры. При их анализе следует различать два типа измеряемых параметров: дискретные и непрерывные. В первом случае параметры могут принимать дискретный набор значений. К таким параметрам относятся заряд, масса элементарных частиц, номер канала анализатора. Во втором случае параметр может принимать произвольные значения из некоторого интервала на действительной числовой оси. К таким параметрам относятся интервалы времени между событиями, амплитуды сигналов, пространственные переменные. Что касается энергии, то в разных процессах она может быть и дискретной, и непрерывной величиной.

Если физическая величина  $x$  принимает дискретные значения  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)}$ , то под ее спектром  $\Phi^{(i)}$  понимают приведенное к стандартным условиям среднее число частиц (событий), имеющих значения величины  $x$ , равной  $x^{(i)}$ . Если величина  $x$  является непрерывной, то под спектром  $\Phi(x)$  понимается среднее число частиц, имеющих значения  $x$  в едином интервале около  $x$ , т.е.  $\Phi(x) \Delta x$  (с точностью до бесконеч-

но малой по сравнению с  $\Delta x$  величины) представляет собой среднее число частиц со значениями параметра в интервале  $(x, x + \Delta x)$ . Формально дискретный спектр можно считать частным случаем непрерывного спектра, положив  $\Phi(x) = \sum_{i=1}^{\infty} \Phi^{(i)} \delta(x - x^{(i)})$ , где  $\delta(x)$  — функция

Дирака. Приведенные понятия иногда называют дифференциальным спектром, в отличие от интегрального спектра, в котором под  $\Phi(x)$  понимается среднее число частиц со значением параметра, превышающим данное  $x$ . Интегральные спектры на практике используются редко.

В многомерных спектрах, как указывалось выше, число частиц (событий) характеризуется несколькими параметрами. Часть из них может быть дискретными, часть — непрерывными. Поэтому, как правило, бывает затруднительно отнести многомерный спектр либо к чисто дискретному, либо к чисто непрерывному. Поскольку дискретные спектры формально можно считать частным случаем непрерывных, введя в рассмотрение  $\delta$ -функции (см. выше), можно ограничиться рассмотрением непрерывных многомерных спектров. Аналогично одномерному случаю, спектр  $\Phi(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)})$  представляет собой среднее число частиц в единичном объеме фазового пространства  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)}$ , т.е.  $\Phi(x^{(1)}, \dots, x^{(n)}) \Delta x^{(1)} \dots \Delta x^{(n)}$  с точностью до 0 ( $\Pi \Delta x^{(i)}$ ) или среднее число частиц, у которых параметр  $x^{(i)}$  лежит в интервале  $(x^{(i)}, x^{(i)} + \Delta x^{(i)})$ .

Типичным примером многомерного спектра является поток частиц  $\Phi(\mathbf{r}, \Omega, E, t)$ , представляющий собой среднее число частиц, имеющих энергию в единичном интервале около  $E$ , движущихся в направлениях, заключенных в единичном телесном угле с осью в направлении  $\Omega$  и пересекающих в точке с радиус-вектором  $\mathbf{r}$  единичную площадку, перпендикулярную направлению  $\Omega$  за единицу времени.

Рассмотрим процесс распада ядер, сопровождающийся вылетом двух частиц, например  $\gamma$ -квантов. С ним можно связать два спектра. Во-первых, это одномерный спектр  $\Phi(E)$  энергий частиц ( $\gamma$ -квантов), образующихся при распаде. Во-вторых, это двумерный спектр  $\Phi(E_1, E_2)$ , представляющий собой число распадов, в которых образуется пара  $\gamma$ -квантов с энергиями  $E_1$  и  $E_2$ . Аналогично можно строить трех-, четырехмерные спектры и т.д., а также спектры  $\beta$  —  $\gamma$ -совпадений и пр.

Одной из основных характеристик ядерного излучения является энергетический спектр. Энергетическое распределение частиц является наиболее важным как при решении фундаментальной задачи ядерной физики — изучении структур ядер, так и при решении большинства прикладных задач — вопросов дозиметрии, радиометрии, защиты от излучения и др. Таким образом, наиболее часто в ядерно-физических исследованиях приходится иметь дело с энергетическими спектрами, так что термин "спектр" часто употребляют для понятия "энерге-

тический спектр". В дальнейшем мы также будем основное внимание уделять энергетическим спектрам и на их примере рассмотрим основные характеристики спектров, хотя большинство из них используется и при анализе других распределений (временных, угловых и т.д.).

Определим некоторые понятия, часто используемые при рассмотрении энергетических спектров.

Спектр излучения, относящийся к одному переходу между дискретными энергетическими уровнями, или участки в спектрах, которые можно охарактеризовать определенной энергией, называют спектральной линией (линией). Считаясь формально дискретным, такое излучение не является строго моноэнергетическим из-за конечной ширины энергетических уровней, между которыми осуществляется переход, и характеризуется некоторым средним значением энергии  $\bar{E}$  и распределением (спектром)  $\Phi(E)$ , которое называют формой линии.

Энергетическое распределение частиц, испускаемых изолированными покоящимися атомами, называют естественным спектром (или естественной формой линии). Спектр частиц с учетом дополнительно уширения (из-за эффекта Доплера при тепловом движении атомов и других процессов) называют реальным или истинным спектром.

Одной из наиболее важных характеристик формы спектральной линии является ширина линии — ширина распределения частиц по энергиям около среднего значения  $\bar{E}$ , измеренная на половине высоты этого распределения. Различают соответственно естественную  $\Delta E_e$  и реальную или истинную  $\Delta E_p$  ширину линии. Естественная ширина линии зависит от времени жизни состояний, и связь между ними дается соотношением неопределенности  $\Delta E_e \tau = \hbar$ . Так, для  $\gamma$ -перехода характерное значение  $\Delta E_e = 10^{-2} \div 10^{-5}$  эВ (для рентгеновского излучения на три-четыре порядка больше и может составлять десятки электрон-вольт).

Реальная ширина линии определяется в основном доплеровским уширением, которое зависит от характера движения распадающихся ядер. Обычно реальная ширина  $\gamma$ -линий на несколько порядков больше естественной ширины линии.

Форма спектральной линии характеризует излучение, относящееся к одному энергетическому переходу ядра (нуклида). Наряду с этим различают также спектр излучения нуклида (суммарный спектр излучения, относящегося ко всем переходам данного типа, —  $\beta$ -спектр нуклида,  $\gamma$ -спектр нуклида и т.д.) и спектр излучения источника (суммарный спектр излучения данного типа, относящегося ко всем нуклидам, содержащимся в источнике, —  $\beta$ -спектр источника,  $\gamma$ -спектр продуктов деления и т.д.).

Спектр излучения реальных источников может существенно отличаться от спектра частиц, покидающих источник (спектра эмиссии) из-за взаимодействия излучения с материалом источника.

Непрерывные (сплошные) спектры могут характеризоваться также граничной (максимальной)  $E^{\max}$  и средней  $\bar{E}$  энергиями. Среднюю энер-

гию определяют из выражения

$$\bar{E} = \frac{\int_0^{E^{\max}} \Phi(E) E dE}{\int_0^{E^{\max}} \Phi(E) dE}. \quad (1.36)$$

Энергетические спектры принято различать по виду частиц, спектры которых исследуются. Таким образом различают, например,  $\alpha$ -,  $\beta$ -,  $\gamma$ -спектры, спектры нейтронного излучения, спектры рентгеновского излучения и др. Рассмотрим примеры энергетических спектров основных видов ядерных излучений.

**Альфа-спектры.** Альфа-частицы образуются в основном при ядерных реакциях и при распаде радиоактивных ядер. Спектры  $\alpha$ -частиц (как и любых вторичных частиц), образующихся в ядерной реакции, определяются схемой уровней соответствующего остаточного ядра и максимальной энергией его возбуждения. В реакции  $A(a, \alpha)B$  (здесь  $A$  — исходное ядро;  $a$  — налетающее ядро;  $B$  — ядро-продукт реакции) максимальная энергия  $E^{\max}$   $\alpha$ -частиц (как и максимальная энергия возбуждения остаточного ядра) равна

$$E^{\max} = E_a + Q = E_a + E_B^*, \quad (1.37)$$

где  $E_a$ ,  $E_\alpha$  — кинетическая энергия частиц  $a$  и  $\alpha$  в Ц-системе;  $Q$  — энергия (теплота) реакции;  $E_B^*$  — энергия возбуждения остаточного ядра-продукта реакции.

Если энергия  $E^{\max}$  мала, то при испускании  $\alpha$ -частиц заселяются только нижние дискретные уровни остаточного ядра, и энергетический спектр  $\alpha$ -частиц будет дискретным. При больших энергиях  $E^{\max}$  в процессе испускания  $\alpha$ -частиц заселяются также высоколежащие уровни, где плотность состояний велика и возбужденные уровни могут перекрываться. Экспериментальный энергетический спектр  $\alpha$ -частиц в этом случае будет содержать дискретную область и область практически непрерывного спектра.

Спектр  $\alpha$ -излучения, образующегося при  $\alpha$ -распаде, является дискретным (линейчатым). Различают три вида  $\alpha$ -распада и соответствующих им энергетических спектров (рис. 1.18).

1. Основной вид распада — это распад, при котором переходы осуществляются только между основными состояниями. В спектре наблюдается лишь одна линия.

2. Возможен распад, при котором происходят также переходы на возбужденные уровни (при этом энергия  $\alpha$ -частиц уменьшается примерно на  $E_{\text{возб}}$ , поэтому такие  $\alpha$ -частицы называют короткопробежными). В спектре дополнительно появляются несколько линий, интенсивность которых быстро падает с увеличением  $E_{\text{возб}}$ . Так, при увеличении  $E_{\text{возб}}$  на 0,5 МэВ интенсивность линий падает в  $10^2 - 10^4$  раз. Допол-

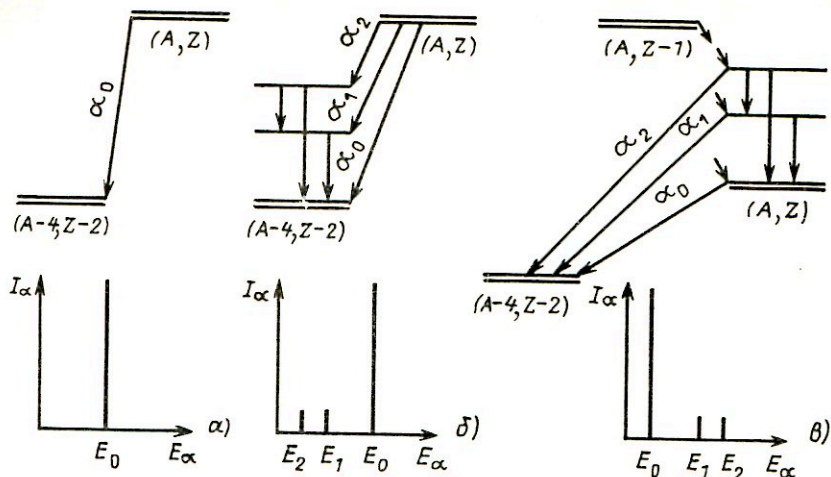


Рис. 1.18. Основные виды схем  $\alpha$ -распада и соответствующие им линейчатые  $\alpha$ -спектры:

*a* – моноэнергетический спектр; *б* – схема образования короткопробежных  $\alpha$ -частиц; *в* – схема образования длиннопробежных  $\alpha$ -частиц

нительные линии образуют так называемую тонкую структуру  $\alpha$ -спектров.

3. Следующий вид распада – это распад с возбужденных уровней материнского ядра. Энергия частиц, испущенных ядром с возбужденного уровня, возрастает примерно на  $E_{\text{возб}}$ , и в этом случае говорят о длиннопробежных  $\alpha$ -частицах. Их интенсивность, как правило, очень мала из-за большой вероятности предварительных  $\gamma$ -переходов на основное состояние в материнском ядре.

Спектры  $\alpha$ -источников существенно искажены по сравнению со спектрами эмиссии (реальными спектрами) из-за поглощения части энергии в источнике. В спектре появляется длинный хвост в области малых энергий, связанный со значительными потерями энергии  $\alpha$ -частицами, вылетающими из источника под большими углами к поверхности.

**Бета-спектры.** Основными процессами, при которых испускаются  $\beta$ -частицы или электроны, являются: радиоактивные превращения ядер и взаимодействие фотонного излучения с веществом. Энергия, выделяющаяся при  $\beta$ -распаде, распределяется между тремя частицами, поэтому энергетический спектр  $\beta$ -частиц сплошной и простирается от  $E_{\beta} = 0$  до

$$E_{\beta}^{\max} = Q_{\beta} - (E_{\text{отд}} + m_{\nu}c^2). \quad (1.38)$$

Средняя энергия  $\beta$ -спектра примерно равна  $E_{\beta}^{\max}/3$ . Экспериментальное энергетическое распределение  $\beta$ -частиц для однокомпонентного

$\beta$ -спектра записывают в виде

$$N_{\pm}(E) dE = k^2 S(E) pE (E_0 - E)^2 F(\pm Z, E) dE, \quad (1.39)$$

где  $N_{\pm}(E)$  — интенсивность  $\beta$ -частиц;  $k^2$  — постоянный множитель;  $S(E)$  — форм-фактор [для разрешенных  $\beta$ -спектров  $S(E) = 1$ ]. Остальные обозначения как в (1.12).

Спектр  $\beta$ -источников может существенно искажаться вследствие потерь энергии при взаимодействии с материалом источника. При этом изменяется форма спектра во всем энергетическом диапазоне. Спектр существенно обогащается мягкими компонентами.

Лишь незначительное число  $\beta$ -радиоактивных нуклидов является чистыми  $\beta$ -излучателями, т.е. переход в них происходит только в основное состояние. К таким нуклидам относятся:  ${}^3\text{H}$ ,  ${}^{14}\text{C}$ ,  ${}^{31}\text{P}$ ,  ${}^{35}\text{S}$ ,  ${}^{90}\text{Sr}$ ,  ${}^{204}\text{Tl}$ ,  ${}^{210}\text{Bi}$  (рис. 1.19).

Однако даже из них невозможно изготовить источники без фотонного излучения: возникают тормозное излучение в материале источника и подложки и характеристическое излучение при перестройке атома, в ядре которого произошел  $\beta$ -переход, а  $\beta^+$ -переход дополнительно сопровождается аннигиляционным  $\gamma$ -излучением.

В подавляющем большинстве случаев  $\beta$ -распад идет со сравнимыми вероятностями переходов также и на возбужденные уровни (часто их больше десяти, причем переход в основное состояние может вообще отсутствовать) и, таким образом,  $\beta$ -излучение почти всегда сопровождается  $\gamma$ -излучением (рис. 1.11), обычно являющимся в экспериментах фоном, от которого трудно избавиться. Сам  $\beta$ -спектр в этом случае также является сложным и состоит из нескольких компонент с различными энергиями. Разность граничных энергий отдельных компонент определяется энергетическим интервалом между уровнями дочернего ядра, на которые идут соответствующие  $\beta$ -переходы.

Электромагнитные переходы с возбужденных уровней сопровождаются, как правило, вылетом конверсионных электронов, электронов Оже и электрон-позитронных пар (при  $E_{\text{возб}} > 2mc^2$ ), спектры которых имеют дискретный характер. Таким образом, полный  $\beta$ -спектр нуклида часто является смешанным и кроме непрерывной составляющей может иметь несколько дискретных компонент. В качестве примера на рис. 1.20 приведен  $\beta$ -спектр  ${}^{137}\text{Cs}$  вместе с конверсионными линиями. Вылетом электронов Оже с дискретным спектром сопровождается также электронный захват.

Взаимодействие  $\gamma$ -квантов с веществом происходит с вылетом электронов или электрон-позитронных пар. Энергия электронов, возникающих при фотоэффекте, а также энергия электрон-позитронных пар с точностью до энергии атома отдачи равна разности энергии  $\gamma$ -кванта  $E_{\gamma}$  и энергии связи электрона на  $i$ -й оболочке  $E_i$  (в случае фотоэффекта) или энергии  $2mc^2$ , идущей на образование пары (в случае

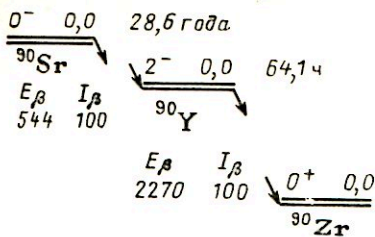


Рис. 1.19. Схема распада  $^{90}\text{Sr}$

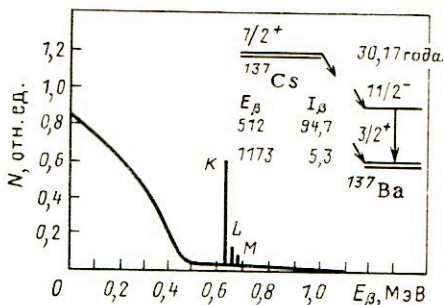


Рис. 1.20. Схема распада  $^{137}\text{Cs}$  и спектр вылетающих при этом  $\beta$ -частиц и электронов конверсии

эффекта образования пар):

$$E_e \approx E_\gamma - E_i; \quad E_{\text{пары}} \approx E_\gamma - 2mc^2.$$

Энергия  $E_e$  комптоновских электронов, образующихся при рассеянии  $\gamma$ -квантов с энергией  $E_\gamma$ , зависит от угла рассеяния  $\gamma$ -квантов  $\Theta$ :

$$E_e = E_\gamma - \frac{mc^2}{mc^2/E_\gamma + (1 - \cos \Theta)}. \quad (1.40)$$

Спектр комптоновских электронов непрерывен и заключен в интервале от  $E_e = 0$  при  $\Theta = 0$  до  $E_e^{\text{max}}$ . При однократном рассеянии

$$E_e^{\text{max}} = E_\gamma - mc^2 / (mc^2/E_\gamma + 2). \quad (1.41)$$

При этом  $\gamma$ -квант рассеивается на угол  $\Theta = 180^\circ$ .

Спектр комптоновских электронов можно получить из формулы Клейна–Нишины для эффективного сечения комптоновского рассея-

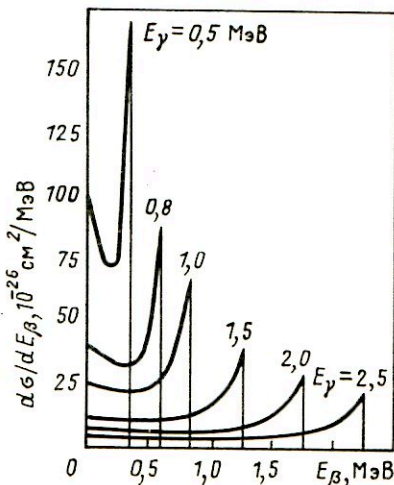


Рис. 1.21. Распределение электронов отдачи по энергиям в эффекте Комптона ( $d\sigma/dE_\beta$  – дифференциальное эффективное сечение для передачи электрону отдачи энергии в интервале  $E_\beta - E_\beta + dE_\beta$   $\gamma$ -квантом с энергией  $E_\gamma$ )



ния. Если обозначить через  $p(E_\gamma, E_e)dE$  вероятность того, что первичный  $\gamma$ -квант с энергией  $E_\gamma$  образует электрон отдачи в интервале  $(E_e, E_e + dE_e)$ , то можно записать

$$p(E_\gamma, E_e) dE_e = \frac{k}{E_\gamma^2} \left[ 1 + \cos^2 \Theta + \frac{\alpha^2 (1 - \cos \Theta)^2}{1 + \alpha(1 - \cos \Theta)} \right], \quad (1.42)$$

где  $\alpha = E_\gamma / (mc^2)$ .

На рис. 1.21 приведены спектры, рассчитанные по формуле (1.42). Видно, что теоретическое распределение комптоновских электронов является равномерным в низкоэнергетической части и имеет резкий максимум вблизи  $E_e = E_e^{\max}$ .

**Рентгеновские и  $\gamma$ -спектры.** Основными процессами, при которых происходит испускание рентгеновских и  $\gamma$ -квантов, являются разрядка возбужденных состояний атомов и ядер, распад или аннигиляция элементарных частиц и торможение заряженных частиц.

Мгновенные  $\gamma$ -кванты, возникающие в ядерных реакциях или при делении ядер, могут иметь энергию до 20 МэВ. Мгновенное  $\gamma$ -излучение практически исчезает через  $10^{-8}$  с после реакции.

Гамма-кванты запаздывающего излучения изомеров имеют меньшую энергию (примерно до 5 МэВ), а  $\gamma$ -кванты, испускаемые после  $\alpha$ - или  $\beta$ -распада, имеют, за редким исключением, энергию менее 2,5 МэВ.

Поскольку времена жизни ядер по отношению к  $\gamma$ -излучению велики по ядерным масштабам (обычно больше, чем  $10^{-15}$  с), то естественные ширины  $\gamma$ -линий сравнительно малы и обычно на пять-шесть порядков меньше энергии самих линий.

Спектр  $\gamma$ -излучения, образующегося при разрядке возбужденных состояний ядер, всегда является дискретным. Однако реально наблюдаемые спектры часто являются практически сплошными из-за большого количества разнообразных ядер, образующихся при делении или в ядерной реакции, и существенного вклада рассеянных  $\gamma$ -квантов. Например,  $\gamma$ -спектр продуктов деления через несколько секунд после деления содержат тысячи линий. Суммарный спектр  $\gamma$ -излучения активной зоны реактора еще сложнее. В него дают вклад мгновенные и задержанные  $\gamma$ -кванты осколков деления,  $\gamma$ -излучение продуктов деления,  $\gamma$ -излучение из  $(n, \gamma)$  реакций и т.д. В диапазоне энергий 0,5–7 МэВ такой спектр слабо зависит от состава активной зоны и может быть аппроксимирован функцией

$$\Phi(E_\gamma) = \text{const} \cdot \exp(-1,1E_\gamma),$$

где энергия  $\gamma$ -квантов выражена в мегаэлектрон-вольтах.

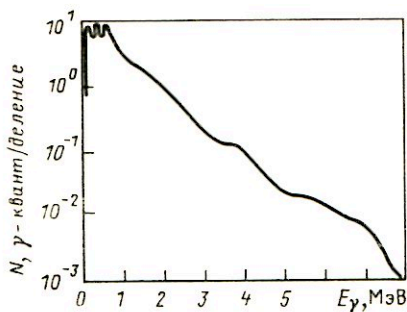


Рис. 1.22. Спектр мгновенного ( $t < 7 \cdot 10^{-8}$  с)  $\gamma$ -излучения при делении  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами

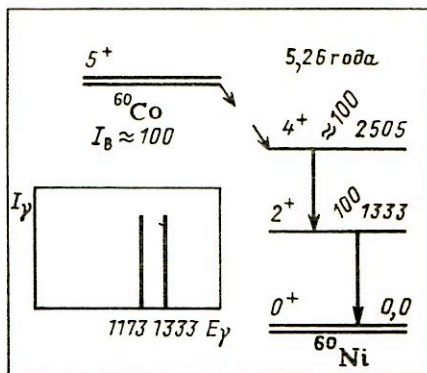


Рис. 1.23. Схема распада  $^{60}\text{Co}$  и линейчатый спектр образующихся при этом  $\gamma$ -квантов

На рис. 1.22, 1.23 в качестве примера приведен спектр мгновенного  $\gamma$ -излучения при делении  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами ( $t \sim 10^{-14}$  с), схема распада  $^{60}\text{Co}$ , образующегося в реакции  $^{59}\text{Co}(n, \gamma)^{60}\text{Co}$  и линейчатый спектр  $\gamma$ -излучения при распаде  $^{60}\text{Co}$ .

Рентгеновское излучение атомов, возбужденных при электронном захвате или внутренней конверсии, имеет ряд дискретных линий с энергией, примерно равной разности энергии связи электрона на оболочках, между которыми осуществляется переход. Как правило, наиболее интенсивными являются линии  $K$ -серии ( $K_{\alpha_1}$ ,  $K_{\alpha_2}$ ,  $K_{\beta_1}$ , ...), соответствующие переходам электронов с ближайших оболочек ( $L$ ,  $M$  ...). Энергия этих линий лежит в диапазоне от нескольких десятков электрон-вольт до 150 кэВ. Их естественная ширина довольно большая (от нескольких электрон-вольт для элементов с  $Z < 50$  до нескольких десятков электрон-вольт для элементов с  $Z > 50$ ), так как распад атомных уровней в рентгеновском диапазоне происходит за короткие времена ( $10^{-17} - 10^{-16}$  с). Линии разных изотопов элементов имеют лишь немного различающиеся энергии, поэтому рентгеновские спектры, получающиеся при возбуждении атомов с природной смесью изотопов, обладают сложной структурой.

Основными процессами генерации  $\gamma$ -квантов при взаимодействии элементарных частиц являются электрон-позитронная аннигиляция и распад нейтральных пионов.

Позитроны аннигилируют с электронами атома в основном после замедления в веществе (до энергии в несколько электрон-вольт). При этом, как правило, возникают два  $\gamma$ -кванта с энергией по 0,511 МэВ и шириной линии в несколько электрон-вольт. При взаимодействии позитронов малой энергии с электроном может образоваться позитро-

ний (парапозитроний — с антипараллельными спинами позитрона и электрона или ортопозитроний — с параллельными спинами). Парапозитроний также распадается на два  $\gamma$ -кванта по 0,511 МэВ, а ортопозитроний — на три кванта, которые образуют непрерывный спектр.

При аннигиляции быстрых позитронов фотоны испускаются преимущественно вперед и назад по направлению движения позитрона. Фотон, летящий вперед, приобретает почти всю энергию позитрона, а летящий назад имеет энергию около  $mc^2$ . Аннигиляция быстрых позитронов может быть использована для генерации монохроматических  $\gamma$ -квантов переменной энергии с интенсивностью  $10^5 - 10^6$  квант/с.

Нейтральные пионы, образующиеся в ядерных взаимодействиях, распадаются на 2  $\gamma$ -кванта с непрерывным спектром и максимумом при  $E_\gamma = m\pi_0 c^2 / 2 = 67,5$  МэВ.

Тормозное излучение имеет сплошной спектр с максимальной энергией, равной максимальной энергии тормозящихся заряженных частиц. При низких энергиях электронов  $E_e \ll mc^2$  интенсивность излучения максимальна в направлении, перпендикулярном траектории электрона, при высоких энергиях  $E_e \gg mc^2$  излучение испускается в узком пучке со средним углом  $\bar{\Theta} = mc^2 / E_e$ .

Излучение электронов, движущихся по кривой траектории (например, по круговой орбите в синхротроне), называют синхротронным. Оно также имеет сплошной спектр и испускается в узком конусе (с половинным углом раствора  $\Theta = mc^2 / E_e$ ), ось которого направлена по касательной к траектории.

Монохроматические  $\gamma$ -кванты больших энергий можно получить с помощью обратного комптон-эффекта — рассеяние фотонов с энергией  $E_\gamma$  на быстрых электронах с энергией  $E_e$ . Максимальная энергия рассеянного фотона

$$E'_\gamma = 4E_\gamma [E_e / (mc^2)]^2.$$

При использовании лазерного источника фотонов получают  $10^5 - 10^7$  фотон/с с размытием по энергии около 5%.

Спектры излучения реальных  $\gamma$ -источников могут существенно искажаться по сравнению со спектром эмиссии из-за взаимодействия фотонов с окружающими материалами с образованием вторичного излучения (рассеянного, аннигиляционного, характеристического излучения окружающих материалов и т.д.).

**Спектры нейтронов.** Основными процессами, приводящими к образованию нейтронов, являются: деление ядер, ядерные реакции с образованием нейтронов и  $\beta$ -распад на уровне, энергия возбуждения которых больше энергии связи нейтронов в материнском ядре.

Спектр нейтронов, образующихся при делении, является сплошным и простирается от тепловых энергий до 18 МэВ. Существует несколько описывающих его полуэмпирических формул. Одной из них

является следующая:

$$\Phi(E_n) = A\sqrt{E_n} \exp(-E_n/T), \quad (1.43)$$

где  $A$ ,  $T$  — параметры, определяемые экспериментально. Для спектра нейтронов, образующихся при делении  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами,  $A = 0,77$ ;  $T = 1,290$  МэВ; максимум распределения в этом случае приходится на энергию  $E_n \approx 0,7$  МэВ, а средняя энергия нейтронов в спектре  $\bar{E}_n \approx 2$  МэВ (рис. 1.24).

Наиболее интенсивные потоки нейтронов [примерно до  $10^{18}$  нейтр./с с плотностью потока в экспериментальных каналах примерно до  $10^{15}$  нейтр./( $\text{см}^2 \cdot \text{с}$ )] получают в ядерных реакторах. Спектр нейтронов в реакторе в диапазоне  $E_n < 3$  МэВ существенно отличается от спектра деления, так как он устанавливается в результате многократного столкновения нейтронов с ядрами, находящимися в активной зоне, и становится более мягким. Степень деформации спектра зависит от состава активной зоны делящегося материала, замедлителя, отражателя. Для реакторов на быстрых нейтронах она существенно меньше, чем на тепловых.

Хорошей аппроксимацией для спектра нейтронов в большом объеме замедлителя у активной зоны в диапазоне от характерной энергии тепловых нейтронов до энергии около 0,2 МэВ является спектр Ферми

$$\Phi(E_n) = \text{const}/E_n. \quad (1.44)$$

Энергетическое распределение тепловых нейтронов в слабо поглощающих средах близко к максвелловскому. Оно соответствует несколько более высокой температуре, чем температура среды (из-за непрерывного поглощения нейтронов с тем большей эффективностью, чем меньше энергия нейтронов и постоянного поступления нейтронов более высоких энергий в процессе замедления), и имеет вид

$$\Phi(E_n) = \text{const} \sqrt{E_n} \exp[-E_n/(kT)]. \quad (1.45)$$

Наиболее интенсивные импульсные потоки нейтронов деления получают при ядерном взрыве (удельный выход около  $3 \cdot 10^{23}$  нейтр./кг). Спектр нейтронов ядерного взрыва близок к спектру нейтронов активной зоны реактора на быстрых нейтронах.

На практике для получения нейтронов со спектром деления часто используют изотопные источники, содержащие спонтанно делящиеся нуклиды:  $^{232}\text{Th}$  [удельный поток нейтронов  $4,2 \cdot 10^{-8}$  нейтр./( $\text{с} \cdot \text{мг}$ )];  $^{240}\text{Pu}$  [(1,1 нейтр./( $\text{с} \cdot \text{мг}$ ))];  $^{242}\text{Cm}$  [ $10^4$  нейтр./( $\text{с} \cdot \text{мг}$ )];  $^{252}\text{Cf}$  [ $3 \cdot 10^9$  нейтр./( $\text{с} \cdot \text{мг}$ )];  $^{254}\text{Cf}$  [ $1,3 \cdot 10^{12}$  нейтр./( $\text{с} \cdot \text{мг}$ )] и др. Высокие удельные потоки нейтронов для таких нуклидов, как  $^{252}\text{Cf}$ ,  $^{254}\text{Cf}$ , позволяют изготовить из них почти точечные источники нейтронов.

С образованием нейтронов идут многие реакции —  $(\gamma, n)$ ,  $(p, n)$ ,  $(\alpha, n)$  и др. Реакции  $(\gamma, n)$ ,  $(\alpha, n)$  широко используются в изотопных

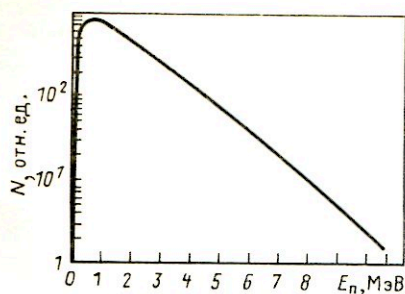


Рис. 1.24. Спектр мгновенных нейтронов при делении  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами

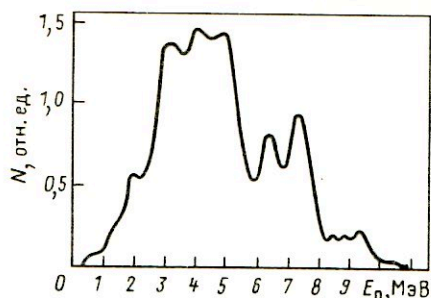


Рис. 1.25. Спектр нейтронов Po ( $\alpha, n$ ) Be-источника

радиоактивных источниках нейтронов. Такие источники представляют собой смесь  $\alpha$ - или  $\gamma$ -излучателя ( $^{210}\text{Po}$ ,  $^{239}\text{Pu}$ ,  $^{227}\text{As}$ ,  $^{226}\text{Ra}$ ) и вещества мишени, в качестве которой берут материалы с малым  $Z$  (Be, V, Li, F — для  $\alpha$ -излучателей и Be или D — для  $\gamma$ -излучателей).

Спектр нейтронов в ( $\alpha, n$ )-источниках сплошной, с максимальной энергией, близкой к сумме энергии  $\alpha$ -частицы и энергии реакции. Энергия нейтрона зависит от угла его вылета относительно первичной частицы, от энергии конечного состояния остаточного ядра и энергии первичных частиц, вступающих в реакцию. На рис. 1.25 приведен спектр источника, изготовленного из смеси Po и Be. Изотопные ( $\alpha, n$ )-источники обеспечивают потоки  $10^8 - 10^9$  нейтр./с.

Удельный поток нейтронов ( $\gamma, n$ )-источников (их называют также фотонейтронными) сравнительно низок, поэтому такой источник дает малое число нейтронов на фоне интенсивного  $\gamma$ -излучения. Однако при использовании моноэнергетических  $\gamma$ -квантов в такой реакции можно получить практически моноэнергетические нейтроны.

Интенсивные пучки моноэнергетических нейтронов с энергией от нескольких килоэлектрон-вольт до нескольких десятков мегаэлектрон-вольт получают с помощью ускорителей заряженных частиц. Разброс энергии нейтронов в таких пучках определяется флуктуациями энергии ускоренных частиц и потерями энергии в мишени.

Наиболее широко используют реакции ( $p, n$ ) и ( $d, n$ ) на легких ядрах: T( $d, n$ ) $^4\text{He}$  ( $Q = 17,6$  МэВ); D( $d, n$ ) $^3\text{He}$  ( $Q = 3,27$  МэВ);  $^7\text{Li}(p, n)^7\text{Be}$  ( $Q = -1,65$  МэВ,  $E_{\text{пор}} = 1,88$  МэВ); T( $p, n$ ) $^3\text{He}$  ( $Q = -0,764$  МэВ,  $E_{\text{пор}} = 1,019$  МэВ), где  $Q$  — энергия реакции;  $E_{\text{пор}}$  — пороговая энергия. Реакцию T( $d, n$ ) $^4\text{He}$  применяют особенно широко для получения моноэнергетических нейтронов с энергией 14 МэВ и выше. Большая энергия этой реакции обеспечивает получение практически моноэнергетических нейтронов для всех направлений вылета при

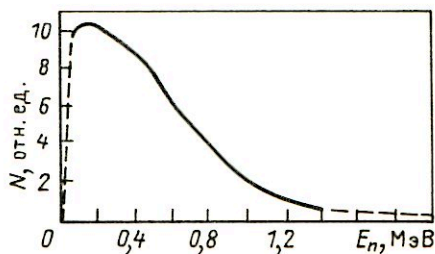
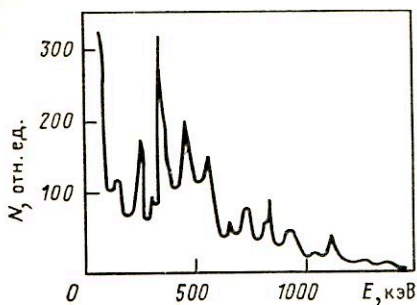


Рис. 1.26. Спектр запаздывающих нейтронов  $^{137}\text{Xe}$

Рис. 1.27. Интегральный спектр запаздывающих нейтронов при делении  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами

энергиях дейтона 100 – 300 кэВ. Каждому вылетевшему нейтрону сопутствует  $\alpha$ -частица с энергией около 3,7 МэВ, что дает возможность определять поток нейтронов с погрешностью менее 1%.

Наиболее интенсивные импульсные потоки нейтронов с энергией 14 МэВ формируются при термоядерном взрыве [реакция  $\text{T}(d, n)^4\text{He}$ , удельный выход около  $10^{23}$  нейтр./кт], однако спектр нейтронов, выходящих из взрывного устройства, существенно деформирован и близок к спектру излучения реактора на быстрых нейтронах.

При  $\beta$ -распаде нейтронно-избыточных ядер (такие ядра чаще всего образуются в реакциях деления) могут испускаться нейтроны, которые называют запаздывающими (см. § 1.2). На рис. 1.26, 1.27 приведены спектр запаздывающих нейтронов  $^{137}\text{Xe}$  и интегральный спектр

Таблица 1.1. Классификация нейтронов

Нейтроны	Определение
Холодные	Нейтронное излучение со средней энергией нейтронов, меньшей средней энергии окружающей среды
Тепловые	Нейтронное излучение, находящееся в термодинамическом равновесии с рассеивающими атомами среды
Промежуточные	Нейтронное излучение с энергией в интервале от средней энергии тепловых нейтронов до 200 кэВ
Быстрые	Нейтронное излучение с энергией в интервале от 200 кэВ до 20 МэВ
Сверхбыстрые	Нейтронное излучение с энергией более 20 МэВ

запаздывающих нейтронов для случая деления  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами. Спектры запаздывающих нейтронов имеют ярко выраженную тонкую структуру. Средняя энергия интегрального спектра — около 300 кэВ.

От энергии нейтронов очень сильно зависит характер их взаимодействия с веществом, а следовательно, и методы их исследования. При этом происходит не только изменение сечений взаимодействия, но существенно изменяется соотношение между различными видами взаимодействий. Поэтому нейтроны принято разбивать на ряд энергетических групп, объединяющих нейтроны, близкие по характеру взаимодействия. Основные энергетические группы нейтронов (они частично перекрываются друг с другом) и их названия, установленные в соответствии с ГОСТ 15484–81, приведены в табл. 1.1.

#### 1.4. Спектрометры ядерного излучения

**Классификация спектрометров.** Под спектрометром ионизирующего излучения понимают прибор или установку для измерения спектров ионизирующего излучения (см. § 1.3).

Структурная схема спектрометрического эксперимента аналогична схеме любого ядерно-физического эксперимента, так как, несмотря на многообразие конечных задач ядерной физики, их связывает общий предмет исследования — ядерное излучение. На рис. 1.28 показана типичная блок-схема ядерно-физического эксперимента.

Источниками ядерного излучения являются естественные радиоактивные нуклиды, космические объекты, ускорители, ядерные и термоядерные взрывы, ядерные и термоядерные реакторы, искусственные радиоактивные нуклиды, получаемые при взрывах, в реакторах или на ускорителях и т.д.

Эксперименты по исследованию излучений принято делить на два типа: на пучке и вне пучка. Последние проводятся в два независимых этапа: получение исследуемых нуклидов и доставка в лабораторию, разделение и исследование. Методы вне пучка имеют лучшие фоновые условия, однако они пригодны лишь для исследования достаточно долгоживущих радионуклидов (с временем жизни около минуты и больше).

В экспериментах на пучке получение радионуклидов, их транспортировка, разделение и исследование взаимосвязаны, так что экспериментальный комплекс, в котором они осуществляются, часто представляет собой единое целое. Таковы, например, ISOL-системы (Isotope Separator On-Line).

В опытах на пучках могут исследоваться как излучения короткоживущих нуклидов (с временами жизни менее минуты), так и другие процессы, протекающие за времена вплоть до  $10^{-20}$  с.

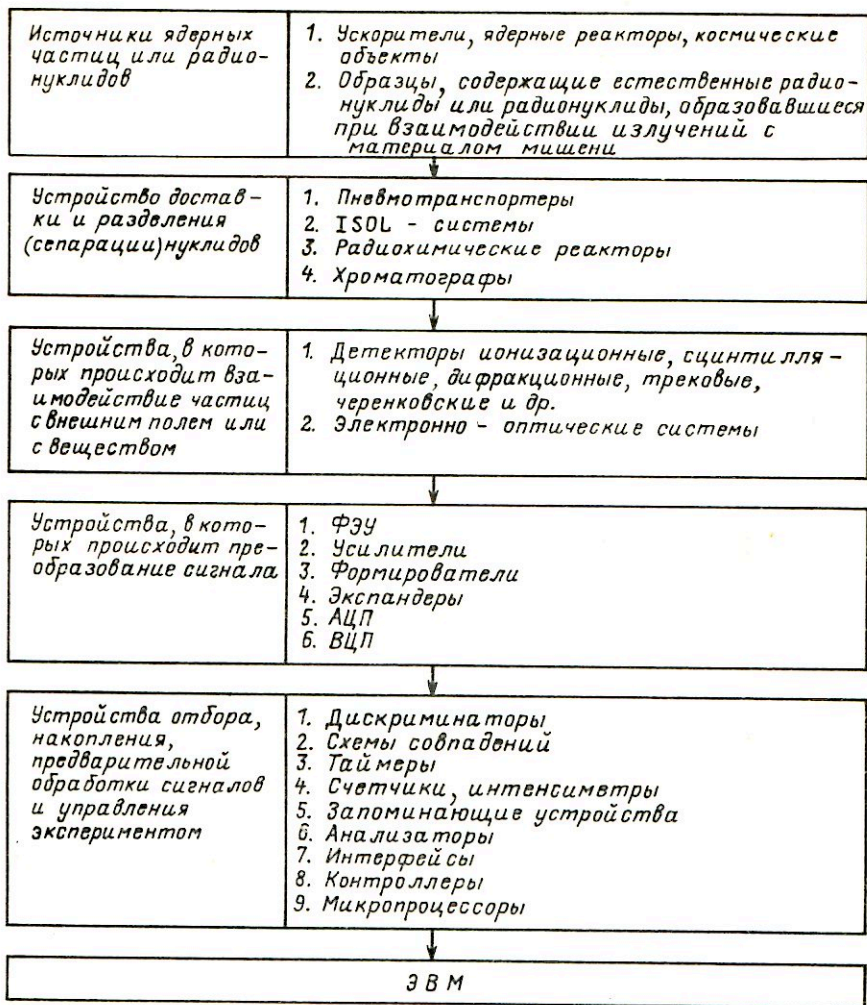


Рис. 1.28. Блок-схема ядерно-физического эксперимента

При исследовании процессов, происходящих за времена менее 0,1 с, исследуемые нуклиды (или мишень, в которой они образуются) уже не выводятся из-под пучка. Детектор в этом случае располагается на таком расстоянии от мишени, что исследуемое излучение непосредственно достигает его. В таких экспериментах широко используются импульсные пучки ускорителей и реакторов.

Если исследуются процессы, происходящие за большие времена, то в эксперименте могут применяться какие-либо системы вывода радио-



нуклидов из пучка, их разделение и доставка к детектору. При этом широко используются: пневмотранспортные системы, доставляющие мишень к детектору или к радиохимическому реактору; системы с гелиевой струей, омывающей тонкую мишень, захватывающей радиоактивные ядра, выбиваемые из нее и транспортирующей эти ядра к поглотителю, установленному вблизи детектора; ленточные транспортеры. Для разделения нуклидов используются масс-сепараторы, радиохимические реакторы, хроматографы.

Вид источника ионизирующего излучения, типы и характеристики изучаемых частиц, конечные цели исследования определяют область ядерной физики, в которой используется данная схема эксперимента (физика элементарных частиц, ядерная спектроскопия, дозиметрия, радиометрия и т.д.), и структуру отдельных блоков, режимы их работы, специфику методов обработки информации и т.д. Например, если цель эксперимента — определение активности нуклида в источнике (радиометрический эксперимент), то существенным является обеспечение высокой эффективности взаимодействия излучения с детектором и хороших временных характеристик блоков. Если цель эксперимента — исследование спектров ядерных излучений (спектрометрический эксперимент), то здесь на первый план выступает обеспечение высокого разрешения детектора, малых шумов и линейности преобразования блоков. Подробное рассмотрение типов и характеристик отдельных блоков спектрометра — это предмет исследования целых разделов экспериментальной ядерной физики. Здесь же рассматриваются общие характеристики спектрометров, особенности их построения при исследовании различных спектров, методы обработки спектров и другие вопросы.

Классификация спектрометров ядерного излучения возможна по нескольким признакам. По виду исследуемого спектра их классифицируют так же, как спектры (см. § 1.3): одномерные и многомерные; спектрометры энергии, интервалов времени и т.д.; альфа-, бета-, гамма-спектрометры, спектрометры нейтронов и т.д. Их принято также классифицировать по эффекту или результату взаимодействия исследуемого излучения с материалом детектора или с внешним полем (табл. 1.2). Регистрироваться может эффект или результат взаимодействия вторичного излучения, возникающего в специальном радиаторе или мишени. По этому принципу работает большинство методов спектрометрии нейтронов (интегральные и дифференциальные методы ядер отдачи, метод ядерных реакций и т.д.).

Вместо указания эффекта или результата взаимодействия излучения с детектором в названии спектрометров часто употребляют конкретное название детектора: спектрометры с полупроводниковыми детекторами, с газовыми ионизационными детекторами, со сцинтилляционными детекторами и т.д. Достаточно полно спектрометр можно охарактеризовать, если в его названии указать параметр, по кото-

Таблица 1.2. Классификация спектрометров

Измеряемая величина	Эффект или результат взаимодействия	Тип спектрометра или метода
Амплитуда электрического сигнала	Образование носителей заряда (электрон-ионных или электрон-дырочных пар)	Ионизационные газовые, жидкостные, твердотельные
Амплитуда светового сигнала	Образование фотонов	Сцинтилляционные
Угол дифракции	Дифракция излучения на кристалле	Кристалл-дифракционные
Угол черенковского излучения	Образование черенковского излучения	Черенковские
Размеры и пространственное расположение трека	Образование треков	Трековые (газовые с диффузионными, искровыми или стримерными камерами; жидкостные с пузырьковыми камерами; твердотельные с ядерными фотоэмульсиями или диэлектрическими материалами)
Угол отклонения в магнитном поле	Отклонение в магнитном поле	Магнитные
Время пролета базового расстояния	Любое взаимодействие в двух точках траектории	Времяпролетные
Активность радионуклида	Ядерная реакция	Активационные

рому исследуется распределение излучения, вид исследуемого излучения и тип используемого детектора, например спектрометр энергии  $\gamma$ -излучения с полупроводниковым детектором.

**Функция отклика и форма линии спектрометра.** Непосредственной целью спектрометрического эксперимента является измерение спектра, т.е. функции  $\Phi(x^{(1)}, x^{(2)} \dots)$ . В таком эксперименте при работе спектрометра осуществляется регистрация частиц и анализ их характеристик. Этот анализ осуществляется путем преобразования исследуемых характеристик частиц  $V$  (энергии, массы и т.д.) в наблюдаемые физические величины  $x$  (амплитуду электрического импульса или световой вспышки, угол отклонения в магнитном поле и т.п.). При регистрации частицы величины  $x$  измеряются, причем число актов регистрации должно быть как можно большим. В этом случае говорят о "хорошей" или "большой" статистике, если же число зарегистрированных частиц невелико, говорят о "плохой" или "малой" статистике.

Результатом такого эксперимента является совокупность значений  $x_i^{(1)}, x_i^{(2)} \dots (i = 1, \dots, n - \text{номер измерения})$ . В принципе, изуче-

ние и интерпретация спектра возможны по совокупности отдельных значений. В этом случае измеренные значения по отдельности хранятся в запоминающем устройстве. Такой способ широко применяется при анализе многомерных спектров. Его неудобство, однако, заключается в отсутствии наглядности, невозможности качественных визуальных оценок и контроля. Более подробно указанный способ представления спектров будет рассмотрен ниже, а сейчас обратимся к рассмотрению частного случая одномерных спектров, для которых обычно используются более наглядные представления.

В качестве спектра  $\Phi(x)$  будем рассматривать спектр зарегистрированных установкой частиц. Это означает, что  $\Phi(x)dx$  трактуется как среднее число частиц, зарегистрированное за единицу времени, у которых параметр  $x$  лежит в интервале  $(x, x + dx)$ .

Наиболее простым представлением измеренных данных является так называемый интегральный аппаратный спектр  $F(x)$ , под которым подразумевается функция

$$F(x) = \nu(x \leq x_i), \quad (1.46)$$

где  $\nu(x \leq x_i)$  — количество измеренных значений, превышающих заданное значение  $x$ . Эта функция является монотонно убывающей, кусочно-постоянной и испытывает скачки в точках  $x_i$ . Если функция  $F(x)$  известна при всех значениях  $x$ , то она содержит всю исходную измерительную информацию. Полное ее задание возможно лишь по окончании измерений, когда все значения по отдельности размещены в запоминающем устройстве. На практике, однако, поступают иначе. Заранее задаются значения  $x$  (пороги), для которых требуется определить  $F(x)$ ; они последовательно устанавливаются в экспериментальной установке, в которой содержится устройство (дискриминатор), сравнивающее зарегистрированное значение с порогом, и подсчитывается число случаев превышения порога. Поскольку в этом методе производится не измерение значения  $x_i$ , а лишь его цензурирование, т.е. установление факта превышения порога, то ясно, что детальная информация о характере спектра, содержащаяся в  $x_i$ , теряется.

Представление о виде интегрального аппаратного спектра является устаревшим и используется лишь как вспомогательный метод. Дискриминаторы используются для выделения частиц с характеристиками, превышающими порог. Наиболее типичное употребление — выделение сигналов, связанных с нужными частицами, на фоне шума или других частиц.

Гораздо более распространенным является представление результатов измерений в виде дифференциального аппаратного спектра. В общем случае он получается следующим образом. Весь диапазон интересующих экспериментатора значений измеряемой величины ( $x_{\min}$ ,  $x_{\max}$ ) делится на участки (каналы): первый канал охватывает значе-

ния от  $x_{\min}$  до некоторого  $x^{(1)}$ ; второй канал — от  $x^{(1)}$  до  $x^{(2)}$  и т.д. Величина  $\Delta_j = x^{(j+1)} - x^{(j)}$  называется шириной  $j$ -го канала. Чаще всего ширины каналов выбираются равными друг другу, и ширина канала выбирается за единицу измерения  $x$ , хотя то и другое необязательно. Дифференциальным аппаратурным спектром называется функция

$$f(x) = \nu_j / \Delta_j \quad \text{при } x \in (x^{(j+1)}, x^{(j)}), \quad (1.47)$$

где  $\nu_j$  — количество экспериментальных значений, удовлетворяющих условию  $x_i \in (x^{(j+1)}, x^{(j)})$ . Очень часто эту функцию нормируют на общее число зарегистрированных частиц  $n$ , т.е. полагают

$$f_1(x) = \nu_j / (n \Delta_j), \quad (1.48)$$

или иным способом. Как следует из данного определения, дифференциальный спектр представляет кусочно-постоянную функцию (гистограмму). Однако обычно непрерывный набор значений  $x$  не используется. Значение  $f(x)$  приписывается некоторой точке внутри канала, чаще всего его середине.

Как правило, процедура получения дифференциального аппаратурного спектра совмещена с измерением. Для этого в экспериментальной установке существует специальное устройство, называемое аналого-цифровым преобразователем, который преобразует сигнал  $x_i$  в число (двоичный код), обозначающее номер канала  $j$ , в соответствии с правилом  $x_i \in (x^{(j+1)}, x^{(j)})$ .

Следует отметить, что, как и в случае интегрального спектра, дифференциальный аппаратурный спектр является случайной функцией. Ее случайный характер не играет роли лишь при очень большой статистике.

Важным вопросом является выбор ширины канала  $\Delta$ . Рассмотрим сначала случай большой статистики. Здесь число значений, попавших в данный канал, можно считать равным их среднему значению. Если  $\Phi(x)$  — истинный спектр, то упомянутое среднее значение, очевидно, равно

$$f(x) = \frac{t}{\Delta} \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \Phi(x+s) ds, \quad (1.49)$$

где  $t$  — время измерения спектра. Точка  $x$  является серединой канала. Из приведенного выражения видно, что  $f(x)$  совпадает с  $\Phi(x)$  только в том случае, если  $\Delta \rightarrow 0$ . При конечных  $\Delta$ , вообще говоря, эти функции отличаются друг от друга, т.е.  $f(x)$  воспроизводит  $\Phi(x)$  с некоторой погрешностью (погрешность дискретизации). Оценим ее значение.

Допустим, что в пределах ширины канала  $\Phi(x)$  меняется слабо. Если это условие не выполнено, искомая погрешность будет заведомо

большой. Разложим подынтегральное выражение в ряд вокруг точки с точностью до члена второго порядка:

$$\Phi(x+s) = \Phi(x) + \Phi'(x)s + (1/2)\Phi''(x)s^2 \quad (1.50)$$

и подставим это разложение в интеграл. После простых вычислений получим

$$f(x) = [\Phi(x) + (1/24)\Phi''(x)\Delta^2]t. \quad (1.51)$$

Второе слагаемое в этом выражении представляет собой искомую погрешность. Ширину канала следует выбирать так, чтобы она не превышала заданной величины  $\sigma$ :

$$\sigma > \frac{1}{24}\Phi''(x)\Delta^2t.$$

В случае, когда статистика невелика, приведенные выше выражения относятся к среднему значению случайной величины  $f(x)$ .

Величину  $\sigma$  можно задавать, исходя из ее статистического характера. Случайная величина  $\nu_j$  распределена по закону Пуассона и, следовательно, среднеквадратическая погрешность равна  $\sqrt{\bar{\nu}_j}$ . Отсюда следует, что среднеквадратическая погрешность  $f$  равна

$$\sigma_f = \frac{\sqrt{\bar{\nu}_j}}{\Delta} = \sqrt{\frac{\Delta f(x)}{\Delta^2}} = \sqrt{\frac{f(x)}{\Delta}} = \sqrt{\frac{\Phi(x)t}{\Delta}}. \quad (1.52)$$

Здесь мы пренебрегли вторым слагаемым в выражении (1.51). Очевидно, ширину канала целесообразно выбрать так, чтобы систематическая погрешность, обусловленная дискретизацией, была мала по сравнению со статистической погрешностью. В этом случае ею можно будет пренебречь, что важно с практической точки зрения, так как наличие систематической погрешности сильно затрудняет анализ. Таким образом, должно быть выполнено неравенство

$$\sqrt{\frac{\Phi(x)t}{\Delta}} > \frac{\alpha}{24}\Phi''(x)\Delta^2t, \quad (1.53)$$

где множитель  $\alpha = 2 \div 3$  учитывает тот факт, что неравенство должно быть выполнено с некоторым запасом. Отсюда следует

$$\Delta < s \sqrt{\frac{(24)^2 \Phi(x)}{[\Phi''(x)]^2 t \alpha^2}}. \quad (1.54)$$

Видно, что ширина канала зависит от вида спектра и значения  $x$ . Если по техническим условиям необходимо иметь одинаковую для всех  $x$

ширину канала, то ее следует определить из неравенства

$$\Delta < \min_x s \sqrt{\frac{(24)^2 \Phi(x)}{[\Phi''(x)]^2 t \alpha^2}}. \quad (1.55)$$

Использование приведенных соотношений затруднено тем, что заранее не известен вид спектра  $\Phi(x)$ . Однако характер спектра, степень его гладкости можно оценить на основе характеристик детекторов и свойств изучаемого физического процесса или объекта, откуда можно сделать качественную оценку неравенства. На практике ширину канала подбирают эмпирически, руководствуясь на качественном уровне приведенным неравенством. Для этого достаточно ширину канала выбирать таким образом, чтобы в трех смежных каналах спектр можно было бы аппроксимировать в пределах статистической ошибки прямой линией.

Приведенные соображения ограничивают ширину канала сверху. Ограничение ширины канала снизу определяется статистикой. При прочих равных условиях число набранных в канале отсчетов пропорционально ширине канала, поэтому слишком малая ширина приведет к тому, что статистика будет плохой и флуктуации от канала к каналу будут значительными. Это, в свою очередь, затрудняет интерпретацию результатов.

Таким образом, можно выбрать ширину канала так, чтобы дискретизация не давала существенного искажения спектра. Тем не менее измеренный спектр не будет совпадать с истинным спектром излучения. Причина заключается в том, что преобразование физической характеристики частицы (энергия и т.д.) в измеряемую величину (например, в амплитуду импульса) носит вероятностный характер и поэтому не является однозначным. Пусть  $G(x, V)$  — условная плотность вероятности регистрации значения выходного сигнала, равного  $x$  при условии, что соответствующая частица имела значение физического параметра, равное  $V$ . Эта функция называется **функцией отклика спектрометра**. Более подробно она рассматривается в гл. 9. В этой главе также будет показано, что измеренный спектр  $U(x)$  связан со спектром излучения с помощью соотношения

$$U(x) = \int G(x, V) \Phi(V) dV. \quad (1.56)$$

Функции  $U(x)$  и  $\Phi(V)$  близки друг к другу только в случае, когда  $G(x, V)$  близка к  $\delta$ -функции. В других случаях они различаются. Вопрос о восстановлении спектра излучения  $\Phi(V)$  по известным  $U(x)$  и  $G(x, V)$  рассматривается в гл. 9.

Вид функции отклика определяется характером взаимодействия излучения с материалом детектора или внешним полем, а также характеристиками процесса преобразования сигнала. В общем случае функция

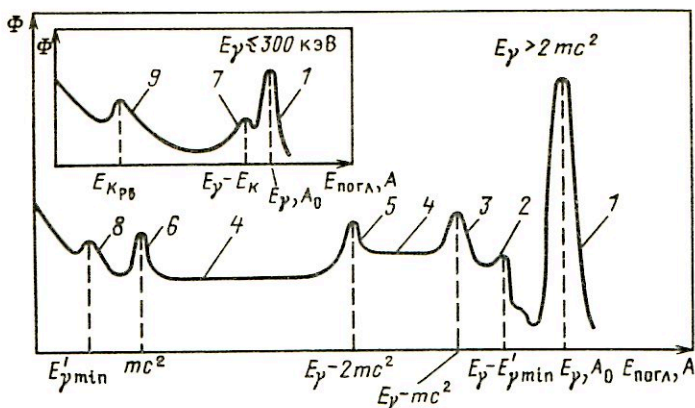


Рис. 1.29. Аппаратурная форма линии спектрометра  $\gamma$ -излучения с кристаллами NaI(Tl) или Ge(Li):

1 – пик полного поглощения; 2 – комптоновский пик; 3 – пик одиночного вылета; 4 – комптоновский континуум; 5 – пик двойного вылета; 6 – пик аннигиляционного излучения; 7 – пик утечки характеристического излучения детектора; 8 – пик обратного рассеяния; 9 – пик характеристического излучения защиты

отклика не имеет простого аналитического представления и дается в виде таблиц, матриц или изображается графически. Она может быть рассчитана. Однако из-за сложности процессов взаимодействия излучения и преобразования сигналов точность таких расчетов, как правило, невелика. Чаще всего вид функции отклика исследуется экспериментально.

Если исследуется излучение со спектром  $\Phi(V)$  в виде  $\delta$ -функции (практически, если для ширины линии в спектре излучения  $\Delta V$  и в аппаратном спектре  $\Delta x$  выполняется условие  $\Delta V \ll \Delta x$ ), то получающийся при этом аппаратный спектр  $\Phi(x)$  называют аппаратной формой линии (АФЛ) спектрометра. АФЛ в таком определении аналогична функции отклика  $G(V = \text{const}, x)$ .

Рассмотрим характерные особенности АФЛ на примере спектрометров энергии  $\gamma$ -излучения с ионизационными или сцинтилляционными детекторами, которые наиболее часто используются в ядерно-спектрометрических исследованиях (рис. 1.29).

Параметром, характеризующим излучение, в таком спектрометре будет энергия частицы  $E$ , а параметром, характеризующим сигнал, – амплитуда импульса  $A$ . АФЛ такого спектрометра будет представлять собой спектр амплитуд импульсов, получающийся при исследовании моноэнергетического излучения (на практике – реального спектра частиц). В общем случае этот спектр является непрерывным распре-

делением с некоторым количеством пиков — более или менее узких колоколообразных распределений. Именно по параметрам таких пиков, как правило, можно наиболее точно восстановить характеристики излучения. Очевидно, что чем точнее определяются параметры пиков, тем точнее по ним восстанавливаются характеристики излучения. Поэтому при конструировании спектрометров стоит задача увеличения вклада импульсов в определенные пики и уменьшения ширины этих пиков.

Как правило, в конце амплитудного распределения (в области  $A \approx A_0$ ,  $E_{\text{погл}} \approx E_\gamma$ ), получаемого на рассматриваемых спектрометрах, присутствует пик, соответствующий полному поглощению энергии первичного излучения в чувствительном объеме детектора — пик полного поглощения (ППП).

Неполное поглощение энергии излучения может привести к общему смещению ППП в область меньших амплитуд, увеличению ширины пика, к его асимметрии, к образованию непрерывного распределения и дополнительных пиков в области меньших амплитуд. Неполное поглощение энергии излучения в чувствительном объеме детектора обычно связано с потерями энергии на пути к детектору и с утечкой части энергии излучения из чувствительного объема детектора (энергия частицы не поглощается полностью в детекторе, и частица вылетает из него, унося часть энергии).

Потери на пути к детектору могут происходить в активном слое и герметизирующем покрытии самого источника, слое воздуха между источником и детектором, в контейнере, окне или "мертвом" слое детектора. Часть энергии может быть унесена из чувствительного объема детектора за счет вылета из него вторичного излучения (электронов, рентгеновских или аннигиляционных квантов), а также  $\gamma$ -квантов, рассеянных внутри чувствительного объема.

Рассмотрим подробнее физические процессы, приводящие к формированию наиболее характерных участков АФЛ в области  $A < A_0$  (или  $E_{\text{погл}} < E_\gamma$ ).

В области, соответствующей поглощенной энергии  $E_{\text{погл}} = 200 \div 250$  кэВ, обычно присутствует пик, называемый пиком обратного рассеяния (ПОР). Его образуют  $\gamma$ -кванты, рассеянные на пути к детектору на большие углы и попавшие затем в чувствительный объем детектора (рассеяние происходит от конструкционных материалов, окружающих детектор, и от ФЭУ). При углах рассеяния  $\Theta \geq 150^\circ$  энергия рассеянных квантов практически не зависит от угла рассеяния и близка [см. (1.40), (1.41)] к

$$E'_{\gamma \min} = mc^2 / (mc^2 / E_\gamma + 2). \quad (1.57)$$

При  $E_\gamma \geq 500$  кэВ  $E'_{\gamma \min} \approx 170 \div 250$  кэВ.



В области, соответствующей поглощенной энергии  $E_\gamma - E_K^*$ , обычно наблюдается пик, называемый пиком утечки (ПУ). Его образование характерно при исследовании  $\gamma$ -квантов низких энергий ( $E_\gamma < < 200 \div 300$  кэВ). При таких энергиях основным видом взаимодействия  $\gamma$ -квантов с материалом детектора является фотоэффект, причем из-за большого значения сечения фотоэффекта при таких энергиях он происходит, главным образом, у поверхности детектора. Фотоэффект сопровождается образованием электронов и рентгеновских квантов, и поскольку он происходит вблизи поверхности детектора, то вероятность их утечки из чувствительного объема детектора становится существенной. Утечка электронов приводит к поднятию левого крыла пика. Утечка рентгеновских квантов — к образованию пика утечки.

Комптоновское рассеяние  $\gamma$ -квантов в детекторе с последующим вылетом из детектора рассеянного под углом  $\Theta$  кванта приводит к утечке энергии [см. (1.40), (1.41)]:

$$E = E'_\gamma = mc^2 / [mc^2 / E_\gamma + (1 - \cos \Theta)]. \quad (1.58)$$

При этом минимальной энергия рассеянного кванта  $E'_{\gamma \min}$  будет в случае обратного рассеяния, т.е. при  $\Theta = \pi$ . При  $E_\gamma \gg mc^2$   $E'_{\gamma \min} \approx mc^2 / 2 \approx \approx 250$  кэВ. Амплитуды сигналов имеют при этом непрерывное распределение, соответствующее поглощению энергии электронов отдачи в области  $0 \div (E_\gamma - E'_{\gamma \min})$  — комптоновский континуум. Распределение почти равномерное (см. § 1.3) с подъемом вблизи  $E_\gamma - E'_{\gamma \min}$ , который называют комптоновским краем или комптоновским пиком (КП).

При  $E_\gamma > 2mc^2 + E_{\text{отд}} \approx 2mc^2$  (где  $E_{\text{отд}}$  — энергия атома отдачи) в детекторе может образоваться электрон-позитронная пара с кинетической энергией около  $E_\gamma - 2mc^2$ . Если пара образовалась не у поверхности детектора, то ее кинетическая энергия полностью поглощается в чувствительном объеме детектора, после чего происходит аннигиляция позитрона с образованием, чаще всего, двух квантов с энергией порядка  $mc^2$  каждый. Далее возможны следующие ситуации:

а) оба кванта вылетают из детектора, и в распределении образуется пик, соответствующий поглощенной энергии  $E_\gamma - 2mc^2$  — пик двойного вылета (ПДВ);

б) один квант вылетает, второй — теряет всю энергию в детекторе, и образуется пик, соответствующий поглощенной энергии  $E_\gamma - mc^2$  — пик одиночного вылета (ПОВ);

---

\* Здесь  $E_K$  — энергия связи электрона на  $K$ -оболочке атома, с которым произошло взаимодействие  $\gamma$ -кванта через фотоэффект. Для спектрометров с кристаллом NaI(Tl)  $E_K = E_{K1} = 28$  кэВ, а для спектрометров с Ge(Li)-детектором  $E_K = E_{K\text{Ge}} = 9,8$  кэВ.

в) один или оба кванта рассеиваются, и образуется комптоновское распределение в области от  $E_\gamma - 2mc^2$  до  $E_\gamma - mc^2/3$ .

Пики вылета шире ППП из-за доплеровского уширения аннигиляционной линии. Однако при энергии  $E_\gamma \gtrsim 4 \div 5$  МэВ становятся больше ППП и могут привлекаться при обработке спектров.

Попадание в чувствительный объем детектора и поглощение в нем вторичного излучения, образовавшегося при взаимодействии первичного излучения с материалами, окружающими детектор, может привести к появлению дополнительных пиков. Так, при исследовании  $\gamma$ -квантов с энергией  $E_\gamma \gtrsim 2mc^2$  или при наличии  $\beta^+$ -переходов в схеме распада исследуемых нуклидов в аппаратурном спектре появляется пик, соответствующий регистрации аннигиляционных квантов с энергией около 0,511 МэВ.

При взаимодействии исследуемого  $\gamma$ -излучения с окружающими материалами из-за фотоэффекта возникает характеристическое излучение этих материалов, которое регистрируется детектором и образует пик характеристического излучения (ПХИ), соответствующего поглощенной энергии около  $E_K$  (где  $E_K$  — энергия связи электрона на  $K$ -й оболочке). С увеличением атомного номера материала увеличивается вероятность фотоэффекта и энергия характеристического излучения, что приводит к росту ПХИ и перемещению его в более жесткую область спектра. Обычно ближе всего расположен к детектору и имеет большое  $Z$  материал его фоновой защиты — как правило, свинец ( $E_K = 72$  кэВ), так что в аппаратурном спектре обычно есть пик, соответствующий  $E_{\text{погл}} \approx 72$  кэВ.

Для снижения интенсивности этого излучения используется набор экранов. Защитный экран из свинца обычно облицовывается несколькими слоями из материалов, атомные номера которых убывают в направлении кристалла. Такое расположение позволяет существенно уменьшить долю характеристического излучения защиты, попадающего в чувствительный объем детектора, так как материалы, расположенные ближе к детектору, имеют большое сечение поглощения флюоресцентного излучения от предшествующего материала и малое сечение взаимодействия с первичным излучением. Так как основным процессом взаимодействия  $\gamma$ -квантов в органическом кристалле является комптон-эффект, то АФЛ спектрометра с таким кристаллом представляет собой непрерывное распределение с небольшим ПДВ, если  $E_\gamma \gtrsim 3 \div 4$  МэВ (рис. 1.30).

Из рассмотрения АФЛ спектрометра энергии  $\gamma$ -излучения можно сделать следующие выводы: различным искажениям наименее подвержена жесткая часть аппаратурного спектра, а в ней — ППП; по ППП можно получить наиболее точную информацию о характеристиках исследуемого излучения; при конструировании спектрометров необходимо максимально заботиться о полном поглощении энергии частицы в чувствительном объеме детектора или принимать меры, исключающие регистрацию событий, связанных с неполным поглощением.

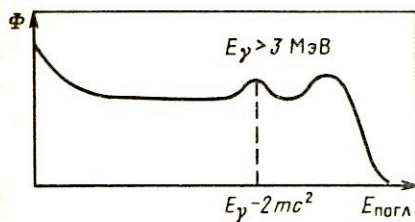


Рис. 1.30. АФЛ спектрометра энергии  $\gamma$ -излучения с органическим сцинтилятором

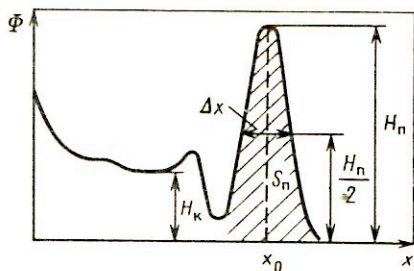


Рис. 1.31. Параметры АФЛ

Основные характеристики АФЛ показаны на рис. 1.31. К ним относятся: ширина пиков  $\Delta x$ , их форма, отношение высоты пиков  $H_{\Pi}$  к высоте непрерывного распределения  $H_K$ , площадь пика  $S_{\Pi}$  (заштрихованная область на рисунке).

Ширина пика определяет энергетическое разрешение спектрометра. Факторы, влияющие на ширину пика, будут подробно рассмотрены ниже. Форма ППП обычно аппроксимируется распределением Гаусса, нормированным на площадь этого пика  $S_{\Pi}$ :

$$\Phi(x) = [S_{\Pi}/(\sigma \sqrt{2\pi})] \exp [-(x - x_0)^2 / (2\sigma^2)], \quad (1.59)$$

где  $x_0$  — положение (максимум) пика;  $\sigma$  характеризует ширину пика. Для гауссова распределения ширина пика на половине его высоты равна  $\Delta x = 2\sqrt{2\ln 2} \approx 2,36\sigma$ . Площадь гауссиана в пределах его ширины составляет 98% от площади под всем распределением и может быть выражена через параметры распределения

$$S_{\Pi} = \sigma \sqrt{2\pi} H \approx 1,064 \Delta x H. \quad (1.60)$$

Распределение Гаусса достаточно хорошо описывает ППП лишь в его верхней части [обычно в пределах  $x_0 \pm (2 \div 3)\sigma$ ]. Левая часть пика приподнята над правой и более полого. Крылья пика более вытянуты, чем у гауссиана (т.е. имеется положительный эксцесс).

Степень отличия формы пика от гауссиана часто оценивают по отношению ширины пика на 1/10 его высоты  $\Delta x_{1/10}$  к ширине  $\Delta x_{1/2}$ . Это отношение для нормального распределения равно 1,8. Если оно не превышает двух, то приближение считается достаточно хорошим.

Следующим важным параметром АФЛ является отношение высоты пика  $H_{\Pi}$  к высоте непрерывного распределения  $H_K$ . Для спектрометров со сцинтилляционными детекторами чаще используют отношение площади под ППП  $S_{\Pi}$  к площади под всем аппаратурным спектром  $S$ . Так как в спектрометрах энергии  $\gamma$ -излучения со сцинтилляционными и ионизационными детекторами основной вклад в ППП дает фотоэф-

фект, а в непрерывное распределение – комптоновское рассеяние  $\gamma$ -квантов в детекторе, то соотношение  $H_{\text{п}}/H_{\text{к}}$  называют отношением пик/комpton, а величина  $R = S_{\text{п}}/S$  – фотовкладом или фоточастью.

Для сравнения характеристик детекторов или спектрометров энергии  $\gamma$ -излучения параметры АФЛ обычно приводят по линии 662 кэВ  $^{137}\text{Cs}$  для спектрометров с  $\text{NaI}(\text{Tl})$  и по линии 1333 кэВ  $^{60}\text{Co}$  для спектрометров с  $\text{Ge}(\text{Li})$ -детекторами. Для линии 1333 кэВ высоту  $H_{\text{к}}$  определяют как среднее значение отсчетов в каналах, соответствующих поглощенной в детекторе энергии от 1040 до 1096 кэВ. Фоточасть и отношение пик/комpton зависят от размеров детектора и энергии  $\gamma$ -квантов и очень слабо от геометрии источник – детектор.

Соотношение между площадями под ППП и пиками вылета в спектрометрах энергии  $\gamma$ -излучения обусловлено энергией  $\gamma$ -квантов и объемом детектора. В спектрометре со сцинтилляционными детекторами площади под пиками вылета становятся сравнимыми с площадями под ППП при энергиях  $E_{\gamma} \geq 3,5$  МэВ. Площадь ПОВ  $S_{\text{ПОВ}}$  становится больше площади ПДВ  $S_{\text{ПДВ}}$  при размерах кристалла более  $40 \times 40$  мм. Например, для кристалла  $\text{NaI}(\text{Tl})$  размером  $40 \times 40$  мм  $S_{\text{ПОВ}} \leq S_{\text{ПДВ}} \approx S_{\text{п}}$  при  $E_{\gamma} \approx 3,5$  МэВ. Для кристалла размером  $100 \times 100$  мм  $S_{\text{ПОВ}} \approx S_{\text{п}} \approx 10S_{\text{ПДВ}}$  при  $E_{\gamma} \approx 7$  МэВ.

Реальный аппаратурный спектр искажается дополнительно из-за наложения сигналов и фона. Наложение сигналов от частиц, попадающих в детектор в пределах времени разрешения спектрометра и теряющих в чувствительном объеме детектора свою энергию, приводит к следующим искажениям: к общему разбросу амплитуд импульсов и, таким образом, к уширению ППП и образованию непрерывного распределения; к уменьшению числа импульсов, попадающих в определенные участки аппаратурного спектра, и в частности в ППП; к появлению в аппаратурном спектре компонент, называемых суммарными распределениями.

Различают суммирование импульсов от коррелированных во времени событий (например, при регистрации частиц, образованных в каскаде или при регистрации аннигиляционных квантов) и случайное суммирование (при одновременной регистрации частиц, статистически распределенных во времени).

При одновременном попадании двух частиц или  $\gamma$ -квантов с энергией  $E$  в чувствительный объем детектора в аппаратурном спектре образуется пик, соответствующий поглощенной в детекторе энергии  $2E$  (пик суммирования), и непрерывное распределение в области  $E_{\text{погл}} < 2E$ . Так, при работе с источниками, имеющими каскадные  $\gamma$ -кванты, в аппаратурном спектре возникают пики суммирования, соответствующие поглощенной в детекторе энергии, равной сумме энергий каскадных квантов. Пики суммирования возникают также при измерениях, проводимых с позитронно-активными излучателями. В этом случае они

соответствуют поглощенной энергии  $mc^2 + mc^2/3$ ;  $E_\gamma + mc^2$ ,  $2mc^2$  и т.д. Пики суммирования от коррелированных событий, как и пики полного поглощения, хорошо аппроксимируются распределением Гаусса. Пики случайного суммирования имеют несимметричную форму и сильно вытянуты в сторону меньших амплитуд.

Очевидно, что и при отсутствии исследуемого источника спектрометр будет регистрировать космическое излучение и излучение радиоактивных нуклидов, содержащихся в элементах спектрометра и в окружающих его материалах. Это излучение называют фоновым. Для его уменьшения элементы спектрометра изготавливают из специальных материалов с низкой концентрацией радиоактивных нуклидов, а детектор окружают защитными материалами.

Для поглощения мягкой компоненты космического излучения необходимо около 10 см свинцовой защиты, жесткая компонента уменьшается в 2 раза при толщине свинцовой защиты 1 м. Космический фон составляет около 28 имп./мин на 100 см поверхности кристалла.

В спектре фонового  $\gamma$ -излучения часто присутствует линия аннигиляционного излучения с энергией 511 кэВ, образующегося за счет эффекта образования пар от жестких  $\gamma$ -квантов или позитронного излучения.

**Разрешение спектрометра.** С понятием АФЛ тесно связано понятие разрешения спектрометра по параметру  $V$ . Так, в спектрометрах энергии речь идет об энергетическом разрешении, в спектрометрах временных интервалов — о временном разрешении и т.д. Если спектр излучения содержит два значения параметра  $V$  (две линии)  $V_1$  и  $V_2$ , то разрешением  $\Delta V$  по параметру  $V$  называется минимальный интервал между линиями  $V_1$  и  $V_2$ , равный разности  $\Delta V = V_1 - V_2$ , при котором эти линии еще наблюдаются раздельно.

Легко видеть, что разрешение связано с размерами интервала, на котором АФЛ отлична от нуля, а именно оно равно полной ширине аппаратурной линии на уровне половины ее максимума (полная ширина на половине максимума — ПШПМ).

Вопросы разрешения конкретных типов спектрометров и влияющие на него факторы рассматриваются в соответствующих главах.

**Эффективность регистрации излучения спектрометром.** Рассмотрим схему типичного эксперимента, связанного с регистрацией излучения. Пусть из источника вылетают моноэнергетические частицы, которые попадают в детектор с чувствительной поверхностью  $S_d$ , расположенной на расстоянии  $R$  от источника, и регистрируются установкой (спектрометром). Пусть поток  $n$  регистрируемых спектрометром сигналов достаточно мал, так что выполняется условие  $n\tau \ll 1$ , где  $\tau$  — разрешающее время установки.

Обычно используют следующие понятия, характеризующие вероятность регистрации частиц: эффективность, светосила, избирательность, чувствительность.

Эффективность регистрации излучения спектрометром (эффективность спектрометра) — это отношение потока регистрируемых сигналов к потоку частиц, попадающих в чувствительный объем детектора:

$$\epsilon = n/\Phi_{\text{д}}, \quad (1.61)$$

где  $\Phi_{\text{д}} = \Phi \kappa \Omega$  — поток частиц, попадающих в чувствительный объем детектора;  $\Phi$  — поток частиц из источника;  $\kappa$  — коэффициент, учитывающий поглощение и рассеяние излучения на пути источник — чувствительный объем детектора (коэффициент  $\kappa$  равен отношению числа частиц, попавших в чувствительный объем детектора, к числу частиц, испущенных в его направлении);  $\Omega = \omega/(4\pi)$  — относительный телесный угол;  $\omega = S_{\text{д}}/R^2$  — телесный угол, под которым виден детектор из источника (или угол коллимации).

Эффективность  $\epsilon$  определяет вероятность получения на спектрометре сигнала при попадании частиц в чувствительный объем детектора. Она фактически определяется вероятностью взаимодействия частицы с материалом чувствительного объема детектора и вероятностью того, что это взаимодействие приводит к образованию сигнала в спектрометре. Так как последняя вероятность для многих спектрометров бывает близка к единице, то эффективность  $\epsilon$  таких спектрометров определяется, фактически, эффективностью детектора.

Вычисление эффективности спектрометра, как правило, является сложной задачей, так как требует знания углового распределения излучения, коэффициентов взаимодействия излучения с материалом детектора, характеристик электронного тракта и т.д., поэтому чаще всего  $\epsilon$  определяется экспериментально. Лишь для простой геометрии источник — детектор эффективность  $\epsilon$  можно оценить достаточно легко. Например, при исследовании узкого пучка  $\gamma$ -квантов на спектрометре со сцинтилляционным детектором толщиной  $x$  вероятность прохождения  $\gamma$ -кванта без взаимодействия через сцинтиллятор равна  $\exp[-\mu(E)x]$ , где  $\mu(E)$  — полный коэффициент ослабления  $\gamma$ -квантов с энергией  $E$  в сцинтилляторе. Тогда вероятность взаимодействия будет равна  $1 - \exp[-\mu(E)x]$ . Если каждое взаимодействие приводит к образованию сигнала, который регистрируется спектрометром, то  $\epsilon \approx 1 - \exp[-\mu(E)x]$ .

Если регистрируются или обрабатываются лишь сигналы, соответствующие определенному типу взаимодействия, или в определенном диапазоне амплитуд, или соответствующие определенному участку в аппаратном спектре (например, сигналы в области пика), тогда пользуются понятием эффективности регистрации сигналов определенного типа. Например, эффективность спектрометра в пике  $\epsilon_{\text{п}}$  — это отношение потока сигналов, регистрируемых спектрометром в пике (в ППП, ПОВ и т.д.) к потоку частиц, попадающих в чувствительный объем детектора  $\epsilon_{\text{п}} = n_{\text{п}}/\Phi_{\text{д}}$ .

Через  $\epsilon$  или  $\epsilon_{\Pi}$  можно определить поток частиц, испускаемых источником:

$$\Phi = \Phi_{\text{д}} / (\kappa \Omega) = n / (\epsilon \Omega \kappa) = n_{\Pi} / (\epsilon_{\Pi} \Omega \kappa). \quad (1.62)$$

Светосила спектрометра  $L$  — это отношение потока регистрируемых спектрометром сигналов к потоку частиц, испускаемых источником:

$$L = n / \Phi.$$

Светосила спектрометра определяет вероятность того, что вылет частицы из исследуемого источника вызовет появление сигнала на выходе спектрометра.

Подставляя вместо  $\Phi$  его выражение из (1.62), получаем

$$L = n / \Phi = n \Omega \kappa / \Phi_{\text{д}} = \epsilon \Omega \kappa. \quad (1.63)$$

Величину  $\epsilon \kappa$  часто называют физической светосилой, а  $\Omega$  — геометрической светосилой. Светосила  $L$  существенно зависит от взаимного расположения источника и детектора и поглощения частиц на пути источник — чувствительный объем детектора. При  $\epsilon \approx 1$  она может полностью определяться геометрией эксперимента. То есть она в большей степени, чем  $\epsilon$ , характеризует спектрометр в целом, а не только детектор. Очевидно, что светосила зависит от энергии, и в общем виде она может быть выражена через функцию отклика спектрометра  $G(E, x)$ :

$$L(E) = \Omega \kappa(E) \epsilon(E) = \int_x G(E, x) dx. \quad (1.64)$$

Расчет светосилы чаще всего является весьма сложным. Необходимо знать угловое распределение излучения, точные размеры и положение чувствительной области, геометрию источника, коэффициенты взаимодействия излучения с материалом на пути источник — чувствительный объем детектора и в чувствительном объеме детектора и т.д. Поэтому чаще всего  $L(E)$  определяют экспериментально, по образцовым источникам. Понятие светосилы, так же как и эффективности спектрометра, часто удобно связать с регистрацией лишь определенного участка спектра, например области пика. Тогда пользуются понятием светосилы в пике  $L_{\Pi}$  (в ППП, в ПОВ и т.д.):

$$L_{\Pi} = n_{\Pi} / \Phi. \quad (1.65)$$

Светосила (или светосила в пике) является важной характеристикой спектрометра. Через нее определяется поток частиц из исследуемого источника:

$$\Phi = n / L = n_{\Pi} / L_{\Pi}. \quad (1.66)$$

Избирательность спектрометра — это отношение эффективности (или светосилы  $L$ ) спектрометра для исследуемого излучения к эффек-

тивности (или светосиле  $L_{\Phi}$ ) для сопутствующего (фонового) излучения. Хорошо сконструированный спектрометр должен иметь  $L/L_{\Phi} \gg 1$ . Например, исследовать спектры нейтронов или  $\beta$ -частиц практически всегда приходится на значительном фоне  $\gamma$ -излучения. Очевидно, что для хорошей работы такого спектрометра должны выполняться условия

$$L_n/L_{\gamma} \gg 1 \text{ или } L_{\beta}/L_{\gamma} \gg 1.$$

Чувствительность спектрометра  $\sigma$  — это отношение потока регистрируемых спектрометром сигналов к плотности потока частиц  $J_d$  у поверхности детектора:

$$\sigma = n/J_d; \quad \sigma_{\Pi} = n_{\Pi}/J_d. \quad (1.67)$$

Здесь  $J_d = \Phi_d/S_d$ . Чувствительность характеризует площадь входного окна детектора в спектрометре, при которой эффективность  $\epsilon$  (или  $\epsilon_{\Pi}$ ) спектрометра равна единице:

$$\sigma = n/J_d = nS_d/\Phi_d = \epsilon S_d; \quad \sigma_{\Pi} = \epsilon_{\Pi} S_d. \quad (1.68)$$

Из очевидных соотношений можно получить связь между чувствительностью спектрометра и его светосилой:

$$\sigma = \frac{n}{\Phi_d} S_d = \frac{nS_d 4\pi R^2}{\mathcal{K} \epsilon S_d} = \frac{L}{\mathcal{K}} 4\pi R^2;$$

$$L = \frac{\mathcal{K}\sigma}{4\pi R^2}; \quad L_{\Pi} = \frac{\mathcal{K}\sigma_{\Pi}}{4\pi R^2}. \quad (1.69)$$

Значение  $\sigma_{\Pi}$ , измеренное в стандартных условиях ( $\sigma_{\Pi}^{CT}$ ), часто приводят в качестве одной из характеристик полупроводниковых детекторов (относительно  $\sigma$  и  $\sigma_d$  справедливы те же замечания, которые были сделаны выше относительно  $\epsilon$  и  $\epsilon_d$ ). Так, среди характеристик ППД, предназначенных для исследования  $\gamma$ -квантов, приводят значение  $\sigma_{\Pi}^{CT}$  для  $R = 25$  см при расположении источника над центром детектора. Если  $\mathcal{K} \approx 1$ , то для оценки светосилы спектрометра в стандартных условиях с таким детектором можно пользоваться выражением:  $L_{\Pi}^{CT} \approx \sigma_{\Pi}^{CT} / (7,85 \cdot 10^3)$ .

## 1.5. Метрологическое обеспечение ядерно-спектрометрических экспериментов

Одним из важнейших этапов спектрометрического эксперимента является обработка спектра. Фактически она заключается в восстановлении истинного спектра  $\Phi(V)$  по аппаратурному  $\Phi(x)$ . В наиболее общем виде задача сводится к решению уравнения (1.56), для чего



необходимо знать функцию отклика спектрометра  $G(x, V)$ . Определение функции отклика называют градуировкой (калибровкой) спектрометра. Если связь между параметрами, характеризующими излучение и сигнал, выражается через хорошо известные фундаментальные константы и величины, которые могут быть измерены в абсолютных единицах (как, например, в кристалл-дифракционных или магнитных спектрометрах), то спектр  $\Phi(V)$  может быть восстановлен в абсолютных единицах.

Однако проведение абсолютных измерений, как правило, сопряжено с большими экспериментальными трудностями и возможно лишь в узком диапазоне энергий, специфическом для каждой методики измерений. Большинство измерений проводится относительным методом, и в этом случае функция отклика  $G(x, V)$  определяется по экспериментально измеренным спектрам источников с хорошо известными характеристиками линий.

Для спектральных линий, выбираемых для сравнения, нет общепринятого названия. Используют термины — эталон, стандарт, нормаль. Наиболее подходящими представляются рекомендуемые Б.С. Желеповым термины нормаль (первого, второго, третьего порядков) и репер (нормаль четвертого порядка). При этом для нормалей энергий устанавливается следующая классификация: за нормаль первого порядка принимается линия, для которой длина волны или энергия определены с наибольшей точностью абсолютным методом; энергии (или длины волн) линий, принятых за нормали последующих порядков, сравниваются либо с энергиями (длинами волн) нормали первого порядка (для нормалей второго, третьего и четвертого порядков), либо с энергиями нормали второго порядка (для нормалей третьего и четвертого порядков) и т.д.

**Ядерно-спектрометрические нормали энергий электромагнитного излучения.** За нормаль первого порядка для электромагнитных излучений ГОСТ принят электромагнитный переход в атоме  $^{86}\text{Kr}$ , имеющий длину волны в вакууме  $\lambda_{\text{Kr}} = 605,780211$  нм (она же принята в качестве основной единицы длины, по которой определяется метр:  $1 \text{ м} = 1650763,73 \lambda_{\text{Kr}}$ ).

Энергия кванта, принятого за нормаль первого порядка, лежит в оптической области. Следовательно, главными нормальными в области рентгеновской и ядерной спектроскопии, охватывающей интервал энергий от долей килоэлектрон-вольта до 5 МэВ (при радиоактивном распаде) или до 20 МэВ (при ядерных реакциях), будут нормали второго порядка.

Длины волн в области рентгеновского и  $\gamma$ -спектров на 3–6 порядков меньше, чем  $\lambda_{\text{Kr}}$ . Поэтому сравнение длин волн для нормалей второго и первого порядков представляет серьезные экспериментальные трудности.

Наиболее просто связь между оптической и рентгеновской областями спектра можно установить путем исследования дифракционного спектра при отражении от дифракционной решетки (полированного стекла с протравленными штрихами). Для длинноволнового рентгеновского излучения ( $h\nu < 3$  кэВ) относительная погрешность измерения длин волн таким способом составляет около  $9 \cdot 10^{-6}$ . Технические трудности ограничивают точность.

Наиболее широко распространенным методом исследования коротковолнового излучения для создания нормалей является кристалл-дифракционный. В этом методе длину волны исследуемого излучения определяют из формулы (5.1), для чего измеряют брэгговский угол  $\Theta_B$  и постоянную решетки  $d$ .

Относительная погрешность измерения брэгговского угла  $\Theta_B$  доведена до  $\Delta\Theta/\Theta \leq 10^{-6}$ , постоянной решетки  $d$  (после создания в 1967–1977 гг. в США оптико-рентгеновского интерферометра) – до  $0,15 \times 10^{-6}$ ,  $\mu$  мало отличается от единицы и большой точности в его определении не требуется. Таким образом, относительная погрешность в определении длины волны  $\lambda$  доведена до  $0,9 \cdot 10^{-6}$ .

В качестве нормали второго порядка в рентгеновской области Б.С. Дзепеловым в 1974 г. предложена линия  $W\text{K}\alpha_1$  вольфрама. В 1979 г. ее длина волны измерена с точностью  $0,9 \cdot 10^{-6}$  с использованием оптико-рентгеновского интерферометра и двукристалльного спектрометра с почти идеальными кристаллами Si. Она равна  $\lambda W\text{K}\alpha_1 = (0,20901349 \pm 0,00000018) \cdot 10^{-10}$  м.

Для перехода от длины волны к энергии используется формула

$$E = hc/\lambda. \quad (1.70)$$

В настоящее время наиболее точное значение  $hc = (1,239852 \pm 0,000003 \cdot 10^{-4})$  эВ·см (относительная погрешность  $2,6 \cdot 10^{-6}$ ) и, таким образом,

$$E W\text{K}\alpha_1 = 59,31923 (18) \text{ кэВ}^*.$$

Одним из основных недостатков рентгеновских нормалей является большая естественная ширина линии  $W\text{K}\alpha_1 = 43$  эВ. Для  $K\alpha_1$ -линий тяжелых элементов аппаратная ширина прецизионных спектрометров оказывается почти на порядок меньше естественной. Другим недостатком является то, что различные изотопы элемента имеют близкие по энергиям линии, поэтому энергетический спектр от природной смеси изотопов имеет сложную структуру. Кроме того, энергии рентгеновских уровней изменяются при вступлении атомов в химическое соединение, поэтому дополнительное внимание необходимо уделять

\*Цифры в скобках означают погрешность приведенного значения, выраженную в единицах, в которых задана последняя значащая цифра.

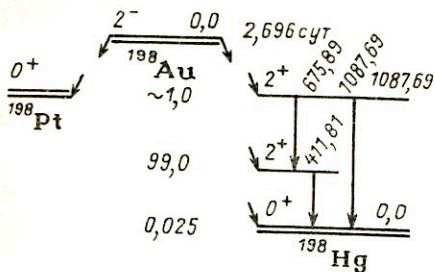


Рис. 1.32. Схема распада  $^{198}\text{Au}$

состоянию атомов. Наконец, рентгеновские нормали лежат в области до 100 кэВ, что неудобно для сравнений в области ядерных  $\gamma$ -излучений. Поэтому в последней необходимо иметь свою нормаль. В [2] показано, что в качестве такой нормали целесообразно принять  $\gamma$ -переход с энергией 411,8 кэВ ядра  $^{198}\text{Hg}$  ( $E_{\gamma}411,8^{198}\text{Hg}$ ) (рис. 1.32). К 1980 г. наиболее точные значения энергии и длины волны для этого перехода были получены с использованием оптико-рентгеновского интерферометра и почти идеальных кристаллов Si и Ge:

$$E_{\gamma}411,8^{198}\text{Hg} = (411,8044 \pm 0,0011) \text{ кэВ};$$

$$\lambda_{\gamma}411,8^{198}\text{Hg} = (3,0107788 \pm 0,0000011) \text{ нм}.$$

Гамма-спектрометр был смонтирован вблизи реактора на массивной плите, установленной на рессорах. Он термостатировался до  $0,2^{\circ}\text{C}$  и имел акустическую защиту. Столики для кристаллов имели оси, параллельные друг другу с точностью до  $1''$ . Углы поворота кристалла измерялись с относительной погрешностью  $0,4 \cdot 10^{-6}$ .

Ширина дифракционного пика была доведена до  $0,35''$ , причем на долю дефектности искусственных кристаллов приходилось не более  $0,1''$  (в то время как для естественных кристаллов мозаичность составляет около  $1''$ ). Относительная погрешность в определении указанной энергии составила  $0,37 \cdot 10^{-6}$ .

Аннигиляционное излучение  $h\nu^{\pm}$  покоящегося парапозитрония могло бы быть нормалью второго порядка, так как его энергию можно определить через значение универсальных констант с погрешностью  $2,8 \cdot 10^{-6}$ :  $h\nu^{\pm} = 511,0034 \pm 0,0014$  кэВ. Однако пока неизвестно, как создать интенсивный источник такого излучения с достаточно узкой спектральной линией (с шириной менее 10 эВ). В настоящее время ширина линии такого источника около 1 кэВ, что явно не годится для ее использования в качестве нормали.

Сейчас известно около 150 линий, энергии которых определены сравнением с нормалью первого или второго порядка с  $\Delta E < 10$  эВ при  $E_{\gamma} < 200$  кэВ и  $\Delta E/E < 5 \cdot 10^{-6}$  при  $E_{\gamma} > 200$  кэВ, которые могут быть использованы в качестве нормалей третьего порядка. Все они измерены либо на спектрометрах с двумя плоскими кристаллами с пред-

варительным измерением постоянной решетки  $d$  оптико-рентгеновским интерферометром, либо путем сравнения длин волн на спектрометрах с изогнутыми кристаллами.

Линии, измеренные с погрешностями  $\Delta E < 20$  эВ при  $E_\gamma < 200$  кэВ, а также линии, измеренные с погрешностями  $\Delta E/E < 10^{-4}$  при  $E_\gamma > 200$  кэВ, могут быть рекомендованы в качестве нормалей четвертого порядка (реперов). Энергии реперов могут быть определены сравнением с нормалью третьего порядка на спектрометрах с Ge(Li)-детекторами или на магнитных бета-спектрометрах по спектрам конверсионных электронов.

В результате быстрого улучшения характеристик ППД и многоканальных анализаторов в последние годы подавляющая часть измерений выполнена на спектрометрах с ППД. Они имеют большую светосилу и позволяют довольно легко сравнивать энергии  $\gamma$ -квантов в диапазоне от 200 до 4000 кэВ с погрешностью около 0,1%, обусловленной в основном нелинейностью, которая составляет в этом диапазоне примерно  $\pm 1$  кэВ. Для обеспечения большей точности необходима тщательная градуировка спектрометра с использованием возможно большего числа нормалей. При расстоянии между исследуемой линией и нормалью  $E_\gamma - E_n \leq 20$  кэВ достигается погрешность менее 5 эВ.

Возбужденные состояния ядер с энергией более 2,5 МэВ, доступные для ядерных реакций, редко наблюдаются в  $\beta$ -процессах. Поэтому в таком диапазоне энергий приходится иметь дело с мгновенным  $\gamma$ -излучением, а измерения проводить в непосредственной близости к реактору или ускорителю во время их работы. Имеется около 250 линий с энергией  $2 \text{ МэВ} < E_\gamma < 10 \text{ МэВ}$ , возникающих в  $(n, \gamma)$ -реакциях и измеренных с погрешностью  $\Delta E/E < 10^{-4}$ , которые могут быть рекомендованы в качестве нормалей четвертого порядка в этом диапазоне энергий.

**Энергетические нормали для  $\alpha$ -спектроскопии.** Абсолютные измерения энергии  $\alpha$ -частиц проводят на магнитных спектрометрах. К настоящему времени энергии некоторых  $\alpha$ -переходов измерены с погрешностью  $\Delta E \approx 30$  эВ ( $\Delta E/E \approx 8 \cdot 10^{-6}$ ). Энергии около 100  $\alpha$ -переходов измерены с погрешностью  $\Delta E < 1$  кэВ и свыше 300 линий с погрешностью  $\Delta E < 5$  кэВ. Все они могут использоваться в качестве энергетических нормалей для  $\alpha$ -спектроскопии.

**Реперные отношения интенсивностей  $\gamma$ -линий.** Реперные отношения интенсивностей  $\gamma$ -линий могут быть получены из анализа схем распада некоторых нуклидов.

Так, если две или несколько линий находятся в прямом каскаде (рис. 1.33, *а*) или переходы происходят при двух последовательных  $\beta$ -распадах в условиях радиоактивного равновесия (рис. 1.33, *б*), то из анализа схемы распада можно составить баланс интенсивностей для промежуточных уровней и из него с высокой точностью определить отношение интенсивностей линий. Например, если в схеме распада, изображенной на рис. 1.33, *а*, нет загрузки промежуточного уровня 2

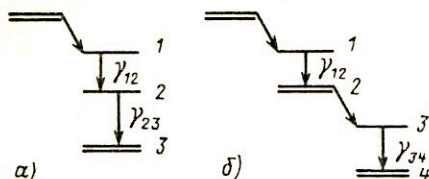


Рис. 1.33. Схема загрузки уровней:  
 а – в прямом каскаде; б – при  
 двух последовательных  $\beta$ -распадах

(ни  $\beta$ -распадом, ни дополнительным  $\gamma$ -излучением и конверсией), то баланс интенсивностей для уровня 2 равен

$$I_{\Pi 12} = I_{\Pi 23} = I_e + I_\gamma = I_{12}(1 + \alpha_{12}) = I_{23}(1 + \alpha_{23}), \quad (1.71)$$

где  $I_{ij}$  – интенсивность  $\gamma$ -квантов в  $i \rightarrow j$ -переходах;  $\alpha_{ij}$  – полный коэффициент конверсии перехода  $i \rightarrow j$ . Отсюда

$$R = I_{23}/I_{12} = (1 + \alpha_{12})/(1 + \alpha_{23}). \quad (1.72)$$

Таким образом, для определения  $I_{23}/I_{12}$  необходимо знать  $\alpha_{12}$  и  $\alpha_{23}$ , и погрешность определения относительных интенсивностей (при соблюдении перечисленных выше условий) будет обусловлена погрешностью, с которой можно определить коэффициенты конверсии. Очевидно, поэтому, что в качестве реперных необходимо отбирать переходы, у которых коэффициенты конверсии малы и могут быть определены достаточно точно. К ним относятся в первую очередь переходы с чистой мультипольностью (например, переходы типа  $1 \rightarrow 0$  или  $0 \rightarrow 1$ ). В этом случае коэффициенты конверсии могут быть достаточно точно рассчитаны теоретически (как правило, точнее, чем определены экспериментально).

В связи с этим при поиске реперных нуклидов и реперных переходов необходимо учитывать, что коэффициенты конверсии растут с увеличением  $Z$  ядра, с ростом мультипольности перехода и уменьшением  $E_\gamma$ . При  $E_\gamma$ , меньшей энергии связи на  $K$ -оболочке, конверсия происходит на следующих оболочках, коэффициенты конверсии для которых определяются со значительно меньшей точностью. Если спин и четность у обоих уровней совпадают или про них ничего неизвестно и, таким образом, не исключена  $E0$ -компонента в переходе, то ситуация может быть особенно неблагоприятной, так как  $\alpha_{E0} \rightarrow \infty$ .

Очевидно, что интенсивности реперных переходов должны быть достаточно велики, чтобы обеспечить необходимую статистическую точность обработки экспериментальных спектров.

Необходимо также иметь в виду, что практически не существует схем распада, для которых выполнялось бы жесткое условие отсутствия загрузки промежуточного уровня. В то же время не всегда можно обнаружить слабую  $\beta$ -компоненту, загружающую промежуточный уровень (например, на фоне более жесткой  $\beta$ -линии на основное состоя-

Таблица 1.3. Реперные отношения интенсивностей

Источник	$T_{1/2}$	$E_{\gamma_1}$ , кэВ	$E_{\gamma_2}$ , кэВ	$I_{\gamma_1}/I_{\gamma_2}$
Натрий-24	15,0 ч	2753,99	1368,56	0,99944
Кобальт-60	5,26 года	1173,24	1332,50	0,9991
Иттрий-88	106,6 сут	898,04	1836,01	0,9912

Таблица 1.4. Характеристики ОСГИ

Источник	$T_{1/2}$	$E_{\gamma}$ или $KX$ , кэВ	$I_{\gamma}$ , $KX$ ; квант/расп.
Америций-241	432,9 года	26,35	0,024
Кобальт-57	271,5 сут	59,54	0,359
		14,41	0,096
		122,06	0,853
Церий-139	137,6 сут	136,47	0,108
		34,0 ( $KX$ )	0,794
Ртуть-203	46,7 сут	165,85	0,800
		73 ( $KX$ )	0,125
Олово-113	115,2 сут	279,19	0,816
		25,0 ( $KX$ )	0,966
Цезий-137	30,2 года	391,69	0,644
		32,0 ( $KX$ )	0,070
Марганец-54	312,5 сут	661,64	0,851
		834,83	1,00
Цинк-65	245,7 сут	1115,52	0,506
Натрий-22	2,6 года	1274,51	1,00

ние), или слабый переход, заселяющий промежуточный уровень и находящийся по энергии вблизи более интенсивной линии. Поэтому необходимо оценивать возможный вклад в погрешность реперных отношений интенсивностей слабых  $\beta$ - или  $\gamma$ -линий.

Имеется несколько десятков отношений интенсивностей линий, рассчитанных с погрешностью  $\Delta I/I < 10^{-2}$ , которые могут быть использованы в качестве реперных. В табл. 1.3 приведены характеристики трех, наиболее широко используемых нуклидов.

**Образцовые спектрометрические источники.** Имеется целый ряд нуклидов с достаточно простой схемой распада, так что их активность в источнике, а также абсолютная интенсивность частиц или  $\gamma$ -квантов из источника можно определить с хорошей точностью. Из таких нуклидов составляют наборы образцовых спектрометрических  $\gamma$ -источников (ОСГИ),  $\alpha$ -источников (ОСАИ), источников конверсионных электронов (ОСИКЭ) и др. В табл. 1.4 приведены характеристики нукли-

дов из набора ОСГИ, выпускаемых в нашей стране. Абсолютные интенсивности  $\gamma$ -квантов в этих наборах определены с погрешностью  $\Delta I_\gamma/I_\gamma$  около 3%.

**Градуировка спектрометра.** При исследовании дискретных спектров градуировка спектрометра обычно заключается в установлении двух функциональных зависимостей: 1) зависимости между параметром  $V$ , характеризующим сигнал на выходе спектрометра, и параметром  $x$ , характеризующим излучение:  $x = f(V)$  — градуировка по параметру  $x$  (по энергии, по интервалу времени, углу и т.д.); 2) зависимости светосилы  $L$  спектрометра от параметра  $x$ :  $L = L(x)$  — градуировка по светосиле  $L$  (вместо термина "светосила" иногда употребляют также термины "эффективность" или "спектральная чувствительность").

Рассмотрим методику градуировки на примере спектрометра энергии со сцинтилляционным или ионизационным детектором. Спектрометр в этом случае градуируется по энергии и светосиле. Градуировка по энергии заключается в установлении зависимости между амплитудой импульса  $V$  на выходе спектрометра (фактически номером канала анализатора  $n$ , в который попадает импульс с амплитудой  $V$ ) и энергией частицы  $E$ .

Наиболее точно связь амплитуда сигнала — энергия частицы может быть установлена в этих спектрометрах по положению пика — чаще всего пика полного поглощения (методы определения положения пика изложены в § 10.1). Положению пика  $n_0$  и ставится в соответствие энергия частицы  $E$ . Градуировка спектрометра по энергии заключается, таким образом, в определении положений пиков  $n_{0i}$  для различных энергий частиц  $E_i$ . Практически поступают следующим образом.

В условиях, идентичных условиям основного эксперимента, снимают спектры излучения нуклидов с хорошо известными энергиями линий — реперов или нормалей энергий. Количество используемых линий  $m$  определяется требуемой точностью градуировки. Далее определяют положения  $n_{0i}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) пиков полного поглощения. Полученные экспериментальные точки  $E_i, n_{0i}$  наносятся на график и аппроксимируются подходящей функцией (подробнее об этом см. гл. 10).

После градуировки следует провести проверку энергетической шкалы спектрометра. Для этого можно использовать методы внутренней проверки. В спектрометрах  $\gamma$ -излучения можно, например, использовать правило Ритца для каскадных переходов или пики в аппаратурном спектре, расстояние между которыми в энергетических единицах хорошо известно.

В первом случае снимают спектр нуклида с каскадным переходом (см. гл. 8) и по имеющейся градуировочной кривой определяют полученные значения энергий  $E_1, E_2, E_3$ . С доверительной вероятностью 0,95 при этом должно выполняться условие:  $E_3 - (E_2 + E_1) <$

$< 2\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}$ , где  $\sigma_i$  — среднеквадратическая погрешность определения  $E_i$  в данной калибровке.

Хорошо известными можно считать, например, расстояния между ПОВ и ПДВ, соответствующими поглощенной энергии  $E_\gamma - mc^2$  и  $E_\gamma - 2mc^2$ , а также между пиками суммирования, соответствующими поглощенной энергии  $E_\gamma + mc^2$ ,  $E_\gamma + 2mc^2$  — для нуклидов с каскадным переходом ( $\beta^+ \rightarrow \gamma$ ).

На спектрометре, проградуированном по энергии, можно проводить измерения энергии частиц. Зная энергию частиц и массу атома, возникшего после вылета частицы, можно определить энергию перехода по формуле (1.18). Зная только энергии переходов, уже можно сделать определенное предположение о схеме энергетических уровней ядра (см. гл. 8).

Градуировка спектрометра энергии по светосиле заключается в установлении зависимости светосилы или светосилы в пике от энергии частиц:  $L = L(E)$  или  $L_\Pi = L_\Pi(E)$ . Эти зависимости называют также кривыми спектральной чувствительности спектрометра.

Функции  $L(E)$  или  $L_\Pi(E)$  могут быть рассчитаны или определены экспериментально. В первом случае, при хорошо известной геометрии эксперимента, рассчитываются поглощение и рассеяние частиц на пути источник — чувствительный объем детектора  $\mathcal{K}$ , относительный телесный угол  $\Omega$  и эффективность спектрометра  $\epsilon$ . Если спектрометр градуируется по светосиле в пике, то дополнительно экспериментально находится доля сигналов, регистрируемых в пике (для спектрометров  $\gamma$ -излучения — фотовклад  $R = S_\Pi/S$ ).

Однако не всегда достаточно точно можно определить геометрию эксперимента (как, например, в спектрометрах с ППД) и константы взаимодействия излучения с веществом детектора и с материалами на пути источник — чувствительный объем детектора. Поэтому точность расчетов, как правило, не превышает 5%, расчеты сложны и калибровку чаще всего проводят экспериментально. Следует также подчеркнуть, что пользоваться зависимостями  $L(E)$  или  $L_\Pi(E)$  из литературы фактически нельзя, так как они существенно зависят от особенностей конкретной установки и конкретных условий эксперимента.

При экспериментальной градуировке светосилу определяют из соотношений (1.63), (1.65) для достаточно большого числа линий, равномерно перекрывающих градуируемый диапазон энергий. Для этого используют источники с хорошо известными абсолютными или относительными интенсивностями частиц — образцовые источники или источники с реперными отношениями интенсивностей линий.

При использовании образцовых источников (табл. 1.4) поток частиц с энергией  $E_i$ , вылетающих из источника, определяется из соотношения

$$\Phi_i = A_i I_i = A_0 \exp[-\lambda(t - t_0)] I_i, \quad (1.73)$$



где  $A_0, A_t$  — активность нуклида в источнике на время аттестации и время измерения  $t$  соответственно [расп./с];  $I_i$  — выход частиц (интенсивность линии) с энергией  $E_i$  [част./расп.]. Поток сигналов  $n_i$  или  $n_{\pi i}$  от частиц с энергией  $E_i$  определяют по площади всего спектра  $S_i$  или по площади пика  $S_{\pi i}$ :

$$n_i = S_i / \tau_{\text{ж}}; \quad n_{\pi i} = S_{\pi i} / \tau_{\text{ж}}, \quad (1.74)$$

где  $\tau_{\text{ж}}$  — длительность измерения по живому времени для  $i$ -й линии.

Таким образом, светосила спектрометра для частиц с энергией  $E_i$ :

$$L_i = n_i / \Phi_i = S_i / \{ A_0 \exp[-\lambda(t - t_0)] I_i \tau_{\text{ж}} \}; \quad (1.75)$$

$$L_{\pi i} = n_{\pi i} / \Phi_i = S_{\pi i} / \{ A_0 \exp[-\lambda(t - t_0)] I_i \tau_{\text{ж}} \}. \quad (1.76)$$

Градуировку спектрометров энергии  $\gamma$ -излучения в диапазоне  $E_\gamma \leq 3 \div 4$  МэВ проводят по светосиле в пике полного поглощения. При больших энергиях пики вылета могут иметь большие площади, и тогда становится более целесообразной градуировка по пикам вылета.

Метод градуировки по образцовым источникам наиболее трудоемок (тщательная градуировка по 20 источникам может занимать более недели). Он требует наличия достаточно "свежих" источников с хорошо известной активностью  $A_0$  (в лучшем случае она известна с погрешностью около  $10^{-2}$ ). Одним из недостатков метода, ухудшающим его точность, является необходимость знания выходов частиц  $I_i$ , которые известны с разной точностью. Дополнительная погрешность может возникнуть из-за разной точности определения  $S_{\pi i}$  для различных линий, погрешности в определении  $\tau_{\text{ж}}$  и неидентичности геометрии при измерении разных источников.

Отмеченные погрешности могут быть сведены к минимуму при относительной градуировке с источниками, имеющими две-три линии с хорошо известными относительными выходами  $I_i/I_j$ . При градуировке спектрометра энергии  $\gamma$ -излучения для этих целей лучше использовать нуклиды с каскадными переходами (табл. 1.3), для которых отношение  $I_i/I_j$  определяется наиболее точно (см. выше).

В этом случае после обработки аппаратурного спектра одного из таких нуклидов определяют относительные значения  $L_{\pi}$  для линий

$$\frac{L_{\pi i}}{L_{\pi j}} = \frac{S_{\pi i} A_t I_j \tau_{\text{ж}}}{S_{\pi j} A_t I_i \tau_{\text{ж}}} = \frac{S_{\pi i}}{S_{\pi j}} \frac{I_j}{I_i}. \quad (1.77)$$

Таким образом, в погрешность определения  $L_{\pi i}/L_{\pi j}$  не входят погрешности, связанные с  $A_0, \tau_{\text{ж}}$  и геометрией.

Далее строят градуировочную кривую в относительном масштабе (можно принять одно из значений, например  $L_{\pi j}$ , за единицу) и проводят последовательно экстраполяцию или интерполяцию на линии ос-

Таблица 1.5. Относительные интенсивности  $\gamma$ -излучения  $^{226}\text{Ra}$  в равновесии с продуктами его распада и  $^{152}\text{Sm} \leftarrow ^{152}\text{Eu} \rightarrow ^{152}\text{Gd}$

$^{226}\text{Ra}$ ( $T_{1/2} = 1602$ года)		$^{152}\text{Sm} \leftarrow ^{152}\text{Eu} \rightarrow ^{152}\text{Gd}$ ( $T_{1/2} = 13,3$ года)	
$E_{\gamma}^*$ , кэВ	$I_{\gamma}^{\text{отн}}$ , %	$E_{\gamma}^*$ , кэВ	$I_{\gamma}^{\text{отн}}$ , %
242,0	17,1	121,8	140
295,2	43,5	244,7	36,9
351,9	82,3	344,3	134
609,3	100	411,1	11,2
768,4	10,3	444,0	15,5
1120,3	32,4	778,9	61,8
1238,1	12,8	867,4	20,2
1764,5	34,7	964,0	69,5
2204,1	10,8	1055,8	48,2
—	—	1112,1	64,6
—	—	1408,0	100,0

\* В таблице приведены лишь те линии, относительная интенсивность которых более 10 %.

тальных источников. Нормировка на абсолютные значения может быть проведена по одной линии образцового источника с хорошо известными характеристиками.

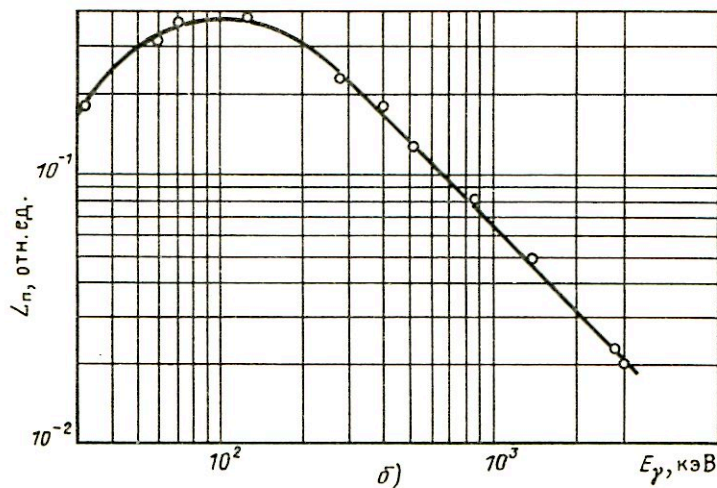
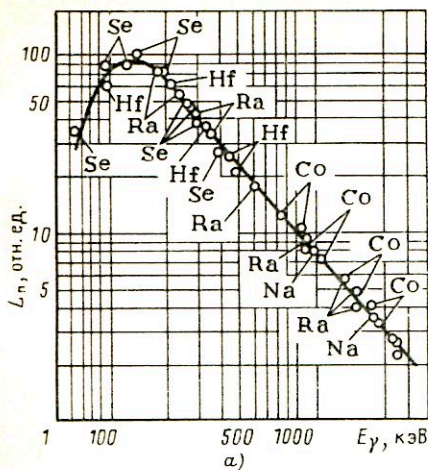
Наиболее быстрым является метод относительной градуировки по источникам с большим числом линий (табл. 1.5). Здесь также исключены погрешности, связанные с  $A_0$ ,  $\tau_{\text{ж}}$  и геометрией. Результаты в этом случае могут быть получены в одном эксперименте, после которого можно снять спектр одного образцового источника для нормировки на абсолютные значения светосилы. Дополнительные погрешности в этом случае возникают при определении площадей пиков  $S_{\text{Pi}}$ ; за счет увеличения у них фонового пьедестала, связанного с комптоновским рассеянием более жестких квантов и возможного неполного разрешения с соседними линиями.

В табл. 1.5 приведены основные характеристики двух наиболее широко используемых источников  $^{226}\text{Ra}$  и  $^{152}\text{Eu}$  с большим числом  $\gamma$ -переходов, относительные интенсивности линий в которых измерены со средней погрешностью около  $3 \cdot 10^{-2}$ . В настоящее время с такой погрешностью измерено несколько сот линий.

После проведения измерений, коррекции аппаратного спектра на искажения (регистрацию фонового излучения, суммирование импульсов, образование пиков от вторичного излучения и т.д.), его обработки и проведения расчетов по соотношениям (1.75), (1.76) полу-

Рис. 1.34. Светосила в ППП спектрометра энергии  $\gamma$ -излучения:

$a$  — с Ge(Li)-детектором объемом  $45 \text{ см}^3$ ;  $b$  — с кристаллом NaI(Tl) размером  $63 \times 63 \text{ мм}$



чают экспериментальные точки  $(E_i, L_i)$  или  $(E_i, L_{\Pi i})$ , которые наносятся на график и аппроксимируются подходящей функцией.

Вид градуировочных кривых для спектрометров энергии  $\gamma$ -излучения с полупроводниковыми и сцинтилляционными детекторами показан на рис. 1.34. Для аппроксимации экспериментальных точек для таких кривых чаще всего используют два полинома вида

$$\ln L_{\Pi i} = \sum C_n (\ln E)^n \quad (1.78)$$

с дополнительными условиями на границе (в области максимума кривой при  $E \sim 100 \div 300$  кэВ). В жесткой части этой кривой (при  $E >$

$> 400 \div 500$  кэВ) зависимость  $L_{\Pi}(E)$  в логарифмических координатах близка к линейной. Расположение максимума кривой  $L_{\Pi}(E)$  зависит от объема чувствительной области детектора и толщины поглощающего слоя вещества на пути источник – чувствительный объем детектора. Так, например, для спектрометров с ППД с объемами чувствительных областей около 10 и 40 см<sup>3</sup> максимумы располагаются соответственно при энергии  $\gamma$ -квантов около 140 и 260 кэВ.

Проведенная таким образом градуировка действительна для одной геометрии эксперимента. Однако источники с разной интенсивностью частиц необходимо исследовать на различных расстояниях  $r$  от детектора для того, чтобы обеспечить оптимальную статистическую загрузку спектрометра. Поэтому всегда желательно иметь градуировку для разных расстояний. Если эти расстояния малы ( $r < \sqrt[3]{V}$ , где  $V$  – объем чувствительной области детектора), то градуировку следует повторять для всех необходимых  $r$ , так как пересчет на другие расстояния сложен из-за существенного влияния краевых эффектов и погрешности измерения малых  $r$ .

Для расстояний, больших характерных размеров детектора, и малого поглощения и рассеяния частиц на пути источник – чувствительный объем детектора можно произвести пересчет светосилы, так как в этом случае изменяется лишь геометрическая светосила  $\Omega \sim r^{-2}$ . Для этого определяют расстояние от поверхности криостата или контейнера, в котором упакован детектор, до эффективного центра детектора  $r_{\text{эф}}$  по результатам двух измерений:

$$L_{\Pi}(r_1)/L_{\Pi}(r_2) = (r_2 + r_{\text{эф}})^2 / (r_1 + r_{\text{эф}})^2. \quad (1.79)$$

Из (1.79) следует

$$r_{\text{эф}} = [r_2 \sqrt{L_{\Pi}(r_2)} - r_1 \sqrt{L_{\Pi}(r_1)}] / [\sqrt{L_{\Pi}(r_1)} - \sqrt{L_{\Pi}(r_2)}]. \quad (1.80)$$

Здесь  $r_1, r_2$  – расстояния от источника до поверхности контейнера или криостата. Расстояние до эффективного центра является функцией энергии частиц  $r_{\text{эф}} = r(E)$ .

## Глава 2. МАГНИТНЫЕ СПЕКТРОМЕТРЫ

### 2.1. Принцип действия и основные характеристики спектрометров

Принцип работы всех приборов для измерения энергий заряженных частиц по их отклонению в магнитном поле основан на том, что магнитное поле производит пространственное разделение этих частиц по импульсам, т.е. радиус кривизны траекторий тем больше, чем больше

энергия (импульс) частицы. Если вектор скорости частицы перпендикулярен силовым линиям поля, то в постоянном однородном магнитном поле частица движется по круговой траектории, в противном случае, — по спирали с осью, параллельной силовым линиям поля. Приборы, в которых исследуемые частицы движутся по круговым траекториям, называют приборами с поперечным магнитным полем, а приборы, в которых траектория движения частиц спиралевидная; — приборами с продольным магнитным полем (винтовые спектрометры).

В соответствии с принятой в спектроскопии заряженных частиц терминологией та часть прибора, в которой происходит разложение частиц в спектр, называется анализирующим элементом. Исследуемые частицы описывают траектории, локализованные в определенной области, положение которой в процессе измерений не меняется. Это облегчает задачу расчета параметров спектрометров, когда достаточно знать закон распределения поля в сравнительно узкой области — месте прохождения предполагаемых траекторий. В большинстве современных спектрометров магнитное поле, служащее анализатором, одновременно производит фокусировку пучка исследуемых частиц.

В общем виде проблема создания магнитных спектрометров содержит в себе две задачи: собрать в приборе как можно больше ядерных частиц и получить наилучшее разрешение по энергии. Так как все электронно-оптические приборы имеют абберации, то, очевидно, невозможно создать спектрометр, совершенный в обоих отношениях. Возможности конкретного типа спектрометра определяются основными его характеристиками — светосилой и разрешением.

Пусть частица массой  $M$  с зарядом  $Ze$  движется со скоростью  $v$  в однородном магнитном поле напряженности  $B$  в плоскости, перпендикулярной силовым линиям. Радиус кривизны круговой траектории, описываемой частицей, удовлетворяет уравнению

$$BZe v r = Mv^2 / \rho, \quad (2.1)$$

где  $M = M_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ ;  $M_0$  — масса покоя, а импульс частицы равен  $p = Mv = ZeB\rho$ . (2.2)

Использование импульсного представления оказалось удобным, так как оно непосредственно указывает, какие величины магнитного поля и размеры прибора необходимы, чтобы исследовать данные частицы. Из этого же выражения видно, что для анализа тяжелых заряженных частиц трудности создают большие значения  $B\rho$ , для которых необходимы поля порядка 10 000 Э и более. Кроме того, например, для  $\alpha$ -частиц вполне пригодны более простые приборы, такие, как полупроводниковые спектрометры. Поэтому магнитные спектрометры наибольшего применения нашли в  $\beta$ -спектрометрии.

В дальнейшем изложение магнитных методов будет касаться только легких заряженных частиц — электронов. Предположим, что изучается энергетическое распределение электронов с помощью магнитного спектрометра.

Для электрона (масса  $m$ , заряд  $e$ , скорость  $v$ ) формулы (2.1) и (2.2) имеют вид:

$$Bev = mv^2/\rho; \quad (2.3)$$

$$p = mv = eB\rho. \quad (2.4)$$

Пусть распределение по импульсам будет  $n(p)$ , тогда энергетическое распределение  $\Phi(E)$  следует искать из соотношения

$$n(p) = \Phi(E) dE/dp. \quad (2.5)$$

Связь между  $E$  и  $p$  устанавливается из выражения (2.4) и формулы  $E = mc^2 - m_0c^2$ . Следует учесть, что интервалы  $dE$  и  $dp$  различны, что приводит к различной форме распределения по  $E$  и  $p$ . Кроме того, в магнитных спектрометрах, как правило, остается постоянной геометрия, т.е.  $\rho$ , а меняется только  $B$ , поэтому измеряемый интервал импульсов  $dp \sim d(B\rho)$  не остается постоянным. Отсюда и измеренный на спектрометре спектр  $n_{\text{приб}}(B\rho)$  не совпадает по форме с истинным спектром электронов по импульсам. Его нужно привести к одинаковым интервалам по оси абсцисс, положив

$$n(B\rho) = n_{\text{приб}}(B\rho)/(B\rho). \quad (2.6)$$

Следовательно, распределение по энергиям определяется как

$$\Phi(E) = n(B\rho) \frac{d(B\rho)}{dE} = \frac{n_{\text{приб}}(B\rho)}{B\rho} \frac{d(B\rho)}{dE}. \quad (2.7)$$

Полезно записать связь кинетической энергии электрона с импульсом, выраженным в единицах  $B\rho$ :

$$E = m_0c^2 \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{e}{m_0c} \right)^2 (B\rho)^2} - 1 \right], \quad (2.8)$$

а также соотношение относительных изменений импульса

$$dp/p = d(B\rho)/B\rho \quad (2.9)$$

и энергии

$$\frac{dE}{E} = \left( 1 + \frac{m_0c^2}{E + m_0c^2} \right) \frac{d(B\rho)}{B\rho}. \quad (2.10)$$

Если источник излучает изотропно моноэнергетические частицы, то в

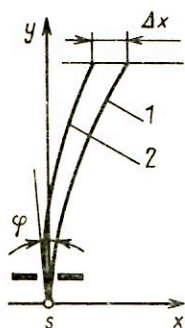
спектрометре анализу подлежит только их часть, ограниченная входной диафрагмой.

Ширина спектральной линии от точечного источника определяется телесным углом  $\Omega$  направляемого в поле анализатора пучка частиц. Телесный угол спектрометра эквивалентен геометрической светосиле оптического прибора. При точечном источнике вводят относительный телесный угол  $\Omega/4\pi$  (обычно в процентах). Относительный телесный угол (или геометрическая светосила) фактически выражает отношение количества частиц, фокусируемых в поле спектрометра, к полному числу частиц, испускаемых моноэнергетическим точечным изотропным источником.

Если источник имеет некоторую конечную площадь  $S$  с распределенной по ней активностью, вводят понятие светимости, которая равна интегралу светосилы по поверхности источника  $L = \Omega S / (4\pi)$ . Относительный телесный угол характеризует фокусирующие свойства прибора, если все частицы, попадающие в спектрометр, фиксируются детектором на выходе. Наличие выходной диафрагмы уменьшает число попавших на детектор частиц. Кроме того, сам детектор фиксирует частицы не со 100%-ной вероятностью. Для характеристики спектрометра иногда вводят понятие пропускания, равное отношению числа частиц, регистрируемых детектором, к полному числу частиц, испускаемых источником. Если свести к минимуму влияние выходной диафрагмы, т.е. приблизить значение пропускания прибора к произведению относительного телесного угла на эффективность регистрации детектором  $\epsilon$ , то эффективная светосила спектрометра равна  $L_{эф} = \Omega \epsilon / (4\pi)$  [или  $L_{эф} = \Omega \epsilon S / (4\pi)$ , если источник имеет площадь  $S$ ].

Зная действительную ширину линии изображения стандартного моноэнергетического источника, можно определить разрешающую силу по основанию линии, называемую базисной разрешающей силой прибора.

Для удобства ширину линии чаще определяют на половине высоты (полуширину). Она лучше определяется экспериментально, чем базисная ширина. Относительная ширина линии, которая, как правило, да-



ется в процентах, является хорошей мерой качества спектрометра и называется разрешением спектрометра. Базисное разрешение применяется реже.

Важно помнить, что требования максимальной светосилы и наилучшего разрешения противоречивы. Светосила прибора пропорциональна углу раствора пучка, а наилучшее разрешение достигается при

Рис. 2.1. Схема магнитного спектрометра прямого отклонения

малых значениях этого угла (разрешение пропорционально квадрату угла раствора). Поэтому необходимо выбирать оптимальное соотношение между светосилой и разрешением.

Первый опыт с целью определения энергий электронов по их отклонению магнитным полем был выполнен в 1910 г. Байером и Ганом методом прямого отклонения в постоянном магнитном поле, перпендикулярном направлению распространения электронов. Однако таким способом нельзя получить хорошее энергетическое разрешение — ширина изображения источника, ограниченного входной щелевой диафрагмой, больше ширины входной щели (рис. 2.1). Этот недостаток был преодолен в 1912 г., когда Даныш предложил способ полукруговой фокусировки.

## 2.2. Спектрометр с однородным магнитным полем и полукруговой фокусировкой

Рассмотрим траектории электронов, испускаемых точечным изотропным источником  $s$ , при их движении в однородном поперечном магнитном поле напряженностью  $B$  (рис. 2.2). Ограничивающая входная диафрагма в виде щели вырезает расходящийся пучок электронов с плоским апертурным углом  $2\varphi$ . Из рисунка легко уяснить, что после полуоборота изображение источника имеет минимальную ширину. Фокусировка обеспечивается только в одном направлении. Наличие абберации приводит к тому, что изображением точки является линия,

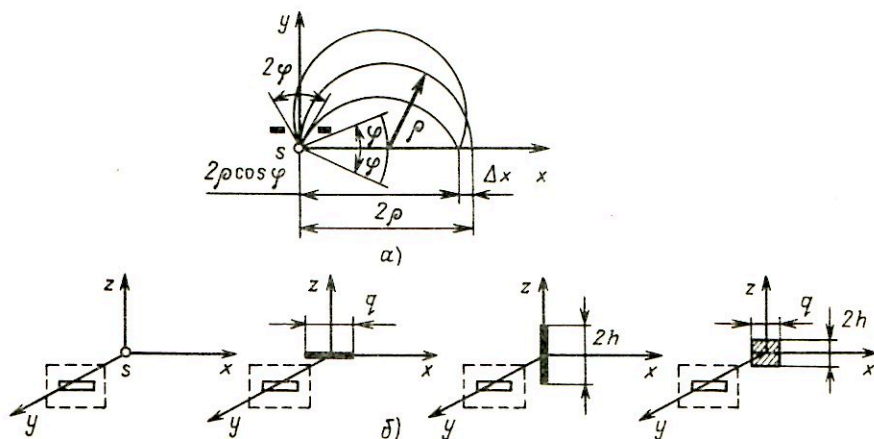


Рис. 2.2. Схема спектрометра с полукруговой фокусировкой:

$a$  — траектории заряженных частиц;  $б$  — учет размеров источника



ширина которой равна

$$\Delta x = 2\rho - 2\rho \cos \varphi = 2\rho(1 - \cos \varphi). \quad (2.11)$$

Так как угол  $\varphi$  мал, то  $\cos \varphi \approx 1 - \varphi^2/2$  и  $\Delta x \approx \rho\varphi^2$ . Поскольку координата  $x = 2\rho$  и  $\Delta\rho = \Delta x/2$ , относительное базисное разрешение имеет вид

$$R_0 = \Delta\rho/\rho = \Delta x/(2\rho) = \varphi^2/2. \quad (2.12)$$

Если источник имеет конечные размеры, например нить размером  $q$ , расположенную по оси  $x$  в плоскости чертежа, то ширина изображения равна  $\Delta x = \rho\varphi^2 + q$ , а базисное разрешение

$$R_0 = \varphi^2/2 + q/(2\rho). \quad (2.13)$$

При оптимальных условиях оба члена дают примерно одинаковый вклад в разрешение. Это приводит к соотношению  $\varphi = \sqrt{q/\rho}$ . Источник в виде нити предполагает бесконечно малый размер как по оси  $y$  (толщина), так и по оси  $z$  (высота), т.е. в направлении, перпендикулярном к плоскости чертежа. Малая толщина источника необходима для того, чтобы избежать самопоглощения и саморассеяния излучения. Увеличение высоты источника приводит к дополнительному размытию изображения, т.е. увеличению  $\Delta x$  в сторону  $x < 2\rho$ . Пусть источник имеет некоторую высоту  $2h$  (при этом размер по оси  $x$  бесконечно мал, иначе проекция на плоскость  $xu$  будет точкой). Траектории электронов, вылетающих из точки с координатами  $(x = 0, y = 0, z = h)$ , образуют со средней плоскостью  $xu$  угол  $\psi$ . Проекция этих траекторий на среднюю плоскость, т.е. на плоскость, перпендикулярную направлению магнитного поля, есть окружности радиуса  $\rho \cos \psi$ . Такие электроны будут пересекать ось  $x$  в точке, отстоящей от правого края изображения на величину  $2\rho - 2\rho \cos \psi \approx \rho\psi^2$  (угол  $\psi$  мал).

При определении оптимальной высоты источника  $2h$  принимают, что размытие изображения за счет высоты источника не должно превышать размытия за счет конечной ширины источника  $q$ , т.е.  $\rho\psi^2 \leq q$ . Так как угол  $\psi$  мал, можно принять  $\psi \approx h/(2\rho)$ , и оптимальная полувысота источника  $h \leq \pi\sqrt{q\rho}$ .

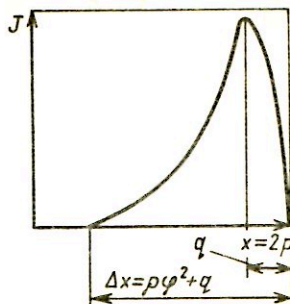
Размер выходной диафрагмы спектрометра также может привести к уширению изображения (на величину этой диафрагмы  $d$ ). Тогда полное базисное разрешение

$$R_0 = (1/2\rho)(d + q + \rho\varphi^2 + \rho\psi^2). \quad (2.14)$$

Относительный телесный угол дается выражением  $\Omega = \varphi\psi/(2\pi)$ , а светимость спектрометра  $L = qh\varphi\psi/(2\pi)$ .

При оптимальных условиях вклад в размытие изображения от всех составляющих примерно одинаков, тогда  $R_0 \approx 2\varphi^2$ , а телесный угол  $\Omega \approx R_0/4\pi$ . Следовательно, увеличение светимости спектрометра не-

Рис. 2.3. Распределение интенсивности частиц в области изображения источника



минусом ведет за собой ухудшение разрешения. Как упоминалось, на практике пользуются относительной полушириной, которая примерно в 2 раза меньше базисного разрешения  $R \approx R_0/2$ .

Рассмотрим вопрос о распределении интенсивности в пределах изображения. Интенсивность в каждой точке изображения с координатой  $x$  пропорциональна числу частиц, приходящихся на единицу ширины изображения около этой точки. Для точечного источника эта величина  $J \sim d\varphi/dx$ . Так как  $x = 2\rho \cos \varphi$ ,  $J \sim 1/\sqrt{4\rho^2 - x^2}$ . Исследование функции в области малых значений  $2\rho - x$ , т.е. в пределах изображения  $\Delta x$ , показывает, что функция имеет резкий максимум вблизи точки  $x = 2\rho$ . Если источник имеет конечные размеры, например ширину  $q$ , то характер поведения функции меняется мало, только положение максимума смещается в сторону  $x < 2\rho$  и приходится в точку с координатой  $x = 2\rho - q$ . Наличие других конечных размеров источника не приводит к нарушению особенностей функции. В распределении интенсивности сохраняется резкий максимум, расположенный близко к правому краю изображения, а затем интенсивность постепенно снижается к левому краю изображения (рис. 2.3).

Если спектрометр дает изображение асимметричной формы с резким краем с одной стороны, то разрешающая способность по отношению к этой стороне линии может быть заметно лучше, чем определяемая по полуширине линии.

Отсутствие пространственной фокусировки не позволяет конструировать спектрометры с высоким пропусканием, но спектрометр с полукруговой фокусировкой имеет ряд достоинств: построить его просто и дешево, магнитное поле может быть легко и с большой точностью измерено, спектрометр допускает фотографический способ регистрации. Последнее свойство делает возможным одновременную регистрацию большей части спектра частиц, иначе говоря, спектрометр с такой регистрацией есть многоканальный прибор. Однако фотографический метод не позволяет проводить точные измерения интенсивности, поскольку необходимо переводить степень почернения пластинки в количество зарегистрированных частиц, что весьма сложно.

Для исследований спектров в области малых энергий непосредственно за фотопластинкой располагают "послеускоряющий" электрод в виде изолированной металлической пластины, находящейся под потен-

циалом около 10 кВ. С учетом низкого порога чувствительности фоторегистрации можно сказать, что послеускоряющая система приближает границу энергии исследуемых электронов к нескольким килоэлектрон-вольтам.

Использование других методов регистрации частиц (счетчиков Гейгера, полупроводниковых детекторов) дает возможность с хорошей точностью определить интенсивность, но такая система становится одноканальной, так как применяемые детекторы не обладают свойством позиционной чувствительности.

### 2.3. Спектрометр с двойной фокусировкой на угол $\pi\sqrt{2}$

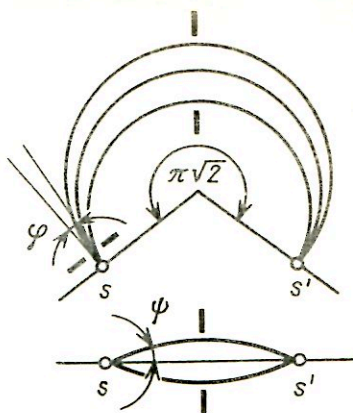
Основной недостаток плоских поперечных спектрометров — отсутствие пространственной фокусировки. Идея фокусировки состоит в том, чтобы сблизить траектории частиц, обладающих одинаковым импульсом и попадающих в область магнитного поля с некоторой угловой расходимостью. Если магнитная индукция на внешней границе исследуемого пучка меньше, чем на внутренней (см. рис. 2.1), то траектория 2 будет иметь иной радиус кривизны, чем траектория 1. При соответствующем законе изменения индукции в направлении радиуса поворота частиц пути их после поворота на некоторый угол пересекутся в одной точке пространства.

Применение неоднородности поперечного магнитного поля позволяет улучшить качество фокусировки пучков со значительной угловой расходимостью. Благодаря этому увеличиваются разрешающая сила и светосила прибора. Для поставленной задачи было использовано поле типа бетатронного.

Известно, что электрон в аксиально-симметричном магнитном поле,  $z$ -компонента которого в средней плоскости монотонно убывает с увеличением радиуса  $\rho$ , описывает траекторию, осциллирующую как по  $\rho$ , так и по  $z$  ( $\rho$  и  $z$  — координаты частицы). Электронно-оптической осью системы будет окружность с радиусом  $\rho_0$  в плоскости симметрии магнитного поля.

Электрон, вылетающий из некоторой точки на оптической оси под углами  $\varphi$  и  $\psi$  к этой оси ( $\varphi$  — горизонтальный угол,  $\psi$  — вертикальный угол), будет совершать колебания относительно оси в вертикальном и радиальном направлениях с некоторыми угловыми частотами. После поворота на некоторый угол электрон вернется на ось симметрии. При совпадении угловых частот колебаний все электроны, вылетающие из одной точки, пересекут ось симметрии также в одной точке (рис. 2.4). В этом случае достигается фокусировка в двух направлениях, или двойная фокусировка. Расчеты показывают, что угол фокусировки равен  $\pi\sqrt{2}$ , а магнитное поле вблизи центральной орбиты  $\rho = \rho_0$  должно убывать как  $1/\sqrt{\rho}$ . Можно также исходить из формы бетатронного магнитного поля типа  $B(\rho) = B(\rho_0)(\rho_0/\rho)^n$ . Для равен-

Рис. 2.4. Двойная фокусировка в поперечном аксиально-симметричном неоднородном поле



ства частот колебаний в вертикальном и радиальном направлениях  $n$  должно быть равно  $1/2$ . Более детальный анализ формы поля и влияния этого поля на характеристики спектрометра показывает, что можно использовать другие поля, но незначительно отличающиеся по форме от  $1/\sqrt{\rho}$ . Обычно поле представляют в виде

$$B(\rho) = B(\rho_0) \left[ 1 + \alpha \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} + \beta \left( \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^2 + \dots \right], \quad (2.15)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — константы. Это выражение можно получить путем разложения в ряд формулы  $B(\rho) = B(\rho_0) (\rho_0/\rho)^n$ . Для осуществления фокусировки на угол  $\pi\sqrt{2}$  константы принимают значения  $\alpha = -1/2$  и  $\beta = 3/8$ .

Все сказанное выше относилось к движению электронов, вылетающих из точечного источника, расположенного в некоторой точке на центральной оси симметричной системы. Реальный источник имеет конечные размеры. Если учесть размеры реального источника, имеющего ширину  $q$  и высоту  $2h$ , размеры входной диафрагмы, определяющей апертурные углы  $\varphi$  и  $\psi$ , размер выходной диафрагмы  $d$ , то выражение для базисного разрешения будет иметь вид

$$R_0 = \frac{1}{4\rho} \left( q + d + \frac{4\beta - 3}{12\rho} h^2 + \frac{|2 - 16\beta|}{3} \rho\varphi^2 + \frac{|16\beta - 6|}{3} \rho\psi^2 \right). \quad (2.16)$$

Член, содержащий высоту источника, как правило мал, поэтому

$$R_0 = R_q + R_d + R_{аб}, \quad (2.17)$$

где

$$R_q = \frac{q}{4\rho}; \quad R_d = \frac{d}{4\rho}; \quad R_{аб} = \frac{1}{4\rho} \left( \frac{|2 - 16\beta|}{3} \rho\varphi^2 + \frac{|16\beta - 6|}{3} \rho\psi^2 \right).$$

Значение коэффициента  $\beta$  можно выбирать с некоторой степенью свободы. Если  $\beta = 3/8$ , то разрешение не зависит от вертикального угла  $\psi$  и определяется радиальной шириной диафрагмы, т.е. углом  $\varphi$ . В действительности угол  $\psi$  не может быть очень большим, так как все расчеты выполнялись при условии, что углы  $\psi$  и  $\varphi$  не превышают 0,1 рад. Кроме того, угол  $\psi$  ограничен конструкциями магнита:  $R_0 \approx R_q + R_d + \varphi^2/3$ .

Выбор коэффициента  $\beta = 1/8$  делает размер изображения независимым от горизонтального угла  $\varphi$ :  $R_0 \approx R_q + R_d + \psi^2/3$ .

Если  $\beta = 1/4$ ,  $R_0 \approx R_q + R_d + (1/6)(\varphi^2 + \psi^2)$ . В этом случае изображение имеет наименьшую площадь. При выборе  $\varphi = \psi$   $R_{аб} = \varphi^2/3$ , а в оптимальном варианте  $R_q = R_d = R_{аб}$ , имеем  $R_0 = \varphi^2$  и  $R = \varphi^2/2$ .

Относительный телесный угол для прямоугольной диафрагмы равен  $\Omega = \varphi\psi/\pi$ , а для квадратной  $\Omega = \varphi^2/\pi$ . Светимость пропорциональна  $\Omega$ . Сравнивая полученные оценки для основных характеристик спектрометра с двойной фокусировкой с подобными величинами для спектрометра с полукруговой фокусировкой, видим, что в рассматриваемом спектрометре возможно получить существенно лучшее разрешение при том же относительном телесном угле.

Для спектрометров с двойной фокусировкой на угол  $\pi\sqrt{2}$  в аксиально-симметричном магнитном поле можно добиться высокой светосилы при хорошем разрешении. Лучшие образцы созданных спектрометров имеют разрешение лучше  $10^{-2}\%$  при относительном телесном угле около 0,1%.

Вполне понятно, что рассмотренный тип спектрометров предложен как пример использования фокусирующих свойств неоднородного поля для создания приборов с хорошим разрешением при высокой светосиле. Закон изменения индукции  $B(\rho)$  и угол фокусировки могут быть и другими. Например,  $B(\rho) \sim 1/\rho$ , угол фокусировки  $\pi\sqrt{3/2}$  и т.п. Подробно о конструкциях и характеристиках спектрометров можно узнать в [1, 2, 19].

Магнитное поле спектрометра может быть получено как с применением системы только катушек с током, так и с применением железа для формирования поля. Безжелезные спектрометры обладают рядом преимуществ по сравнению со спектрометрами с железным магнитопроводом: 1) строгая линейная зависимость между напряженностью магнитного поля и питающим электромагнитным током, что обеспечивает высокую точность определения  $B$ , а следовательно, импульса или энергии частицы; 2) практическая неизменность топографии магнитного поля при изменении тока и, таким образом, неизменность электронно-оптических параметров системы; 3) возможность обеспечения заданной формы магнитного поля с высокой степенью точности.

## 2.4. Спектрометры с секторным полем

Часто в процессе экспериментальных исследований требуется свободный доступ к пространству около источника или детектора. В этом случае предпочтительнее использовать секторное магнитное поле. Секторное поле предполагает, что на границе оно изменяется скачком от 0 до заданного значения  $B$ . Вне поля путь частицы прямолинейен (см. рис. 2.5). Выбором формы магнитного поля можно добиться, чтобы все частицы с одинаковым импульсом (или энергией), испущенные источником  $s$  в некотором плоском угле, вновь собирались в точке  $s'$ . Секторную фокусирующую систему возможно осуществить и с двойной фокусировкой. Очевидна аналогия между секторным полем и толстой оптической линзой. По этой аналогии магнитные спектрометры с секторным полем называют призмменными.

Выбор формы поля и способы его получения весьма разнообразны. Например, поле, меняющееся как  $1/\rho$ , может быть получено в зазоре между двумя скошенными плоскими полюсами. Для увеличения пропускания спектрометра объединяют несколько зазоров в систему типа "апельсин" (рис. 2.6). Пропускание при заданном разрешении пропорционально числу зазоров, если они одинаковы и не мешают друг другу. Самый удачный путь для решения поставленной задачи — создание поля без применения железа. Торoidalная катушка с точно рассчитанным профилем позволила создать поле, свободное от нелинейности и остаточного магнетизма — обычных нежелательных спутников при наличии железа в магнитах. Источник и детектор расположены обычно на оси симметрии. Частицы попадают в магнитном поле через зазор между витками. Виткам придается форма, обеспечивающая фокусировку в широком диапазоне углов. Отличительным свой-

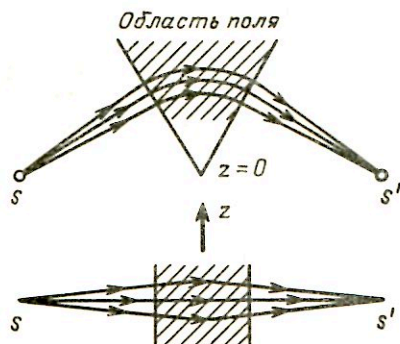


Рис. 2.5. Фокусировка частиц в поперечном секторном магнитном поле

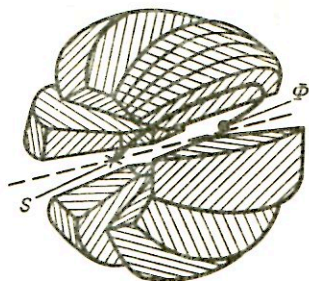


Рис. 2.6. Схема спектрометра с секторным полем типа "апельсин";

$s$  — источник;  $\Phi$  — фокус

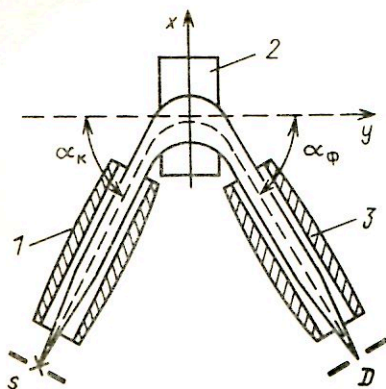


Рис. 2.7. Электронно-оптическая схема призмного спектрометра [5]:

$s$  – источник;  $D$  – детектор; 1 – коллиматорная линза; 2 – магнитная призма; 3 – фокусирующая линза

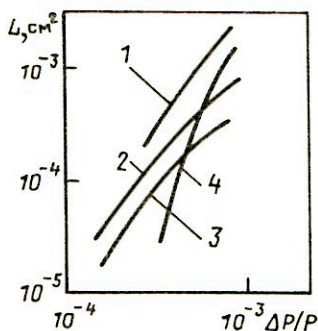


Рис. 2.8. Светимость и разрешающая способность некоторых бета-спектрометров:

1 – тороидальный спектрометр с прямоугольным витком (Москва); 2 – безжелезный бета-спектрометр типа  $\pi\sqrt{2}$  со средним радиусом траектории 100 см (Канада); 3 – призмный бета-спектрометр, содержащий железную электромагнитную призму и два плеча из тонких линз (Ленинград, Вильнюс); 4 – железный спектрометр с полем  $1/\rho$  (Швейцария)

ством тороидальных спектрометров является их полная "рассчитываемость". Расчеты показали возможность использования витка прямоугольной формы, что упрощает изготовление и повышает точность, магнитное поле катушки с прямоугольным витком представляет собой поле пучка равноотстоящих проводов, и поэтому траектории электронов могут быть вычислены с любой точностью. Один из лучших тороидальных спектрометров разработан и создан Е.Ф. Третьяковым [20]. Полученное разрешение по импульсу 0,028 % при пропускании 1%. Светимость спектрометра, определяемая как произведение площади источника на пропускание, равна  $10^{-2}$  см<sup>2</sup>. Это выше, чем у лучших приборов с фокусировкой на угол  $\pi\sqrt{2}$ , обладающих такими же габаритами. Как утверждает автор, полученное разрешение не является предельным. Усовершенствование конструкции (увеличение числа витков, размеров установки) может улучшить разрешение при сохранении преимуществ в светосиле.

Свойства призмного спектрометра значительно улучшаются, если применить дополнительное формирование пучка до и после его отклонения в призме. На рис. 2.7 представлена схема такого спектрометра [5]. Точечный источник, расположенный на оси коллиматорной линзы, испускает электроны различного импульса. При определенных

условиях, при определенном токе, протекающем по обмотке коллиматорной линзы, положение изображения источника совпадает с ее фокальной плоскостью для электронов, из которых формируется параллельный пучок определенного импульса. Далее электроны попадают в отклоняющее поле магнитной линзы. Угол падения пучка  $\alpha_K$  и напряженность поля призмы подбирают так, чтобы электроны пересекали ось  $x$  под прямым углом и линейный фокус лежал на ней. Благодаря этому пучок симметричен относительно оси  $x$ , на выходе из призмы его границы параллельны и ось пучка образует с осью  $y$  угол  $\alpha_p = -\alpha_K$ . Ось фокусирующей линзы направлена вдоль отклоненного пучка, приемная диафрагма расположена в фокальной плоскости фокусирующей линзы, на ее оси. Спектрометр обладает хорошим разрешением (до 0,015%), но малой светосилой (0,03%).

На рис. 2.8 для сравнения приведены характеристики некоторых типов спектрометров.

## 2.5. Спектрометры с продольным магнитным полем

Продольное магнитное поле также обладает свойством фокусировки, которое используется для создания спектрометров заряженных частиц. Предположим, что в однородном магнитном поле, направленном вдоль оси  $z$  (рис. 2.9), изотропный источник испускает моноэнергетические частицы под некоторым углом  $\alpha$  к оси  $z$ . Траектория частиц лежит на поверхности цилиндра, а проекция этой траектории на плоскость, перпендикулярную оси  $z$ , есть окружность радиуса  $\rho$ , удовлетворяющего уравнению

$$mv_{\rho}^2/\rho = eB/c, \quad (2.18)$$

где  $v_{\rho} = v \sin \alpha$  — радиальная составляющая скорости частицы  $v$ , остальные обозначения прежние. Проекция траектории на плоскость чертежа является синусоидой. Частица совершит полный оборот и вновь пересечет ось  $z$  через время  $T = 2\pi\rho/v_{\rho} = 2\pi mc/(eB)$ . За это же время частица сместится вдоль оси  $z$  на расстояние, равное  $v_z T = v \cos \alpha 2\pi mc/(eB)$ , где  $v_z = v \cos \alpha$  — составляющая скорости вдоль оси  $z$ .

Если с помощью диафрагмы выделить частицы, выходящие из источника в некотором угле  $\Delta\alpha$ , то размер области  $\Delta z$ , где происходит пере-

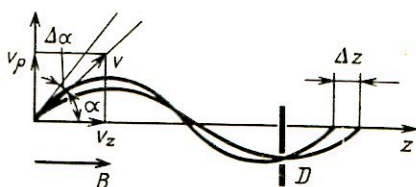


Рис. 2.9. Проекция траекторий частиц в однородном продольном магнитном поле. Диафрагма  $D$  — в плоскости кольцевого фокуса



сечение траекторий с осью, равен

$$\Delta z = \frac{2\pi mc}{eB} v [\cos \alpha - \cos(\alpha + \Delta\alpha)]. \quad (2.19)$$

Величина  $\Delta z$  определяет возможности по разрешению спектрометра с однородным полем. Относительное базисное разрешение равно

$$\frac{\Delta z}{z} \sim \frac{\cos \alpha - \cos(\alpha + \Delta\alpha)}{\cos \alpha} \approx 2 \operatorname{tg} \alpha \Delta\alpha, \quad (2.20)$$

если угол  $\Delta\alpha$  мал. Светосила спектрометра пропорциональна  $\Delta\alpha$ . Из сказанного следует, что характеристики рассматриваемого спектрометра при условии малости угла  $\alpha$  близки к характеристикам ранее описанных спектрометров. Большую светосилу можно получить, если использовать кольцевые входную и выходную диафрагмы. Последнюю располагают в месте кольцевого фокуса (рис. 2.9).

Спектрометры с однородным продольным полем не получили широкого распространения из-за громоздкости, поскольку для достижения хорошего разрешения требуются малые углы  $\alpha$ , а следовательно, и большие расстояния от источника до детектора.

Фокусирующие свойства катушки с током были известны давно. Такие катушки называют магнитными линзами по аналогии с оптикой. Размер изображения точечного источника заряженных частиц определяется углом их разлета и формой магнитного поля, обеспечивающего фокусировку (рис. 2.10). В спектрометрах с одиночной линзой можно получить высокую светосилу порядка 5% при энергетическом разрешении 2–3%. Форма поля одиночной линзы имеет вид, изображенный на рис. 2.11, а. Такая линза имеет сферическую аберрацию. Компенсировать ее можно подбором формы магнитного поля. Расчеты показали, что наилучшие результаты дает поле, имеющее максимальное значение (теоретически бесконечное) в точках расположения источника и изображения. Наиболее приближенную к расчетной форму можно получить с помощью двух разнесенных друг от друга катушек. Источник помещается в центре одной из них, детектор — в центре другой (рис. 2.11, б). В таком спектрометре при светосиле 1,5–2% получают разрешение 1%.

Магнитные методы спектрометрии позволяют выполнять измерения энергии заряженных частиц с высокой точностью. Так, чтобы измерить абсолютное значение энергии, например, в спектрометре с однородным поперечным полем, необходимо выполнить абсолютные измерения расстояния между источником и его изображением  $2\rho$  и напряженности магнитного поля  $B$ . В прецизионных спектрометрах  $B$  можно измерить с точностью до  $10^{-3}\%$ , а  $2\rho$  — не хуже, чем  $\Delta x / (2\rho) \leq 10^{-3}$ . Погрешности получаемых абсолютных значений энер-

Рис. 2.10. Схема спектрометра с тонкой магнитной линзой

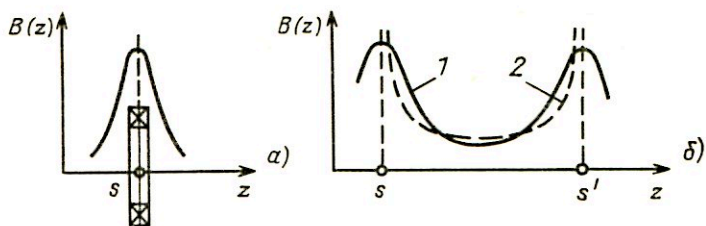
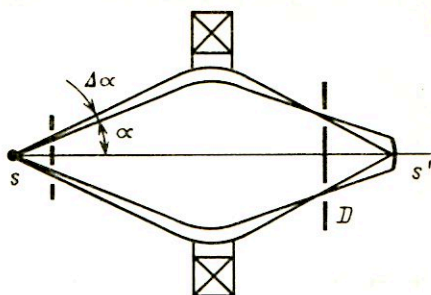


Рис. 2.11. Форма магнитного поля для одиночной линзы (а) и для двух тонких магнитных линз (б):

1 — экспериментальная зависимость; 2 — расчетная зависимость  $B(z)$  для получения минимальной сферической aberrации

гни связаны также с неоднородностью магнитного поля на всем протяжении орбиты частицы и неопределенностью физических констант (скорости света, заряда и массы частицы).

Изложенные принципы работы и основные характеристики спектрометров позволяют оценить их относительные достоинства. Для достижения высокого разрешения при сравнительно большой светосиле пригодны спектрометры с однородным продольным полем, но они имеют очень большие размеры, а используемый источник должен иметь малые размеры, т.е. высокую удельную активность. Спектрометры с однородным поперечным полем при том же разрешении имеют существенно меньшую светосилу. При необходимости использовать источники больших размеров (малые удельные активности) наиболее предпочтительными являются спектрометры с неоднородным поперечным полем с двойной фокусировкой. Если достаточно невысокого разрешения (порядка 1–2%) при большой светосиле, то применяются линзовые спектрометры.

При исследовании тяжелых заряженных частиц применяют спектрометры с поперечным полем, так как продольные спектрометры (с однородным полем) должны иметь очень большие размеры. Для изучения спектров электронов используют магнитные спектрометры как с

поперечным, так и с продольным магнитным полем. В спектрометрах с магнитными линзами в качестве детектора применяют ППД, с помощью которых и измеряют энергию электронов. В такой системе магнитное поле является фокусирующим элементом, позволяющим также исключить попадание в детектор всевозможных побочных излучений. Светосила этого спектрометра определяется в основном свойствами фокусирующей системы, а энергетическое разрешение (порядка 0,2%) — свойствами ППД. Поскольку в магнитных спектрометрах магнитное поле обеспечивает пространственное распределение потоков частиц по импульсам и их фокусировку, применение позиционно-чувствительных детекторов расширяет возможности спектрометров, превращая их в многоканальные приборы. Кроме того, у детекторов желательны иметь низкий энергетический порог регистрации частиц. Фотографический метод регистрации отвечает этим требованиям лишь частично (см. § 2.2). Практически полностью их можно выполнить, если в качестве детектора использовать вторично-электронные умножители открытого типа (ВЭУ), выполненные на основе микроканальных пластин (МКП). Пространственное разрешение МКП определяется в основном диаметром каналов (10 — 40 мкм), минимальная энергия регистрируемых частиц — до 0,01 кэВ [22].

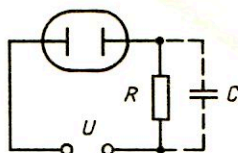
### **Глава 3. ИОНИЗАЦИОННЫЕ СПЕКТРОМЕТРЫ**

#### **3.1. Принцип действия ионизационного спектрометра**

Действие ионизационных спектрометров основано на том, что частица, двигаясь в среде, осуществляет ее ионизацию, и число пар ионов, образованное частицей в некотором объеме, в среднем пропорционально энергии, потерянной частицей в этом объеме. Таким образом, измеряя число пар ионов, можно определить энергию частицы.

В зависимости от того, в какой среде (газообразной, жидкой, твердой) происходит ионизация, говорят о различных типах спектрометров. Если рабочей средой является газ или жидкость, то детектор частиц называется ионизационной камерой (соответственно газовой или жидкостной). В этом случае говорят о спектрометре с ионизационной камерой (ионизационном спектрометре). Если рабочей средой является полупроводниковый материал (германий, кремний, теллурид кадмия и некоторые другие), то говорят о полупроводниковом спектрометре. Принцип действия этих типов спектрометров одинаков, поэтому его можно рассматривать, не уточняя фазовое состояние рабочего вещества. Различия касаются некоторых особенностей спектрометрических характеристик и на них по мере необходимости будет указано.

Рис. 3.1. Схема ионизационной камеры



Рассмотрим подробнее, каким образом измеряется заряд, созданный частицей в среде. На рис. 3.1 схематически показан ионизационный детектор. Он представляет собой замкнутый объем, ограниченный двумя электродами и внешней оболочкой, заполненный рабочим веществом (рабочий объем). Чаще всего используются плоскопараллельные электроды или электроды в виде коаксиальных цилиндров. На электроды через резистор с достаточно большим сопротивлением\* подается электрическое напряжение. Эта конструкция, по существу, является устройством для измерения заряда, образованного частицей при ее прохождении через рабочий объем детектора.

Пусть в некоторой точке  $x^{**}$  рабочего объема возник свободный электрический заряд  $q_0$  (электрон, ион, дырка). Под действием приложенного напряжения носитель заряда будет двигаться вдоль силовых линий электрического поля с некоторой средней скоростью, называемой **скоростью дрейфа**  $v_d$ . На эту скорость накладывается случайная скорость хаотического теплового движения. Так как роль такого процесса невелика, пренебрежем пока ею. Этот вопрос обсуждается ниже. Значение скорости дрейфа определяется динамическим равновесием между увеличением энергии заряда под действием поля и ее потерями в результате столкновений с атомами среды. Обычно скорость дрейфа представляется в виде

$$v_d(x) = \mu E(x), \quad (3.1)$$

где  $E(x)$  — напряженность электрического поля в точке  $x$ , а  $\mu$  — величина, называемая **подвижностью**. Подвижность либо постоянна, либо слабо зависит от поля.

На перемещение заряда  $q_0$  на расстояние  $\Delta x$  необходимо затратить энергию, равную  $q_0 E(x) \Delta x$ . Работа по перемещению заряда осуществляется за счет энергии внешнего источника напряжения. Затрата энергии равна  $U J \Delta t$ , где  $U$  — напряжение источника питания;  $J$  — ток во внеш-

\*Требования к значению сопротивления обсуждаются ниже.

\*\*Для описания движения заряда обычно выбирается ортогональная система координат, в которой координата  $x$  совпадает с направлением силовых линий поля, т.е. поверхность  $x = \text{const}$  совпадает с эквипотенциальной поверхностью.

ней цепи\*;  $\Delta t$  — время, за которое осуществляется перемещение. Таким образом,

$$UJ\Delta t = q_0 E(x) \Delta x$$

или

$$J = \frac{q_0 E(x)}{U} \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

Переходя к пределу  $\Delta t \rightarrow 0$  и учитывая, что  $dx/dt$  представляет собой скорость перемещения заряда вдоль силовой линии поля, т.е. скорость дрейфа, можно записать окончательное выражение для величины тока во внешней цепи:

$$J = \frac{q_0 E(x)}{U} v_d = \frac{q_0 \mu E^2(x)}{U}. \quad (3.2)$$

Координата точки  $x$ , в которой находится заряд  $q_0$ , зависит от времени. Эта зависимость определяется уравнением (3.1), откуда следует

$$t = \int_{x_0}^x \frac{dx}{\mu E(x)}, \quad (3.3)$$

где  $x_0$  — координата заряда в момент  $t = 0$ . Решая это уравнение относительно  $x$  и подставляя получившуюся функцию  $x(t)$  в уравнение (3.2), можно найти явную зависимость  $J(t)$ .

**Пример 1. Плоскопараллельные электроды.** Здесь электрическое поле постоянно и равно  $E = U/d$  ( $d$  — расстояние между электродами). Поэтому

$$J = q_0 \mu U/d^2. \quad (3.4)$$

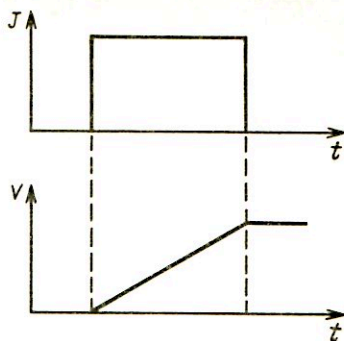
В момент, когда носитель заряда достигает электрода, он останавливается, изменение наведенного на электроде заряда и, следовательно, ток во внешней цепи прекращаются. Носитель заряда может остановиться и не достигнув электрода, например, вследствие его захвата атомом (ловушкой). В итоге ток имеет форму прямоугольного импульса с амплитудой, равной выражению (3.4), и длительностью, равной времени движения заряда от места образования до момента остановки (рис. 3.2).

**Пример 2. Коаксиальные цилиндрические электроды.** В этом случае

---

\* $J$  — это ток, вызванный изменением заряда, наведенного на электродах зарядом  $q_0$  вследствие его перемещения.

Рис. 3.2. Импульс тока и напряжения в плоской ионизационной камере



поле равно

$$E(r) = \frac{U}{\ln(R_1/R_0)} \frac{1}{r}, \quad (3.5)$$

где  $R_1$  и  $R_0$  — радиусы внешнего и внутреннего цилиндров соответственно;  $r$  — переменная координата — расстояние до оси цилиндров.

Предположим для определенности, что начальная координата заряда равняется  $r_0$ , и он движется к внешнему электроду. Подстановка (3.5) в выражение (3.3) дает

$$t = \int_{r_0}^r \frac{1}{\mu U} \ln \frac{R_1}{R_0} r dr = \frac{1}{2\mu U} \ln \frac{R_1}{R_0} (r^2 - r_0^2)$$

или

$$r(t) = \sqrt{r_0^2 + \frac{\mu U t}{\ln(R_1/R_0)}}. \quad (3.6)$$

Подставляя выражения (3.5) и (3.6) в формулу (3.2), получаем формулу тока в виде

$$J(t) = \frac{q_0 \mu U}{\ln^2 \frac{R_1}{R_0} \left[ r_0^2 + \frac{\mu U t}{\ln(R_1/R_0)} \right]}. \quad (3.7)$$

Легко показать, что в случае, когда заряд движется к внутреннему электроду, ток равен

$$J(t) = \frac{q_0 \mu U}{\ln^2 \frac{R_1}{R_0} \left[ r_0^2 - \frac{\mu U t}{\ln(R_1/R_0)} \right]}. \quad (3.8)$$

(Замена знака по сравнению с (3.7) связана с тем, что направление скорости дрейфа противоположно положительному направлению оси координат  $r$ .) Как в предыдущем примере, ток прекращается в момент  $t$ , когда носитель заряда останавливается, т.е. он при  $0 < t < T$  представля-

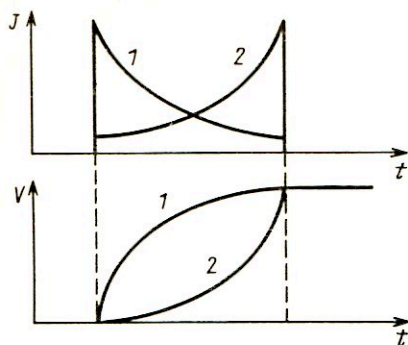


Рис. 3.3. Импульс тока и напряжения в цилиндрической ионизационной камере: 1 – заряд движется к внешнему электроду; 2 – заряд движется к внутреннему электроду

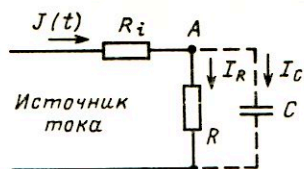


Рис. 3.4. Эквивалентная схема ионизационной камеры

ет собой импульс с формой, описываемой выражениями (3.7) и (3.8), а снаружи этого интервала он равен нулю (рис. 3.3).

Вернемся к вопросу об измерении заряда. На рис. 3.4 изображена эквивалентная электрическая схема ионизационного детектора. На ней  $R$  – сопротивление резистора, включенного последовательно с камерой,  $R_i$  – внутреннее сопротивление источника питания (оно обычно мало по сравнению с  $R$  и далее не учитывается),  $C$  – емкость, состоящая из емкости камеры и входной емкости регистрирующего электронного устройства\*. Нашей ближайшей целью является вычисление зависимости напряжения  $V(t)$  на емкости  $C$  как функции времени. Закон Кирхгофа для точки  $A$  на рис. 3.4 имеет вид  $J_C + J_R = J(t)$ , или

$$C \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R} = J(t). \quad (3.9)$$

Решение этого дифференциального уравнения с начальным условием  $V(0) = 0$  имеет вид

$$V(t) = \frac{1}{C} e^{-t/(RC)} \int_0^t e^{s/(RC)} J(s) ds. \quad (3.10)$$

Рассмотрим частный случай этого выражения при  $R = \infty$ :

$$V(t) = \frac{1}{C} \int_0^t J(s) ds.$$

\*При использовании усилителя с обратной связью по заряду  $C$  есть емкость обратной связи.

Поскольку  $J(t) \geq 0$ , то  $V(t)$  является неубывающей функцией, достигающей своего максимального значения  $V_{\max}$  (амплитуда импульса) в момент, когда носитель заряда останавливается. После этого  $V(t) = \text{const}$  (см. рис. 3.2, 3.3). Запишем выражение для

$$V_{\max} = \frac{1}{C} \int_0^T J(s) ds, \quad (3.11)$$

подставим в него выражение для  $J(t)$  из (3.2) и перейдем к переменной  $x$  с помощью замены переменных (3.3). Тогда

$$V_{\max} = \frac{1}{C} \int_{x_0}^{x_1} \frac{q \mu E^2(x)}{U} \frac{dx}{\mu E(x)} = \frac{q}{CU} \int_{x_0}^{x_1} E(x) dx, \quad (3.12)$$

где  $x_1$  — координата точки остановки носителя заряда. Интеграл в последнем выражении есть не что иное, как разность потенциалов, пройденная носителем зарядов от момента его образования в точке  $x_0$  до момента остановки в точке  $x_1$ . Итак, мы приходим к важному для дальнейшего вывода: амплитуда электрического импульса, инициированного во внешней цепи зарядом  $q$  при  $R = \infty$ , пропорциональна этому заряду и разности потенциалов, пройденной им в электрическом поле.

**Пример 3.** В случае плоских электродов  $E = U/d$ , где  $d$  — расстояние между электродами. Поэтому

$$V_{\max} = qh/(Cd), \quad (3.13)$$

где  $h = x_1 - x_0$  — путь, пройденный носителем заряда в электрическом поле.

**Пример 4.** В случае цилиндрических электродов

$$V_{\max} = \frac{q}{CU} \frac{U}{\ln(R_1/R_0)} \int_{r_0}^{r_1} \frac{dr}{r} = \frac{q}{C} \frac{\ln(r_1/r_0)}{\ln(R_1/R_0)}. \quad (3.14)$$

При прохождении через рабочий объем частица создает не один, а большое количество свободных зарядов  $q_i$ . Если можно пренебречь электрическим полем этих зарядов, т.е. взаимодействием их между собой, то можно считать, что каждый из них индуцирует ток во внешней цепи независимо от остальных. В результате суммарный ток будет равен сумме токов, индуцированных каждым зарядом  $q_i$ :

$$J(t) = \sum_{i=1}^N J_i(t).$$



То же относится и к напряжениям на емкости

$$V(t) = \sum_{i=1}^N V_i(t).$$

При  $R = \infty$ , благодаря тому, что при  $t > T$   $V(t) = \text{const}$ , имеет место соотношение

$$V_{\max} = \sum_{i=1}^N V_{i\max}. \quad (3.15)$$

При ионизации среды частицей свободные заряды образуются парами, т.е. возникновение в точке  $x_0$  свободного заряда  $q$  обязательно сопровождается возникновением в той же точке свободного заряда  $-q$ . Рассмотрим подробнее формирование импульса напряжения этой парой в случае  $R = \infty$ . Допустим, что захват носителей заряда внутри объема детектора отсутствует и все они достигают электродов. Амплитуда импульса напряжения, вызванного зарядом, равна

$$V_{\max}^+ = \frac{q}{CU} \int_{x_0}^{X_1} E(x) dx,$$

где  $X_1$  — координата отрицательного электрода. Поскольку заряд  $-q$  движется к другому электроду, то ему соответствует амплитуда импульса, равная

$$V_{\max}^- = \frac{q}{CU} \int_{X_2}^{x_0} E(x) dx,$$

где  $X_2$  — координата положительного электрода. Полная амплитуда импульса, индуцированного рассматриваемой парой зарядов, равна

$$V_{\max} = \frac{q}{CU} \left[ \int_{x_0}^{X_1} E(x) dx + \int_{X_2}^{x_0} E(x) dx \right] = \frac{q}{CU} \int_{X_2}^{X_1} E(x) dx.$$

Значение интеграла представляет собой разность потенциалов между электродами, т.е. приложенное напряжение  $U$ . Отсюда

$$V_{\max} = q/C, \quad (3.16)$$

т.е. при  $R = \infty$  амплитуда импульса, индуцированного парой носителей заряда, является стандартной величиной, зависящей только от конструкции детектора (через величину  $C$ ) и не зависящей от других факторов, например от места возникновения пары. Если частица образовала  $N$  но-

сителей заряда, то вследствие формулы (3.15) амплитуда импульса напряжения будет равна

$$V_{\max} = Nq/C.$$

Пусть  $\mathcal{E}$  — энергия частицы,  $w$  — средняя энергия, необходимая для образования одной пары носителя заряда. Тогда  $N = \mathcal{E}/w$  и

$$V_{\max} = \mathcal{E}q/(wC).$$

Отсюда

$$\mathcal{E} = V_{\max} wC/q. \quad (3.17)$$

Таким образом, зная  $w$  и  $C$  и измеряя  $V_{\max}$ , можно найти  $\mathcal{E}$ . В этом и заключается принцип действия ионизационного спектрометра.

В заключение параграфа напомним, что была рассмотрена идеализированная схема спектрометра при следующих упрощениях:

- 1) бесконечная величина сопротивления нагрузки  $R$ ;
- 2) отсутствие захвата носителей заряда в объеме детектора (все носители достигают электродов);
- 3) пренебрежение электрическим полем объемного заряда;
- 4) пренебрежение влиянием тепловых флуктуаций скорости носителей заряд при их перемещении к электроду.

На практике эти условия выполнены лишь приближенно, и их нарушение приводит к погрешности в определении энергии. Кроме того, на точность определения энергии влияет тот факт, что даже если  $\mathcal{E}$  фиксирована, образуемое ею число носителей зарядов  $N$  — случайно. На точность влияет и изменение  $C$ , например, вследствие флуктуаций температуры окружающего воздуха.

Все указанные факторы приводят к ухудшению разрешения ионизационного спектрометра. Их влияние рассматривается в следующих параграфах.

### 3.2. Флуктуации числа пар ионов\*

Как уже указывалось, число пар ионов, образованных частицей в среде, пропорционально энергии частиц. Эта пропорциональность, однако, не означает, что при фиксированной потере энергии число пар ионов (возбужденных состояний) также фиксировано. В силу того, что процесс ионизации, как и все явления атомной физики, носит случайный характер,

---

\*Термин "число пар ионов" для краткости используется для обозначения как числа пар ионов газа и жидкости, так и для обозначения числа электронно-дырочных пар в твердом теле.

что выражается в случайной потере энергии в каждом акте ионизации, количество носителей зарядов, образованных конкретной частицей заданной энергии, будет случайным. Пропорциональность, о которой говорилось выше, имеет место лишь в среднем.

Таким образом, даже в отсутствие факторов, ухудшающих разрешение спектрометрических трактов, о которых говорилось в конце предыдущего параграфа, распределение амплитуд импульсов на выходе спектрометра при фиксированной энергии частицы имеет конечную ширину.

Предельно допустимое разрешение спектрометра не может быть лучше, чем разрешение, определяемое случайным характером взаимодействия излучения с веществом.

Рассмотрим флюктуации числа пар ионов, образованных в среде частицей, потерявшей фиксированную энергию. Может показаться, что, поскольку отдельные акты соударения ионизирующей частицы с молекулами или атомами среды независимы друг от друга флюктуации числа пар ионов должны описываться распределением Пуассона, для которого дисперсия числа пар ионов  $\overline{\Delta N^2}$  и их среднее число  $\overline{N}$  связаны соотношением

$$\overline{\Delta N^2} = \overline{N}. \quad (3.18)$$

На самом деле оказывается, что эти две величины связаны соотношением

$$\overline{\Delta N^2} = F\overline{N}, \quad (3.19)$$

где  $F$  — коэффициент, называемый фактором Фано.

Отличие величины  $F$  от единицы обычно связывают с отсутствием упомянутой выше независимости. Действительно, поскольку на потере энергии в отдельных столкновениях наложена связь, заключающаяся в том, что их сумма равна (фиксированной) полной энергии частицы, то вероятности потери энергии в отдельных актах ионизации, в принципе, являются статистически зависимыми. Это обстоятельство, на первый взгляд, представляется несущественным из-за большой разницы в энергии частицы и энергии, теряемой в отдельном столкновении (несколько порядков). Однако, как известно, процесс ионизации носит многокаскадный характер, и значительная доля ионизации осуществляется вторичными (третичными и т.д.) электронами ( $\delta$ -электронами), энергия которых уже сравнима с энергией, теряемой в отдельном столкновении. Правило равенства энергетических потерь полной энергии ионизирующей частицы распространяется здесь на каждый  $\delta$ -электрон, и поэтому между потерями энергии в отдельных столкновениях существует корреляция, которая радикально влияет на фактор Фано, уменьшая его.

Наличие корреляции в потерях энергии на последних стадиях ионизационного каскада в литературе обычно выдвигается в качестве един-

ственной причины отличия фактора Фано от единицы. Однако существует еще одна причина такого отличия, связанная с характером распределения вероятностей различных потерь энергии в столкновении.

Для иллюстрации этой причины рассмотрим гипотетический детектор, представляющий собой тонкую нить, по оси которой движется частица и производит ионизацию. Образующиеся при этом  $\delta$ -электроны, вследствие малых поперечных размеров нити, ионизации в ней не производят, вылетают из нее через боковую поверхность и каким-либо способом регистрируются. Таким образом, мы исключаем корреляции. Если дополнительно предположить, что энергия  $\delta$ -электрона не зависит от энергии образовавшей его частицы, что справедливо вплоть до энергий частиц порядка 300–500 эВ, то процесс потерь энергии может быть описан с помощью методов теории восстановления и, как будет показано ниже, фактор Фано равен

$$F = \sigma^2/w_\delta^2, \quad (3.20)$$

где  $\sigma^2$  — дисперсия энергетического распределения электронов;  $w_\delta$  — средняя энергия  $\delta$ -электронов. Значение  $F$  совершенно не обязательно равно единице.

Приведенный пример показывает, что значение фактора Фано определяют два обстоятельства: характер распределения по потерям энергии в столкновении энергии  $p(\epsilon)$  и корреляции на последних стадиях ионизационного каскада. Как будет показано в § 3.3, корреляции можно исключить из рассмотрения, изменив соответствующим образом распределение  $p(\epsilon)$ .

Иногда, как на причину отличия фактора Фано от единицы, указывают на наличие корреляции между числом возбужденных и ионизированных состояний или говорят о коррелированном распределении энергии между этими состояниями. Это обстоятельство действительно вносит свой вклад, но его роль является гораздо менее тривиальной, чем кажется на первый взгляд. Так, в частности, оказывается, что при отсутствии возбуждений (т.е. числу ионизированных состояний не с чем коррелировать) фактор Фано всегда меньше, чем при их наличии. Справедливо и обратное: при определяющем вкладе возбуждений в процесс потери энергии фактор Фано близок к единице.

Рассмотрим более подробно вопрос о факторе Фано.

Двигаясь в среде, частица теряет свою энергию дискретными порциями в столкновениях, результатом которых являются ионизации и возбуждение молекул среды. Ограничимся приближением, когда энергия, теряемая частицей, не зависит от энергии самой частицы, и вычислим саму энергию, идущую на образование одной пары носителей и фактор Фано.

Рассмотрим ось энергии  $\epsilon$  (рис. 3.5). Точка  $\epsilon_0$  соответствует начальной энергии частицы. После первого столкновения с одной из молекул

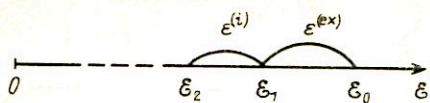


Рис. 3.5. Потери энергии заряженной частицей

среды, в результате которого потеряна энергия  $\epsilon_1$ , мы перемещаемся в точку  $\epsilon_1$ , затем в результате потери энергии  $\epsilon_2$  — в точку  $\epsilon_2$  и т.д. В каждом столкновении имеет место ионизация (i) или возбуждение (ex). В итоге весь отрезок  $[0, \epsilon_0]$  будет заполнен случайно перемешанными отрезками  $\epsilon^{(i)}$  и  $\epsilon^{(ex)}$  двух типов, соответствующих потери энергии на ионизацию (i) и возбуждение (ex). Число отрезков типа (i) равно интересующему нас числу пар носителей заряда.

По поводу описанного соответствия следует сделать два замечания.

1) При ионизации может образоваться  $\delta$ -электрон, который сам производит ионизацию и возбуждение. Поэтому соответствующий ему отрезок сам будет состоять из отрезков меньшего размера.

2) Может оказаться, что энергия какого-либо электрона такова, что он способен производить возбуждение, но не способен ионизировать. Такие потери энергии не следует отмечать отдельными отрезками. Их нужно объединять и относить к последнему моменту, когда электрон мог производить ионизацию. В противном случае нарушится независимость случайных отрезков  $\epsilon$ . То же самое относится и к электронам, энергия которых меньше первого потенциала возбуждения и которые тратят энергию только в упругих соударениях.

Отсюда можно сделать вывод о характере распределения случайных отрезков  $\epsilon^{(i)}$  и  $\epsilon^{(ex)}$ . Спектр электронов, не способных производить ионизацию, сосредоточен на отрезке  $(0, I)$ , где  $I$  — минимальная энергия, идущая на ионизацию. В случае газов  $I$  — потенциал ионизации, в случае твердых тел  $I \approx 1,5E_d$  ( $E_d$  — ширина запрещенной зоны). Поскольку в каждом акте ионизации безвозвратно теряется энергия  $I$ , то ясно, что распределение  $p_i(\epsilon)$  отрезков  $\epsilon^{(i)}$  заключено в интервале  $(I, 2I)$ . Аналогичное распределение  $p_{ex}(\epsilon)$  отрезков  $\epsilon^{(ex)}$  заключено в интервале  $(I_1, I_1 + I)$ , где  $I_1$  — минимальная энергия, идущая на возбуждение. В случае газов — это потенциал возбуждения, в случае твердого тела — энергия акустического фонона. Конкретный вид распределений зависит от особенностей взаимодействия частицы со средой.

Найдем плотность вероятности  $\tilde{p}_i(\epsilon)$  того, что на один акт ионизации приходится энергия  $\epsilon$  с учетом того, что часть ее может пойти на возбуждение. Будем считать при этом, что плотности вероятностей  $p_i(\epsilon)$ , и  $p_{ex}(\epsilon)$  отдельно для отрезков  $\epsilon^{(i)}$  и  $\epsilon^{(ex)}$  нам известны. Иными словами, речь идет об отыскании плотности вероятности длины отрезка  $\epsilon^{(i)}$  с учетом того, что он может содержать в себе отрезки  $\epsilon^{(ex)}$ . Здесь может представиться две возможности.

1) Последующая (по оси энергий) ионизация произошла на расстоянии  $\epsilon'$  без промежуточных возбуждений. Вероятность этого события равна  $\alpha p_1(\epsilon) d\epsilon$ , где  $\alpha$  есть вероятность того, что результатом столкновения является ионизация, а  $p_1(\epsilon)$  — плотность вероятности потери энергии  $\epsilon$  в акте ионизации.

2) Между двумя актами ионизации имело место возбуждение на расстоянии  $\epsilon'$  по оси энергий от предыдущего акта ионизации. Вероятность этого события равна  $(1 - \alpha) p_{ex}(\epsilon') d\epsilon'$ , где  $p_{ex}(\epsilon')$  — плотность вероятности потери энергии  $\epsilon'$  в акте возбуждения. После этого на отрезке  $\epsilon - \epsilon'$  следует вновь рассмотреть обе эти возможности.

Для получения полной вероятности  $\tilde{p}_1(\epsilon) d\epsilon$  необходимо сложить вероятности, соответствующие обоим вариантам, и проинтегрировать по  $\epsilon'$ . В итоге получим уравнение для определения  $\tilde{p}_1(\epsilon)$ :

$$\tilde{p}_1(\epsilon) = \alpha p_1(\epsilon) + (1 - \alpha) \int_0^{\epsilon} p_{ex}(\epsilon') \tilde{p}_1(\epsilon - \epsilon') d\epsilon'. \quad (3.21)$$

Совершим преобразование Фурье обеих частей этого уравнения:

$$\tilde{\varphi}_1(\omega) = \alpha \varphi_1(\omega) + (1 - \alpha) \tilde{\varphi}_1(\omega) \varphi_{ex}(\omega),$$

где  $\tilde{\varphi}_1(\omega)$ ,  $\varphi_1(\omega)$  и  $\varphi_{ex}(\omega)$  — фурье-образы функций  $\tilde{p}_1(\epsilon)$ ,  $p_1(\epsilon)$  и  $p_{ex}(\epsilon)$  соответственно. Обратим внимание, что  $\tilde{\varphi}_1(-\omega)$ ,  $\varphi_1(-\omega)$  и  $\varphi_{ex}(-\omega)$  являются характеристическими функциями соответствующих распределений. Отсюда

$$\tilde{\varphi}_1(\omega) = \frac{\alpha \varphi_1(\omega)}{1 - (1 - \alpha) \varphi_{ex}(\omega)} \quad (3.22)$$

и

$$\tilde{p}_1(\epsilon) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha \varphi_1(\omega)}{1 - (1 - \alpha) \varphi_{ex}(\omega)} e^{i\omega\epsilon} d\omega. \quad (3.23)$$

Таким образом, отрезок  $[0, \mathcal{E}_0]$  представлен в виде суммы случайных отрезков  $\epsilon^{(i)}$ , распределенных по закону  $\tilde{p}_1(\epsilon)$ . Число этих отрезков равно числу пар ионов, образованных частицей.

Нашей ближайшей задачей является вычисление вероятности  $P(N, \mathcal{E}_0)$  того, что в интервале  $(0, \mathcal{E}_0)$  уложится  $N$  отрезков  $\epsilon^{(i)}$ , т.е. что частица с энергией  $\mathcal{E}_0$  образует  $N$  пар носителей заряда. Так как амплитуда импульса на выходе ионизационного детектора пропорциональна числу пар носителей заряда, то  $P_N(\mathcal{E}_0)$  с точностью до постоянного множителя совпадает с распределением амплитуд, возникающих на

выходе детектора под действием частиц с энергией  $\mathcal{E}_0$ , т.е. представляет собой форму линии спектрометра.

Плотность вероятности  $P_N(\mathcal{E}_0)$  того, что расстояние между началом координат по оси энергий и  $N$ -м актом ионизации равно  $\mathcal{E}_0$ , является сверткой (одинаковых) плотностей вероятности  $\tilde{p}_1(\epsilon)$ , и, следовательно, ее характеристическая функция равна  $[\tilde{\varphi}_1(-\omega)]^N$ . Отсюда

$$P_N(\mathcal{E}_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [\tilde{\varphi}_1(\omega)]^N e^{-i\omega\mathcal{E}_0} d\omega,$$

и вероятность того, что это расстояние меньше  $\mathcal{E}_0$ , равна

$$\begin{aligned} P_N(\mathcal{E} < \mathcal{E}_0) &= \int_0^{\mathcal{E}_0} P_N(\mathcal{E}) d\mathcal{E} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[\tilde{\varphi}_1(\omega)]^N (1 - e^{-i\omega\mathcal{E}_0})}{i\omega} d\omega. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Последняя вероятность совпадает с вероятностью того, что на отрезке  $(0, \mathcal{E}_0)$  число актов ионизации равно или превышает  $N$ :

$$P(n \geq N, \mathcal{E}_0) = P_N(\mathcal{E} < \mathcal{E}_0).$$

Вероятность того, что на отрезке  $(0, \mathcal{E}_0)$  содержится в точности  $N$  актов ионизации, равна

$$\begin{aligned} P(N, \mathcal{E}_0) &= P(n \geq N, \mathcal{E}_0) - P(n \geq N + 1, \mathcal{E}_0) = \\ &= P_N(\mathcal{E} < \mathcal{E}_0) - P_{N+1}(\mathcal{E} < \mathcal{E}_0). \end{aligned}$$

Подставляя сюда (3.24), получаем

$$P(N, \mathcal{E}_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [\tilde{\varphi}_1(\omega)]^N \frac{(1 - \tilde{\varphi}_1(\omega))}{i\omega} (1 - e^{-i\omega\mathcal{E}_0}) d\omega, \quad (3.25)$$

где  $\tilde{\varphi}_1(\omega)$  дается выражением (3.22).

Для вычисления  $P(N, \mathcal{E}_0)$  требуется знать плотности вероятности потерь энергии на ионизацию  $p_1(\epsilon)$  и возбуждение  $p_{ex}(\epsilon)$ , которыми определяются входящие в (3.22) функции  $\varphi_1(\omega)$  и  $\varphi_{ex}(\omega)$ . Эти вероятности могут быть, в принципе, рассчитаны из рассмотрения квантовомеханической задачи взаимодействия электрона с атомом.

Зная распределение вероятностей (3.25), легко найти среднее значение и дисперсию числа пар ионов, образованных частицей в среде. С этой целью запишем производящую функцию распределения (3.25)

$$f(s, \varepsilon_0) = \sum_{N=0}^{\infty} P(N, \varepsilon_0) s^N = \\ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 - \tilde{\varphi}_1(\omega)}{1 - s \tilde{\varphi}_1(\omega)} \frac{1 - e^{-i\omega \varepsilon_0}}{i\omega} d\omega.$$

Далее, пользуясь обычными правилами вычисления средних значений и дисперсий через производящие функции, находим среднее число пар ионов

$$\overline{N} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi_1(\omega)}{1 - \varphi_1(\omega)} \frac{1 - e^{-i\omega \varepsilon_0}}{i\omega} d\omega \quad (3.26)$$

и дисперсию

$$\overline{\Delta N^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{\varphi}_1(\omega)}{[1 - \tilde{\varphi}_1(\omega)]^2} \frac{1 - e^{-i\omega \varepsilon_0}}{i\omega} d\omega. \quad (3.27)$$

Формулы (3.26) и (3.27) представляют собой формальное решение задачи в выбранном приближении.

Для случая больших энергий  $\varepsilon_0$  (таких, что среднее число пар ионов, образованных частицей, гораздо больше единицы) эти формулы могут быть конкретизированы. Если выражения для  $\overline{N}$  и  $\overline{\Delta N^2}$  разложить в ряд Лорана по параметру  $1/\varepsilon_0$ , то, ограничившись членами порядка  $\varepsilon_0$ , получим, что

$$\overline{N} = \varepsilon_0 / w; \quad (3.26a)$$

$$\overline{\Delta N^2} = \frac{\varepsilon_0 \sigma^2}{w^3}, \quad (3.27a)$$

где  $w = -i \left. \frac{d\tilde{\varphi}_1}{d\omega} \right|_{\omega=0}$  — среднее значение энергии, затрачиваемой на образование одной пары ионов;  $\sigma^2 = - \left. \frac{d^2 \ln \tilde{\varphi}_1(\omega)}{d\omega^2} \right|_{\omega=0}$  — дисперсия энергии, идущей на образование одной пары ионов.



Из этих выражений вытекает формула для фактора Фано

$$F = \sigma^2/w^2. \quad (3.28)$$

Если воспользоваться выражением (3.22) для вычисления  $w$  и  $\sigma$ , то предыдущая формула примет следующий вид:

$$F = \frac{\alpha^2 \sigma_i^2 + \alpha(1 - \alpha) \sigma_{ex}^2 + (1 - \alpha) w_{ex}^2}{[aw_i + (1 - \alpha)w_{ex}]^2}, \quad (3.29)$$

где  $w_i$ ,  $\sigma_i^2$  — среднее значение и дисперсия энергии, теряемой в одном акте ионизации;  $w_{ex}$ ,  $\sigma_{ex}^2$  — те же величины, относящиеся к возбуждению.

При  $\alpha = 0$   $F = 1$ , при  $\alpha = 1$   $F = \sigma_i^2/w_i^2 < 1$ . Отсюда следует вывод, что в качестве рабочего вещества ионизационного детектора следует выбирать вещество, в котором доля потерь энергии на возбуждение была бы как можно меньше.

Величины, входящие в формулу (3.29), могут, в принципе, быть вычислены из квантовомеханических соображений. Соответствующие вычисления для газов и жидкостей дают значения фактора Фано в диапазоне 0,3 — 0,4. Близкие значения получаются и в эксперименте. В твердых телах, и в частности полупроводниках, механизм возбуждения иной, чем в газах. В них возбуждаются колебания решетки (фононы). Поскольку энергия фононов, как правило, мала (порядка  $10^{-2}$  эВ), то вклад слагаемого  $w_{ex}^2$  в формуле (3.29) мал, что соответственно приводит к малому значению фактора Фано. Типичное значение этого фактора в полупроводниковых материалах составляет примерно 0,06—0,08.

Оценим энергетическое разрешение, обусловленное фактором Фано. Из выражений (3.26), (3.27) следует, что среднеквадратическое отклонение числа пар ионов равно

$$\sigma_N = \sqrt{(\Delta N^2)} = \sqrt{FN} = \sqrt{F\mathcal{E}/w}. \quad (3.30)$$

Переведем его в энергетические единицы (обозначая через  $\sigma_{\mathcal{E}}$ ):

$$\sigma_{\mathcal{E}} = w\sigma_N = \sqrt{F\mathcal{E}w}. \quad (3.31)$$

Часто энергетическое разрешение определяют как ширину пика на половине его высоты  $\Delta_{1/2}$ . В случае нормального распределения

$$\Delta_{1/2} = 2,355\sigma_{\mathcal{E}} = 2,355 \sqrt{F\mathcal{E}w}. \quad (3.32)$$

Относительное разрешение равно

$$\delta_{1/2} = \Delta_{1/2}/\mathcal{E} = 2,355 \sqrt{Fw/\mathcal{E}}. \quad (3.33)$$

В случае ионизационных камер  $w \sim 30$  эВ. При  $E = 1$  МэВ имеем

$$\Delta_{1/2} = 7,63 \text{ кэВ}, \delta_{1/2} = 0,76\%.$$

В случае полупроводниковых детекторов  $w$  составляет 3,75 эВ (кремний), 2,94 эВ (германий). Соответственно при  $E = 1$  МэВ имеем:

	$\Delta_{1/2}$	$\delta_{1/2}$
Кремний . . . . .	1,3 кэВ	0,13%
Германий . . . . .	1,1 кэВ	0,11%

Разрешение для других энергий легко вычислить по отношению энергий. Указанные разрешения являются предельно достижимыми, так как они определяются физической природой взаимодействия частиц с веществом.

В случае газов фактор Фано можно уменьшить, вводя в газ органические добавки, которые ионизируются при столкновении с возбужденными молекулами (атомами) основного газа. Это приводит к уменьшению числа возбужденных состояний, что в соответствии с формулой (3.29) ведет к уменьшению фактора Фано.

### 3.3. Баллистический эффект

Выражение (3.16) определяет амплитуду импульса на выходе ионизационного детектора в случае  $R = \infty$ . Это так называемый режим полного собирания заряда, означающий, что весь свободный заряд, созданный частицей, полностью собирается на эквивалентной емкости. В практических случаях величина  $R$  всегда конечна. В результате зарядка емкости сопровождается ее разрядкой через резистор  $R$ . При этом, естественно, полный заряд на емкости  $C$  не собирается. Это явление часто называют баллистическим эффектом.

Если бы треки всех частиц данной энергии в детекторе были идентичными, то этот эффект не играл бы большой роли, так как формы импульсов также были бы идентичными и амплитудное значение достиглось бы спустя одно и то же время с момента влета частицы в рабочий объем детектора. Некоторым осложнением в этом случае является отсутствие линейной зависимости между энергией частицы и амплитудой импульса вследствие различия длин треков частиц различных энергий и связанного с этим различия времен собирания заряда.

Однако на практике треки частиц одинаковой энергии ориентированы в объеме детектора случайным образом. Поэтому время собирания заряда и, соответственно, доля уменьшения амплитуды, обусловленного баллистическим эффектом, также являются случайными. Следовательно, возникает дополнительный случайный разброс амплитуд импульсов от частиц одинаковой энергии, т.е. разрешение ухудшается.

Точный расчет ухудшения разрешения вследствие баллистического эффекта достаточно труден\*, и острой необходимости в нем нет. Практически более важно оценить значение сопротивления, при котором роль баллистического эффекта можно пренебречь.

Считая величину  $RC$  большой, разложим выражение для амплитуды импульса в ряд по малому параметру  $1/RC$  с точностью до линейных членов:

$$\begin{aligned}
 V_{\max} &= \frac{1}{C} \int_0^T e^{s/RC} J(s) ds e^{-T/RC} \approx \frac{1}{C} \left( 1 - \frac{T}{RC} \right) \int_0^T \left( 1 + \right. \\
 &+ \left. \frac{s}{RC} \right) J(s) ds = \frac{1}{C} \int_0^T J(s) ds - \frac{C}{(RC)^2} \int_0^T (T-s) J(s) ds = \\
 &= V_{\max}^{\infty} - \frac{TC}{(RC)^2} \int_0^T \left( 1 - \frac{s}{T} \right) J(s) ds. \quad (3.34)
 \end{aligned}$$

В этом выражении  $T$  — время собирания,  $V_{\max}^{\infty}$  — значение амплитуды импульса при  $R = \infty$ . Второе слагаемое представляет собой изменение этой амплитуды, связанное с конечностью  $R$ . Очевидно,

$$\frac{1}{C} \int_0^T \left( 1 - \frac{s}{T} \right) J(s) ds \leq \frac{1}{C} \int_0^T J(s) ds = V_{\max}^{\infty}.$$

Отсюда следует, что изменение амплитуды при конечных (но больших)  $R$  удовлетворяет условию

$$|(V_{\max} - V_{\max}^{\infty})/V_{\max}^{\infty}| \leq T/RC. \quad (3.35)$$

Задавая изменение амплитуды так, чтобы оно было меньше некоторого значения, например определяемого фактором Фано, и величину  $T$ , можно определить  $RC$  и далее  $R$ . При выбранном таким способом  $R$  баллистический эффект не будет оказывать заметного влияния.

---

\*Схема этого расчета такова. Сначала вычисляют форму импульса тока  $J(t, x)$  для пары носителей заряда, образованной в точке  $x$ . Далее определяют  $J(t) = \int J(t, x) n(x) dx$ , где  $n(x)$  — плотность проекций зарядов в треке частицы на ось  $x$ . Затем определяют  $V(t)$  и отыскивают максимум  $V(t) - V_{\max}$ . Далее по плотности вероятности ориентаций треков вычисляют плотность вероятности величины  $V_{\max}$ . По вычисленной плотности вероятности  $V_{\max}$  можно найти среднее значение  $V_{\max}$  (его зависимость от энергии), а также дисперсию, характеризующую разброс амплитуд. Часть расчетов нужно делать численно.

### 3.4. Влияние неполного собирания заряда на энергетическое разрешение ионизационных детекторов

Как было ранее показано, величина заряда, индуцированного на электродах детектора, определяется выражением

$$q = \frac{q_0}{U} \int_{x_1}^{x_2} E(x) dx, \quad (3.36)$$

где  $U$  — разность потенциалов, приложенная к электродам детектора;  $x_1$  — координата точки образования заряда  $q_0$ ;  $x_2$  — координата точки поглощения (остановки) заряда  $q_0$ . Таким образом, флуктуации амплитуды импульса на выходе детектора зависят от флуктуаций собранного заряда, которые, в свою очередь, зависят от разности потенциалов, пройденной зарядом в объеме детектора между точками  $x_1$  и  $x_2$ . Существование флуктуаций в данном случае целиком обусловлено тем, что длина пути  $x_2 - x_1$ , пройденного носителем заряда под действием электрического поля, и, следовательно, соответствующая этому пути разность потенциалов являются случайными величинами. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Захват носителей заряда, приводящий к тому, что они выбывают из процесса собирания, осуществляется атомами примесей или несовершенствами кристаллической решетки (в случае твердотельных детекторов). Сначала рассмотрим случай, когда концентрация ловушек постоянна по объему детектора. Это означает, что фактическое количество ловушек в любом элементе объема — случайная величина, подчиняющаяся пространственному распределению Пуассона. Обозначим эту концентрацию  $\mu$ . Процесс взаимодействия носителей заряда с ловушкой, приводящей к захвату носителя, является процессом с отсутствием последствия.

Пусть носитель образовался в точке  $x_0 = 0$ . Обозначим  $P(x)$  вероятность того, что он не будет захвачен на отрезке  $(0, x)$ . Вычислим вероятность  $P(x + \Delta x)$  не быть захваченным на отрезке  $(0, x + \Delta x)$ . Из-за отсутствия последствия она равна произведению  $P(x)$  на вероятность отсутствия захвата на отрезке  $\Delta x = (x + \Delta x) - x$ . Последняя вероятность с точностью до членов  $o(\Delta x)$  равна  $1 - \mu\sigma\Delta x$ , где  $\mu\sigma\Delta x$  — вероятность захвата на отрезке  $\Delta x$ ;  $\sigma$  — сечение захвата. (Вообще говоря, сечение захвата зависит от координаты  $x$  через скорость дрейфа и электрическое поле. Однако мы этой зависимостью для простоты изложения пренебрегаем.)

Таким образом, для вероятности  $P(x + \Delta x)$  получаем выражение

$$P(x + \Delta x) = (1 - \mu\sigma\Delta x)P(x)$$

или после простых преобразований и перехода к пределу  $\Delta x \rightarrow 0$  по-

лучаем дифференциальное уравнение вида

$$\frac{dP(x)}{dx} = -\mu\sigma P(x) \quad (3.37)$$

с очевидным начальным условием  $P(0) = 1$ .

Решение (3.37) имеет вид

$$P(x) = \exp(-\mu\sigma x). \quad (3.38)$$

Для вероятности захвата носителя на отрезке  $\Delta x$  можно написать выражение

$$P_{\text{захв}}(x, x + \Delta x) = \mu\sigma \Delta x P(x) = \mu\sigma \exp(-\mu\sigma x) \Delta x$$

и далее получить плотность вероятности случайной величины — длины пути носителя заряда в виде

$$p(x) = \mu\sigma \exp(-\mu\sigma x). \quad (2.39)$$

Вероятность захвата носителя в объеме детектора  $\alpha$  получается интегрированием последнего выражения от нуля до расстояния  $d$  (т.е. от места возникновения до собирающего электрода), отсчитываемого вдоль силовой линии поля:

$$\alpha = \mu\sigma \int_0^d e^{-\mu\sigma x} dx = 1 - e^{-\mu\sigma d}. \quad (3.40)$$

Величину  $1 - \alpha = \exp(-\mu\sigma d)$  называют эффективностью собирания.

Формула (3.39) имеет смысл для  $x < d$ . Длина пути носителей заряда, достигших электрода и на нем остановившихся, равна  $d$ . Окончательное распределение носителей заряда по длинам пути в объеме детектора можно представить в виде

$$p(x) = \alpha\mu\sigma \exp(-\mu\sigma x) + (1 - \alpha)\delta(x - d), \quad (3.41)$$

где  $\delta(\cdot)$  —  $\delta$ -функция Дирака.

С помощью этого выражения можно вычислить распределение вероятностей для заряда  $q$ , индуцированного зарядом  $q_0$  на электродах, если носитель заряда  $q_0$  прошел случайный путь  $x$ . Величина  $q$  в соответствии с (3.36) является функцией  $x$  (положим  $x_1 = 0, x_2 = x$ ), поэтому для плотностей вероятностей случайных величин  $x$  и  $q$  можно записать равенство

$$p_q(q) dq = p(x) dx.$$

Отсюда можно получить явный вид плотности вероятности  $p_q(q)$  сле-

дующим образом:

$$p_q(q) = p(x) \left( \frac{dq}{dx} \right)^{-1} = \frac{p(x) U}{q_0 E(x)} \Bigg|_{x=x(q)} \quad (3.42)$$

В последнее выражение следует подставить значение  $x$ , являющееся корнем уравнения  $q = \frac{q_0}{U} \int_0^x E(s) ds$  [ср. с (3.12)].

Зная закон распределения случайной величины  $q$  — индуцированно-го заряда, можно найти математическое ожидание (среднее значение) и дисперсию.

Более детальное рассмотрение требует задания какой-либо определенной геометрии детектора. В качестве примера возьмем наиболее простую, но часто встречающуюся на практике геометрию — плоскую (например, плоскопараллельную ионизационную камеру). В этом случае напряженность поля есть  $E = U/d$ , а заряд равен

$$q = q_0 x/d. \quad (3.43)$$

Легко видеть, что распределение  $p_q(q)$  отличается от  $p(x)$  лишь масштабным множителем и имеет вид

$$p_q(q) = \frac{\alpha \mu \sigma d}{q_0} e^{-\mu \sigma d q/q_0} + (1 - \alpha) \delta(q - q_0). \quad (3.44)$$

На основе этого выражения можно вычислить математическое ожидание  $\bar{q} = \int q p_q(q) dq$  и дисперсию собранного заряда  $Dq = \int (q - \bar{q})^2 p(q) dq$ . Подробные вычисления достаточно громоздки, поэтому ограничимся практически важным случаем  $\mu \sigma d \ll 1$ , для которого среднее и дисперсия имеют вид

$$\bar{q} = q_0 (1 - \mu \sigma d); \quad (3.45)$$

$$Dq = q^2 \mu \sigma d. \quad (3.46)$$

Если в плоскости  $x = 0$  образовались не один, а  $N$  носителей заряда, то при условии однородности рабочего вещества детектора (например, газа камеры) акты захвата каждого из них в ловушки можно считать независимыми событиями. Тогда средний заряд, накопленный на электроде, и его дисперсия вычисляются по формулам

$$\bar{Q} = \sum_{j=1}^N \bar{q}_j = N \bar{q} = N q_0 (1 - \mu \sigma d); \quad (3.47)$$

$$DQ = \sum_{j=1}^N Dq_j = N q_0^2 \mu \sigma d. \quad (3.48)$$

Квадрат относительного среднеквадратического отклонения в этом случае

$$\delta^2(Q) = \frac{DQ}{\bar{Q}^2} = \frac{\mu\sigma d}{(1 - \mu\sigma d)^2} \frac{1}{N} \approx \frac{\mu\sigma d}{N}. \quad (3.49)$$

Сравним это выражение с квадратом относительного среднеквадратического отклонения, обусловленного флуктуациями числа пар ионов, которое с учетом (3.19) имеет вид

$$\overline{\Delta N^2 / N^2} = F / \bar{N}. \quad (3.50)$$

Очевидно, что если  $F > \mu\sigma d$ , то флуктуации процесса собирания существенного влияния не имеют, а дальнейшее улучшение свойств рабочего вещества детектора (уменьшение значения  $\mu$ ) не имеет смысла. Можно считать, что разумное значение  $\mu$  должно быть порядка  $0,1F / \sigma d$  (оно согласуется с условием  $\mu\sigma d \ll 1$ , ибо  $F \sim 0,1$ ).

Этот вывод относится к случаю, когда распределение примесей по объему детектора равномерно. Кроме того, все формулы получены в предположении, что ионизация производится на поверхности  $x = 0$ . В реальном случае следовало бы учесть, что ионизация происходит в произвольном месте объема детектора и в собирании заряда участвуют носители обоих знаков. Это можно сделать следующим образом: сначала нужно вычислить условные распределения наведенных зарядов обоих знаков для каждой точки ионизации (приняв ее за начало отсчета), а затем результат усреднить по всем всевозможным точкам ионизации. Однако учет указанных обстоятельств не меняет сделанного выше вывода.

Ситуация радикально меняется, если распределение концентрации ловушек неравномерно по объему детектора. В таком случае существенный вклад в дисперсию собранного заряда вносят флуктуации концентрации ловушек. Для вычисления их роли рассмотрим простейший случай детектора с плоскими электродами (например, плоский ППД), когда трек частицы параллелен им и расположен вблизи одного из них, так что сигнал фактически формируется носителями одного знака. Более сложные случаи, отличаясь лишь объемом и громоздкостью вычислений, не меняют качественной картины.

Будем считать, что концентрация ловушек в каждой точке детектора является случайной величиной  $\mu(\mathbf{r})$ , которая представляет собой однородное случайное поле, т.е. средняя концентрация ловушек постоянна:  $\langle \mu \rangle = \text{const} = \mu_0$ , а корреляционная функция зависит только от модуля разности координат

$$B^\mu(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle (\mu(\mathbf{r}_1) - \mu_0)(\mu(\mathbf{r}_2) - \mu_0) \rangle = B^\mu(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|). \quad (3.51)$$

В каждой точке объема какого-либо детектора концентрация ловушек имеет конкретное значение. Случайность же возникает в координатах, связанных с треками частиц, образующихся в случайных местах. Обозначение  $\langle \rangle$  означает усреднение по ансамблю треков. Выберем координаты следующим образом:  $x$  направим вдоль электрического поля;  $y$  — вдоль трека частицы. Тогда зависимость корреляционной функции от этих двух координат имеет вид:  $B^\mu(\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2})$ .

Рассмотрим сначала неслучайную функцию  $\mu(x)$  (реализацию) при фиксированном  $y$  и найдем распределение индуцированного на электродах заряда  $q = q_0 x/d$  (3.43). Если в (3.37) предположить зависимость  $\mu$  от  $x$ , то по аналогии с однородным случаем легко получим распределение для случайной величины  $x$  (длины пути) в виде

$$p(x) = \alpha \mu(x) \sigma \exp\left[-\int_0^x \mu(z) dz\right] + (1 - \alpha) \delta(x - d), \quad (3.52)$$

где эффективность собирания носителей  $1 - \alpha = \exp\left[-\sigma \int_0^d \mu(z) dz\right]$ .

Зная распределение (3.52), можно подобно выводу (3.42) получить распределение для случайной величины  $q$  — индуцированного на электроде заряда. В приближении  $\langle \mu \rangle \sigma d \ll 1$  нетрудно получить выражения, аналогичные (3.45) и (3.46):

$$\bar{q}(s) = q_0 \left(1 - \sigma \int_0^d \mu(z) dz\right); \quad (3.53)$$

$$Dq(s) = q_0^2 \sigma \int_0^d \mu(z) dz. \quad (3.54)$$

Эти выражения являются условными [при заданном  $\mu(x)$ ] средним и дисперсией собранного заряда. Здесь аргумент  $s$  обозначает фиксированную реализацию поля, которая представляет собой неслучайную функцию  $\mu(x)$ .

Усложняя рассмотрение, будем теперь считать функцию  $\mu(x)$  случайной с тем, чтобы найти полное среднее и дисперсию собираемого заряда. Для вычисления среднего нужно усреднить (3.53) по всем реализациям:

$$\bar{q} = \langle \bar{q}(s) \rangle = q_0 \left(1 - \sigma \int_0^d \langle \mu(z) \rangle dz\right). \quad (3.55)$$

Поскольку  $\langle \mu(z) \rangle = \mu_0$ , то среднее значение будет равно

$$\bar{q} = q_0 (1 - \sigma \mu_0 d). \quad (3.56)$$



Для вычисления дисперсии предварительно надо найти средний квадрат  $q^2$ . Действуя аналогично, получаем

$$\overline{q^2} = \langle q^2(s) \rangle = \langle D[q(s)] \rangle + \langle \bar{q}^2(s) \rangle. \quad (3.57)$$

Далее, пользуясь определением дисперсии, получаем

$$Dq = \overline{q^2} - \bar{q}^2 = \langle D[q(s)] \rangle + \langle \bar{q}^2(s) \rangle - \langle \bar{q}(s) \rangle^2, \quad (3.58)$$

или, вводя новое обозначение, перепишем это соотношение в виде

$$Dq = \langle D[q(s)] \rangle + \langle (\Delta \bar{q})^2(s) \rangle, \quad (3.59)$$

где символом  $\langle (\Delta \cdot)^2 \rangle$  обозначена дисперсия (случайной) величины  $\bar{q}(s)$  при усреднении по ансамблю. С учетом (3.53) и (3.54)

$$\langle D[q(s)] \rangle = q_0 \sigma \int_0^d \langle \mu(z) \rangle dz = q_0^2 \sigma \langle \mu \rangle d; \quad (3.60)$$

$$\langle (\Delta \bar{q})^2(s) \rangle = q_0^2 \sigma^2 \langle [\Delta \int_0^d \mu(z) dz]^2 \rangle. \quad (3.61)$$

Величину  $\langle \Delta [\int_0^d \mu(z) dz]^2 \rangle$  можно вычислить по известной функции

$$B^\mu(\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2})^*:$$

$$\begin{aligned} \langle \Delta [\int_0^d \mu(z) dz]^2 \rangle &= \int_0^d \int_0^d B^\mu(\sqrt{(x_1 - x_2)^2}) dx_1 dx_2 = \\ &= 4 \int_0^d |d - z| B(z) dz. \end{aligned} \quad (3.62)$$

Заметим, что в данном случае  $y_1 = y_2$ . Окончательное выражение для дисперсии имеет вид

$$Dq = q_0^2 \sigma \mu_0 d + 4q_0^2 \sigma^2 \int_0^d |d - x| B^\mu(x) dx. \quad (3.63)$$

\*Это выражение следует из известного в теории случайных процессов выражения для дисперсии интеграла случайного процесса. Если  $I = \int_a^a \xi(t) dt$ , то  $DI = \int_a^a \int_a^a B_\xi(t_1, t_2) dt_1 dt_2$ . Второе равенство возникает после замены переменных  $z = x_1 - x_2, w = x_1 + x_2$ .

В дальнейшем нам понадобится корреляционная функция  $B_{ij}^q$  зарядов  $q_i$  и  $q_j$ , инициированных зарядами с координатами  $y_i$  и  $y_j$  ( $i \neq j$ ) и начальной координатой  $x = 0$ . Для определения  $B_{ij}^q$  вычислим  $q_i q_j$ . Заметим, что если  $\mu(x, y)$  неслучайна, то заряды  $q_i$  и  $q_j$  формируются независимо друг от друга, и поэтому имеет место выражение

$$q_i(s) q_j(s) = q_0^2 \left[ 1 - \sigma \int_0^d \mu(z, y_i) dz \right] \left[ 1 - \sigma \int_0^d \mu(z, y_j) dz \right],$$

откуда можно получить

$$\begin{aligned} \langle q_i(s) q_j(s) \rangle &= q_0 \left[ 1 - \sigma \int_0^d \langle \mu(z, y_i) \rangle dz - \sigma \int_0^d \langle \mu(z, y_j) \rangle dz + \right. \\ &+ \left. \int_0^d \int_0^d \langle \mu(z, y_i) \mu(z', y_j) \rangle dz dz' \right]. \end{aligned} \quad (3.64)$$

Вычитая из (3.64) выражение  $\langle q_i(s) \rangle \langle q_j(s) \rangle = q_0 (1 - \mu_0 \sigma d)^2$ , после необходимых преобразований получаем

$$\begin{aligned} B_{ij}^q &= q_0^2 \sigma^2 \int_0^d \int_0^d B^\mu \left( \sqrt{(z - z')^2 + (y_i - y_j)^2} \right) dz dz' = \\ &= 4q_0^2 \sigma^2 \int_0^d |d - z| B^\mu \left( \sqrt{z^2 + (y_i - y_j)^2} \right) dz. \end{aligned} \quad (3.65)$$

При  $i = j$   $B_{ii}^q$  задается соотношением (3.63). Поэтому в общем случае (для любых  $i$  и  $j$ ) можно для искомой корреляционной функции записать выражение

$$B_{ij}^q = q_0^2 \left[ \sigma \mu_0 d \delta_{ij} + 4\sigma^2 \int_0^d |d - z| B^\mu \left( \sqrt{z^2 + (y_i - y_j)^2} \right) dz \right], \quad (3.66)$$

где  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера.

Пусть имеется трек частицы длиной  $R$ , содержащей  $N$  носителей заряда. Для простоты будем считать распределение зарядов вдоль трека равномерным. Каждый из этих зарядов индуцирует случайный заряд  $q_i$  на электродах. Полный индуцированный заряд  $Q = \sum_i q_i$ . Среднее значение этой случайной величины

$$\overline{Q} = \sum_{i=1}^N \overline{q_i} = Nq_0 (1 - \sigma \mu_0 d), \quad (3.67)$$

Для нахождения дисперсии величины  $Q$  воспользуемся выражением

$$DQ = \sum_{i,j=1}^N B_{ij}^q = Nq_0 \sigma \mu_0 d + 4q_0 \sigma^2 \int_0^d |d-z| \left( \sum_{i,j=1}^N B_{ij}^q \right) dz. \quad (3.68)$$

Будем считать, что число носителей заряда  $N \gg 1$ . Тогда в соответствии с известным из теории вероятностей законом больших чисел

$$\begin{aligned} \sum_{i,j=1}^N B_{ij}^q &= \frac{N^2}{R^2} \int_0^R \int_0^R B^\mu (\sqrt{z^2 + (y_i - y_j)^2}) dy_i dy_j = \\ &= \frac{4N^2}{R^2} \int_0^R |R-y| B^\mu (\sqrt{z^2 + y^2}) dy. \end{aligned} \quad (3.69)$$

В итоге получаем следующее выражение для дисперсии полного индуцированного заряда:

$$DQ = q_0^2 N \sigma \mu_0 d + \frac{16N^2 q_0^2 \sigma^2}{R^2} \int_0^d \int_0^R |d-z| |R-y| B^\mu (\sqrt{z^2 + y^2}) dy dz. \quad (3.70)$$

Запишем квадрат относительного среднеквадратического отклонения

$$\frac{DQ}{Q^2} = \frac{\mu_0 \sigma d}{N} + \frac{16\sigma^2}{R^2} \int_0^d \int_0^R |d-z| |R-y| B^\mu (\sqrt{z^2 + y^2}) dy dz. \quad (3.71)$$

Интеграл в последнем выражении можно оценить следующим образом. Пусть  $L$  — характерный размер неоднородности концентрации. Он приближенно равен размерам области, в которой функция  $B^\mu (\sqrt{z^2 + y^2})$  отлична от нуля. Если выполняются неравенства  $L \ll R$ ,  $L \ll d$ , то этот интеграл можно преобразовать к виду

$$\int_0^d \int_0^R |d-z| |R-y| B^\mu (\sqrt{z^2 + y^2}) dy dz \approx RdL^2 B(0), \quad (3.72)$$

где  $B(0)$  представляет собой дисперсию неоднородностей. Теперь (3.71) перепишем в виде

$$DQ/\bar{Q}^2 \approx \mu_0 \sigma d/N + 16\sigma^2 L^2 B(0) d/R. \quad (3.73)$$

Желательно, чтобы вклад второго слагаемого был мал. Отсюда возникает условие на допустимую неоднородность и дисперсию концентрации ловушек

$$L^2 B(0) \ll \mu_0 R/(16N\sigma) \quad (3.74)$$

или в более наглядном виде

$$\left(\frac{L}{R}\right)^2 \frac{B(0)}{\mu_0^2} \ll \frac{1}{16} \frac{1}{\mu_0 \sigma R N}. \quad (3.75)$$

### 3.5. Флюктуации коэффициента газового усиления в пропорциональных счетчиках

В ионизационных спектрометрах на основе пропорциональных счетчиков флюктуации выходного сигнала обусловлены не только флюктуациями числа пар ионов, а существенным образом флюктуациями коэффициента газового усиления. Электроны, двигаясь в среде под действием электрического поля, приобретают энергию, достаточную для ионизации, в результате которой образуются новые электроны, что приводит к лавинообразному процессу роста числа электронов по пути к собирающему электроду (так называемое газовое усиление). Этот процесс является случайным, и его флюктуации дают важный вклад в амплитудное разрешение пропорциональных счетчиков.

Далее будем пренебрегать временем приобретения электроном необходимой для ионизации энергии, полагая его малым по сравнению со средним временем жизни до ионизации. Это справедливо при небольших значениях напряженности электрического поля, удовлетворяющих условию

$$E \ll \alpha I, \quad (3.76)$$

где  $\alpha$  — коэффициент ударной ионизации (см. ниже);  $I$  — потенциал ионизации газа — наполнителя счетчика. В соответствии с этим считаем, что электрон в любой момент может производить ионизацию\*.

Как обычно, направим ось  $x$  вдоль электрического поля и рассмотрим процесс развития лавины. Сначала предположим, что при  $x = 0$  существовал один электрон. Поскольку процесс ионизации является случайным, то количество электронов в лавине на расстоянии  $x$  будет случайной величиной. Обозначим  $P_k(x)$  вероятность того, что на расстоянии  $x$  будет существовать  $k$  электронов в лавине. Наша ближайшая цель — нахождение функции  $P_k(x)$ .

Наиболее целесообразно для решения этой задачи использовать аппарат производящих функций. По определению, производящая функция

---

\*Это условие, на первый взгляд, может показаться странным, так как при малых значениях напряженности поля требуется значительное время, чтобы набрать энергию, достаточную для ионизации. Однако в таком случае сечения ионизации столь малы, что время жизни до ионизации оказывается очень значительным.

$f(x, s)$  числа электронов в лавине равна

$$f(x, s) = \sum_{k=1}^{\infty} P_k(x) s^k. \quad (3.77)$$

В частности, при  $x = 0$  производящая функция принимает вид

$$f(0, s) = s. \quad (3.78)$$

Рассмотрим отрезок  $(0, x)$  и смежное к нему приращение  $\Delta x$ . Электрон, входящий в слой  $\Delta x$  с вероятностью  $p(1, \Delta x)$ , пропорциональной  $\Delta x$ , производит ионизацию, т. е. образует новый электрон с вероятностью

$$p(1, \Delta x) = \alpha \Delta x + o(\Delta x). \quad (3.79)$$

Величина  $\alpha$  называется коэффициентом ударной ионизации. Этот коэффициент зависит от значения электрического поля и, следовательно, в геометриях, отличных от плоской, также и от координаты  $x$ . Вероятность образования большего числа электронов в слое  $\Delta x$  является величиной более высокого порядка малости

$$p(k, \Delta x) = o(\Delta x), k > 1. \quad (3.80)$$

Отсюда следует, что вероятность отсутствия ионизации равна  $1 - \alpha \Delta x + o(\Delta x)$ . Таким образом, относительно распределения числа вышедших из слоя  $\Delta x$  электронов на один входящий можно сказать следующее: один электрон выходит из слоя  $\Delta x$  с вероятностью  $1 - \alpha \Delta x + o(\Delta x)$ ; два электрона (исходный и вновь образованный) — с вероятностью  $\alpha \Delta x + o(\Delta x)$ . Соответствующая производящая функция имеет вид

$$\psi(\Delta x, s) = (1 - \alpha \Delta x) s + \alpha \Delta x s^2 + o(\Delta x) = s + \alpha s(s - 1) \Delta x + o(\Delta x). \quad (3.81)$$

Размножение электронов можно рассматривать как двухкаскадный процесс. При этом под первым каскадом следует подразумевать электроны, вошедшие в слой  $\Delta x$  [их производящая функция есть  $f(x, s)$ ], под вторым — электроны, образованные в слое  $\Delta x$ , включая вошедшие [их производящую функцию, отнесенную к одному вошедшему электрону, дает выражение (3.81)]. Это означает, что можно использовать формулу для производящей функции каскадного процесса. С помощью этой формулы запишем производящую функцию числа электронов на расстоянии  $(x + \Delta x)$  (т. е. покидающих слой  $\Delta x$ ) в виде

$$f(x + \Delta x, s) = f(x, s + \alpha s(s - 1) \Delta x) + o(\Delta x). \quad (3.82)$$

Разлагая в ряд обе части равенства (3.82) с точностью до линейных членов и устремляя  $\Delta x \rightarrow 0$ , получаем дифференциальное уравнение для отыскания искомой функции  $f(x, s)$ :

$$\partial f / \partial x = \alpha (s - 1) s \partial f / \partial s \quad (3.83)$$

К уравнению (3.82) следует добавить начальное условие (3.78). Легко видеть, что функция  $\alpha x + \ln [(s-1)/s]$  является его решением. Это означает, что нужное решение данного уравнения следует искать в виде некоторой функции от этого выражения или, что то же самое, от выражения  $\frac{s-1}{s} \exp(\alpha x)^*$ :

$$f(x, s) = G \left[ \frac{s-1}{s} \exp(\alpha x) \right], \quad (3.84)$$

где  $G(t)$  — неизвестная функция. Конкретный ее вид можно выяснить с помощью начального условия (3.78):

$$f(0, s) = G[(s-1)/s] = s.$$

Откуда, используя замену  $t = (s-1)/s$ , имеем

$$G(t) = 1/(1-t).$$

Возвращаясь к (3.84), получаем окончательное выражение для производящей функции случайной величины  $k$  (числа электронов в лавине на расстоянии  $x$ ) в виде

$$f(x, s) = \frac{1}{1 - \frac{s-1}{s} \exp(\alpha x)}. \quad (3.85)$$

Теперь легко найти среднее число электронов  $\bar{k}$  в лавине и его дисперсию  $D\bar{k}$ :

$$\bar{k} = \exp(\alpha x); \quad (3.86)$$

$$D\bar{k} = \exp(\alpha x) [\exp(\alpha x) - 1] = \bar{k} (\bar{k} - 1). \quad (3.87)$$

Наконец, разлагая в ряд по степеням  $s$  функцию  $f(x, s)$ , имеем распределение вероятностей числа электронов на расстоянии  $x$ :

$$p_k(x) = \exp(-\alpha x) [1 - \exp(-\alpha x)]^k = (1/\bar{k}) [1 - 1/\bar{k}]^k. \quad (3.88)$$

При  $k \gg 1$  и  $\bar{k} \gg 1$  данное распределение преобразуется к виду

$$p_k(x) \approx (1/\bar{k}) \exp(-k/\bar{k}). \quad (3.89)$$

Заметим, что сказанное относится к случаю, когда при  $x=0$  имелся один единственный электрон. Если же при  $x=0$  имелось  $N$  электронов, то считают, что каждый из них производит лавину независимым

\* Если  $\alpha$  является функцией  $x$ , то всюду вместо  $\alpha x$  следует писать  $\int_0^x \alpha(z) dz$ .

образом. Для суммарного числа электронов  $K$  в лавине (на основании свойств производящей функции для композиции независимых случайных величин) легко получить числовые характеристики случайной величины

$$K = N\bar{k}; \quad DK = N Dk = \bar{k}(\bar{k}-1).$$

Квадрат относительного среднеквадратического отклонения случайной величины  $k$  равен

$$\delta^2(K) = \frac{DK}{\bar{k}^2} = \frac{1}{N} \left(1 - \frac{1}{\bar{k}}\right). \quad (3.90)$$

Поскольку в реальных счетчиках  $\bar{k} \gg 1$ , то  $\delta^2(K) \approx 1/N$ . Это означает, что в пропорциональных счетчиках (в случае малых полей) процесс газового усиления приводит к ухудшению амплитудного (энергетического) разрешения по сравнению с предельным случаем, определяемым фактором Фано.

При сильных полях ( $E \geq \alpha I$ ) ситуация лучше:  $\delta^2 = B/N$ , где  $B < 1$  и достигает значений 0,6–0,7.

## Глава 4. СПЕКТРОМЕТРЫ СО СЦИНТИЛЛЯТОРНЫМИ ДЕТЕКТОРАМИ

### 4.1. Принцип действия и основные характеристики спектрометров

Основным элементом, составляющим сцинтилляционный спектрометр, является сцинтилляционный детектор, состоящий, в свою очередь, из сцинтиллятора (рабочего вещества детектора) и фотоэлектронного умножителя (ФЭУ), преобразующего световой сигнал детектора в электрический.

Процесс регистрации отдельной частицы сцинтилляционным детектором содержит следующие этапы:

- 1) энергия частицы (или часть ее) поглощается сцинтиллятором, приводя к появлению ионизованных и возбужденных молекул;
- 2) возбужденные молекулы, возвращаясь в исходное состояние, высвечивают фотоны (как правило, в видимом или ультрафиолетовом диапазоне);
- 3) свет из сцинтиллятора, распространяясь по объему сцинтиллятора и отражаясь от его стенок, попадает на фотокатод ФЭУ;
- 4) на фотокатоде происходит преобразование энергии световой вспышки, при котором из фотокатода вырываются электроны;

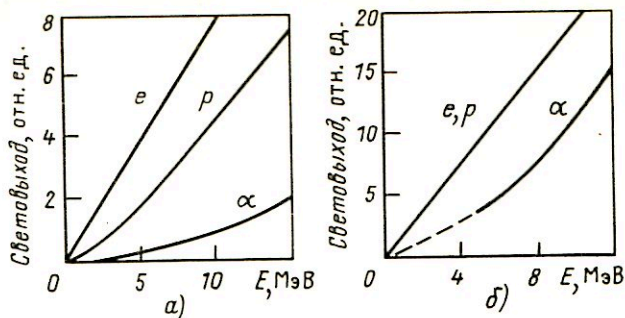


Рис. 4.1. Зависимость световыхода от поглощенной энергии частиц (электронов –  $e$ , протонов –  $p$  и  $\alpha$ -частиц) в органическом (а) и неорганическом (б) сцинтилляторах

- 5) в диодной системе ФЭУ осуществляется умножение электронов;  
 6) на заключительном этапе формируется импульс тока на аноде ФЭУ.

На каждом из перечисленных этапов процесса регистрации действуют различные причины, которые влияют на характеристики выходного сигнала сцинтилляционного детектора.

При регистрации сцинтилляционным детектором нас должна интересовать та энергия, которую несет на себе световой сигнал сцинтиллятора. Отношение энергии световой вспышки к энергии, потерянной регистрируемой частицей в сцинтилляторе, принято называть конверсионной эффективностью. Для идеального сцинтиллятора конверсионная эффективность не должна зависеть от энергии регистрируемых частиц, а также от их вида. В этом случае интенсивность световой вспышки строго пропорциональна энергии, потерянной частицей в веществе сцинтиллятора. Следовательно, на его основе может быть создан детектор, обладающий свойством "идеальной" пропорциональности.

В реальных сцинтилляторах свойство пропорциональности соблюдается лишь в ограниченном энергетическом диапазоне и зависит от вида частиц. На рис. 4.1 в качестве примера приведены зависимости световыхода от энергии различных частиц для органических (антрацен) и неорганических [NaI (Tl)] сцинтилляторов.

Оптический спектр излучения сцинтиллятора, как подтвердили многочисленные исследования, есть свойство самого сцинтиллятора и слабо зависит от природы регистрируемых частиц. Поэтому световую вспышку сцинтиллятора можно характеризовать некоторым числом фотонов  $N$ , имеющим среднюю энергию  $E_{\text{фот}}$ . Тогда, обозначив  $\kappa$  конверсионную эффективность, выразим через нее число фотонов  $N = (E/E_{\text{фот}}) \kappa$  ( $E$  – энергия, потерянная частицей в сцинтилляторе). Число фотонов  $N$  будет пропорционально потерянной энергии при условии, что  $\kappa$  не зависит от энергии. Процесс высвечивания сцинтиллятора после возбуждения характеризуется временем высвечивания  $\tau$ , по истечении которого интен-



сивность световой вспышки упала в  $e$  раз. Световая вспышка достигает своего максимума по интенсивности не мгновенно, а нарастая некоторое время, определяемое временем переноса энергии к центрам свечения. Однако это время значительно меньше времени высвечивания. Поэтому можно записать, что число световых квантов  $N_t$ , испущенных за время  $t$  после начала свечения, равно  $N_t = N_0 \exp(-t/\tau)$ , где  $N_0$  — число световых квантов в максимуме интенсивности вспышки.

При распространении света по сцинтиллятору часть света поглощается самим сцинтиллятором. Это поглощение характеризуется прозрачностью сцинтиллятора по отношению к спектру испускания. Кроме того, прежде чем свет достигнет фотокатода ФЭУ, он должен преодолеть пространство между сцинтиллятором и фотокатодом, представляющее собой стеклянное окно упаковочного контейнера сцинтиллятора и стекло колбы ФЭУ, на которую с внутренней стороны напылен фотокатод. В этих материалах также поглощается часть света. Взаимное расположение сцинтиллятор — ФЭУ, качество оптического контакта между ними (иногда наличие световода между сцинтиллятором и ФЭУ) приводит к уменьшению числа световых фотонов, достигающих фотокатода. Кроме поглощения света в перечисленных материалах происходит его потеря в результате неполного отражения на границах этих же материалов. Все эти потери, постоянные для данного сочленения сцинтиллятор — ФЭУ, могут быть охарактеризованы коэффициентом светособирания  $\eta$ , в который входит и прозрачность. Таким образом, число фотонов  $N_{\text{фот}}$ , достигающее фотокатода, равно  $N_{\text{фот}} = \eta N$ . При попадании на фотокатод  $N_{\text{фот}}$  световых квантов образуется  $n = \gamma N_{\text{фот}}$  фотоэлектронов, где  $\gamma$  — средняя эффективность фотокатода. Фотоэлектроны далее попадают в диодную умножающую систему. Если ФЭУ имеет  $k$  диодов и коэффициент электронного умножения каждого из них равен  $q$ , то полный коэффициент умножения ФЭУ  $M$  равен  $M = cq^k$ , где коэффициент  $c$  учитывает эффективность собирания электронов диодной системой. Вылетевшие из фотокатода  $n$  фотоэлектронов после размножения в диодной системе образуют на аноде ФЭУ заряд  $Q = enM$  ( $e$  — заряд электрона). После подстановки выражения для  $n$  и  $M$  получим

$$Q = ecq^k \gamma \eta \frac{E}{E_{\text{фот}}} \kappa, \quad (4.1)$$

т. е. заряд пропорционален поглощенной в сцинтилляторе энергии  $E$ .

Следовательно, для использования сцинтилляционного детектора в качестве спектрометра необходимо, чтобы весь собранный заряд  $Q$  участвовал в создании выходного сигнала, по значению которого определяется поглощенная в сцинтилляторе энергия.

Следует отметить, что приведенное выражение описывает процесс светособирания и размножения электронов лишь в среднем. На самом

деле каждому из этих процессов присущи флюктуации, которые приводят к флюктуации заряда  $Q$ , определяющей энергетическое разрешение сцинтилляционного спектрометра.

Заряд  $Q$  создает в цепи анода импульс тока, форма которого также представляет практический интерес. Электроны с фотокатода при прохождении через ФЭУ будут приводить к появлению лавины электронов на аноде, во-первых, с некоторой задержкой по отношению к моменту образования фотоэлектронов, во-вторых, электроны, составляющие лавину, будут появляться на аноде в течение некоторого времени, так как их пути между динодами ФЭУ различны. Время между эмиссией фотоэлектрона и моментом сбора на аноде половины заряда  $Q$  называется временем пролета электронов в фотоумножителе  $t_0$ . Исследования формы импульса тока на выходе ФЭУ при эмиссии одного электрона с фотокатода показали, что число электронов, поступающих на анод ФЭУ в единицу времени, хорошо подчиняется закону Гаусса со средним значением, равным  $t_0$ , и средним квадратическим отклонением, равным  $t_e$ , называемым размытием времени пролета. Форма импульса тока имеет вид

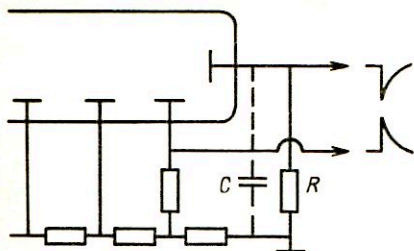
$$i(t) = \frac{eM}{t_e \sqrt{\pi}} e^{-[(t - t_0)^2 / t_e^2]},$$

с условием нормировки  $\int_0^{\infty} i dt = eM$ .

В формировании импульса тока участвуют  $n$  электронов, образованные на фотокатоде, число которых меняется во времени, так как и число световых квантов  $N_{\text{фот}}$ , участвующих в образовании фотоэлектронов, есть функция времени, зависящая от времени высвечивания сцинтиллятора  $\tau$ . Кроме того, время высвечивания сцинтиллятора подвержено статистическим флюктуациям, поэтому процесс эмиссии фотоэлектронов также меняется во времени. Все это вместе приводит к сложному закону зависимости анодного тока  $i$  от временных характеристик сцинтиллятора и ФЭУ. При мгновенном высвечивании сцинтиллятора ( $\tau = 0$ ) форма импульса тока определяется временем размытия пролета  $t_e$ . Увеличение  $\tau$  приводит к тому, что  $t_e$  влияет только на формирование переднего фронта импульса, который практически не зависит от  $\tau$ , а задний фронт определяется в основном временем высвечивания.

Надо помнить, что время нарастания импульса тока определяется также временем нарастания самого светового импульса сцинтиллятора, отсчитываемого как время между прохождением частицы и временем максимального свечения сцинтиллятора, и некоторым временем запаздывания между моментом поглощения светового фотона фотокатодом и моментом испускания им первого фотоэлектрона. Оба эти

Рис. 4.2. Схема включения ФЭУ



интервала времени подвержены статистическим флюктуациям и влияют на формирование переднего фронта импульса тока. Но учитывая, что они малы, можно считать время нарастания импульса тока зависящим от временных характеристик ФЭУ.

Для измерения сигнала со сцинтилляционного детектора к аноду ФЭУ подсоединяется нагрузка  $R$ . Параллельно резистору  $R$  всегда присутствует паразитная емкость  $C$  (рис. 4.2). Импульс напряжения на сопротивлении  $R$  формируется точно так же, как в случае ионизационного детектора, поэтому форма импульса напряжения  $V(t)$  может быть определена как

$$V(t) = (1/C) e^{-t/RC} \int_0^t i(t') e^{t'/RC} dt', \quad (4.2)$$

где  $i(t)$  — ток на аноде ФЭУ.

Поскольку на анод собираются электроны, то с анода снимается отрицательный сигнал. Положительный импульс можно получить, включив сопротивление нагрузки в цепь любого электрода, с которого уходит больше электронов, чем приходит, т. е. с любого динода. Обычно положительный сигнал снимается с последнего динода (см. рис. 4.2). Когда в последних каскадах ФЭУ протекает большой ток, это эквивалентно включению между соответствующими динодами маленького сопротивления. В результате потенциал на диноде изменяется, что искажает работу ФЭУ. Для стабилизации потенциалов последних динодов параллельно резистору делителя включается конденсатор. Его емкость определяется из условия, чтобы время его разрядки было много больше длительности импульса.

Для спектрометрических измерений необходимо использовать весь заряд  $Q$ , т. е. ток анода должен быть полностью проинтегрирован, для чего постоянная времени  $RC$  должна в 3–5 раз превышать длительность импульса тока. Как правило, время высвечивания сцинтиллятора всегда больше времени пролета электронов через ФЭУ. Поэтому можно считать, что полная длительность импульса тока в основном зависит от времени высвечивания сцинтиллятора, а значит, и постоянная времени  $RC$  должна превышать в 3–5 раз время высвечивания сцинтил-

лятора. При этом полная длительность импульса напряжения окажется в 6–10 раз больше  $\tau$ . Но особо увлекаться большим значением  $RC$  не стоит, так как емкость  $C$  должна успеть разрядиться до прихода следующего импульса тока от следующей частицы. Это означает, что при заданном сцинтиляторе (его значении  $\tau$ ) значение  $RC$  (точнее, сопротивление  $R$ , поскольку емкость  $C$  имеет значение 15–20 пФ) определяет значение максимального потока исследуемых частиц. Так при использовании кристалла NaI (Tl), имеющего время высвечивания  $\tau = 0,25 \cdot 10^{-6}$  с и  $R = 50$  кОм для измерения энергии  $\gamma$ -квантов, регистрируемых с эффективностью порядка 10%, поток  $\gamma$ -квантов не должен превышать  $10^6$  с $^{-1}$ . После интегрирования выражение для  $V(t)$  принимает вид

$$V(t) = \frac{Q}{C} \frac{RC}{\tau - RC} (e^{-t/\tau} - e^{-t/RC}). \quad (4.3)$$

Поскольку спектрометрический режим требует выбора  $RC \gg \tau$ , то импульс напряжения нарастает как  $1 - e^{-t/\tau}$ , спадает как  $e^{-t/RC}$ , а максимальное значение амплитуды импульса  $A$  равно

$$A = V_{\max} = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} e \eta \gamma M \frac{E}{E_{\text{фот}}} \kappa = \frac{e}{C} N \gamma \eta M. \quad (4.4)$$

Главная цель приведенных выше рассуждений сводилась к тому, чтобы убедиться, что выходной сигнал (амплитуда импульса напряжения) пропорционален поглощенной в сцинтиляторе энергии. Однако в результате статистических флуктуаций на всех этапах процесса преобразования энергии частицы  $E$  в импульс напряжения разброс амплитуд этих импульсов имеет существенное значение. Иными словами, амплитудное разрешение сцинтилляционного детектора зависит от ряда причин и процессов, которые разумно разграничить на процессы, происходящие в сцинтиляторе, и процессы, происходящие в фотоумножителе.

Относительные флуктуации выходного сигнала  $A = (e/C) N \gamma \eta M$  определяются в основном флуктуациями числа фотонов  $N$ , образованных в сцинтиляторе, и флуктуациями коэффициента усиления ФЭУ  $M$ .

Аналогично рассмотрению флуктуации числа пар ионов, образованных частицей фиксированной энергии в веществе, можно исследовать вопрос о числе возбужденных состояний и возникающих в результате высвечивания этих состояний фотонов применительно к сцинтилляционным детекторам. Сейчас уже должно быть ясно, что эти флуктуации, в принципе, должны определять предельно достижимое разрешение сцинтилляционного спектрометра по энергии.

Аналогично числу пар ионов дисперсия  $\Delta N^2$  числа фотонов, образованных заряженной частицей в сцинтиляторе, и их среднее значение

$\bar{N}$  связаны между собой соотношением  $\overline{\Delta N^2} = F_{\Phi} \bar{N}$ , где величину  $F_{\Phi}$  можно назвать "фотонным фактором Фано". (Как и раньше, эта формула имеет смысл при  $\bar{N} \gg 1$ ).

Ранее отмечалось, что процесс, приводящий к образованию фотонов в сцинтилляторе, можно представить в виде двух этапов. Первый этап — возникновение возбужденных состояний, которые образуются как непосредственно при потере энергии частицы, так и в результате рекомбинации пар ионов. Дисперсия числа возбужденных состояний  $\overline{\Delta N_{ex}^2}$  связана с их средним значением  $\bar{N}_{ex}$  соотношением  $\overline{\Delta N_{ex}^2} = F_{ex} \bar{N}_{ex}$ . Здесь величина  $F_{ex}$  может быть вычислена по методу, описанному в гл. 3. Следует ожидать, что значение  $F_{ex}$  будет заметно меньше фактора Фано  $F$ , вычисленного по (3.29), так что в данном случае отсутствует конкуренция между процессами возбуждения и ионизации.

Второй этап — это высвечивание возбужденных состояний, приводящих к появлению фотонов. С этим процессом конкурирует процесс тушения, заключающийся в переходе молекул из возбужденного состояния в основное без образования фотона.

Процесс испускания фотона является двухкаскадным, и поэтому для вычисления  $\bar{N}$  и дисперсии  $\overline{\Delta N^2}$  числа фотонов следует использовать соответствующие формулы для каскадных процессов. Пусть  $f$  — вероятность образования фотона при высвечивании возбужденного состояния. Среднее число фотонов на одно возбужденное состояние равно  $f$ , а дисперсия равна  $f(1-f)$ . Тогда на основании формул для каскадных процессов можно получить

$$\left. \begin{aligned} \bar{N} &= f \bar{N}_{ex}; \\ \overline{\Delta N^2} &= \bar{N}_{ex} f(1-f) + f^2 F_{ex} \bar{N}_{ex} = \bar{N} (1-f + f F_{ex}). \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

Отсюда

$$F_{\Phi} = 1 - f(1 - F_{ex}). \quad (4.6)$$

Практически во всех сцинтилляторах величина  $f$  не превышает 0,1, откуда следует, что  $F_{ex} \geq 0,9$ .

Таким образом, можно считать, что в сцинтилляционных детекторах дисперсия числа фотонов, образованных потерей фиксированной энергии частицы, равна их среднему значению  $\overline{\Delta N^2} = \bar{N}$ .

Для сцинтилляционного спектрометра представляет интерес не число фотонов, а число электронов, выбитых из фотокатода ФЭУ этими фотонами. Известно, что конверсионная эффективность фотокатода  $\gamma$  (т. е. вероятность выбивания электрона фотоном) обычно невелика и составляет примерно 0,1. "Электронный фактор Фано"  $F_e$  может

быть вычислен точно так же, как и "фотонный фактор Фано"  $F_F: F_e = 1 - f\gamma(1 - F_{ex})$ .

Значение  $F_e$  получается равным примерно 0,99, т. е. незначительно отличается от единицы. Поэтому можно рассчитывать флюктуации числа электронов, образованных на фотокатоде и равных  $n = \eta\gamma N$ , как  $\overline{\Delta n^2} = \bar{n}$ .

Рассмотрим флюктуации коэффициента усиления ФЭУ. ФЭУ состоит из нескольких (обычно 10–15) последовательных электродов, к которым приложено напряжение, увеличивающееся с ростом номера динода. Электрон, вырванный из какого-либо динода, разгоняется в электрическом поле, его энергия становится достаточной для выбивания нескольких электронов из следующего динода. Так обеспечивается умножение электронов. Число этих выбитых электронов случайно. Мы имеем дело с каскадным процессом. Обозначив  $\varphi_i(s)$  производящую функцию числа вторичных электронов, выбитых из  $i$ -го динода одним электроном с предыдущего динода, можно записать производящую функцию  $\Phi(s)$  числа электронов на выходе  $k$ -го динода, произведенных одним электроном с фотокатода:  $\Phi(s) = \varphi_1(\varphi_2(\varphi_3 \dots \varphi_k(s)))$ .

Среднее число электронов после  $k$ -го динода (т. е. собственно коэффициент умножения ФЭУ) равно

$$\bar{M} = \left. \frac{d\Phi(s)}{ds} \right|_{s=1} = \prod_{i=1}^k \bar{m}_i, \quad (4.7)$$

где  $\bar{m}_i = \left. \frac{d\varphi_i(s)}{ds} \right|_{s=1}$  — среднее число электронов, выбитых из  $i$ -го динода электроном с предыдущего динода. Эта величина обычно называется коэффициентом вторичной эмиссии.

Относительное среднеквадратическое отклонение случайной величины  $M$  будет

$$\delta^2(M) = \delta_1^2 + \frac{\delta_2^2}{m_1} + \frac{\delta_3^2}{m_1 m_2} + \dots + \frac{\delta_k^2}{m_1 m_2 \dots m_{k-1}}. \quad (4.8)$$

Для большинства конструкций ФЭУ  $\bar{m}_1 = \bar{m}_2 = \dots = \bar{m}_k = q$  и  $\delta_1^2 = \delta_2^2 = \dots = \delta_k^2 = \delta_0^2$ . Отсюда

$$M = q^k; \quad \delta^2(M) = \delta_0^2 \frac{q^k - 1}{q^{k-1}(q-1)}. \quad (4.9)$$

На практике всегда  $q^k \gg 1$ , значит, можно записать выражение (4.9) как  $\delta^2(M) = \delta_0^2 q/(q-1)$ , которое и характеризует флюктуации коэффициента усиления ФЭУ.

Заметим, что если коэффициент светосбора подвержен существенным флюктуациям или имеет малое абсолютное значение, то следует учесть и эти флюктуации.

Распределение амплитуд импульсов около своего среднего значения аппроксимируется распределением Гаусса, как было показано многими исследователями. Тогда энергетическое разрешение сцинтилляторного детектора через дисперсию выражается как

$$(\Delta E/E)^2 = [2,36 \delta(A)]^2. \quad (4.10)$$

Энергетическое разрешение сцинтилляционных детекторов даже с лучшими по световыходу кристаллами NaI (Tl) не является хорошим. Например, при энергиях поглощенных электронов ( $\gamma$ -квантов) 100–150 кэВ можно получить приблизительно 15%, при энергиях 2–4 МэВ — около 4–5%. Для других кристаллов энергетическое разрешение будет хуже, поскольку их конверсионная эффективность меньше.

## 4.2. Типы сцинтилляционных гамма-спектрометров

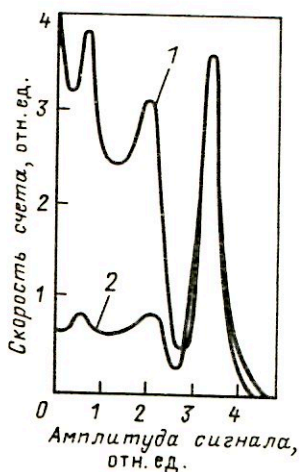
Сцинтилляционные спектрометры получили наибольшее распространение для анализа спектров  $\gamma$ -излучения, а среди сцинтилляторов выбор пал на неорганические кристаллы, в первую очередь на NaI (Tl), в силу их высокой конверсионной эффективности. Основным достоинством таких гамма-спектрометров является большая эффективность (светосила), но энергетическое разрешение довольно низкое: 15–4% в области энергий  $\gamma$ -квантов 100 кэВ — 10 МэВ.

Как отмечалось выше, энергия  $\gamma$ -излучения определяется по энергии электронов (или протонов), образующихся в результате взаимодействия падающего  $\gamma$ -излучения с веществом сцинтиллятора. Сложный характер этого взаимодействия, т. е. образование вторичных электронов разной энергии при моноэнергетическом падающем  $\gamma$ -излучении, приводит к возникновению сложной аппаратурной формы линии спектрометра (см. гл. 1). По этой причине разработан ряд многокристалльных спектрометров, позволяющих получить функцию отклика  $G(E, V)$ , близкую к идеальной, а именно в виде одного пика — колоколообразного по форме распределения сигналов по амплитуде. В таких спектрометрах в светосиле, а иногда и в энергетическом разрешении, приходится проигрывать. Но хорошая аппаратурная форма линии достигается. Поэтому многокристалльные спектрометры принято называть спектрометрами с улучшенной аппаратурной формой линии.

**Однокристалльные сцинтилляционные гамма-спектрометры.** В однокристалльных сцинтилляционных  $\gamma$ -спектрометрах используются кристаллы различных размеров и форм в зависимости от целей исследования. Приборная форма линии однокристалльного спектрометра подробно описана в гл. 1. Характер этой линии затрудняет анализ спектров  $\gamma$ -излучения по амплитудным распределениям. Если увеличить размер

кристалла, то аппаратурная форма линии примет более простой вид, заключающийся в том, что повышается вероятность фотопоглощения и увеличивается вклад многократного рассеяния фотонов, приводящего к полной потере энергии этих фотонов. В результате происходит относительное перераспределение числа сигналов между непрерывным комптоновским распределением и пиком полного поглощения в пользу последнего (рис. 4.3). Фотоэффективность спектрометров с большим кристаллом при регистрации  $\gamma$ -квантов с энергией до нескольких мегаэлектрон-вольт приближается к 100%. Такие спектрометры называются спектрометрами полного поглощения. Но особо увлекаться большими размерами кристалла не стоит, так как ухудшается энергетическое разрешение, главным образом из-за неодинаковых условий светособирания из различных точек сцинтиллятора.

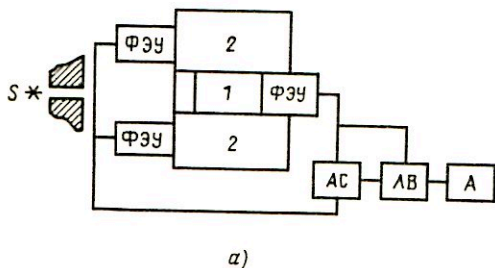
В многокристалльных спектрометрах с улучшенной аппаратурной формой линии добиваются таких условий, при которых энергия регистрируемых вторичных электронов была бы однозначно, с точностью до статистических флуктуаций амплитуды, связана с энергией падающих фотонов. При этом можно использовать как фотоэффект, так



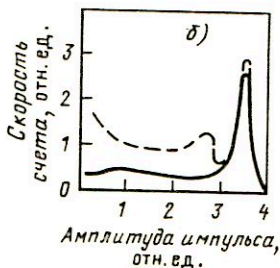
←  
Рис. 4.3. Амплитудные распределения импульсов с однокристалльного гамма-спектрометра с кристаллом NaI(Tl) размерами  $\phi = 30$  мм, высота 10 мм (1) и  $\phi = 80$  мм, высота 80 мм (2) при регистрации  $\gamma$ -излучения  $^{65}\text{Zn}$

Рис. 4.4. Структурная схема гамма-спектрометра с защитой антисовпадениями (а) и спектр (б) амплитуд импульсов (сплошная кривая). Пунктиром показан вариант для однокристалльного спектрометра:

$S$  — источник; 1 — центральный кристалл; 2 — управляющий кристалл; ФЭУ — фотоумножитель; АС — схема антисовпадений; ЛВ — линейные ворота; А — амплитудный анализатор



а)



б)



и неполное поглощение энергии фотонов, что достигается применением наряду с основным анализирующим кристаллом специальных вспомогательных (управляющих) сцинтилляторов и электронных устройств. Вспомогательные сцинтилляторы не обязательно должны быть кристаллами, поэтому название "многокристалльные спектрометры" не совсем точно.

**Гамма-спектрометры с охранным сцинтиллятором антисовпадений.** Структурная схема такого спектрометра изображена на рис. 4.4, *а*. Импульсы с центрального кристалла направляются на амплитудный анализатор при условии отсутствия сигналов, снимаемых с охранных сцинтилляторов. Охранный кольцеобразный сцинтиллятор или несколько сцинтилляторов, окружающих центральный кристалл, просматриваются несколькими ФЭУ, работающими на один управляющий вход схемы антисовпадений. Охранные сцинтилляторы регистрируют  $\gamma$ -кванты, рассеянные в центральном кристалле и вылетающие из него. Поскольку сигналы сохранных сцинтилляторов являются запрещенными для анализа сигналов с центрального кристалла, то в амплитудном распределении практически остаются сигналы, отвечающие полному поглощению  $\gamma$ -квантов в центральном кристалле. Если бы охранные сцинтилляторы регистрировали все рассеянные кванты, выходящие из центрального кристалла, то аппаратная форма линии представляла собой чистый пик полного поглощения. Но практически добиться 100% регистрации рассеянных квантов невозможно, поэтому реально наблюдают сильно подавленное непрерывное распределение от комптоновских электронов. На рис. 4.4, *б* для примера приведены спектры амплитуд импульсов в однокристалльном режиме и с использованием защитных кристаллов, включенных на антисовпадения. Размеры защитных сцинтилляторов не стоит делать очень большими, поскольку сильно возрастает загрузка фоновыми сигналами.

**Комптоновские сцинтилляционные гамма-спектрометры.** Принципиальное устройство спектрометра изображено на рис. 4.5, *а*. Коллимированный пучок  $\gamma$ -квантов падает на центральный кристалл, в котором с определенной вероятностью происходит комптоновское рассеяние. Импульсы с центрального кристалла анализируются только в том случае, если в управляющем кристалле зарегистрирован рассеянный квант. Отбор событий осуществляет схема совпадений. В результате аппаратная форма линии представляет собой спектр амплитуд импульсов от регистрации комптон-электронов, которым соответствуют рассеянные  $\gamma$ -кванты, зарегистрированные управляющим кристаллом. Угол рассеяния  $\gamma$ -кванта из центрального кристалла фиксирован. Существует однозначная связь между углом рассеяния  $\gamma$ -кванта и энергией комптон-электрона. Поэтому в приборном спектре каждой линии исследуемого спектра соответствует только один пик, образованный за счет регистрации комптон-электронов (рис. 4.5, *б*). Угол рассеяния выбирают близким к  $180^\circ$ . Выбор диктуется тем обстоятельством, чтобы комптон-

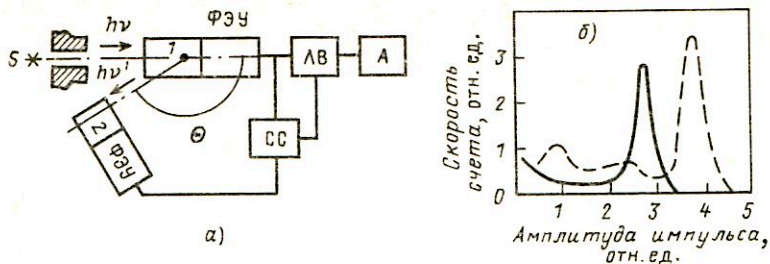


Рис. 4.5. Структурная схема (а) комптоновского гамма-спектрометра и спектр (б) амплитуд импульсов (сплошная кривая). Пунктир – однокристалльный вариант:

$\Theta$  – фиксированный угол рассеяния; СС – схема совпадений; остальные обозначения как на рис. 4.4, а

электрону была передана по возможности большая доля энергии. Кроме того, при значительных углах рассеяния становится слабой зависимость между углом рассеяния и энергией комптон-электрона. Амплитуда отобранных таким способом импульсов пропорциональна энергии комптон-электронов:

$$E_e = E_\gamma \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{E_\gamma}{1 - \cos \theta / m_0 c^2}} \right).$$

Легко видеть, что при  $\theta \approx 180^\circ$  выражение для  $E_e$  принимает вид

$$E_e \approx E_\gamma - m_0 c^2 / 2,$$

а зависимость между энергией  $\gamma$ -кванта и энергией комптон-электрона становится приблизительно линейной (рис. 4.6).

Основным достоинством данного типа спектрометров является хорошая форма линии, существенным недостатком – низкая светосила. Последнее связано с необходимостью коллимирования  $\gamma$ -излучения и использования малых телесных углов при выделении рассеянных  $\gamma$ -квантов под фиксированным углом  $\Theta$  (в некоторых пределах малого угла  $\Delta \Theta$ ). Кроме того, рассеянные  $\gamma$ -кванты должны пройти центральный кристалл без взаимодействия и зарегистрироваться в управляющем кристалле. Эффективность спектрометра существенным образом зависит от формы центрального кристалла. Его выбирают с малым радиусом, а управляющий кристалл делают кольцевым.

Энергетическое разрешение комптоновского спектрометра по сравнению с однокристалльным должно быть хуже. Во-первых, центральный кристалл регистрирует меньшую поглощенную энергию, чем при однокристалльном режиме, так как часть ее уносится рассеянным квантом;

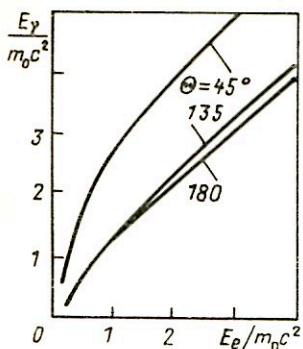


Рис. 4.6. Зависимость между энергией  $\gamma$ -квантов и энергией электронов отдачи при различных углах рассеяния  $\Theta$

во-вторых, появляется неоднозначность в определении угла рассеяния  $\Theta$ , к которому привязывается определение энергии комптон-электрона. Рассеянные кванты регистрируются в пределах некоторого угла  $\Theta \pm \Delta\Theta$ . При исследовании  $\gamma$ -квантов с энергией около 3 МэВ удается добиться энергетического разрешения 5–6%.

Существенное увеличение светосилы комптоновского спектрометра можно получить, используя схему сложения амплитуд импульсов, поступающих от центрального и управляющего кристаллов, при условии их совпадения во времени. Амплитуда импульса в центральном кристалле удовлетворяет соотношению  $A_1 \sim E_\gamma - E'_\gamma$ , где  $E_\gamma$  – энергия падающих  $\gamma$ -квантов,  $E'_\gamma$  – энергия рассеянных в центральном кристалле квантов и попадающих в управляющий кристалл. В управляющем кристалле амплитуда импульса  $A_2$  пропорциональна  $E'_\gamma$ , если рассеянный квант с энергией  $E'_\gamma$  поглотился полностью. Тогда амплитуда суммарного импульса пропорциональна полной энергии падающего кванта, т. е.  $A = A_1 + A_2 \sim E_\gamma$  (при условии равенства коэффициентов пропорциональности между  $A$  и  $E$  в каждом канале, что легко достигается настройкой электронных трактов). В таком спектрометре анализируются сигналы, амплитуда которых пропорциональна  $E_\gamma$ , независимо от угла рассеяния падающего кванта в центральном кристалле. Это позволяет использовать сколь угодно большие углы  $\Delta\Theta$ , а значит, и достигать существенно большей светосилы, на два-три порядка большей, чем без сложения амплитуд. Так как в управляющем кристалле не все рассеянные кванты поглощаются полностью, то в приборном спектре будет присутствовать некоторый непрерывный спектр импульсов, но площадь под ним может быть легко уменьшена за счет увеличения размеров управляющего сцинтиллятора.

Энергетическое разрешение спектрометров со сложением амплитуд приближается к однокристалльным.

**Сцинтилляционные парные гамма-спектрометры.** Принцип действия этого типа спектрометров можно пояснить с помощью рис. 4.7, где изображены структурная схема парного спектрометра и аппаратная форма линии. Коллимированный пучок падающих  $\gamma$ -квантов попадает на центральный кристалл  $I$ . В результате эффекта образования пар возникают два аннигиляционные кванта имеют определенную вероятность покинуть центральный кристалл без взаимодействия и быть зарегистри-

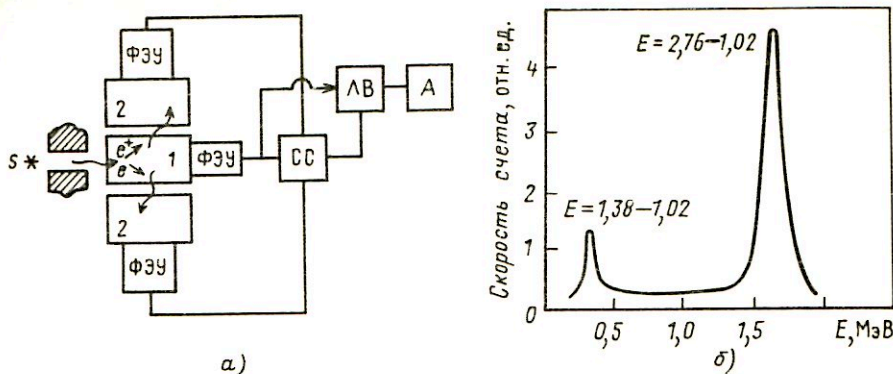


Рис. 4.7. Структурная схема (а) парного сцинтилляционного спектрометра (обозначения как на рис. 4.4, а) и спектр амплитуд импульсов (б) для источника  $\gamma$ -квантов  $^{24}\text{Na}$  ( $E_\gamma = 2,76$  МэВ и  $1,38$  МэВ)

рованными управляющими кристаллами 2. Электронная схема построена таким образом, что она отбирает на анализ сигналы с центрального кристалла только при наличии одновременно с ним сигналов в двух управляющих кристаллах. Таким образом, каждой  $\gamma$ -линии в приборном спектре соответствует пик, отвечающий поглощенной энергии  $E_\gamma - 2m_0c^2$ . Центральный кристалл должен иметь оптимальные форму и размеры: достаточную высоту для достижения необходимой эффективности взаимодействия и диаметр, обеспечивающий достаточный выход аннигиляционных квантов из кристалла. Управляющие кристаллы выгодно взять большими, что увеличивает вероятность поглощения аннигиляционных квантов. Но в очень больших кристаллах существенно возрастает нагрузка фоновыми сигналами, что нежелательно.

Сцинтилляционные парные спектрометры имеют хорошую приборную форму линии, но обладают очень низкой светосилой. Парные спектрометры целесообразно использовать при  $E_\gamma > 2$  МэВ. Так как светосила спектрометров низка, то активность источников должна быть достаточно высокой.

Все рассмотренные типы многокристалльных гамма-спектрометров обладают одним общим достоинством — хорошей аппаратной формой линии, но все они, за исключением спектрометра с защитой на антисовпадениях, имеют низкую светосилу. На рис. 4.8 представлены для сравнения зависимости эффективности различных сцинтилляционных спектрометров от энергии  $\gamma$ -квантов.

В комптоновском и парном спектрометрах энергетическое разрешение также ниже, чем в однокристалльном или в спектрометрах с защитой на антисовпадениях, поскольку в центральном кристалле регистрируется энергия, меньшая полной энергии падающих  $\gamma$ -квантов. Несколько улучшить энергетическое разрешение можно при исполь-

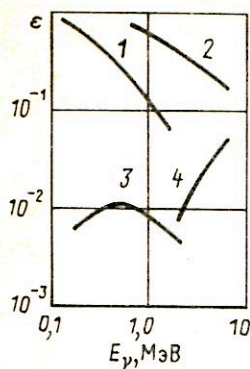


Рис. 4.8. Эффективность различных сцинтилляционных спектрометров как функция энергии  $\gamma$ -квантов:

1 — однокристалльный спектрометр с кристаллом NaI(Tl)  $\phi = 50$  мм,  $h = 40$  мм; 2 — такой же спектрометр с кристаллом  $\phi = 100$  мм,  $h = 100$  мм; 3 — комптоновский спектрометр с центральным кристаллом  $\phi = 30$  мм,  $h = 13$  мм, управляющий кристалл кольцевой:  $\phi = 80$  мм,  $h = 30$  мм, диаметр отверстия 18 мм; 4 — парный спектрометр с центральным кристаллом  $\phi = 32$  мм,  $h = 40$  мм, управляющий кристалл кольцевой

зовании более жестких условий отбора сигналов, поступающих на анализ. Например, в комптоновском спектрометре уменьшить угол  $\Delta\Theta$ , сигналы с кристаллов пропускать через узкие линейные ворота и т. п. Но такие меры еще больше снижают эффективность спектрометров. В некоторых многокристалльных спектрометрах в качестве центрального кристалла можно использовать полупроводниковые детекторы. Например, в спектрометре с защитой на антисовпадениях. Принцип действия остается прежним, т. е. улучшается аппаратная форма линии, а энергетическое разрешение определяется уже самим полупроводниковым детектором.

## Глава 5. КРИСТАЛЛ-ДИФРАКЦИОННАЯ СПЕКТРОМЕТРИЯ $\gamma$ -ИЗЛУЧЕНИЯ

### 5.1. Основы кристалл-дифракционного метода

Кристалл-дифракционный метод измерения энергии  $\gamma$ -квантов является одним из первых методов ядерной спектроскопии. До последнего времени он был и наиболее точным методом абсолютных измерений энергии  $\gamma$ -квантов.

В этом методе используется только та часть падающего на кристалл излучения, которая упруго, без потери энергии, рассеивается атомами. Вероятность такого рассеяния (его называют упругим, рэлеевским или электронным резонансным) на несколько порядков ниже, чем вероятность неупругого рассеяния (при энергиях, значительно превышающих энергию связи электронов, неупругое рассеяние является комптоновским; в области около 1 МэВ оно является преобладающим видом взаимодействия), тем не менее этот вид взаимодействия удастся использовать для определения энергии излучения. Упругорассеянное излу-

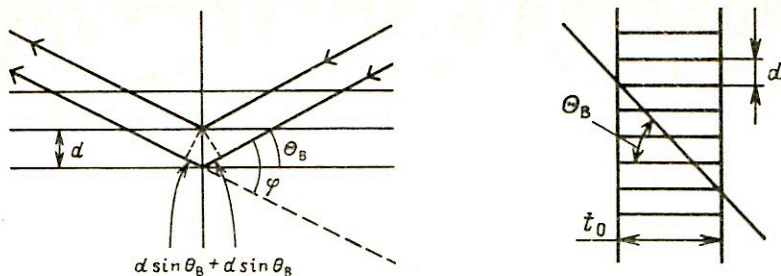


Рис. 5.1. Отражение электромагнитных волн от плоского кристалла:

*a* — брэгговское отражение электромагнитных волн; *б* — расположение плоскостей кристалла, участвующих в отражении

ние когерентно, так что в направлениях, которым соответствует разница в пути в целое число длин волн  $\lambda$ , следует ожидать появления дифракционных максимумов. Эти направления легко находятся, если учесть, что плоская волна электромагнитного излучения, упругорассеянная отдельной атомной плоскостью, сохраняет фазу, если угол падения равен углу отражения. Однако та же волна, отраженная рядом параллельных атомных плоскостей с межплоскостным расстоянием  $d$  (рис. 5.1, *a*), сохраняет фазу только при углах падения  $90^\circ - \Theta_B$ , где  $\Theta_B$  определяется условием Вульфа—Брэгга, которое для простой кубической кристаллической решетки записывается так:

$$2d \sin \Theta_B = \lambda, \quad (5.1)$$

где  $d$  — постоянная решетки.

Угол  $\Theta_B$  в первом приближении (без учета изменения длины волны при прохождении через кристалл, что справедливо с высокой точностью для рассматриваемых спектрометров с дифракционными плоскостями, почти параллельными к падающему излучению и перпендикулярными к выходной поверхности) соответствует направлению максимальной интенсивности дифракционной линии.

Энергия излучения  $E_\gamma$  и длина волны  $\lambda$  связаны соотношением (1.70). С помощью соотношений (5.1) и (1.70) по углам  $\Theta_B$  можно сравнивать энергии  $\gamma$ -квантов.

Для получения абсолютных значений энергии  $\gamma$ -квантов необходимо определить угол  $\Theta_B$  и в независимых экспериментах постоянную решетки  $d$ . Углы  $\Theta_B$  сравнительно легко и с хорошей точностью определяются на гониометрах. Постоянную решетки  $d$  в кубических решетках можно найти, например, по формуле

$$d = [fA/(\rho N_A)]^{1/2}, \quad (5.2)$$

где  $f$  — число атомов в элементарной кристаллической решетке;  $A$  —

средняя атомная масса;  $\rho$  — плотность кристалла;  $N_A$  — число Авогадро.

В более общем виде (с учетом поправки на преломление лучей в кристалле, а также для различных порядков отражения и для различных кристаллических плоскостей) формула (5.1) выглядит так:

$$\frac{2d \sin \Theta_B}{(h^2 + k^2 + l^2)^{1/2}} \left( 1 - \frac{1 - \mu}{\sin^2 \Theta_B} \right) = \lambda n, \quad (5.3)$$

где  $n$  — порядок отражения;  $h, k, l$  — кристаллографические индексы Миллера для отражающих плоскостей;  $\mu$  — показатель преломления для лучей с длиной волны  $\lambda$ .

Основными спектрометрическими характеристиками кристаллов являются форма дифракционной линии (дифракционного пика, дифракционного максимума) и отражательная способность.

Форма дифракционной линии характеризуется шириной линии  $\omega_k$  и максимальной  $I_{\max}$  или интегральной  $I_{\max} \omega_k$  интенсивностью.

Отражательная способность характеризуется удельной отражательной способностью (коэффициентом отражения)  $\Gamma$ , полной или интегральной отражательной способностью  $R$ , а также полной отражательной способностью  $p$  с учетом поглощения в кристалле. Они связаны соотношениями

$$\Gamma \approx I_{\max}/I_0; \quad R \approx \omega_k \Gamma; \quad p \approx R \exp(-\mu t), \quad (5.4)$$

где  $I_0$  — интенсивность первичного излучения, падающего на кристалл (эффективная сила источника);  $\mu$  — средний линейный коэффициент поглощения материала кристалла;  $t$  — длина пути, пройденного излучением в кристалле.

Рассмотрим, как эти характеристики связаны со структурой кристалла и с энергией  $\gamma$ -квантов в случае совершенного (идеального) кристалла с кристаллографическими плоскостями, перпендикулярными к поверхности кристалла (рис. 5.1, б). Падающее под углом  $90^\circ - \Theta_B$  на отражающую плоскость излучение отражается частично. Далее пропущенный и отраженный пучки могут повторно подвергнуться отражению, т. е. происходит многократное рассеяние излучения. Оно существенно влияет на отражательную способность кристалла. Вклад многократного рассеяния определяется толщиной кристалла  $t_0$ . Толщину кристалла принято сравнивать с характерной толщиной

$$t_e = \cos \Theta_B / (c \lambda), \quad (5.5)$$

где  $c$  — коэффициент, определяемый структурой кристалла (для кварца  $c = 5,3 \cdot 10 \text{ см}^{-2}$ ). На толщине  $t_e$  происходит ослабление первичного пучка за счет упругого рассеяния в  $e$  раз. Если  $t_0 \gg t_e$ , кристалл счита-

ется толстым, если  $t_0 \ll t_c$  — тонким. Так как толщина  $t_c$  зависит от энергии излучения, то кристалл может быть толстым для малых энергий и тонким для больших. Условно можно определить граничную энергию и соответствующую ей длину волны  $\lambda_{ГР}$ , при которой  $t_c = t_0$ , как  $\lambda_{ГР} = c \Theta_B / (ct_0)$ , и считать кристалл толстым при  $\lambda > \lambda_{ГР}$  и тонким при  $\lambda < \lambda_{ГР}$ .

Для тонкого кристалла, когда вкладом многократного рассеяния и вторичного ослабления возможно пренебречь, коэффициент отражения  $\Gamma$  равен квадрату амплитуды рассеяния

$$\Gamma = c^2 \lambda^2 t_0^2 / \cos^2 \Theta_B. \quad (5.6)$$

В случае толстого кристалла, уже на расстоянии  $t = t_c$ , основная часть излучения перейдет в отраженный пучок, затем опять в прямой и так далее, так что интенсивности падающего и отраженного (под углом  $90^\circ - \Theta_B$ ) пучков будут равны (они могут значительно снизиться в результате поглощения), т. е.

$$\Gamma = 1/2.$$

Оценим далее ширину дифракционного пика для совершенного кристалла  $\omega_k \equiv \omega_c$ . По аналогии с дифракционной решеткой можно положить, что относительное разрешение обратно пропорционально числу плоскостей  $m$ , участвующих в отражении.

Для тонкого кристалла  $m$  будет равно числу плоскостей, пересекаемых прямым лучом (рис. 5.1, б):

$$d\lambda/\lambda \approx 1/m = d/(t_0 \operatorname{tg} \Theta_B). \quad (5.7)$$

В то же время из (5.1)

$$d\lambda/\lambda = d \Theta / \operatorname{tg} \Theta_B = \omega_c / \operatorname{tg} \Theta_B. \quad (5.8)$$

Из (5.7) и (5.8) для тонкого кристалла получаем

$$\omega_c \approx d/t_0,$$

т. е. ширина дифракционной линии тонкого совершенного кристалла не зависит от энергии  $\gamma$ -квантов.

В случае толстого кристалла относительное разрешение будет определять число плоскостей, участвующих в процессе первичного отражения, которое происходит примерно на глубине до  $t_c$ . Следовательно,

$$m \approx t_c \operatorname{tg} \Theta_B / d; \quad \omega_c \approx d/t_c = c \lambda d / \cos \Theta_B,$$

т. е. ширина  $\omega_c$  для толстого, совершенного кристалла обратно пропорциональна энергии  $\gamma$ -излучения. С уменьшением энергии растет рассеяние на каждой плоскости, так что в первичном отражении участвует все меньшее число плоскостей.



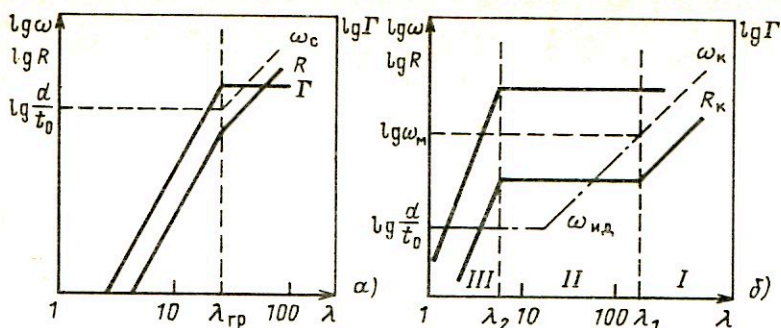


Рис. 5.2. Зависимость ширины дифракционной линии и отражательной способности кристалла от энергии:

*a* – совершенный кристалл; *б* – реальный кристалл

Таким образом, для тонкого ( $\lambda < \lambda_{\Gamma P}$ ) совершенного кристалла

$$\Gamma \approx c^2 \lambda^2 t_0^2 / \cos^2 \Theta_B; \quad \omega_c \approx d/t_0; \quad R_c \approx \omega_c \Gamma. \quad (5.9)$$

Для толстого ( $\lambda > \lambda_{\Gamma P}$ ) совершенного кристалла

$$\Gamma \approx 1/2; \quad \omega_c \approx c \lambda d / \cos \Theta_B; \quad R_c \approx \omega_c / 2. \quad (5.10)$$

Эти зависимости показаны на рис. 5.2, *a*. Полученные результаты справедливы для идеального (совершенного) кристалла. Реальные кристаллы состоят из отдельных блоков или мозаик (кристаллитов) со средними размерами  $t_s$ , которые несколько повернуты относительно друг друга. Излучение, отраженное от этих блоков, некогерентно. Распределение блоков по углам характеризуют функцией  $W(\Theta - \Theta_B)$  типа Гаусса со средним значением  $\Theta_B$  и шириной  $\omega_M$ . Ширина дифракционной линии  $\omega_k$  такого кристалла будет определяться ширинами  $\omega_c$  и  $\omega_M$ :  $\omega_k = \omega_k(\omega_c, \omega_M)$ . Кристалл по отношению к падающим  $\gamma$ -квантам может быть идеальным или неидеальным в зависимости от длины волны или энергии излучения.

Для малых энергий (при которых  $t_e \ll t_s$  и  $\omega_c > \omega_M$ ) длина волны  $\gamma$ -квантов велика по сравнению с размерами блоков мозаики, так что излучение рассеивается когерентно от всего кристалла. При увеличении энергии  $\gamma$ -квантов  $\omega_c$  уменьшается и при  $\lambda = \lambda_1 = \omega_M \cos \Theta_B / (cd)$  становится равной  $\omega_M$ . Таким образом, при  $\lambda < \lambda_1$  ширина дифракционной линии будет определяться  $\omega_M$  и не будет зависеть от энергии (область II на рис. 5.2, *б*). Так как все еще  $t_e \ll t_s$ , то

$$\Gamma \approx 1/2; \quad \omega_k \approx \omega_M; \quad R_k \approx \omega_M / 2. \quad (5.11)$$

При дальнейшем увеличении энергии ( $t_e > t_s$ ) интенсивность отраженного пучка становится малой, а интенсивность прямого пучка почти

равна  $I_0$  и постоянна. Полную отражательную способность  $R_i$  для отдельного блока можно записать в виде (5.9), заменив  $t_0$  на  $t_s$ . Число блоков в кристалле с такой же ориентацией плоскостей пропорционально числу блоков мозаики на пути пучка  $t_0/t_s$ . Тогда

$$R_K = \sum_i R_i \approx R_i t_0/t_s \approx c^2 \lambda^2 t_0 d/\cos^2 \Theta_B. \quad (5.12)$$

То есть  $R_K$  для мозаичного кристалла при  $t_e > t_s$  совпадает с  $R_C$  для тонкого идеального кристалла.

Приближенное граничное значение  $\lambda_2$ , разделяющее области II и III на рис. 5.2, б, где  $R_K$  определяется по формулам (5.11), (5.12), можно найти из равенства

$$\begin{aligned} c^2 \lambda^2 t_0 d/\cos^2 \Theta_B &\approx \omega_M/2; \\ \lambda_2 &\approx \cos \Theta_B \sqrt{\omega_M/(2t_0 d)}/c. \end{aligned} \quad (5.13)$$

Например, для кристалла кварца с  $t_0 = 1,0$  см;  $d = 1,12 \cdot 10^{-10}$  м  $\omega_M \approx 5 \cdot 10^{-6}$  рад;

$$\lambda_1 = 1,23 \cdot 10^{-10} \text{ м } (E_1 = 10 \text{ кэВ});$$

$$\lambda_2 = 27 \cdot 10^{-13} \text{ м } (E_2 = 460 \text{ кэВ}).$$

Форма дифракционной линии повторяет форму  $W$ , так как интенсивность отражения под каждым углом пропорциональна числу соответствующим образом расположенных блоков. Так что ширина дифракционной линии равна  $\omega_M$  и  $\Gamma = R_K/\omega_M$ .

Таким образом, при достаточно больших энергиях ( $E_\gamma > 1$  МэВ) ширина линии  $\omega_c$ , определяемая ограниченностью числа отражательных плоскостей в совершенных областях кристалла, приближается к своему пределу  $d/t_s$  (или  $d/t_0$ , если весь кристалл совершенный), равному примерно  $(10^{-2})''$ , который значительно меньше ширины  $\omega_M$ , определяемой мозаичностью структуры и равной  $(1-3)''$ . К дополнительному уширению линии  $\omega_p$  приводит изгиб кристалла.

## 5.2. Основные характеристики кристалл-дифракционных спектрометров

Основными характеристиками кристалл-дифракционных спектрометров являются энергетическое разрешение и светосила. Рассмотрим эти характеристики на примере простого спектрометра с одним плоским кристаллом, показанного на рис. 5.3. Пучок моноэнергетических  $\gamma$ -квантов из источника  $S$  через диафрагму  $D$  падает на плоскопараллельную пластинку, вырезанную из монокристалла так, что кристаллографические плоскости перпендикулярны к поверхности пластинки. Пусть угол

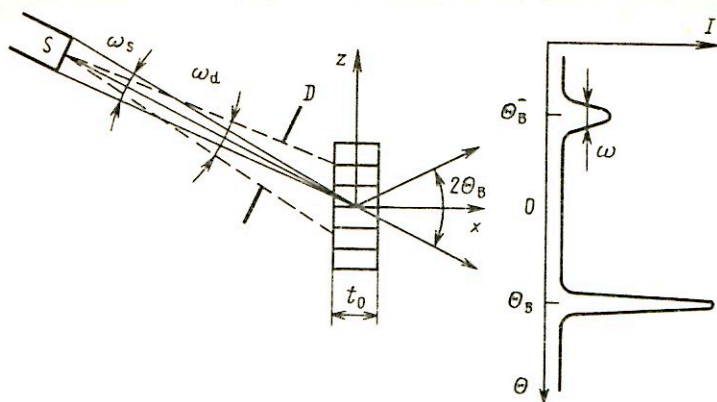


Рис. 5.3. Схема простого кристалл-дифракционного спектрометра

падения на кристаллографические плоскости равен  $90^\circ - \Theta_B$ . Исследуем узким или коллимированным детектором распределение интенсивности излучения за кристаллом.

За счет комптоновского рассеяния в кристалле и на стенках коллиматора за кристаллом будет наблюдаться непрерывно распределенный по углам фон с интенсивностью  $I_\Phi$ . В направлении прямого пучка будет наблюдаться пик с интенсивностью, меньшей интенсивности первичного пучка  $I_0$  из-за поглощения излучения, а также комптоновского и когерентного рассеяния. Под углом  $2\Theta_B$  к направлению первичного пучка появится дифракционный пик шириной  $\omega$ .

Разрешение спектрометра определяется полной шириной дифракционной линии спектрометра  $\omega$  на половине ее максимума. В общем случае полная ширина дифракционной линии спектрометра является функцией ширины  $\omega_G$ , связанной с геометрией спектрометра, ширины  $\omega_K$ , связанной с кристаллом, и ширины  $\omega_\gamma$ , связанной с реальной шириной  $\gamma$ -линии:

$$\omega = \omega(\omega_G, \omega_K, \omega_\gamma); \quad \omega_K = \omega_K(\omega_M, \omega_c, \omega_p); \quad (5.14)$$

$$\omega_G = \omega_G(\omega_d, \omega_s, \omega_y, \omega_t).$$

Здесь  $\omega_d$  — угол, определяемый апертурой диафрагмы (является основной причиной уширения линии в спектрометрах с одним плоским кристаллом; лучшие коллиматоры имеют  $\omega_d \approx 45''$ );  $\omega_s, \omega_t$  — углы, определяемые шириной источника и толщиной кристалла соответственно (существенны лишь для спектрометров с изогнутыми кристаллами и в принципе могут быть сделаны достаточно малыми);  $\omega_y$  — уширение, связанное с протяженностью источника и кристалла в направлении оси  $y$  (несущественно при размерах источника и кристалла, малых по

сравнению с расстоянием между ними, обычно  $\omega_y \ll 0,1''$ );  $\omega_M$  — уширение, связанное с мозаичностью структуры кристалла, которое является основной причиной уширения линии в спектрометрах с двойным плоским кристаллом и одной из основных причин уширения линии в спектрометрах с изогнутым кристаллом (для плоских, почти совершенных кристаллов кварца и кальцита  $\omega_M \approx 1 \div 3''$ );  $\omega_c$  — уширение, связанное с ограниченностью числа дифракционных плоскостей в совершенных областях кристалла ( $\omega_c \approx \omega_M$  при  $E_\gamma < 40$  кэВ;  $\omega_c \ll \omega_M$  при  $E_\gamma > 1$  МэВ);  $\omega_p$  — уширение, связанное с изгибом кристалла, которое является основной причиной уширения линии в спектрометрах с изогнутыми кристаллами [до 1964 г.  $\omega_p$  составляло около  $10-15''$ ; впоследствии оно было уменьшено до  $1''$  совершенствованием методики изгиба и выбором соответствующих отражающих плоскостей];  $\omega_\gamma$  — уширение, связанное с реальной шириной гамма-линии  $\Delta E_\gamma$  (для  $\gamma$ -квантов с энергией  $E_\gamma = 200 \div 1000$  кэВ  $\Delta E_\gamma = 10^{-3} \div 1$  эВ, что соответствует  $\omega_\gamma \approx 10^{-4} \div 10^{-5}''$ , что много меньше  $\omega_G$  и  $\omega_K$ , однако рентгеновские и аннигиляционные кванты могут иметь  $\omega_\gamma$  в несколько секунд).

Выражение для относительного разрешения кристалл-дифракционного спектрометра по углу, длине волны или энергии можно получить из (1.70) и (5.1):

$$\frac{\Delta E}{E} = -\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = -\frac{\Delta \Theta}{\operatorname{tg} \Theta_B} = -\frac{\omega}{\operatorname{tg} \Theta_B} \approx -\frac{\omega}{\Theta_B} \quad (5.15)$$

Оценим относительное энергетическое разрешение, определяемое свойствами кристалла. Для малых энергий  $\gamma$ -квантов [ $\lambda > \omega_M \cos \Theta_B /$

(cd);  $E_\gamma \leq 10$  кэВ] из (5.10) и (5.15) имеем

$$\left| \frac{\Delta E}{E} \right|_K = \frac{\omega_K}{\operatorname{tg} \Theta_B} \approx \frac{\omega_c}{\operatorname{tg} \Theta_B} = \frac{c \lambda d}{\sin \Theta_B} = 2cd^2, \quad (5.16)$$

т. е. относительное энергетическое разрешение, определяемое кристаллом, при  $E_\gamma \leq 10$  кэВ не зависит от энергии  $\gamma$ -квантов.

В области больших энергий  $\gamma$ -квантов ( $E_\gamma \geq 500$  кэВ) из (5.1), (5.11) и (5.15) находим

$$\left| \frac{\Delta E}{E} \right|_K = \frac{\omega_K}{\operatorname{tg} \Theta_B} \approx \frac{\omega_M}{\operatorname{tg} \Theta_B} = \frac{2d\omega_M \cos \Theta_B}{\lambda}, \quad (5.17)$$

откуда можно сделать вывод, что относительное энергетическое разрешение, определяемое кристаллом, при  $E_\gamma \geq 500$  кэВ прямо пропорционально энергии  $\gamma$ -квантов.

Оценим относительное энергетическое разрешение показанного на рис. 5.3 спектрометра. Из (5.15) получим

$$\left| \frac{\Delta E}{E} \right| \approx \frac{\omega_d}{\Theta_B} \approx \frac{\omega_d 2d}{\lambda} \approx \frac{\omega_d 2dE}{1,23 \cdot 10^{-6}} \quad (5.18)$$

Лучшие коллиматоры имеют  $\omega_d \approx 45'' \approx 0,2 \cdot 10^{-3}$  рад. Если в спектрометре используется кристалл кварца, то  $d \approx 10^{-10}$  м и относительное энергетическое разрешение такого спектрометра равно

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-10} E}{1,23 \cdot 10^{-6}} \approx 3 \cdot 10^{-8} E. \quad (5.19)$$

Для  $\gamma$ -квантов с энергией  $E_\gamma = 100$  кэВ абсолютное энергетическое разрешение  $\Delta E = 0,3$  кэВ, для  $E_\gamma = 1$  МэВ  $\Delta E = 30$  кэВ. Таким образом, при  $E_\gamma > 100$  кэВ энергетическое разрешение такого спектрометра плохое.

Светосилу  $L$  кристалл-дифракционного спектрометра можно определить следующим образом:

$$L = n/\Phi, \quad (5.20)$$

где  $n \approx I_{\max} \epsilon_d \exp(-\mu t)$  — поток сигналов, регистрируемых детектором в максимуме дифракционного пика;  $\epsilon_d$  — эффективность детектора;  $\Phi \approx I_0/(\Omega_d \xi)$  — поток  $\gamma$ -квантов, вылетающих из источника;  $\Omega_d = \Phi_d \omega_d/(4\pi)$  — относительный телесный угол, стягиваемый к источнику коллиматором;  $\Phi_d, \omega_d$  — вертикальное и горизонтальное отклонение (апертура) пучка соответственно;  $\xi$  — прозрачность коллиматора ( $\xi = 1$  для участков источника, лежащих против щели,  $\xi = 0$  для остальных участков,  $\xi \leq 0,5$  для многоселевого коллиматора и широкого источника). Остальные обозначения как в (5.5).

Из (5.20) получим

$$L = I_{\max} \epsilon_d \Omega_d \xi \exp(-\mu t)/I_0 = \Gamma \Omega_d \epsilon_d \xi \exp(-\mu t). \quad (5.21)$$

Величину  $I_{\max} \exp(-\mu t)/\Phi$  называют эффективностью пропускания спектрометра. Зависимость светосилы и эффективности пропускания от энергии  $E_\gamma$  определяется зависимостью от энергии отражательной способности  $p(E_\gamma)$ . При больших энергиях  $\gamma$ -квантов (для тонкого кристалла) отражательная способность падает как  $E^{-2}$ . При меньших энергиях она лежит на плато.

Для хорошего разрешения  $\omega$  должно быть малым. Это достигается уменьшением геометрической ширины  $\omega_s$  и  $\omega_d$  до значений, сравнимых с  $\omega_m$ . Но тогда  $\Omega_d$ , а следовательно, и светосила  $L$  становятся слишком малыми. Для простого спектрометра с относительным энер-

гетическим разрешением около 1% для  $\gamma$ -квантов с энергией 200 кэВ эффективность пропускания около  $10^{-8}$ .

Имеется несколько способов увеличения интенсивности дифракционного пика без значительного увеличения  $\omega$ . Наиболее прямой способ — увеличить ширину источника и кристалла в  $N$  раз и использовать  $N$ -щелевой коллиматор. Однако в этом случае ухудшаются фоновые условия, так как необходимо использовать широкий детектор. Значительно лучшими характеристиками обладают спектрометры с изогнутым кристаллом.

### 5.3. Спектрометры с изогнутым кристаллом

Изгиб кристалла позволяет увеличить интенсивность дифракционного пика без потери энергетического разрешения. Однако в течение примерно 20 лет после того, как была выдвинута эта идея, фокусирующие спектрометры с изогнутыми кристаллами не могли построить. Препятствием был тот факт, что кроме точной фокусировки при этом необходимо также выполнение в каждой точке отражающей граничной поверхности кристалла двух кажущихся несовместимыми условий: 1) угол падения должен быть равен углу отражения по отношению к отражающим плоскостям ( $\Theta_1 = \Theta_2$  — на рис. 5.4); это условие определяет направление атомных отражающих плоскостей в каждой точке поверхности; 2) угол падения должен соответствовать условию Брэгга  $2d \sin \Theta_B = n\lambda$  (или  $2d \sin \Theta'_B = n\lambda$  в случае отражения, где  $\Theta'_B = 90^\circ - \Theta_B$ ); это условие определяет положение каждой точки поверхности.

Действительно, пусть имеется точечный источник  $\gamma$ -излучения  $S_E$  и его точечное изображение  $D_E$  для узкого диапазона  $\Delta E_\gamma$  с энергией  $E_\gamma$ , которую мы собираемся выделить из спектра брэгговским отражением от всех точек поверхности изогнутого кристалла. Поставим перед собой задачу отыскать кривую  $y = f(x)$ , удовлетворяющую перечисленным выше двум условиям.

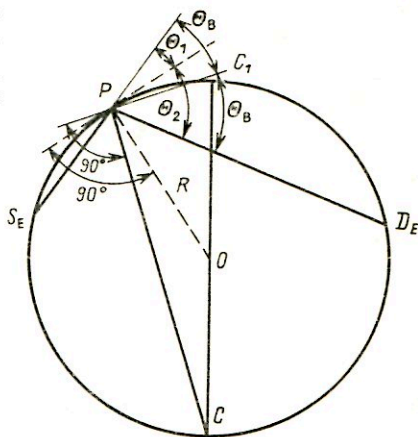


Рис. 5.4. Иллюстрация условий фокусировки

Второе условие, которое можно переписать в виде  $\varphi = \Theta_1 + \Theta_2 = 2\Theta_B = 2\arcsin [n\lambda/(2d)]$ , удовлетворяется только на дуге окружности с радиусом  $R = SD/(2d \sin \varphi)$  (рис. 5.4). Но тогда первое условие удовлетворяется лишь в том случае, если перпендикуляр к отражающим плоскостям кристалла будет биссектрисой угла  $SPD$ , что удовлетворяется лишь в одной точке  $C_1$ .

Дюмонд первым сломил психологическое препятствие, задерживающее развитие фокусирующих спектрометров, предположив, что эти два требования накладываются на разные поверхности: первое — на направление атомных отражающих плоскостей, а второе — на положение каждой точки граничной поверхности.

Иоганн и Кошуа также поняли, что условие для граничной поверхности менее строгое, поэтому можно и не придавать граничной поверхности сложную форму. Практически было найдено, что для выполнения первого условия нужно изгибать плоскую пластинку до радиуса кривизны, равного диаметру фокальной окружности.

Для выполнения второго условия граничная поверхность кристалла должна примерно совпадать с фокальной окружностью. Второе условие удовлетворяется точно только в одной точке тонкой пластинки. Однако, так как обычно апертурный угол  $\alpha \leq 1^\circ$ , а отношение толщины кристалла к радиусу равно или меньше  $10^{-6}$ , уширение дифракционной линии за счет  $\omega_\alpha$  и  $\omega_t$  мало.

Кошуа также заметила, что в случае пропускания имеет место фокусировка по толщине пластины — из-за деформации при изгибе  $d_{\text{вог}} < d_{\text{н.о}} < d_{\text{вып}}$ . Это приводит к соотношению:  $\Theta_{\text{вог}} < \Theta_{\text{н.о}} < \Theta_{\text{вып}}$ , что обеспечивает точную фокусировку при расположении нейтральной оси кристалла на фокальной окружности.

Спектрометр на отражение с изогнутым кристаллом впервые был изготовлен Иогансеном. Он хорошо работает на длинных волнах. На больших энергиях лучше работают спектрометры на пропускание. Они работают в двух геометриях: спектрометры с протяженным источником и линейным фокусом (геометрия Кошуа) и спектрометры с линейным источником и большим детектором (геометрия Дюмонда).

**Спектрометры на пропускание по Кошуа.** Расположение узлов в спектрометре Кошуа показано на рис. 5.5. Излучение от протяженного источника  $S$  падает на выпуклую сторону изогнутого кристалла. Излучение различных энергий дифрагирует на кристалле и фокусируется одновременно в различных точках фокальной окружности. Моноэнергетические  $\gamma$ -кванты фокусируются в линию. Таким образом, либо узкий детектор может перемещаться по фокальной окружности, либо весь спектр одновременно регистрируется на фотозмульсии, расположенной на фокальной окружности. Основные достоинства спектрометра состоят в простой геометрии, отсутствии механических перемещений при исследовании  $\gamma$ -квантов различных энергий, возможности работы на источниках с малой удельной активностью, а также с детекторами малых размеров.

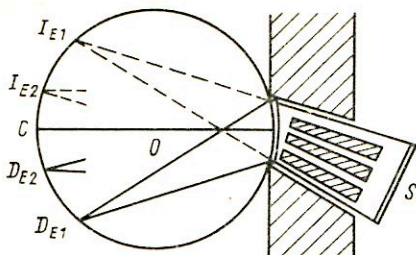


Рис. 5.5. Схема спектрометра Кошуа

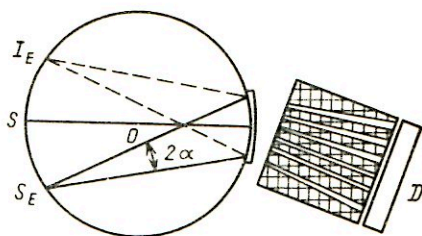


Рис. 5.6. Схема спектрометра Дюмонда

Недостатком спектрометра является трудность защиты детектора от прямого пучка при достаточно больших энергиях  $\gamma$ -квантов [коротковолновой участок фокальной окружности (вблизи  $C$ ) полностью маскируется прямым пучком]. Для такой защиты может использоваться конусообразный коллиматор с клинообразными пластинами (Soller slit). Обычно эффективность пропускания такого коллиматора  $\xi \approx 0,5$ , а угловое разрешение  $2-8'$ .

Ширина дифракционной линии спектрометра Кошуа есть функция  $\omega_M, \omega_S, \omega_P, \omega_C, \omega_I$ . До 1964 г. ширина линии спектрометров с изогнутым кристаллом определялась  $\omega_P$  (см. § 5.2). Затем  $\omega_P$  была уменьшена до  $\omega_P \approx 0,7''$  в соответствии с предложениями О.И. Сумбаева по изгибу кристалла и по использованию плоскостей [таких, как (110) у кварца], остающихся неискривленными.

Ширина  $\omega_C$  дает вклад лишь при очень низких энергиях  $E_\gamma < 100$  кэВ. Ширина  $\omega_I \approx (t/p) \Theta_B$  (здесь  $p$  — радиус кривизны спектрометра) также существенна ( $\omega_I \geq 0,7''$ ) лишь при  $E_\gamma < 100$  кэВ.

Таким образом, ширина  $\omega$  может быть сделана примерно равной  $\omega_M$ :  $\omega \approx \omega_M \approx 2 \div 3''$  соответствующим уменьшением  $\omega_S$ . Телесный угол, в пределах которого происходит интенсивное отражение от кристалла, определяется величиной  $\omega_M$ .

Светосила спектрометра Кошуа

$$L_K = \Phi_d \omega \Gamma \epsilon_K \exp(-\mu t) / (4\pi) \quad (5.22)$$

составляет около  $10^{-10}$  для  $E_\gamma = 0,1$  МэВ и около  $10^{-12}$  для  $E_\gamma = 0,4$  МэВ. Одним из преимуществ спектрометра Кошуа перед однокристалльными спектрометрами является возможность использования источника с малой удельной активностью. Однако применение в спектрометре с плоским кристаллом широкого источника и многощелевого коллиматора с пропускной способностью  $\xi \approx 0,5$  уравнивает возможности таких спектрометров. Поэтому единственным преимуществом спектрометра Кошуа в этом плане является возможность использования тонкого детектора, что улучшает отношение эффект — фон.



Толщина изгибаемых кристаллов должна быть достаточно малой (около  $10^{-3}$  радиуса). Из-за этого отражающая способность быстро падает с энергией фотонов, так что спектрометры Кошуа используются до  $E_\gamma \approx 300$  кэВ.

**Спектрометры на пропускание по Дюмонду.** Расположение узлов в спектрометре Дюмонда показано на рис. 5.6. Весьма малый по размерам источник [обычно это полоска толщиной в десятые доли миллиметра, высотой около 30 мм и шириной около 5 мм, помещенная в коллиматор с угловым раствором порядка  $1-3^\circ$ ] помещается в действительный фокус  $S_E$ , так что излучение от него распространяется во всем телесном угле, определяемом апертурой изогнутой кристаллической пластинки, причем излучение падает на все атомные плоскости под одним и тем же углом. Таким образом,  $\gamma$ -кванты, длина волны которых удовлетворяет условиям Брэгга, будут отражаться кристаллом по всей его длине. После отражения излучение распространяется расходящимся пучком, как из мнимого изображения  $I_E$ .

Спектр исследуется перемещением источника (если это возможно) и соответствующим перемещением кристалла. Тяжелый коллиматор и детектор в этом случае стационарны. Однако при исследовании на пучке реактора подвижными являются коллиматор и детекторы. Обычно поворот осуществляют автоматически с помощью специального механизма. Наиболее совершенные конструкции имеют точность поворота  $0,1''$ . Коллиматор используется только для защиты детекторов от прямого пучка и представляет собой системы клинообразных пластин. Ширина дифракционной линии спектрометра по Дюмонду, как и спектрометра Кошуа, есть функции  $\omega_M, \omega_s, \omega_p, \omega_c, \omega_t$ . Значения  $\omega_p, \omega_c$  и  $\omega_t$  также малы и обсуждались выше, а оптимальная скорость счета с минимальной шириной линии получается при  $\omega_s \approx \omega_M$ .

Максимальные интенсивности дифракционных пиков спектрометров в геометрии Дюмонда, Кошуа и спектрометров с одним плоским кристаллом, работающих на углах, близких к брэгговскому, равны, если идентичны кристаллы, стягиваются те же углы между кристаллом и источником и исследуются источники с одинаковой удельной активностью. Однако спектрометры с плоским кристаллом и в геометрии Кошуа имеют меньшую эффективность пропускания, чем спектрометры в геометрии Дюмонда.

Таким образом, светосила спектрометра Дюмонда в  $a/\omega$  раз больше, чем в других спектрометрах, т. е. примерно в 200 раз выше светосилы однокристалльного спектрометра и в 1000 раз выше светосилы спектрометра Кошуа.

Светосила спектрометров по Дюмонду

$$L_d = \Phi_d a \Gamma \epsilon_d \xi \exp(-\mu t) / (4\pi) \quad (5.23)$$

также становится слишком малой при энергиях  $E_\gamma \gtrsim 1$  МэВ, а сами

спектрометры — слишком громоздкими. Поэтому для прецизионных измерений  $\gamma$ -излучения с энергиями  $E_\gamma \geq 0,5$  МэВ используют спектрометры с плоскими кристаллами. Однако энергетическое разрешение спектрометра с одним плоским кристаллом ограничено шириной  $\omega_d$ , которую для  $\gamma$ -квантов больших энергий трудно сделать малой. Наилучшие коллиматоры имеют  $\omega_d \approx 45''$ , так что относительное энергетическое разрешение таких спектрометров не лучше  $\omega_d/\Theta \approx 10^{-1}$  для  $E_\gamma \approx 1$  МэВ. Поэтому в диапазоне энергий 0,5–5 МэВ используют спектрометры с двумя плоскими кристаллами.

#### 5.4. Спектрометры с двумя плоскими кристаллами

Расположение узлов в спектрометре с двумя плоскими кристаллами показано на рис. 5.7. Излучение от широкого источника  $S$  дифрагируется вначале на первом кристалле  $Q_1$ , затем на кристалле  $Q_2$ , после чего поступает на детектор. Отражающие плоскости кристалла повернуты друг относительно друга на угол  $2\Theta_B$ . В этом случае первый кристалл выполняет функцию коллиматора с угловым разрешением  $\omega_1$ .

Сначала исследуют правое, затем левое отражение. Измерив угол вращения  $4\Theta_B$  второго кристалла относительно первого, определяют длину волны  $\lambda$   $\gamma$ -излучения из условия Брэгга. Результаты измерения  $\Theta_B$  не зависят от положения источника, коллиматоров и дифракционных кристаллов. Они существенно зависят только от угла между отражающими плоскостями двух кристаллов.

Дифракция  $\gamma$ -излучения с энергией  $E_\gamma \geq 1$  МэВ происходит при очень малых углах [например, дифракция от плоскостей (211) кальцита при  $E_\gamma = 1$  МэВ происходит при углах  $2\Theta_B = 12'$ ]. Это приводит к необходимости защиты детектора от прямого пучка с помощью коллиматоров  $K_1, K_2$  и  $K_3$  с угловым разрешением около  $45''$ . Коллиматоры здесь выполняют роль только защиты и не влияют на энергетическое разрешение спектрометра.

Оптические системы для измерения углов обеспечивают точность углового положения дифракционной линии вплоть до  $(10^{-3})''$ , что соответствует энергетической точности  $10^{-6}$  [для  $E_\gamma = 1$  МэВ при отражении от плоскостей (211) кальцита].

Энергетическое разрешение спектрометра с двумя плоскими кристаллами определяется ширинами  $\omega_M$  первого и второго кристаллов.

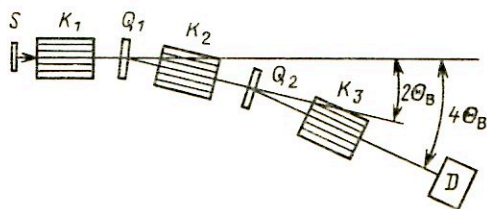


Рис. 5.7. Схема спектрометра с двумя плоскими кристаллами

Ширина дифракционной линии спектрометра с двумя плоскими кристаллами есть функция  $\omega_m$ ,  $\omega_y$  и  $\omega_c$ . При больших энергиях  $\gamma$ -квантов  $\omega_y$  и  $\omega_c$  малы, так что  $\omega \approx \sqrt{2} \omega_m$ . Например, при  $E_\gamma > 2$  МэВ  $\omega_{\min} \approx 1''$  при дифракции от плоскостей кальцита (211).

Максимальная интенсивность счета в дифракционном пике уменьшается по сравнению с однокристалльным спектрометром в  $p/\omega_2$  раз. При исследовании  $\gamma$ -квантов больших энергий могут использоваться достаточно толстые кристаллы (при  $E_\gamma \approx 5,0$  МэВ  $t_0 \approx 6$  см).

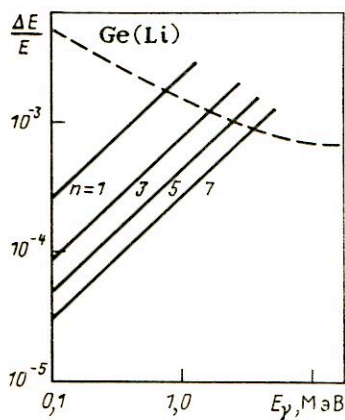
Светосила спектрометров с двумя плоскими кристаллами

$$L = \Phi_d \omega \Gamma^2 \epsilon \xi \exp(-\mu t). \quad (5.24)$$

Для малых энергий  $\Gamma \approx 1/2$  и  $L$  мало отличается от светосилы однокристалльных спектрометров. В области больших энергий, где отражательная способность падает как  $E^{-2}$ , светосила становится малой. При  $E_\gamma \approx 1 \div 2$  МэВ  $L \approx 10^{-11}$ . Спектрометры с двумя плоскими кристаллами используют до энергии  $E_\gamma = 5 \div 6$  МэВ.

### 5.5. Области применения кристалл-дифракционных спектрометров

Кристалл-дифракционные спектрометры используются при энергии фотонов от 20 кэВ до 6 МэВ. Относительное энергетическое разрешение  $\Delta E/E$  таких спектрометров обратно пропорционально  $\Theta_B$  и при  $\omega = \text{const}$  линейно растет с увеличением энергии. На рис. 5.8 приведена зависимость  $\Delta E/E$  для спектрометра с изогнутым кристаллом кварца при отражении различных порядков от плоскости (110) и для спектрометра с Ge(Li)-детектором объемом 40 см<sup>3</sup>. При энергиях  $E_\gamma \leq 1$  МэВ кристалл-дифракционные спектрометры имеют лучшее разрешение и могут успешно использоваться для исследования тонкой структуры сложных спектров.



Дальнейшее улучшение энергетического разрешения достигается выбором более совершенных кристаллов. Например, минимальная ширина на спектрометре с двумя плоскими кристаллами получена для кварца и кальцита  $1,4''$  и  $1''$ , а для кремния и германия  $0,10''$  и  $0,08''$  соответственно. Отношение пик-подложка значительно больше в кри-

Рис. 5.8. Сравнение энергетического разрешения кристалл-дифракционного спектрометра с изогнутым кристаллом кварца (сплошная кривая) и спектрометра с Ge(Li)-детектором объемом 40 см<sup>3</sup> (штриховая кривая)

сталл-дифракционных спектрометрах КДС, чем в спектрометрах с Ge (Li), так как у последних в низкофоновой части имеется комптоновское распределение от каждой линии.

Точность определения энергии в кристалл-дифракционном спектрометре может быть доведена до  $10^{-2}-10^{-3}$  от ширины линии, т. е. до значений менее  $10^{-6}$ . Например, наблюдался сдвиг  $(0,112 \pm 0,011)$  эВ между  $K_{\alpha}$ -рентгеновским излучением  $^{131}\text{Cs}$  и  $^{132}\text{Cs}$ , возникающим при электронном захвате. С помощью кристалл-дифракционных спектрометров наиболее точно устанавливается связь абсолютных шкал длин волн  $\lambda$  и энергии  $E_{\gamma}$ . Однако светосила кристалл-дифракционных спектрометров при  $E_{\gamma} \approx 1$  МэВ в  $10^3-10^4$  раз ниже, чем в спектрометрах с Ge (Li)-детекторами.

Светосила может быть увеличена за счет использования кристаллов с большей отражательной способностью (например, кремния или германия), а также за счет увеличения размеров кристаллов и источников в пределах допустимого ухудшения энергетического разрешения.

К общим недостаткам кристалл-дифракционных спектрометров можно отнести: низкую светосилу ( $10^{-10}-10^{-12}$ ); получение сведений лишь об энергии  $\gamma$ -излучения (интенсивность определяется с большой погрешностью); сложность конструкции и дороговизну.

Достоинствами метода являются: возможность абсолютных измерений энергии  $\gamma$ -квантов; высокая точность определения энергии (примерно на порядок выше, чем при измерении энергии конверсионных электронов на магнитных спектрометрах); высокое энергетическое разрешение.

## Глава 6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ И ИДЕНТИФИКАЦИИ ЧАСТИЦ ПО ИХ ПОГЛОЩЕНИЮ В ВЕЩЕСТВЕ

### 6.1. Определение энергии и идентификации заряженных частиц по удельным ионизационным потерям

Характер поглощения частиц в веществе зависит от вида частиц и их энергии. Измерив какой-либо параметр, характеризующий поглощение исследуемых частиц в веществе, можно, таким образом, идентифицировать частицы или определить их энергию. В качестве такого параметра могут быть выбраны удельные ионизационные потери, длина трека, пробег или слой половинного ослабления частиц, полный коэффициент поглощения и др.

Под удельными ионизационными потерями (их называют также ионизирующей способностью частиц или тормозной способностью веще-

ства) понимают среднее количество энергии, расходуемой частицей на возбуждение и ионизацию атомов и молекул вещества при прохождении единицы пути в этом веществе. Удельные ионизационные потери можно определить по формуле Бете–Блоха

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right)_{\text{ион}} = \frac{4\pi e^4 z^2}{m v^2} NZ \left[ \ln \frac{2mv^2}{I(1-\beta^2)} + \dots \right], \quad (6.1)$$

где  $E$  — кинетическая энергия частиц;  $z$  — заряд частиц (в единицах элементарного);  $m$  — масса электрона;  $v$  — скорость частиц;  $N$  — среднее число атомов в единице объема вещества;  $Z$  — заряд ядер вещества;  $I$  — средний потенциал ионизации;  $\beta = v/c$ .

Из формулы видно, что удельные ионизационные потери пропорциональны плотности вещества

$$\frac{dE}{dx} \sim NZ = \frac{N_A}{A} \rho Z,$$

и зависят от свойств частиц. Для нерелятивистских частиц  $dE/dx \sim \sim z^2 M/(Mv^2)$ , где  $M$  — масса частицы. Для частиц одинаковых энергий  $dE/dx \sim z^2 M$ , и потери сложным образом (рис. 6.1) зависят от энергии частиц.

Из рис. 6.1 видно, что если известна природа частиц, то в диапазоне энергий, где зависимость  $dE/dx$  от энергии существенна, по  $dE/dx$  можно определить их энергию. Этот диапазон простирается от  $(2-3) Mc^2$  до энергий, при которых кривая выходит на плато за счет экранирования поля частицы на больших расстояниях электронами вещества (эффект плотности). Рабочий диапазон наиболее широк в газообразных средах, в которых эффект экранирования наступает при больших энергиях.

Для определения  $dE/dx$  измеряют средние потери энергии в тонком слое поглотителя  $d$ :

$$\bar{\Theta} = \int_0^d \left( -\frac{dE}{dx} \right) dx = \left| \frac{dE}{dx} \right| d.$$

Очевидно, что спектрометрические возможности методики будут определяться флюктуацией этих потерь. В случае тонкого слоя ( $\bar{\Theta} \ll 0,1E$ ) распределение потерь  $p(\Theta)$  относительно среднего значения  $\bar{\Theta}$  дается распределением Ландау (рис. 6.2). Оно несимметрично относительно среднего значения  $\bar{\Theta}$  и имеет удлиненный хвост в сторону больших потерь, так что  $\bar{\Theta} > \Theta_B$  (где  $\Theta_B$  — наиболее вероятные потери).

Относительные флюктуации потерь, определяющие энергетическое разрешение  $\Delta\Theta/\Theta_B$ , составляют обычно 20 — 25 %.

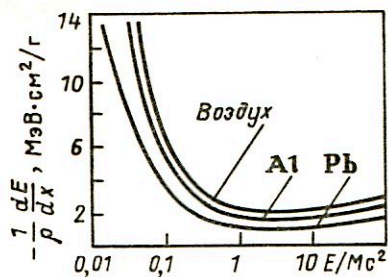


Рис. 6.1. Зависимость удельных ионизационных потерь от энергии

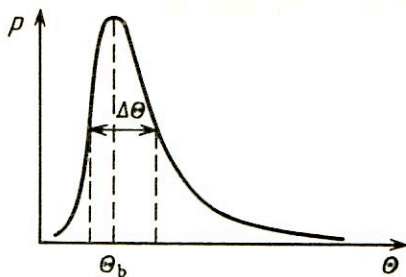


Рис. 6.2. Распределение потерь энергии для тонкого поглотителя

При увеличении толщины  $d$  распределение  $p(\Theta)$  приближается к нормальному. При этом уменьшается относительная ширина распределения, а следовательно, и улучшается энергетическое разрешение.

Кривая Ландау характеризует флуктуации ионизационных потерь. Энергетическое разрешение характеризуется флуктуациями ионизационного эффекта, которые могут существенно отличаться в тонких слоях из-за ухода  $\delta$ -электронов из поглотителя без полной потери энергии в нем.

Детекторы, с помощью которых измеряют потери  $dE/dx$  ( $\Delta E$ -детекторы), в комплекте с детекторами полного поглощения ( $E$ -детекторами) можно использовать для идентификации частиц. Энергия, теряемая в  $\Delta E$ -детекторах при  $E < 2Mc^2$ , пропорциональна  $Mz^2/E$  (где  $z$  — заряд частицы), а в  $E$ -детекторах — пропорциональна  $E$ . Следовательно, произведение этих потерь пропорционально  $Mz^2$  и не зависит от энергии частицы, что и позволяет определить массу или заряд частицы.

В качестве  $\Delta E$ -детекторов могут использоваться трековые детекторы (пузырьковые, искровые камеры, ядерные эмульсии), пропорциональные счетчики, пролетные ППД. Относительное энергетическое разрешение пролетных ППД около 20 %.

## 6.2. Определение энергии частиц по пробегу или длине следа

Методы определения энергии частиц по пробегу или длине следа в веществе иногда называют абсорбционными. Различают истинную длину следа частицы  $R_H$  — путь частицы в веществе до ее полной остановки (например, в камере Вильсона или на фотозэмульсии) и длину пробега (или пробег) частицы  $R$  — максимальное значение проекции истинного следа на направление первоначального движения (рис. 6.3).

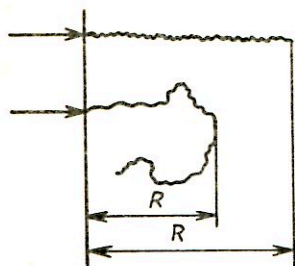


Рис. 6.3. Истинная длина следа и длина пробега частицы в веществе

Если учитывать только ионизационные потери энергии, то длину следа частицы в веществе можно выразить через удельные ионизационные потери  $dE/dx$ , определяемые формулой Бете–Блоха. Для частицы с энергией  $E_0$  она будет флюктуировать около среднего значения

$$\overline{R_{\text{и}}} = - \int_{E_0}^0 dE / (dE/dx). \quad (6.2)$$

Для заданного типа частиц можно вычислить зависимость  $E_0$  от  $R_{\text{и}}$  по приведенной формуле и с ее помощью определять  $E_0$  по измеренному значению  $R_{\text{и}}$ .

Если роль упругого рассеяния невелика (как, например, для тяжелых заряженных частиц с энергией меньше нескольких десятков мегаэлектрон-вольт), то путь частицы в веществе близок к прямолинейному и связь между средним значением пробега  $\bar{R}$  и энергией частицы может быть выражена этой же формулой.

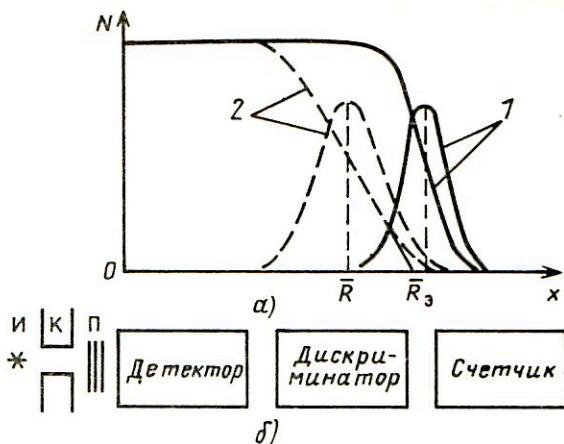
Экспериментально истинную длину следа частицы  $R_{\text{и}}$  обычно определяют с помощью трековых детекторов — камер Вильсона, пузырьковых и искровых камер, ядерных фотоэмульсий, диэлектрических веществ и др. Измерения с трековыми детекторами обладают рядом специфических преимуществ. Например, при использовании ядерных эмульсий возможна длительная экспозиция (до нескольких лет), что позволяет исследовать долгоживущие нуклиды с периодом полураспада  $10^{16} - 10^{18}$  лет. Помещая трековые детекторы в магнитное поле, можно дополнительно измерять заряд и массу частицы и таким образом идентифицировать ее. Можно также обеспечить весьма малое поглощение в источнике, равномерно распределив радионуклид по толщине эмульсии.

Пробеги частиц обычно измеряют с помощью газовых ионизационных камер или методом пропускания (полного поглощения). Измерение относительных пробегов тяжелых заряженных частиц в газовых ионизационных камерах впервые было выполнено Резерфордом в 1930 г.

В настоящее время широко используют импульсные ионизационные камеры с сеткой, на которых снимают интегральные или дифферен-

Рис. 6.4. Измерение пробегов методом пропускания:

*a* — кривые пропускания (1 — без учета рассеяния; 2 — с учетом рассеяния;  $N$  — число частиц;  $x$  — толщина поглотителя;  $R_3$  и  $\bar{R}$  — экстраполированный и средний пробег соответственно); *б* — схема эксперимента (*И* — источник; *К* — коллиматор; *П* — поглотитель)



циальные спектры пробегов  $\alpha$ -частиц. Используют также дифференциальные ионизационные камеры, состоящие из двух включенных навстречу друг другу камер малой глубины с общим центральным электродом [1].

В методе пропускания (полного поглощения) строят зависимость числа частиц  $N$ , прошедших поглотитель, от толщины  $x$  этого поглотителя (рис. 6.4). В предположении, что частицы тормозятся только за счет ионизационных потерь, и при отсутствии флуктуаций интегральная кривая пропускания имела бы вид равномерного распределения с  $x_{\max} = \bar{R}$ . С учетом флуктуаций спад кривой будет плавным и средний пробег  $\bar{R}$  можно определить либо по точке перегиба кривой пропускания, либо по положению пика в распределении, получаемом после дифференцирования интегрального распределения (кривые 1 на рис. 6.4, *a*). Дифференциальное распределение пробегов в этом случае достаточно хорошо аппроксимируется распределением Гаусса

$$p(R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[ -\frac{(R - \bar{R})^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (6.3)$$

Однако пробег  $\bar{R}$ , определенный по кривой пропускания, снятой экспериментально (кривые 2 на рис. 6.4, *a*), даже для тяжелых заряженных частиц имеет существенно меньшее значение и дополнительные флуктуации, связанные с многократным рассеянием и сравнимые с флуктуациями, связанными с ионизационными потерями.

Для экспериментального получения кривой пропускания между коллимированным пучком моноэнергетических частиц и детектором (рис. 6.4, *б*) ставят поглотитель из тонких фольг (из алюминия, слюды, целлофана или других материалов) и измеряют скорость счета при разных толщинах поглотителя вплоть до таких, при которых скорость счета определяется лишь фоном. Полная толщина поглотителя



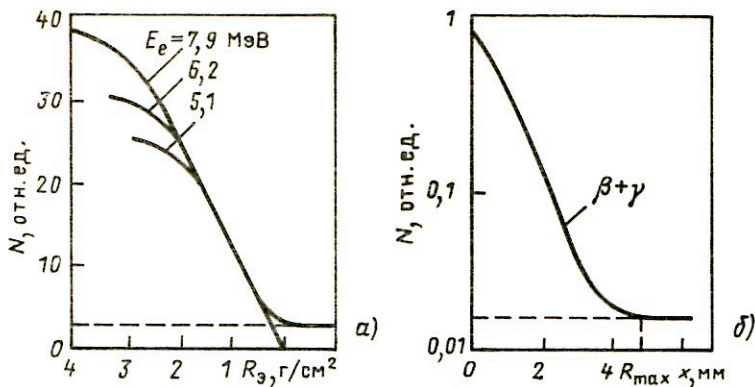


Рис. 6.5. Кривые ослабления (поглощения) в алюминии:

*а* — для моноэнергетических электронов (кривые нормированы к экстраполированному пробегу); *б* — для  $\beta$ -частиц с непрерывным спектром

складывается из толщины фольги, слоя воздуха между источником и детектором, толщины защитного покрытия источника и толщины входного окна детектора.

На практике иногда удобнее измерять экстраполированный пробег  $R_3$  — значение пробега в точке пересечения прямой, соответствующей линейной экстраполяции кривой поглощения, с осью пробегов. Такая экстраполяция оправдана идентичностью конечных участков кривых поглощения.

Особенности взаимодействия электронов с веществом (большие потери энергии и рассеяние на большие углы при одном столкновении) приводят к значительной дисперсии в значениях их пробегов. Так что пробег, определенный по формуле (6.2), может в несколько раз превышать экспериментальное значение.

Число электронов, прошедших через слой вещества, является монотонно убывающей функцией толщины этого слоя. Ее обычно называют функцией ослабления. Функция ослабления существенно различна для моноэнергетических электронов (рис. 6.5, *а*) и для  $\beta$ -частиц с непрерывным спектром (рис. 6.5, *б*).

Функция ослабления для моноэнергетических электронов имеет вначале медленно спадающий участок, затем прямолинейный участок и "хвост", постепенно сливающийся с фоном. Определение границы кривой ослабления затруднено, и наиболее воспроизводимой характеристикой кривых является экстраполированный пробег  $R_3$ . Конечные участки функций ослабления для различных энергий электронов имеют одинаковую форму, что оправдывает методику экстраполяции.

Функция ослабления для  $\beta$ -частиц с непрерывным спектром имеет вначале экспоненциальный спад  $I = I_0 \exp(-\mu d)$ . Затем она асимпто-

тически приближается к уровню фона, который обычно определяется  $\gamma$ -компонентой источника. Простая экстраполяция, как для моноэнергетических электронов, для такой кривой не может быть использована, и кривую обычно строят в полулогарифмическом масштабе. Далее находят максимальный пробег  $R_{\max}$  по точке касания кривой поглощения с линией фона.

Чаще всего для определения энергии частицы по измеренному пробегу пользуются относительными методами, сравнивая эти пробеги с пробегами частиц известной энергии, пробеги в различных материалах с пробегами в воздухе, используя имеющиеся таблицы и полуэмпирические соотношения.

Так, для определения энергии  $\alpha$ -частиц по пробегу в воздухе пользуются соотношением

$$\bar{R}_\alpha^B [\text{см}] = 0,318 E_\alpha^{3/2} [\text{МэВ}] \quad \text{при } E_\alpha < 10 \text{ МэВ.}$$

Для нахождения энергии протонов по пробегу в воздухе пользуются соотношением

$$\bar{R}_p^B [\text{м}] = (E_p/9,3)^{1,8} \quad \text{при } 10 \text{ МэВ} < E_p < 200 \text{ МэВ.}$$

Граничную энергию  $\beta$ -частиц с непрерывным спектром можно вычислить по максимальному пробегу  $R_{\max}$ , используя формулу Фламмерфельда

$$E_\beta^{\max} [\text{МэВ}] = 1,92 \sqrt{R_{\max}^2 + 0,22 R_{\max}},$$

$$0 < R_{\max} < 1,6 \text{ г/см}^2$$

или Физера

$$R_{\max} [\text{г/см}^2] = 0,543 E_\beta^{\max} - 0,160 \quad \text{при } E_\beta^{\max} > 0,8 \text{ МэВ.}$$

Для определения энергии моноэнергетических электронов по экстраполированному пробегу  $R_3$  пользуются соотношением

$$R_3 [\text{г/см}^2] = 0,526 E_e [\text{МэВ}] - 0,94 \quad \text{при } E_e > 0,6 \text{ МэВ.}$$

Погрешности методов определения энергии частицы по длине следа или пробегу обусловлены флюктуациями длины следа и пробегов. Эти флюктуации связаны со статистическим характером потерь энергии и изменением траектории частиц при упругом рассеянии на ядрах. Упругое кулоновское взаимодействие частиц с ядрами растет с увеличением атомного номера  $Z$  ядер среды. Поэтому, например, для свинца флюктуации пробегов тяжелых заряженных частиц в 1,5 раза больше, чем для воздуха.

Относительные флюктуации длин пробегов в средах с малыми атомными номерами для тяжелых заряженных частиц составляют 0,5–2%.

Если связь между энергией и пробегом известна достаточно хорошо, то точность определения энергии может быть в несколько раз лучше.

В отличие от тяжелых заряженных частиц электрон в одном соударении может потерять значительную часть своей энергии и рассеяться на большие углы. При больших энергиях становятся существенными потери на тормозное излучение. Эти особенности взаимодействия электронов с веществом приводят к значительной дисперсии в значении их пробегов. Погрешность определения максимальной энергии методом пропускания для простого  $\beta$ -спектра составляет около 5%.

При нахождении длины следа частицы с помощью трековых детекторов возможны дополнительные флюктуации, связанные, например, с движением газа или жидкости, с изменением плотности среды в них во время работы, с деформацией ядерной эмульсии при проявлении и др. Так, флюктуации пробега в пузырьковых камерах для протонов высоких энергий составляют около 2%. Дополнительные флюктуации, связанные с изменением плотности среды, — около 3%. Флюктуации пробега в ядерных эмульсиях около 2% для протонов с энергией 1 МэВ и около 1% для протонов с энергией 100 МэВ. Энергии частиц в искровых камерах определяют с погрешностью 1–2%. Метод ядерных эмульсий имеет относительное энергетическое разрешение для  $\alpha$ -частиц с энергией 5 МэВ около 3%.

### 6.3. Измерение энергии рентгеновских и $\gamma$ -квантов по функции пропускания. Метод критического поглощения

Параллельный пучок моноэнергетических  $\gamma$ -квантов при прохождении через слой вещества толщиной  $x$  ослабляется по экспоненциальному закону  $I = I_0 \exp(-\mu x)$ , где  $\mu$  — полный коэффициент поглощения. Отношение

$$T(x) = I/I_0 = \exp(-\mu x) \quad (6.4)$$

называют функцией пропускания. В полулогарифмических координатах функция пропускания является прямой с тангенсом угла наклона, равным коэффициенту  $\mu$ . Коэффициент полного поглощения  $\mu$  зависит от энергии, и зависимость  $\mu(E)$  обычно известна достаточно хорошо (с погрешностью 1–2%). Таким образом, измерив функцию пропускания, можно определить  $\mu$ , а по графику  $\mu(E)$  и энергию  $\gamma$ -квантов  $E$ .

Основная трудность оценки энергии  $\gamma$ -квантов по функции пропускания связана с регистрацией детектором не только первичных квантов, прошедших через слой поглотителя, но и квантов, рассеянных в поглотителе и окружающих экспериментальную установку материалах. Для уменьшения вклада вторичного излучения эксперимент необходимо проводить в условиях хорошей геометрии: пучок  $\gamma$ -квантов, выходящих из источника, должен быть достаточно узким (ме-

нее  $1^\circ$ ), апертура детектора — малой. Для этого используют систему коллиматоров из тяжелых веществ.

Функция  $\mu(E)$  для большинства веществ имеет плавный минимум (например, в алюминии при  $E_\gamma \approx 20$  МэВ, в углероде при  $E_\gamma \approx 50$  МэВ), поэтому поглотитель необходимо выбирать таким образом, чтобы  $\mu(E)$  для исследуемого диапазона энергий находилась на склонах кривой, где  $dE/d\mu$  достаточно велика. Очевидно, что точность оценки энергии  $E_\gamma$ , не превышает точности, с которой известна зависимость  $\mu(E)$ .

Для измерения энергии  $\gamma$ - или рентгеновского излучения в области  $E < 100$  кэВ можно использовать метод критического поглощения. В этой области имеются скачки коэффициента поглощения, соответствующие энергии ионизации оболочек  $K$ ,  $L$  и т.д. Коэффициент поглощения при таких энергиях изменяется в несколько раз. Наибольшие скачки происходят для края  $K$ -полос (например, для края  $K$ -полосы алюминия в 13 раз). К тому же три края  $L$ -полос соседних элементов обычно сливаются, поэтому чаще всего в этом методе используют края  $K$ -полос. Последовательно измеряя в хорошей геометрии поглощение квантов двумя соседними элементами, находят пару элементов, для которых коэффициент поглощения легкого элемента существенно больше, чем тяжелого. Тогда энергия квантов будет лежать между краями  $K$ -полос этих элементов.

## Глава 7. МЕТОДЫ СПЕКТРОМЕТРИИ НЕЙТРОНОВ

### 7.1. Метод времени пролета

Так как нейтроны непосредственно не производят ионизации\*, то прямое измерение их энергии затруднено. Единственным способом такого прямого определения энергии является метод времени пролета. Во всех остальных случаях энергию нейтронов можно определить, анализируя вторичные продукты ядерных реакций с участием нейтронов. Так, в реакции упругого рассеяния измеряется энергия рассеянного заряженного ядра, а энергия нейтрона восстанавливается из кинематических соображений. В методе активационных интегралов измеряется активность, наведенная нейтронами в образцах известного состава, а энергетический спектр нейтронов восстанавливается путем решения обратной задачи по известным энергетическим зависимостям сечения активации.

---

\* Поскольку нейтроны имеют магнитный момент, то, в принципе, они производят ионизацию. Однако сечение соответствующей реакции на много порядков меньше сечения ядерных взаимодействий нейтронов, в итоге приводящих к ионизации. Поэтому непосредственной ионизацией нейтронами можно пренебречь.

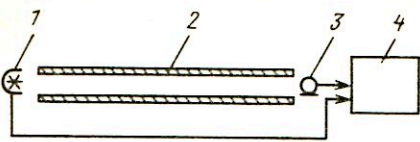


Рис. 7.1. Блок-схема времяпролетного спектрометра:

1 — импульсный источник; 2 — пролетная база (откачанная цилиндрическая трубка длиной  $l$ ); 3 — детектор нейтронов; 4 — временной анализатор

Принципиальная схема спектрометра нейтронов по времени пролета представлена на рис. 7.1. Источник нейтронов формирует короткий нейтронный импульс, при этом нейтроны попадают в пролетную базу, и одновременно формируется стартовый импульс для временного анализатора. Через некоторое время, зависящее от энергии, нейтрон достигает детектора и с некоторой вероятностью регистрируется им. При этом во временной анализатор засылается импульс, называемый стоповым. Временной анализатор измеряет длительность временного интервала  $t$  между стартовым и стоповым импульсами. Далее энергия нейтрона может быть определена по формуле

$$E = ml^2 / (2t^2), \quad (7.1)$$

так как обычно приходится иметь дело с нейтронами нерелятивистских энергий.

Если импульсный источник действует периодически, то таким способом можно измерить спектр времен пролета  $f(t)$  [ $f(t_i)\Delta t_i$  — число отсчетов в  $i$ -м канале временного анализатора,  $\Delta t_i$  — ширина канала]. По известному спектру  $f(t)$  легко восстановить энергетический спектр  $\varphi(E)$ , а именно из соотношения

$$f(t) |dt| = \varphi(E) |dE| \quad (7.2)$$

немедленно получаем

$$\varphi(E) = f(t) \left| \frac{dt}{dE} \right| = f \left( \sqrt{\frac{ml^2}{2E}} \right) \sqrt{\frac{ml^2}{2^3}} E^{-3/2}. \quad (7.3)$$

Период следования стартовых импульсов должен быть настолько большим, чтобы нейтроны с наименьшей интересующей исследователя энергией (т.е. наибольшим временем пролета) регистрировались детектором до начала следующего стартового импульса. В противном случае будет зарегистрирован интервал между последним стартовым импульсом и моментом регистрации, отличающийся от истинного интервала на неизвестное целое число периодов (такие нейтроны называются рециклическими). От них частично можно избавиться, применяя специальные фильтры.

Рассмотрим факторы, влияющие на энергетическое разрешение спектрометров по времени пролета. Наибольший вклад в значение разре-

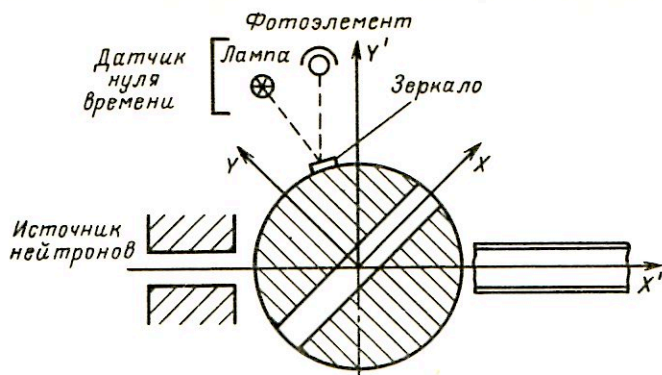


Рис. 7.2. Схема прерывателя

шения вносит конечная длительность нейтронного импульса. Она же определяет форму линии спектрометра. Длительность нейтронного импульса и форма линии целиком определяются конструкцией импульсного источника нейтронов.

При измерении спектров тепловых и промежуточных нейтронов часто используют источник с механическим прерыванием пучка. Такой прерыватель (механический селектор) представляет собой цилиндр (ротор), изготовленный из материала с большим сечением поглощения нейтронов. Он вращается вокруг оси, перпендикулярной оси пролетной базы (рис. 7.2). В цилиндре имеется поперечная щель. В момент совмещения оси щели с осью пролетной базы нейтроны попадают в пролетную базу и далее регистрируются детектором.

Найдем форму линии нейтронного спектрометра с механическим прерывателем. Выберем систему координат  $X', Y'$  с центром, расположенным на оси цилиндра, так, что ось  $X'$  совпадает с осью пролетной базы (рис. 7.2). Пусть цилиндр с радиусом  $R$  вращается по часовой стрелке с угловой скоростью  $\omega$  и в момент  $t = 0$  ось щели совпадает с осью пролетной базы. Ширина щели равна  $h$ . Рассмотрим движение произвольного нейтрона в направлении оси  $X'$ . Его траектория описывается уравнениями

$$X' = v(t - \tau); \quad Y' = u, \quad (7.4)$$

где  $\tau$  — момент достижения нейтроном начала координат. Величину  $\tau$  можно считать равномерно распределенной случайной величиной в пределах  $[-h/(2R\omega), h/(2R\omega)]$ . Величина  $u$  также является равномерно распределенной случайной величиной в пределах  $(-h/2, h/2)$ .

Перейдем в систему координат  $X, Y$ , связанную с цилиндром. Очевидно,

$$\left. \begin{aligned} X &= X' \cos \omega t - Y' \sin \omega t; \\ Y &= X' \sin \omega t + Y' \cos \omega t. \end{aligned} \right\} \quad (7.5)$$

На практике всегда щель выбирается узкой, т.е.  $h \ll R$ , поэтому нас будут интересовать малые значения времен вблизи нуля, когда щель открыта, т.е. будем предполагать, что  $\omega t \ll 1$ . Разложим выражение (7.5) в ряд по малому параметру  $\omega t$ , ограничиваясь линейными членами, и подставим в него значения  $X'$  и  $Y'$  из (7.4). В результате имеем

$$X = v(t - \tau); \quad Y = v(t - \tau) \omega t + u. \quad (7.6)$$

Отметим, что слагаемое  $Y' \sin \omega t \approx u \omega t$  имеет второй порядок малости и поэтому опущено. Исключим из приведенных выражений время  $t$  и получим уравнение траектории нейтрона в системе отсчета, связанной с цилиндром:

$$Y = (\omega/v) X^2 + \omega \tau X + u. \quad (7.7)$$

Для того чтобы нейтрон прошел сквозь щель, его траектория не должна пересекать границ щели. Существует минимальная скорость нейтрона, способного пролететь сквозь щель. Его траектория изображена на рис. 7.3 (кривая 1). Пользуясь рисунком, легко вычислить минимальную скорость, которая равна

$$v_{\min} = \omega R^2/h. \quad (7.8)$$

Для упрощения записи целесообразно ввести безразмерные переменные

$$x = \frac{X}{R}; \quad y = \frac{Y}{h}; \quad \beta = \frac{v_{\min}}{v} = \frac{\omega R^2}{hv}; \quad \xi = \frac{\omega R \tau}{h}; \quad \eta = \frac{u}{h}. \quad (7.9)$$

В новых переменных уравнение траектории (7.7) принимает вид

$$y = y(x) = \beta x^2 + \xi x + \eta. \quad (7.10)$$

Условие прохождения нейтрона сквозь щель сводится к тому, что при  $-1 < x < 1$  величина  $y$  должна удовлетворять неравенству  $-1/2 < y < 1/2$ . Нам необходимо установить интервал значений  $\eta$  (при фиксированных  $\beta$  и  $\xi$ ), при которых соблюдается указанное неравенство. Поскольку случайная величина  $\eta$  распределена равномерно на отрезке  $[-1/2, 1/2]$  единичной длины, то длина этого интервала будет представлять собой долю прошедших сквозь щель нейтронов как функцию  $\xi$ , т.е. форму линии.

При рассмотрении следует выделить два случая:

а) минимум траектории может располагаться только внутри щели (кривая 2 на рис. 7.3);

б) минимум траектории может располагаться как внутри, так и снаружи щели (кривая 3 на рис. 7.3).

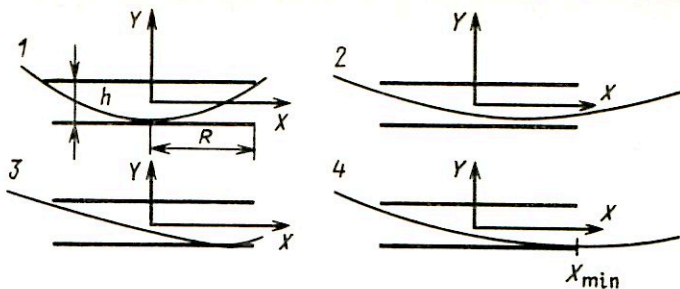


Рис. 7.3. Траектории частиц, пролетающих сквозь прерыватель

Границу между этими случаями определяют кривая 4 на рис. 7.3 и симметричная ей относительно от  $Y$  кривая. Легко сосчитать, что граница соответствует значению  $\beta = 1/4$  или  $v = 4v_{\min}$ .

Рассмотрим случай а): ( $1 \geq \beta \geq \frac{1}{4}$ ,  $v_{\min} \leq v \leq 4v_{\min}$ ). Чтобы траектория не пересекала границ щели, необходимо выполнение следующих условий:

$$y(-1) < 1/2; \quad y(1) < 1/2; \quad y(x_{\min}) > -1/2, \quad (7.11)$$

где  $x_{\min}$  — точка, в которой достигается минимум параболы,  $x_{\min} = -\xi/(2\beta)$ . Конкретизируя приведенные неравенства с помощью уравнения (7.10), получаем систему неравенств, которым должны удовлетворять параметры  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\beta$ , при которых нейтрон проходит сквозь щель:

$$\left. \begin{aligned} \eta &< \xi - \beta + 1/2; \\ \eta &< -\xi - \beta + 1/2; \\ \eta &> \xi^2/4\beta - 1/2. \end{aligned} \right\} \quad (7.12)$$

На рис. 7.4, а изображена область значений  $\xi$ ,  $\eta$ , удовлетворяющая этой системе неравенств. Неравенства удовлетворены, если  $\xi$  лежит в пределах, правый из которых определяется из уравнения

$$\xi^2/4\beta - 1/2 = -\xi - \beta + 1/2$$

или

$$\xi_1 = 2(\sqrt{\beta} - \beta),$$

а левый предел равен

$$\xi_2 = -2(\sqrt{\beta} - \beta).$$

Из приведенных выражений можно найти долю нейтронов, прошедших сквозь щель  $f(\xi)$ . Она равна разности верхней и нижней кривой



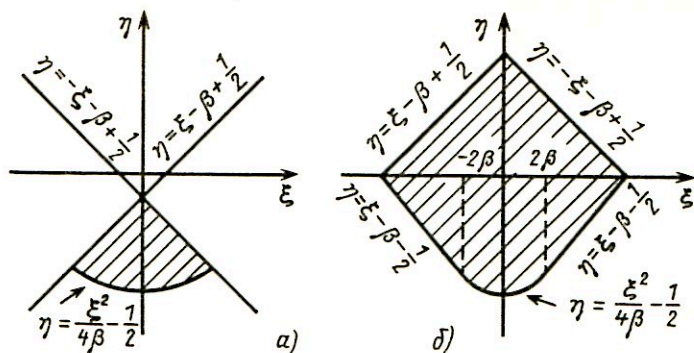


Рис. 7.4. Области пропускания частиц

на рис. 7.4, а при фиксированном  $\xi$  :

$$\left. \begin{aligned}
 f(\xi) &= |\xi| - \beta + \frac{1}{2} - \left( \frac{\xi^2}{4\beta} - \frac{1}{2} \right) = 1 - \left( \frac{|\xi|}{2\sqrt{\beta}} + \sqrt{\beta} \right)^2, \\
 |\xi| &< 2(\sqrt{\beta} - \beta); \\
 f(\xi) &= 0, \quad |\xi| \geq 2(\sqrt{\beta} - \beta).
 \end{aligned} \right\} \quad (7.13)$$

Теперь рассмотрим случай б) :  $(0 < \beta \leq \frac{1}{4}, \nu > 4\nu_{\min})$ , считая, что минимум кривой расположен при  $x > 0$  (при этом  $\xi < 0$ ). Случай  $x < 0$  дает симметричный результат. Сначала предположим, что минимум расположен внутри щели. Тогда производная кривой при  $x = 1$  положительна, т.е.  $2\beta + \xi > 0, 0 > \xi > -2\beta$ . Здесь справедливо рассмотрение, относящееся к случаю а), и поэтому при  $|\xi| < 2\beta$

$$f(\xi) = 1 - \left( \frac{|\xi|}{2\sqrt{\beta}} + \sqrt{\beta} \right)^2 \quad (7.14a)$$

(учтен случай  $x < 0$ ).

Если минимум расположен снаружи (справа) от щели, то должны быть выполнены следующие неравенства:

$$y(-1) < \frac{1}{2}; \quad y(1) > -\frac{1}{2}; \quad y'(1) = 0$$

или

$$\eta < \xi - \beta + 1/2; \quad \eta > -\xi - \beta - 1/2; \quad \xi < -2\beta.$$

Неравенства образуют непустое множество, если  $\xi > \xi_0$ , где  $\xi_0$  находится из уравнения  $\xi - \beta + 1/2 = -\xi - \beta - 1/2$ , т.е.  $\xi_0 = -1/2$ .

Когда минимум расположен слева от щели, система неравенств имеет вид  $\eta < -\xi - \beta + 1/2$ ;  $\eta > \xi - \beta - 1/2$  при  $2\beta < \xi < 1/2$ .

Обе системы

$$\eta < -|\xi| - \beta + 1/2; \quad \eta > |\xi| - \beta - 1/2$$

объединяются при  $2\beta < |\xi| < 1/2$ . Область значений параметров, при которых нейтрон пролетает сквозь щель, показана на рис. 7.4, б.

Таким образом, доля прошедших сквозь щель нейтронов в данном случае равна

$$f(\xi) = (-|\xi| - \beta + 1/2) - (|\xi| - \beta - 1/2) = 1 - 2|\xi| \quad (7.146)$$

при  $2\beta < |\xi| < 1/2$ . При  $|\xi| \geq 1/2$   $f(\xi) = 0$ .

Возвращаясь к исходным переменным, получаем окончательные выражения для формы линии:

$$\text{при } v < v_{\min} \quad f(\tau) = 0;$$

$$\text{при } v_{\min} < v < 4v_{\min}$$

$$f(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{\omega v}{4h} \left( \frac{2R}{v} + |\tau| \right)^2, & |\tau| \leq 2 \left( \sqrt{\frac{h}{\omega v}} - \frac{R}{v} \right); \\ 0, & |\tau| > 2 \left( \sqrt{\frac{h}{\omega v}} - \frac{R}{v} \right); \end{cases}$$

$$\text{при } v > 4v_{\min}$$

$$f(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{\omega v}{4h} \left( \frac{2R}{v} + |\tau|^2 \right)^2, & |\tau| < \frac{2R}{v}; \\ 1 - \frac{\omega R}{h} |\tau|, & \frac{2R}{v} < |\tau| < \frac{h}{2\omega R}; \\ 0, & |\tau| > \frac{h}{2\omega R}. \end{cases} \quad (7.15)$$

Примеры формы линии изображены на рис. 7.5. При  $v > 4v_{\min}$  длительность нейтронного импульса не зависит от  $v$  и равна  $h/(\omega R)$ , при  $v < 4v_{\min}$  длительность импульса составляет  $4 \left( \sqrt{4/\omega v} - R/v \right)$ . Отметим, что при  $v \rightarrow \infty$  импульс имеет треугольную форму и совпадает с зависимостью от времени ширины просвета щели, наблюдаемого вдоль оси  $X'$  (пунктир на рис. 7.5).

Если проинтегрировать выражения (7.15) по времени, то получится так называемая **функция пропускания**  $J$ , представляющая собой полное число нейтронов, вышедших из щели за один импульс (оборот

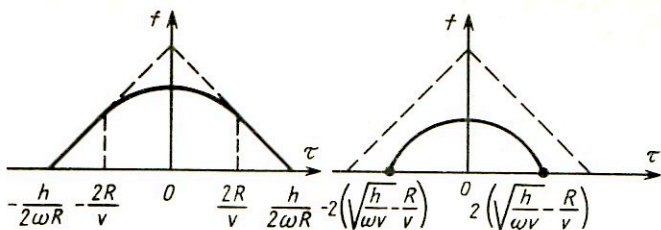


Рис. 7.5. Форма линии времяпролетного спектрометра

цилиндра). В результате получим

$$J(\nu) = \begin{cases} 0, & \nu < \nu_{\min}; \\ \frac{8}{3} \frac{\nu_{\min}^2}{\nu^2} - 8 \frac{\nu_{\min}}{\nu} + \frac{16}{3} \sqrt{\frac{\nu_{\min}}{\nu}}, & \nu_{\min} < \nu < 4\nu_{\min}; \\ 1 - \frac{8}{3} \frac{\nu_{\min}^2}{\nu^2}, & \nu > 4\nu_{\min}. \end{cases}$$

Это выражение целесообразно представить как функцию времени пролета базы длиной  $l$ . После подстановки  $\nu = l/t$  имеем

$$J(t) = \begin{cases} 0, & t > \frac{l}{\nu_{\min}}; \\ \frac{8}{3} \frac{\nu_{\min}^2}{l^2} t^2 - 8 \frac{\nu_{\min}}{l} t + \frac{16}{3} \sqrt{\frac{\nu_{\min}}{l}} t, & \frac{l}{\nu_{\min}} > t > \frac{l}{4\nu_{\min}}; \\ 1 - \frac{8}{3} \frac{\nu_{\min}^2}{l^2} t^2, & t < \frac{l}{4\nu_{\min}}. \end{cases} \quad (7.16)$$

График этой функции в виде зависимости от безразмерного параметра  $\Theta = \nu_{\min} t/l$  приведен на рис. 7.6.

При количественном анализе временных спектров необходимо делать поправку на эту функцию, а именно — истинный временной спектр  $\Phi_0(t)$  связан с наблюдаемым  $\Phi(t)$  соотношением

$$\Phi_0(t) = \Phi(t)/J(t). \quad (7.17)$$

Обратимся к вопросу о выборе длины пролетной базы  $l$ . Поскольку длительность нейтронного импульса не зависит от длины базы [см.

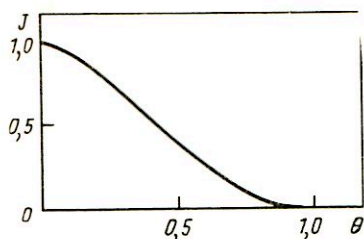


Рис. 7.6. Функция пропускания времяпролетного спектрометра

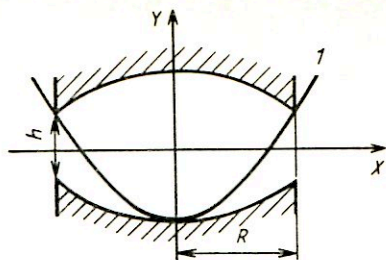


Рис. 7.7. Траектория частицы в бочкообразной щели

(7.15)], то для улучшения относительного временного (и, следовательно, энергетического) разрешения желательно базу выбирать как можно длиннее. Однако существует ограничение сверху на длину базы, связанное с тем, что нейтроны со скоростью  $v_{\min}$  должны пролететь базу за время, меньшее по сравнению с периодом следования импульсов, который равен половине периода вращения ротора, т.е. должно выполняться неравенство

$$l/v_{\min} < \pi/\omega. \quad (7.18)$$

Подставляя сюда выражение для  $v_{\min}$  из формулы (7.8), получаем ограничение на длину пролетной базы в виде неравенства

$$l < \pi R^2/h. \quad (7.19)$$

Существует еще одна причина, по которой нельзя беспредельно увеличивать пролетную базу. Дело в том, что пучок нейтронов на выходе из щели является не плоскопараллельным, как предполагалось при расчетах, а расходящимся. Расходимость пучка в вертикальном направлении, как легко видеть, равна  $h/R$ , и вертикальный размер пятна, равный  $hl/R$ , обычно достаточно велик и превышает размеры детектора нейтронов. В горизонтальном направлении расходимость еще больше. Поэтому скорость счета нейтронов падает пропорционально  $1/l^2$ \*

Рассмотрим времяпролетный спектрометр тепловых нейтронов. Пусть  $\omega = 500 \text{ с}^{-1}$  ( $f = \frac{\omega}{2\pi} = 79 \text{ об/с}$ ),  $R = 10 \text{ см}$ ,  $h = 0,2 \text{ см}$ . Тогда

\* Расходимость пучка влияет и на форму линии, которая "размазывается" вследствие такого влияния на временной интервал порядка  $h_0^2/lv$ , где  $h_0$  — поперечный диаметр детектора. Однако этот эффект обычно мал и им пренебрегают.

$v_{\min} = 2,5 \cdot 10^3$  м/с. Этой скорости соответствует энергия нейтрона порядка 0,03 эВ. Максимальная пролетная база, соответствующая ей, равна 15,7 м. Ширина импульса составляет  $\Delta t = 4 \cdot 10^{-5}$  с. Время пролета для скорости  $v = 4v_{\min}$  составляет  $1,57 \cdot 10^{-3}$  с (при  $l = 15,7$  м), и временное разрешение составляет приблизительно 2,5%\*. Если для поглощения нейтронов используется кадмий, то с помощью такого спектрометра можно измерять спектры нейтронов с энергиями до 0,4 эВ.

При измерении спектров промежуточных нейтронов типичные скорости вращения ротора составляют около 500 об/с. При радиусе ротора 5–10 см ширина щели составляет доли миллиметра. Длительность импульса достигает долей микросекунды. Поскольку материалы, избирательно поглощающие нейтроны промежуточных энергий, отсутствуют, то для изготовления ротора в данном случае используют материал с большим полным сечением (например, уран).

Наличие скорости  $v_{\min}$  ограничивает снизу диапазон регистрируемых энергий нейтронов. Границу скорости можно уменьшить, если использовать не плоскую, а бочкообразную щель (рис. 7.7). Профиль щели легко определить из геометрических соображений, представленных на этом рисунке. Кривая  $l$  описывает траекторию, соответствующую желаемой граничной скорости  $v'_{\min}$ . Ее уравнение в безразмерных переменных имеет вид  $y = \beta x^2 - \beta + 1/2$ , где  $\beta = v_{\min}/v'_{\min} > 1$ ,  $v_{\min} = \omega R^2/h$ . Уравнение нижнего профиля щели можно записать следующим образом:

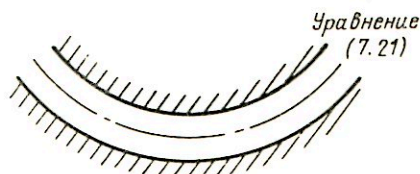
$$y = (\beta - 1)x^2 - \beta + 1/2. \quad (7.20)$$

Уравнение верхнего профиля имеет тот же вид при обращении знака координат.

Следует иметь в виду, что уменьшение граничной скорости должно сопровождаться уменьшением длины пролетной базы [см. формулу (7.16)], что приводит к ухудшению относительного временного разрешения. Граничную скорость можно также понизить, уменьшая скорость вращения ротора, но, как следует из формул (7.15), при этом увеличивается длительность импульса, т.е. ухудшается временное разрешение.

Механический селектор описанной выше конструкции выполняет функции дискриминатора энергий нейтронов. Он пропускает нейтроны с любыми энергиями, превышающими  $mv_{\min}^2/2$ . Можно сконструировать селектор, выделяющий нейтроны из заданного диапазона энер-

\* На самом деле разрешение несколько лучше, так как для его определения нужно брать не полную ширину импульса, а ширину на половине высоты.



гий (монокроматор нейтронов). Для этого используют искривленную щель. Ее конфигурацию определяют из следующих соображений.

Допустим, что необходимо выделять нейтроны из некоторого диапазона скоростей со средней скоростью  $v_0$ . Траектория нейтрона с такой скоростью, проходящая через ось ротора в системе отсчета, связанной с ротором, описывается уравнением в параметрической форме

$$\left. \begin{aligned} r &= v_0 t, \quad \varphi = \omega t \quad \text{при } t > 0; \\ r &= v_0 |t|, \quad \varphi = \omega t + \pi \quad \text{при } t < 0. \end{aligned} \right\} \quad (7.21)$$

(По-прежнему совмещаем начало отсчета времени с моментом прохождения нейтроном оси ротора.) Из соображений симметрии можно ограничиться рассмотрением времен  $t > 0$ . Пусть ротор имеет изогнутую щель шириной  $h$ , ось которой совпадает с кривой (7.21) (рис. 7.8). Как легко видеть из приведенного рисунка, уравнение верхнего края щели в параметрической форме задается в виде

$$r = \sqrt{v_0^2 t^2 + \frac{h^2}{4}}, \quad \varphi = \arctg \frac{h}{2v_0 t} + \omega t \quad (7.22)$$

и соответственно, для нижнего края

$$r = \sqrt{v_0^2 t^2 + \frac{h^2}{4}}, \quad \varphi = -\arctg \frac{h}{2v_0 t} + \omega t. \quad (7.23)$$

Отметим, что если изменение угла  $\varphi$  за время пролета ротора мало, то кривые, удовлетворяющие (7.21) – (7.23), можно заменить дугами окружностей, с центром в некоторой точке  $O$  (рис. 7.8). Например, уравнение окружности, проходящей через ось ротора в полярных координатах, имеет вид  $r = 2\rho \sin \varphi$  и при малых  $\varphi$   $r = 2\rho\varphi$ , что совпадает с уравнением (7.21), если  $2\rho = v_0/\omega$ .

Траектория движения произвольной частицы в системе отсчета, связанной с ротором, описывается уравнением

$$r = \sqrt{v^2 (t - \tau) + u^2}, \quad \varphi = \arctg \frac{u}{v(t - \tau)} + \omega t \quad (t > \tau). \quad (7.24)$$

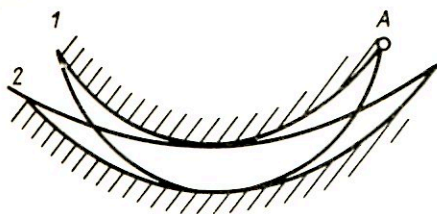


Рис. 7.9. Траектории частиц в изогнутой щели

Определим граничные скорости нейтронов, пропускаемых таким селектором. Нейтронам с нижней граничной скоростью  $v_H$  соответствует траектория 1 на рис. 7.9. В уравнении (7.24) ей соответствуют параметры  $\tau = 0$ ,  $u = -h/2$ . Скорость  $v_H$  находят из условия пересечения этой траектории с верхним краем щели с точки  $A$ . Эта точка соответствует в уравнении (7.22) некоторому значению параметра  $t = t_0$  и имеет координаты

$$R = \sqrt{(v_0 t_0)^2 + h^2/4}, \quad (7.25)$$

где  $R$  — расстояние от точка  $A$  до начала координат. Та же точка принадлежит траектории 1, и ей в уравнении (7.24) соответствует значение параметра  $t = t_H$  и аналогично

$$R = \sqrt{v_H^2 t_H^2 + h^2/4}. \quad (7.26)$$

В точке пересечения значения углов  $\varphi$  в уравнениях верхнего края щели и траектории равны

$$\arctg \frac{h}{2v_0 t_0} + \omega t_0 = -\arctg \frac{h}{2v_H t_H} + \omega t_H. \quad (7.27)$$

Решая систему трех уравнений (7.25) — (7.27) относительно неизвестных  $v_H$ ,  $t_0$ ,  $t_H$ , находим нижнюю граничную скорость. На практике величина  $h$  выбирается малой, т.е.  $h/R \ll 1$ ,  $h/(v_0 t_0) \ll 1$ ,  $h/(v_H t_H) \ll 1$ , и поэтому в приведенных уравнениях можно ограничиться линейными членами разложения в ряд Тейлора, что дает

$$R = v_0 t_0; \quad R = v_H t_H; \quad \frac{h}{2v_0 t_0} + \omega t_0 = -\frac{h}{2v_H t_H} + \omega t_H.$$

Отсюда легко найти нижнюю граничную скорость

$$v_H = \omega R^2 v_0 / (\omega R^2 + h v_0). \quad (7.28)$$

Аналогично находят верхнюю граничную скорость, которой соответствует траектория 2 на рис. 7.9:

$$v_B = \omega R^2 v_0 / (\omega R^2 - h v_0). \quad (7.29)$$

Если ввести относительные отклонения, то приведенные формулы принимают более компактный вид:

$$\frac{v_H - v_0}{v_0} = - \frac{1}{\omega R^2 / (h v_0) + 1} ; \quad \frac{v_B - v_0}{v_0} = \frac{1}{\omega R^2 / (h v_0) - 1} . \quad (7.30)$$

Если (при малых  $\varphi$ ) щель имеет форму окружности радиусом  $\rho$ , то

$$\frac{v_H - v_0}{v_0} = - \frac{1}{1 + R^2 / (2 \rho h)} ; \quad \frac{v_B - v_0}{v_0} = \frac{1}{R^2 / (2 \rho h) - 1} . \quad (7.31)$$

Поскольку уравнение оси щели можно записать как  $r = (v_0 / \omega) \varphi$  ( $\varphi > 0$ ) [см. уравнение (7.21)], видно, что если при заданной форме щели необходимо изменить  $v_0$ , то нужно соответствующим образом менять  $\omega$ . В частности, для уменьшения  $v_0$  можно уменьшать  $\omega$ . Однако, как и в случае с прямолинейной щелью, уменьшение ведет к ухудшению разрешения.

Кроме монохроматоров описанного типа существуют монохроматоры с продольным расположением оси ротора и винтовой щелью (рис. 7.10). Пусть такой ротор имеет радиус  $R$ , длину  $l$ , а уравнение оси щели записывается в виде  $r = R$ ,  $\varphi = 2\pi x/s$  ( $x$  — расстояние вдоль оси ротора,  $s$  — шаг винта). При вращении ротора с угловой скоростью  $\omega$  в направлении, противоположном направлению закрученности спирали, точка щели, соответствующая фиксированному углу между вертикалью и перпендикуляром, восстановленным из оси ротора в эту точку (рис. 7.10), будет перемещаться вдоль оси  $x$  со скоростью

$$v = 2\pi\omega s = ns$$

( $n$  — круговая скорость ротора).

Если в подходящий момент в щель попал нейтрон, имеющий такую же скорость, направленную вдоль оси ротора, то он, двигаясь синхронно со щелью, сможет пройти сквозь нее. Нейтроны с заметно различающимися скоростями будут поглощены стенками ротора. Диапазон скоростей нейтронов, способных пройти сквозь такой ротор, определяется длиной ротора и шириной щели  $h$ . Для частицы, движущейся со скоростью  $v$  синхронно с вращением к моменту вылета из ротора, он повернется на угол  $\varphi = 2\pi l n / v$ . Частица со скоростью  $v + \Delta v$  способна пролететь сквозь щель, если угол поворота ротора для нее будет отличаться от приведенного выше не более чем на  $h/R$ , т.е.

$$2\pi l n \left( \frac{1}{v} - \frac{1}{v + \Delta v} \right) \leq \frac{h}{R} . \quad (7.32)$$

Полагая  $h/R \ll 1$ , что всегда имеет место, очевидно, получаем, что



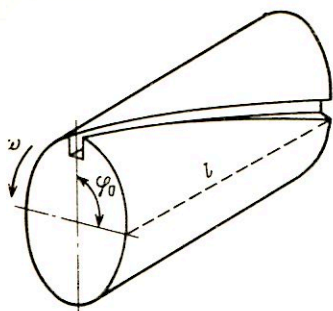


Рис. 7.10. Винтообразный селектор  $\varphi_0 = 2\pi l/s$

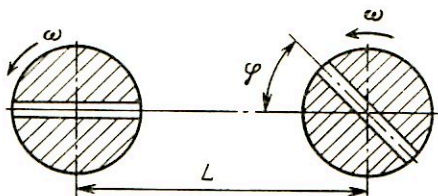


Рис. 7.11. Селектор с двумя роторами

$\Delta v/v \ll 1$ , и тогда

$$\Delta v \leq \frac{h}{R 2 \pi l n} v^2. \quad (7.33)$$

Таким образом, описанный монохроматор пропускает нейтроны со скоростями в диапазоне

$$v \pm h v^2 / (2 \pi l n R^2). \quad (7.34)$$

Существует еще один тип монохроматора. Он состоит из двух роторов с осями вращения, перпендикулярными направлению движения нейтронов с поперечными щелями (рис. 7.11). Плоскость щели второго ротора составляет угол  $\varphi$  с плоскостью щели первого ротора. Этот угол определяет скорость селектируемых нейтронов. Если расстояние между осями роторов равно  $L$  и скорость вращения роторов одинакова и равна  $\omega$ , то для выделяемой скорости можно записать

$$v = L \omega / \varphi. \quad (7.35)$$

Это соотношение следует непосредственно из того факта, что для селектирования нейтрона нужно, чтобы к моменту прихода нейтрона ко второму ротору ( $t = L/v$ ) щель ротора заняла горизонтальное положение ( $t = \varphi/\omega$ ).

Временная форма импульса нейтронов, выпущенных первым ротором, наблюдаемая на оси второго ротора, описывается выражением (7.15) с заменой аргумента  $\tau$  на  $(t - L/v)$ , т.е. она имеет вид  $f(t - L/v)$ . Кривая пропускания второго ротора описывается тем же выражением с заменой аргумента на  $(t - \omega/\varphi)$ , т.е. имеет вид  $f(t - \omega/\varphi)$ . Полное число нейтронов, пропущенных через монохроматор, равно

$$g(v) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t - L/v) f(t - \omega/\varphi) dt. \quad (7.36)$$

Мы не приводим результата интегрирования в силу его громоздкости

и предоставляем читателю возможность вычислить (7.36) самостоятельно.

Максимум функции  $g(\nu)$  достигается при  $\nu = L\varphi/\omega$ , а диапазон пропускаемых скоростей удовлетворяет соотношению

$$|\nu - L\varphi/\omega| < h\nu\varphi/\omega^2 R \quad \text{при } \nu > 4\nu_{\min}. \quad (7.37)$$

## 7.2. Корреляционный метод измерения временных спектров нейтронов

Временной спектр можно представить себе как отклик спектрометра на мгновенный импульс нейтронов. Это означает, что если на входе пролетной базы форма импульса имеет вид  $N\delta(t - t_0)$ , где  $N$  — число нейтронов в импульсе,  $\delta(t - t_0)$  —  $\delta$ -функция Дирака, то среднее число нейтронов, зарегистрированных детектором за единицу времени (скорость счета), в конце пролетной базы равно  $N\Phi(t - t_0)$ , где  $\Phi(t)$  — временной спектр. Допустим теперь, что источник нейтронов не импульсный, а имеет интенсивность, меняющуюся во времени по закону  $Z(t)$ . Эту функцию можно представить как суперпозицию импульсных источников

$$Z(t) = \int \delta(t - s)Z(s) ds \quad (7.38)$$

и поскольку каждому импульсному источнику  $\delta(t - s)$  соответствует отклик  $\Phi(t - s)$ , то скорость счета детектора как функция времени имеет вид

$$u(t) = \int_0^t \Phi(t - s)Z(s) ds. \quad (7.39)$$

Верхний предел выбран исходя из условия  $\Phi(t) = 0$  при  $t \leq 0$ .

Далее предположим, что  $Z(t)$  есть стационарный случайный процесс с некоррелированными значениями (белый шум). Это означает, что среднее значение процесса  $\overline{Z(t)}$  от времени не зависит и является константой  $\overline{Z(t)} = a$ , а корреляционная функция, определяемая как

$$B_{ZZ}(t, t - \tau) = B_{ZZ}(\tau) = \overline{(Z(t) - a)(Z(t - \tau) - a)} \quad (7.40)$$

является  $\delta$ -функцией

$$B_{ZZ}(t, t - \tau) = \sigma^2 \delta(\tau) \quad (7.41)$$

(кроме того, она не зависит от  $t$ ). В приведенном выражении  $\sigma^2$  — дисперсия случайного процесса. Отсюда легко получить выражение

$$R_{ZZ} = \overline{Z(t)Z(t - \tau)} = \sigma^2 \delta(\tau) + a^2. \quad (7.42)$$

Вычислим среднее значение произведения  $u(t)Z(t - \tau)$ :

$$\begin{aligned}
\overline{u(t)Z(t-\tau)} &= \int_{-\infty}^t \Phi(t-s) \overline{Z(z)Z(t-\tau)} ds = \int_{-\infty}^t \Phi(t-s) R_{ZZ}(s-t+\tau) ds = \\
&= \sigma^2 \int_{-\infty}^t \Phi(t-s) \delta(s-t+\tau) ds + \\
&+ a^2 \int_{-\infty}^t \Phi(t-s) ds = \sigma^2 \Phi(\tau) + a^2 \epsilon.
\end{aligned} \tag{7.43}$$

Если выбрать достаточно большое время наблюдения  $t \rightarrow \infty$ , то интеграл во втором слагаемом будет представлять собой полное число зарегистрированных в конце пролетной базы нейтронов, приходящееся за один испущенный нейтрон. Иначе эту величину можно понимать как отношение числа зарегистрированных нейтронов к числу нейтронов на входе пролетной базы. При отсутствии потерь, связанных с расходимостью пучка и при 100%-ной эффективности регистрации, это отношение равно единице. В любом случае число нейтронов в конце пролетной базы может быть определено экспериментально.

Таким образом, если бы удалось иметь источник нейтронов, интенсивность которого меняется по случайному закону, и измерить среднее значение произведения  $u(t)Z(t-\tau)$ , то можно было бы определить временной спектр. Этот метод называется **корреляционным методом**. Сразу видны два преимущества такого способа измерения временных спектров. Во-первых, более эффективное использование источника нейтронов. Действительно, в обычном методе времени пролета источник действует только в течение короткого времени впуска нейтронов в пролетную базу. Скважность здесь равна отношению длительности нейтронного импульса к периоду следования. В корреляционном методе эффективность использования нейтронного источника гораздо выше. Как будет показано ниже, скважность здесь равна примерно 0,5. Во-вторых, в этом методе эффективно подавляется некоррелированный фон, так как при фиксированном фоне вследствие большой скважности количество зарегистрированных нейтронов гораздо больше, чем в обычном методе времени пролета.

Чтобы реализовать корреляционный метод измерения временных спектров, нужно решить две проблемы:

1) создание источника нейтронов со случайным законом изменения интенсивности во времени;

2) разработка способа измерения функции  $\overline{u(t)Z(t-\tau)}$ .

Что касается источника, то им мог бы быть стационарный источник. При этом впуск нейтронов в пролетную базу регулируется задвижкой, управляемой генератором непрерывного белого шума. Однако такой источник трудно реализовать технически и эксплуатировать.

Поскольку временной спектр измеряется в дискретном времени, т.е. в моменты  $t_i = i\Delta$ , где  $\Delta$  — ширина канала временного анализатора, то и случайный сигнал от генератора можно реализовать в виде дискретной последовательности. С целью упрощения технической реализации сигнала имеет всего два значения — 0 (источник закрыт) и 1 (источник открыт). Эти значения сохраняются в течение времени  $\Delta$ , после чего новое значение разыгрывается с вероятностью  $1/2$  независимо от текущего. Таким образом, интенсивность нейтронов на входе пролетной базы представляет собой последовательность нулей и единиц, сменяющихся случайным образом, умноженную на значение стационарного потока нейтронов  $J$ . Среднее значение потока нейтронов на входе трубы равно  $a = J/2$ , дисперсия  $\sigma^2 = J^2/4$ . Без ограничения общности можно положить  $J = 1$ , так как эта величина определяет лишь масштаб.

Генератором такой последовательности может быть любой физический генератор шума, однако для облегчения отладки аппаратуры и контроля пользуются искусственными, так называемыми псевдослучайными, последовательностями, которые можно воспроизводить многократно в неизменном порядке. Они формируются с помощью специальных алгоритмов на ЭВМ либо электронных схем (сдвиговых регистров с обратными связями).

Среднее значение функции оценивается для дискретных моментов  $\tau = k\Delta$  ( $k = 1, 2$ ). Функция  $Z(t)$  также задана для дискретных моментов времени  $Z(i\Delta) = Z_i$ , где  $Z_i$  — элементы псевдослучайной последовательности. Функция  $u(t)$  определяется экспериментально в дискретном наборе точек  $u(i\Delta) = u_i = \nu_i/\Delta$ , где  $\nu_i$  — число нейтронов, зарегистрированных в интервале времени  $(i\Delta, (i+1)\Delta)$ . После этого среднее значение произведения оценивают по формуле

$$R_k = \overline{u(i\Delta)Z((i-k)\Delta)} \approx \frac{1}{N} \sum_{i=k+1}^N Z_i u_{i-k} = \frac{1}{\Delta N} \sum_{i=k+1}^N Z_i \nu_{i-k}, \quad (7.44)$$

где  $N$  — общее число членов последовательности, равное  $T/\Delta$ ,  $T$  — время измерения. Во всех существующих алгоритмах получения псевдослучайных последовательностей объем последовательности ограничен в том смысле, что начиная с некоторого номера  $n$  члены последовательности циклически повторяются в том же порядке, что и вначале. Число  $N$  желательно выбирать кратным  $n$ . В этом случае суммирование в формуле (7.44) можно производить до числа  $n$ , понимая под  $\nu_i$  число отсчетов, просуммированное по всем циклам:

$$R_k = \frac{1}{hns} \sum_{i=k+1}^n Z_i \nu_{i-k} \quad (7.45)$$

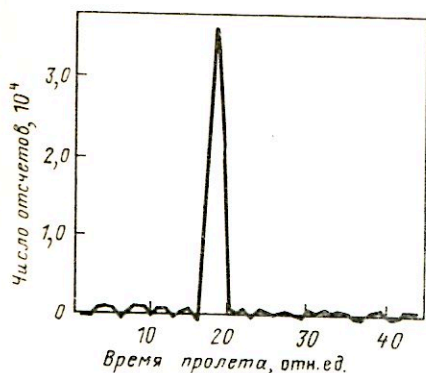


Рис. 7.12. Нейтронный спектр, снятый корреляционным методом

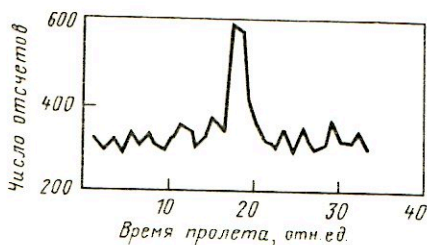


Рис. 7.13. Нейтронный спектр, снятый обычным методом

( $s$  — число циклов). Константа  $\epsilon$  в формуле (7.43) определяется выражением

$$\epsilon = \frac{\sum_{i=1}^n \nu_i}{ns} \quad (7.46)$$

После этого временной спектр находим по формуле

$$\Phi(\tau) |_{\tau=k\Delta} = 4R_k - \epsilon. \quad (7.47)$$

Отметим, что в исходной формуле (7.43) подразумевается статистическое усреднение, а в формуле (7.44) выполнено усреднение по времени. Равенство этих средних друг другу следует из того, что процессы  $Z(t)$  и  $u(t)$  являются эргодическими, т.е. единственная реализация полностью воспроизводит все свойства процесса. Корреляционный метод эффективен лишь в присутствии большого некоррелированного фона. При малом фоне он уступает обычному методу времени пролета. На рис. 7.12 приведен образец спектра моноэнергетических нейтронов, снятый корреляционным методом, на рис. 7.13 — тот же спектр, снятый обычным методом. Видно, что корреляционный метод существенно подавляет фон.

### 7.3. Интегральные методы определения нейтронных спектров [26]

Интегральные методы определения нейтронных спектров основаны на измерении выходов ядерных реакций с участием нейтронов. Такими реакциями могут быть радиационный захват с последующим  $\beta$ -распадом,  $(n, p)$ - и  $(n, \alpha)$ -реакции, реакции деления и т.д. Образцы нескольких различных веществ, содержащих ядра, испытывающие

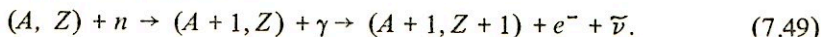
эти реакции, помещаются в поток нейтронов, спектр которых исследуется. Масса вещества должна быть достаточно малой, чтобы не искажать этот поток. После измерения осуществляется численный анализ данных с целью восстановления нейтронного спектра.

Пусть облучается  $n$  различных мишеней. Если масса  $j$ -го образца равна  $m_j$ , то число ядер в нем равно  $(m_j/A_j)N_0$ , где  $A_j$  — атомный номер вещества;  $N_0$  — число Авогадро. Далее, пусть  $\sigma_j(E)$  — известная зависимость сечения ядерной реакции от энергии нейтронов  $E$  на ядрах  $j$ -го вещества. Тогда число актов реакции за единицу времени равно:

$$a_j = \frac{m_j}{A_j} N_0 \int_0^{\infty} \sigma_j(E) \Phi(E) dE, \quad (7.48)$$

где  $\Phi(E)dE$  — поток нейтронов с энергией в интервале  $(E, E+dE)$ . Определяя экспериментально число актов реакции, регистрируя продукты этой реакции, можно узнать  $a_j$  и иметь дело с системой уравнений (7.48), где неизвестной является функция  $\Phi(E)$ . Методы решения таких систем и проблемы, возникающие при этом, обсуждаются в гл. 9.

Наиболее распространенным типом ядерной реакции, используемой для исследования нейтронных спектров, является  $(n, \gamma)$ -реакция с последующим  $\beta$ -распадом



Метод, использующий эту реакцию, называется активационным методом. Число испущенных  $\beta$ -частиц равно числу актов  $(n, \gamma)$ -реакции. Удобство реакции (7.49) состоит в том, что время жизни ядра  $(A+1, Z)$  по отношению к  $\beta$ -распаду велико (от нескольких минут до нескольких суток), поэтому подсчет числа испущенных  $\beta$ -частиц можно производить, удалив мишень из нейтронного потока.

Используют два основных типа мишеней: резонансные и пороговые индикаторы. Резонансные индикаторы характеризуются тем, что энергетическая зависимость сечения  $(n, \gamma)$ -реакции  $\sigma(E)$  имеет ярко выраженный резонансный характер, т.е. сечение аномально велико вблизи некоторой энергии  $E_{\text{рез}}$  и мало при других энергиях, т.е.

$$\sigma(E) = \sigma_0(E) + \sigma_1(E). \quad (7.50)$$

Здесь  $\sigma_1(E)$  отлично от нуля лишь в узком интервале  $(E_{\text{рез}} - \Gamma, E_{\text{рез}} + \Gamma)$ , где  $\Gamma$  — ширина резонанса и  $\sigma_1(E_{\text{рез}}) \gg \sigma_0(E)$  для всех  $E$ . В том случае

$$a_j \approx (m_j/A_j) N_0 \sigma_1(E_{\text{рез}}) \Phi(E_{\text{рез}}) 2\Gamma, \quad (7.51)$$

т.е. имеется возможность непосредственно измерять значение нейтронного спектра при  $E = E_{\text{рез}}$ .

Таблица 7.1. Пороговые и резонансные индикаторы

Резонансные индикаторы		Пороговые индикаторы		
Изотоп	$E_{рез}$ , эВ	Изотоп	$E_{пор}$ , МэВ	Тип реакции
$^{115}\text{In}$	1,46	$^{103}\text{Rh}$	0,04	$(n, n')$
$^{197}\text{Au}$	4,91	$^{115}\text{In}$	0,34	$(n, n')$
$^{186}\text{W}$	18,84	$^{58}\text{Ni}$	0,4	$(n, p)$
$^{59}\text{Co}$	132,0	$^{31}\text{P}$	0,72	$(n, p)$
$^{55}\text{Mn}$	337	$^{32}\text{S}$	0,95	$(n, p)$
$^{63}\text{Cu}$	557	$^{27}\text{Al}$	1,89	$(n, p)$
$^{23}\text{Na}$	2950	$^{28}\text{Si}$	3,2	$(n, p)$

Пороговые индикаторы имеют сечения, отличные от нуля начиная с некоторого значения  $E$ , после которого сечение сильно возрастает, а затем остается примерно постоянным.

В табл. 7.1 приведены некоторые широко используемые пороговые и резонансные индикаторы.

#### 7.4. Метод ядер отдачи

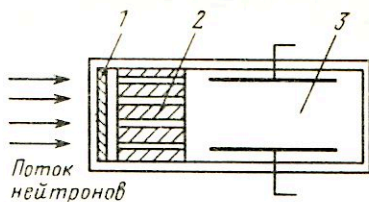
В этом методе используется упругое рассеяние нейтронов. Из кинематических соображений можно легко получить, что если нейтрон с энергией  $E$  упруго рассеивается на ядре с атомным номером  $A$ , то кинетическая энергия ядра отдачи равна

$$E_A = E_n \frac{4A}{(1+A)^2} \cos^2 \varphi, \quad (7.52)$$

где  $\varphi$  — угол, под которым движется ядро отдачи, по отношению к направлению движения нейтрона. Таким образом, измеряя энергию  $E_A$  ядра отдачи, которое является ионизирующей частицей, и угол  $\varphi$ , можно определить энергию нейтрона. Для увеличения точности желательно, чтобы энергия ядра отдачи была как можно больше. Для этого мишень, на которой происходит рассеяние нейтронов, должна состоять из легких ядер, например, водорода.

Если направление движения нейтронов известно, то угол можно зафиксировать. Для этого мишень небольшого размера помещается в пучок нейтронов, а детектор протонов отдачи ставится под углом  $\varphi$  по отношению к пучку при наблюдении из точки мишени. Тогда измеренную энергию протона можно сразу пересчитывать в энергию исходного нейтрона. Если измеренный таким способом спектр протонов отда-

Рис. 7.14. Спектрометр нейтронов с дюзами



чи равен  $\Phi_p(E_p)$ , то соответствующий спектр нейтронов

$$\Phi_n(E_n) = C \Phi_p(E_n \cos^2 \varphi) / \sigma_e(E_n), \quad (7.53)$$

где  $C$  — константа, зависящая от условий измерения;  $\sigma_e(E_n)$  — сечение упругого рассеяния. Следует понимать, разумеется, что этот спектр несколько отличается от истинного спектра вследствие конечного энергетического разрешения детектора протонов отдачи и конечного угла раствора  $\Delta\varphi$ , под которым наблюдается детектор протонов из точки, где расположена мишень. Разрешение, связанное с конечным углом  $\Delta\varphi$ , равно

$$\Delta E_p = \left| \frac{dE_p}{d\varphi} \right| \Delta\varphi = 2E_n \sin 2\varphi \Delta\varphi. \quad (7.54)$$

Из выражения (7.54) следует, что угол  $\varphi$  должен быть как можно меньшим, т.е. желательно регистрировать лобовые столкновения. То же самое требует условие максимального увеличения амплитуды. Такую ситуацию можно реализовать с помощью устройства, изображенного на рис. 7.14. Рассеяние протонов происходит в радиаторе 1. Угол  $\varphi = 0$  выделяется дюзами 2. Протоны отдачи регистрируются ионизационной камерой 3.

Если угол вылета протона отдачи относительно падающего нейтрона зафиксировать нельзя, то следует пользоваться интегральными методами. При упругом столкновении нейтроны рассеиваются в случайном направлении, передавая протону отдачи случайную энергию. Пусть  $p(E_p, E_n)$  — плотность вероятности того, что при рассеянии нейтрона с энергией  $E_n$  возникает протон отдачи с энергией  $E_p$ . Тогда, очевидно, спектр протонов отдачи имеет вид

$$\Phi_p(E_p) = C \int_{E_p}^{\infty} p(E_p, E_n) \sigma_e(E_n) \Phi(E_n) dE_n, \quad (7.55)$$

где  $C$  — константа, зависящая от условий экспериментов;  $\sigma_e(E_n)$  — сечение упругого рассеяния;  $\Phi(E_n)$  — спектр нейтронов. Определяя экспериментально спектр  $\Phi_p(E_p)$  и решая уравнение (7.55), можно найти спектр нейтронов. Методы решения уравнений, подобных (7.55), изложены в гл. 9.



Для решения уравнения (7.55) необходимо знать функцию  $p(E_p, E_n)$ . Известно, что в системе центра инерции (с.ц.и.) угловое распределение рассеянных нейтронов является изотропным, т.е. вероятность рассеяться в телесный угол  $d\Omega = \sin \Theta' d\Theta' d\psi'$  пропорциональна этому углу. Отсюда следует, что плотность вероятности рассеяния нейтрона на угол  $\Theta'$  в с.ц.и. равна

$$p(\Theta') = (1/2) \sin \Theta'$$

(по углу  $\psi'$  взят интеграл). Далее из кинематических соображений легко получить соотношение между углом  $\Theta'$  рассеяния нейтрона в с.ц.и. и углом  $\varphi$  вылета протона отдачи в лабораторной системе:

$$\Theta' = \pi - 2\varphi.$$

Используя равенство (7.52) и соотношение

$$p(E_p, E_n) dE_p = p(\Theta') d\Theta',$$

легко убедиться, что

$$p(E_p, E_n) = 1/E_n, \quad (7.56)$$

т.е. распределение протонов отдачи по энергии является равномерным в интервале  $(0, E_n)$ . Если полученное выражение подставить в уравнение (7.55) и проинтегрировать по  $E_p$ , то получим

$$\Phi(E_n) = \frac{E_n}{\sigma(E_n)} \left| \frac{d\Phi_p(E_p)}{dE_p} \right|_{E_p=E_n}. \quad (7.57)$$

Таким образом, спектр нейтронов можно определить, измеряя спектр энергий протонов отдачи и дифференцируя его. Этот метод является, однако, весьма грубым, так как в действительности функция  $p(E_p, E_n)$  имеет более сложный вид по сравнению с выражением (7.56).

Наиболее распространенным методом определения спектра энергий протонов отдачи является использование сцинтилляционного спектрометра на основе органического кристалла. Органический кристалл выбирается из стремления иметь наиболее легкое вещество-мишень для нейтронов. В таком случае искажение функции  $p(E_p, E_n)$  по сравнению с (7.56) происходит за счет следующих эффектов:

1. Конечное разрешение сцинтилляционного спектрометра по энергии. Из-за этого вместо резкого края в наблюдаемой функции  $p(E_p, E_n)$  при  $E_p = E_n$  имеем плавное спадающий край.
2. Рассеяние нейтронов происходит не только на ядрах водорода, но и других ядрах, входящих в состав сцинтиллятора, например ядрах углерода. При рассеянии на ядрах с атомным номером  $A$  распределение энергий ядер отдачи также будет равномерным в интервале  $(0, 4AE_n/(1+A)^2)$ . Спектр энергий ядер отдачи кроме протонной будет содержать и энергии других ядер, неотличимые от энергий протонов.

В этом случае вместо уравнения (7.55) будем иметь уравнение

$$\Phi_S(E_S) = \sum_{i=1}^N \beta_i \int_{E_S}^{\infty} \frac{(A_i + 1)^2}{4A_i E_n} \sigma_i(E_n) \Phi(E_n) dE_n, \quad (7.58)$$

где  $i$  — индекс, соответствующий определенному типу ядер ( $i = 1, \dots, N$ );  $\beta_i$  — доля таких ядер в веществе сцинтиллятора. Если в этой сумме ограничиться одним слагаемым, соответствующим протонам, то естественно возникнет систематическая ошибка.

3. Протоны (ядра) отдачи имеют заметную длину пробега и при небольших размерах сцинтиллятора могут покидать его пределы, оставив в нем лишь часть своей энергии. В результате доля малых значений  $E_p$  в функции  $p(E_p E_n)$  возрастет.

4. При больших размерах сцинтиллятора велика вероятность того, что рассеянный нейтрон вновь испытает столкновение и потеряет дополнительную энергию. Вторичное рассеяние происходит практически одновременно с первым, и регистрируется сумма энергий ядер отдачи после всех столкновений. Этот эффект приводит к увеличению доли больших энергий в спектре.

В реальном кристалле действуют все факторы, поэтому наблюдаемая функция  $p(E_p E_n)$  имеет сложный вид. Ее нужно либо точно рассчитывать, либо определять экспериментально.

### 7.5. Метод кристаллического монохроматора

Рассмотрим процесс упругого рассеяния нейтрона на отдельном ядре. Как известно, волновая функция рассеянной частицы имеет вид расходящейся волны

$$\psi \sim \frac{f(\Theta)}{r} \exp(ikr), \quad (7.59)$$

где  $f(\Theta)$  — амплитуда рассеяния, являющаяся функцией угла  $\Theta$  между направлениями падающей и рассеянной частиц, зависящая от особенностей взаимодействия нейтрона с ядром;  $k$  — модуль волнового вектора нейтрона. Сечение упругого рассеяния в этом случае равно

$$\sigma = 2\pi \int_0^{\pi} |f(\Theta)|^2 \sin \Theta d\Theta. \quad (7.60)$$

Далее будем рассматривать нейтроны малых энергий, у которых длина волны де Бройля гораздо больше размеров ядра  $r_0$  (иначе говоря,  $kr_0 \ll 1$ ). Для них рассеяние является изотропным, т.е.

$$f(\Theta) = f_0 = \text{const}; \quad (7.61)$$

$$\sigma = 4\pi f_0^2. \quad (7.62)$$

Изучим теперь рассеяние нейтронов совокупностью ядер, расположенных в одной плоскости. Сложение амплитуд рассеяния, т.е. усиление эффекта рассеяния по сравнению с суммой сечений рассеяния на отдельных ядрах, будет происходить, если разность фаз волн, рассеянных различными ядрами, равна нулю или кратна  $2\pi$ , или разность хода нулевая или кратна длине волны. Нулевая разность хода безусловно имеет место при зеркальном отражении, т.е. когда наблюдают рассеянный нейтрон под углом к плоскости, равным углу падения. При этом складываются амплитуды от всех ядер, расположенных в данной плоскости\*. Легко видеть, что взаимное расположение ядер на плоскости здесь не играет роли, и можно абстрагироваться от их расположения, просто рассматривая зеркально отражающую плоскость.

Далее рассмотрим рассеяние несколькими плоскостями одновременно. Условие сложения амплитуд рассеяния с одинаковыми знаками здесь также сводится к тому, чтобы разность хода волн, отраженных от разных плоскостей, составляла целое число волн. Процесс отражения нейтронов аналогичен процессу отражения  $\gamma$ -квантов, и поэтому можно воспользоваться формулой (5.1) (см. также рис. 5.1).

Напомним связь между длиной волны де Бройля частицы массой  $m$  и ее энергией

$$\lambda = h/p = h/\sqrt{2mE},$$

где  $p$  — импульс,  $h$  — постоянная Планка, или

$$E = \frac{1}{2m} \left( \frac{h}{\lambda} \right)^2. \quad (7.63)$$

Подставляя сюда выражение (5.1), получаем

$$E = \frac{h^2}{8md^2} \frac{n^2}{\sin^2 \Theta}. \quad (7.63a)$$

Формула (7.63a) является основой для определения нейтронных спектров. Измеряя угловое распределение рассеянных нейтронов  $\Phi_{\Theta}(\Theta)$ , спектр энергий определяют путем пересчета по формуле\*\*

$$\Phi_E(E) = \Phi_{\Theta}(\Theta) \frac{1}{|dE/d\Theta|}, \quad (7.64)$$

где в правую часть следует подставить значение угла, найденное из вы-

\*В других направлениях усиление также возможно, но в нем участвует гораздо меньшее число ядер, и поэтому суммарная амплитуда рассеяния гораздо меньше, чем при зеркальном отражении.

\*\*Индексы обозначают, к какой физической величине относится данное распределение.

ражения (7.63). Выкладки дают следующий результат:

$$\Phi_E(E) = \Phi_\Theta \left( \arcsin \sqrt{\frac{8md^2E}{h^2n^2}} \right) \frac{1}{\sqrt{\frac{h^2n^2}{4md^2} - 2E}} \frac{1}{\sqrt{E}} \quad (7.65)$$

Диапазон энергий нейтронов, доступный для анализа описанным методом, ограничен физическими пределами. Со стороны малых энергий (больших длин волн) ограничение связано с условием Вульфа-Брэгга. При  $\lambda/2d > 1$  это условие не выполняется ни для каких углов и отражения не будет. При типичных постоянных решетки  $d \sim 10^{-8}$  см отражение отсутствует при  $E \leq 10^{-4}$  эВ. Со стороны больших энергий ограничение обусловлено включением неупругого рассеяния, которое происходит при энергиях, больших нескольких сот килоэлектрон-вольт.

Энергетическое разрешение кристаллических нейтронных спектрометров зависит от следующих процессов:

1) Как известно из физики волновых процессов, ширина дифракционного максимума  $\Delta\Theta$  определяется количеством плоскостей  $N$ , от которых происходит отражение, а именно  $\Delta\Theta/\Theta \sim 1/N$ . Количество плоскостей зависит от сечения когерентного рассеяния и составляет приблизительно  $10^4$ . Следовательно, предельно достижимое разрешение кристаллического спектрометра нейтронов составляет примерно  $10^{-4}$ .

2) Тепловые колебания решетки также нарушают когерентность рассеяния. Они вносят неопределенность в импульс рассеянного нейтрона, примерно равную импульсу фонона (кванта колебаний решетки), что, в свою очередь, приводит к уширению брэгговского угла рассеяния.

Очевидны следующие соотношения:

$$\Delta p/p \approx \Delta\lambda/\lambda = \Delta \sin \Theta / \sin \Theta = \Delta\Theta / \text{tg } \Theta,$$

поскольку  $\Delta p = p_\Phi = \frac{\hbar\omega_\Phi}{c}$  ( $p_\Phi$  и  $\omega_\Phi$  – импульс и частота фонона соответственно), то

$$\Delta\Theta = \frac{\hbar\omega_\Phi}{cp} \text{tg } \Theta = \frac{\hbar\omega_\Phi}{c} \frac{1}{\sqrt{2mE}} \text{tg } \Theta. \quad (7.66)$$

Далее это выражение должно быть усреднено по спектру фононов.

3) Разрешение ухудшается из-за наличия несовершенств структуры кристаллической решетки (междоузельные атомы, вакансии, примесные атомы, дислокации и т.д.). Вследствие их случайного расположения рассеяние нейтронов на этих факторах приводит к нарушению ко-

герентного рассеяния и, как следствие, уширению дифракционного максимума.

4) К ухудшению разрешения приводит и то, что атомы, составляющие решетку, представляют собой, как правило, естественную смесь нескольких изотопов, имеющих различное сечение упругого рассеяния. Их случайное расположение в узлах приводит к нарушению когерентности.

5) Помимо ядерного взаимодействия нейтроны, имеющие магнитный момент, взаимодействуют с магнитными моментами атомов среды. Сила этого взаимодействия зависит от взаимных ориентаций магнитных моментов, которые являются случайными, что также вызывает уширение дифракционного максимума.

Все указанные причины приводят к тому, что реальное угловое разрешение кристаллических спектрометров составляет примерно  $10^3$ .

## Глава 8. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЯДЕР. ВОССТАНОВЛЕНИЕ СХЕМ РАСПАДА

Для идентификации нуклида необходимо определить его заряд и массовое число (или массу). Заряд ядра чаще всего находится химическими методами. Он может быть также определен по спектру рентгеновского излучения. При известном заряде его массу (а следовательно, и массовое число  $A$ ) можно найти по отклонению ионизованных атомов в магнитном или электрическом поле.

Полные энергии ядер в устойчивых состояниях определяются их массой. Спин, магнитные и электрические моменты ядер в устойчивых или достаточно долгоживущих состояниях определяют путем анализа атомных и молекулярных оптических спектров.

Спектрометрические методы измерения масс, спинов, электрических и магнитных моментов тесно взаимосвязаны.

В атомных спектрах наиболее сильны эффекты, обусловленные массой, затем в порядке убывания идут эффекты, обусловленные спином, магнитным дипольным и электрическим квадрупольным моментом ядра. Поэтому, как правило, при известной массе ядра можно измерить его спин, а при известных массе и спине — его магнитный дипольный момент и т.д.

Если ядро рассматривать как точечный объект с зарядом  $Z$ , то энергетические уровни электронов в поле такого ядра определяются формулой Бора. Если учесть спин электрона, то энергетический спектр атома усложняется (за счет взаимодействия между спиновым и орбитальным моментом электрона). Это так называемая тонкая структура атомных спектров. Если учесть спин ядра, то энергетический спектр атома дополнительно усложняется (за счет взаимодействия между моментами ядер и электронов). Это так называемая сверхтонкая струк-

тура атомных спектров. Методы атомной и молекулярной спектроскопии при определении спинов ядер основаны на исследовании сверхтонкой структуры оптических спектров, исследовании расщепления уровней во внешнем магнитном поле, отклонении молекулярных пучков в сильно неоднородном поле и др.

Экспериментальное исследование ядра начинается с определения спектра его энергетических уровней. Исследование энергетических уровней имеет фундаментальное значение для ядерной физики. Можно сказать, что цель исследований в области ядерной спектроскопии — установить свойства атомных ядер посредством определения полного спектра их уровней и их характеристик.

Изучение свойств конкретного уровня возможно, если в эксперименте его можно наблюдать. Это означает, что должен существовать способ получения ядер, находящихся в соответствующем энергетическом состоянии (например, ядерная реакция). О таких уровнях говорят, что они в этом эксперименте возбуждаются или заселяются. В различных способах получения ядер вероятности заселения различных уровней неодинаковы, поэтому в одних экспериментах определенные уровни проявляются, а в других — нет. Возможность заселения уровней в разных экспериментах определяется, в первую очередь, законом сохранения энергии. Например, уровень с энергией  $E$  не может заселиться в ядерной реакции, если энергия частицы  $E_4 < E$ . Вероятность заселения может быть подавлена из-за правил отбора по моменту количества движения, четности и т.д. Поэтому для детального изучения спектра состояний ядра необходимо проведение различных экспериментов. Например, при радиоактивном распаде возбуждаются лишь низколежащие уровни ядер с энергией до нескольких мегаэлектрон-вольт. Однако при этом получают наиболее точные сведения о характеристиках ядер, что важно для понимания строения ядра.

Спектр для исследуемых состояний ядер существенно расширяется при использовании ядерных реакций. Становится возможным исследовать как область более высоких состояний возбуждения, так и обнаружить ряд новых состояний с низкой энергией, которые не проявляются при радиоактивном распаде из-за правил отбора.

Сведения об энергии уровней получают в основном следующими способами: измерением энергии вторичных частиц в ядерных реакциях; измерением энергии  $\alpha$ -частиц при  $\alpha$ -распаде; измерением граничных энергий  $\beta$ -спектров; измерением энергии электромагнитных переходов между состояниями одного ядра.

Метод ядерных реакций позволяет выявить практически все уровни дочернего ядра (продукта реакции), доступные по энергетике реакций, так как совокупность ядерных реакций (кулоновского возбуждения, реакций с передачей одного и двух нуклонов и др.) менее чувствительна к особенностям состояний дочернего ядра, чем процессы радиоактивного распада. Среди различных состояний дочернего ядра

присутствует и основное состояние (например, при упругом рассеянии), следовательно, в спектре вторичных частиц имеется "головная" линия, от которой легко вести отсчет энергий возбужденных состояний.

Возможности метода ограничены техническими причинами. Точность, достигнутая в настоящее время при определении энергии вторичных частиц, низка — ширина линии в спектре частиц около 10 кэВ. Уровни часто располагаются на расстоянии меньше 30 кэВ и, таким образом, могут не разрешиться. Интенсивность многих линий настолько мала, что они с трудом обнаруживаются на большом фоне. Для возбуждения уровней тяжелых ядер или высоких уровней средних ядер необходимы быстрые первичные частицы, но при этом увеличивается ассортимент реакций и усложняются спектры вторичных частиц. Кроме того, метод не дает информации о переходах между уровнями ядра и, следовательно, в схеме распада исследуемого ядра удастся установить лишь энергии уровней.

Измерение энергии  $\alpha$ -частиц при  $\alpha$ -распаде дает возможность сразу определить энергию уровней дочернего ядра, если видна  $\alpha$ -линия перехода в основное состояние. Современные магнитные альфа-спектрометры имеют ширину линии около 2 кэВ; энергии интенсивных линий измеряются с погрешностью около 100 эВ. Низкий фон альфа-спектрометров позволяет исследовать линии в  $10^6 - 10^7$  раз более слабые, чем основная.

Метод  $\alpha$ -спектроскопии также имеет ряд недостатков. Линии перехода в основное состояние не всегда наблюдаются, что усложняет определение энергии возбужденных состояний. Вероятность  $\alpha$ -распада сильно зависит от энергии распада (линии, удаленные от головной более чем на 0,5 МэВ, ослаблены в  $10^2 - 10^4$  раз), поэтому энергетический диапазон исследуемых уровней не превышает 1 МэВ. Гамма-переходы со слабозаселяемых уровней не всегда удается обнаружить, особенно если высвечивание происходит каскадом мягких  $\gamma$ -квантов, поэтому информация о переходах в таких исследованиях часто также отсутствует. Кроме того, метод применим лишь к ядрам  $Z \geq 82$  и небольшим редкоземельным элементам, неустойчивым к  $\alpha$ -распаду.

Измерение граничной энергии  $\beta$ -спектра также дает возможность определить разность масс состояний нуклидов или энергетический интервал между состояниями.

Измерение непрерывных  $\beta$ -спектров производится в основном с помощью магнитных спектрометров. Применение спектрометров с ППД ограничено из-за большого обратного рассеяния  $\beta$ -частиц, значительного  $\gamma$ -фона (в том числе и от аннигиляционных квантов), шумов ППД, что существенно искажает форму  $\beta$ -спектра и ухудшает точность определения граничной энергии. Поэтому высокоэффективные спектрометры с ППД применяют в основном для измерения  $\beta$ -спектров слабых источников.

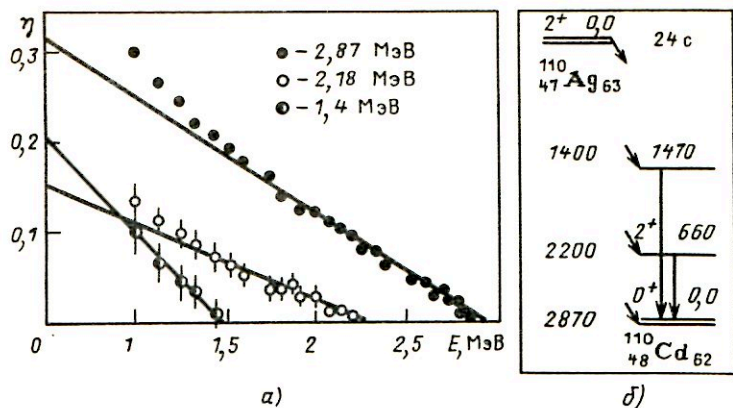


Рис. 8.1. График Ферми-Кюри для  $\beta$ -частиц, возникающих при распаде  $^{110}\text{Ag}$  (а), и фрагмент схемы распада  $^{110}\text{Ag}$  (б)

При определении граничной энергии разрешенных  $\beta$ -спектров [у которых  $s(E) = 1$ ] равенство (1.39) записывают в виде

$$\eta(E) = [N_{\pm} / (pEF)]^{1/2} = k(E_0 - E). \quad (8.1)$$

В координатах Ферми  $E$ ,  $\eta(E)$  формула (8.1) определяет прямую, пересекающую ось абсцисс в точке  $E = E_0$ , называемую графиком Ферми-Кюри.

В задачу экспериментатора входит, таким образом, подстановка полученных на спектрометре данных в (8.1) и построение графика Ферми-Кюри. При этом нет необходимости тщательного экспериментального исследования поведения  $N_{\pm}(E)$  в области, примыкающей к  $E_0$ .

В случае многокомпонентного  $\beta$ -спектра для определения граничной энергии каждой из компонент необходимо разложение графика Ферми-Кюри на составляющие. Для этого вначале график строят так же, как и для однокомпонентного спектра от верхней границы спектра. При достижении определенного значения энергии кривая отклоняется вверх от прямой линии, что указывает на присутствие второй группы  $\beta$ -частиц. Далее строят новый график Ферми-Кюри для разности  $N_2 = N - N_1$ , где  $N$  — интенсивность  $\beta$ -частиц, находимая из эксперимента;  $N_1$  — эта же величина для точек, лежащих на графике в области высоких энергий и на продолжении его в область низких энергий. Затем строят график для  $N_3 = N - (N_1 + N_2)$  и т.д., находя последовательно из полученных графиков Ферми-Кюри граничные энергии  $E_{01}$ ,  $E_{02}$ ,  $E_{03}$  и т.д. для компонент  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$  и т.д. полного спектра  $N$ .

На рис. 8.1, а показан график Ферми-Кюри, полученный для  $\beta^-$ -распада  $^{110}\text{Ag}$ . На нем видны три компоненты полного  $\beta$ -спектра для раз-



ных граничных энергий, которые соответствуют  $\beta$ -переходам в основное и возбужденные состояния дочернего ядра (рис. 8.1, б).

Если измеряют не все компоненты  $\beta$ -спектра, а схема распада неизвестна, то для определения уровней, которые заселяются при измеряемых переходах, необходимы дополнительные исследования или сведения о схеме распада. Например, могут быть полезны дополнительные измерения  $\gamma$ -переходов.

Метод  $\beta$ – $\gamma$ -совпадений можно использовать и для разделения компонент  $\beta$ -спектра. Например, если измерять спектр  $\beta$ -частиц при распаде  $^{110}\text{Ag}$ , совпадающих с  $\gamma$ -квантами с энергией 660 кэВ, то непрерывный  $\beta$ -спектр будет содержать только одну компоненту с граничной энергией 2,20 МэВ.

Энергию переходов между уровнями одного ядра измеряют по  $\eta$ -квантам, конверсионным электронам, электрон-позитронным парам, возникающим в переходе, или вычисляют по совокупности энергий переходов, связанных фрагментом схемы распада (по правилу Ритца). При этом заселяются только низлежащие уровни, не запрещенные правилами отбора. Такие измерения не дают прямых сведений об энергии уровней, однако если из каких-либо источников возможно узнать энергию хотя бы одного возбужденного состояния дочернего ядра, то энергии уровней также могут быть определены, причем значительно точнее, чем другими методами. Точность определения энергии можно довести до нескольких десятков электрон-вольт. Поэтому если исследование спектра частиц в ядерной реакции особенно важно для выявления уровней, то исследование спектров  $\gamma$ -квантов и конверсионных электронов необходимо для точного определения их энергии.

Энергию  $\gamma$ -квантов в настоящее время наиболее точно определяют на кристалл-дифракционных спектрометрах и спектрометрах с Ge(Li)-детекторами. Кристалл-дифракционные спектрометры в принципе позволяют измерять энергии  $\gamma$ -квантов с относительной погрешностью  $\Delta E/E = 10^{-6}$ , что соответствует абсолютной погрешности  $\pm 1$  эВ при  $E_\gamma = 1$  МэВ. Однако при  $E_\gamma \geq 300$  кэВ измерения становятся все более трудными: уменьшается брэгговский угол и убывает интенсивность брэгговского отражения.

В последние годы большинство исследований  $\gamma$ -спектров производится на спектрометрах с Ge(Li)-детекторами. Они применимы только для относительных измерений, т.е. для сравнения энергий  $\gamma$ -квантов с нормальными и реперами, и могут успешно использоваться в диапазоне энергий 0,1–1000 кэВ. Ширина линии современных спектрометров с Ge(Li)-детекторами равна  $\Delta E \approx 2$  кэВ для  $\gamma$ -квантов с энергией  $E_\gamma \approx 1$  МэВ, что обеспечивает погрешность в определении энергии в несколько десятков электрон-вольт.

Энергию конверсионных электронов  $E_e$  находят при помощи магнитных бета-спектрометров, а также спектрометров с Si(Li)-детекторами. На магнитных спектрометрах определяют произведение  $B\rho$ ,

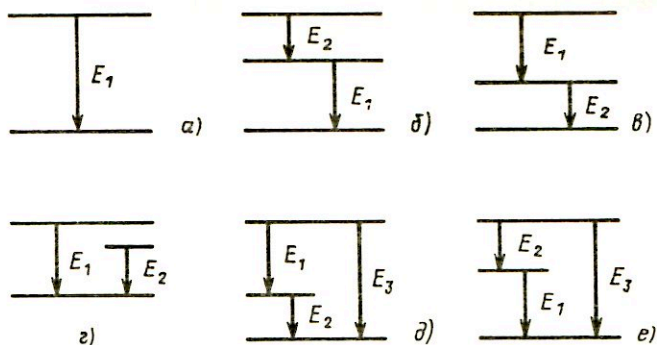


Рис. 8.2. Построение схем уровней на основе энергетике переходов:

*a* – при одном переходе; *б–г* – при двух переходах; *д, е* – при трех переходах

где  $B$  – индукции магнитного поля, а  $\rho$  – радиус кривизны траектории электрона при движении его в плоскости, перпендикулярной  $B$ . Тогда энергию  $E_e$  можно определить по формуле

$$E_e = mc^2 \left\{ \sqrt{\left(\frac{e}{mc^2}\right)^2 (B\rho)^2 + 1} - 1 \right\}. \quad (8.2)$$

Измерения можно считать абсолютными, если измерены  $B$  и  $\rho$ , поскольку универсальные константы известны с большой точностью. Только для немногих конверсионных линий произведены абсолютные измерения  $B\rho$ , а относительные измерения производятся с погрешностью около  $10^{-5}$ .

Для определения энергии переходов по измеренным энергиям  $\gamma$ -квантов и конверсионных электронов необходимо учесть энергию отдачи и другие поправки [см. (1.18), (1.19)].

Энергию перехода можно найти по фрагменту схемы распада (правило Ритца). В схемах распада с каскадным переходом (рис. 8.2) энергию жесткой линии можно определить по каскаду. Если  $\sqrt{\sigma_{E_1}^2 + \sigma_{E_2}^2} < \sigma_{E_3}$ , то нахождение  $E_3$  по каскаду точнее прямого определения. Однако при этом нужно иметь достаточную уверенность, что каскад существует и что в линиях переходов  $E_1$  и  $E_2$  нет примесей, которые могут привести к смещению максимумов.

На основе энергетике переходов можно построить схемы уровней. Если число переходов  $N$  не слишком велико ( $N < 100$ ), то схемы уровней могут быть построены после определения энергии переходов. С ростом числа переходов возможности метода ухудшаются – выявление всех наборов уровней становится затруднительным (число вариантов

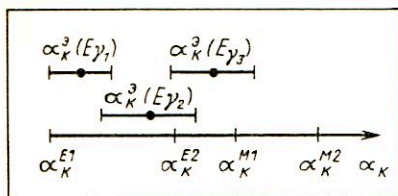


Рис. 8.3. К определению мультипольности по коэффициентам внутренней конверсии

растет примерно пропорционально  $N^3$ ), увеличивается вероятность случайных энергетических совпадений. Задача существенно упрощается при наличии каскадных переходов (для них должны удовлетворяться соотношения  $E_i + E_j = E_k$  или  $E_i + E_j = E_k + E_l$  и т.д.), а также с привлечением дополнительного анализа на  $\gamma$ - $\gamma$ -совпадение, соотношение мультипольностей, сравнение интенсивности конкурирующих переходов и т.д.

Рассмотрим несколько примеров.

1. При распаде обнаружен один переход  $E_1$  ( $N = 1$ ). Можно предложить единственную схему (рис. 8.2, а).

2. Обнаружены два перехода:  $E_1 \pm \sigma_1$ ,  $E_2 \pm \sigma_2$ . Возможны три схемы уровней (рис. 8.2, б - г).

Для исключения какой-либо из схем необходим дополнительный анализ. Например, наличие  $\gamma$ - $\gamma$ -совпадений исключает схему на рис. 8.2, г, значительное превышение интенсивности первого перехода над вторым ( $I_{E_1} \gg I_{E_2}$ ) исключает схему на рис. 8.2, в.

3. При трех переходах можно составить 16 схем. В этом случае можно провести анализ на наличие каскада, сравнивая соотношение энергий переходов  $E_i + E_j - E_k$  с погрешностью его определения  $\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}$ . При наличии каскада  $E_1 \rightarrow E_2$ , перекрываемого переходом  $E_3$ , останутся лишь две схемы (рис. 8.2, д, е).

Мультипольность переходов  $L$  чаще всего находят либо по коэффициентам внутренней конверсии (КВК)  $a_i$ , либо по относительным интенсивностям двух и более конверсионных линий  $K : L_1 : L_2 \dots$ , либо по угловым корреляциям  $\gamma\gamma$  ( $\Theta$ ) или  $\gamma e$  ( $\Theta$ ).

Рассмотрим определение  $L$  на примере абсолютных измерений  $a_i$ . Значение  $a_i^{E1}$ ,  $a_i^{E2} \dots$  чистых мультиполей при известных значениях заряда ядра  $Z$  и энергии перехода  $E_{\Pi}$  могут быть рассчитаны. После этого задача определения  $L$  заключается в сравнении значений  $a_i^{E1}$ ,  $a_i^{E2} \dots$  с экспериментально определенным значением  $a_i^3$  для перехода с неизвестной мультипольностью. На рис. 8.3 приведены примеры ситуаций для трех возможных переходов с  $E_{\gamma} > 100$  кэВ в ядре с  $Z = 70$ .

Если не рассматривать компоненты  $E0$  и ограничиться двойными смесями, то результаты будут следующие.

Значение  $a_K^3(E_{\gamma 1})$  соответствует либо чистой мультипольности  $E1$ , либо смеси  $E1 + M2$ . Четность перехода отрицательная:  $\pi_i \pi_j = -1$ .

Значение  $\alpha_K(E_{\gamma_2})$  может соответствовать либо чистому  $E2$ -переходу, либо смеси  $E1 + M2$  или  $M1 + E2$ .

Результат  $\alpha_K^{\text{э}}(E_{\gamma_3})$  соответствует либо чистой мультипольности  $E2$  или  $M1$ , либо смешанной  $E1 + M2$  или  $M1 + E2$ . О четности перехода в двух последних случаях ничего сказать нельзя.

КВК определяют несколькими методами. Наиболее прямым является сравнение интенсивностей электронов внутренней конверсии  $I_e$  и интенсивностей  $\gamma$ -квантов  $I_\gamma$  и далее

$$\alpha = I_e/I_\gamma = \alpha_K + \alpha_L + \dots \quad (8.3)$$

Однако этот метод довольно сложный, он требует знания с достаточно высокой точностью светосилы двух спектрометров, что не всегда возможно, поэтому большинство измерений КВК выполняется относительным методом. Для сравнения используют переходы с хорошо известными КВК. В ядрах с четным массовым числом имеются переходы типа  $I^\pi \rightarrow 0$  и  $0 \rightarrow I^\pi$ , а с нечетным  $A - 1/2 \rightarrow 1/2$ , у которых мультипольность "чистая" и, следовательно, КВК могут быть вычислены непосредственно из теоретических соображений. Существуют таблицы переходов с наиболее точно определенными КВК. Все эти переходы используют как эталонные для относительных измерений КВК. Определение КВК относительным методом заключается в следующем. Подбирают источники, в которых изучаемый и эталонный переходы имеют близкие энергии и интенсивности. В конверсионном спектре сравнивают интенсивности конверсионных линий изучаемого и эталонного переходов (через площади конверсионных линий с учетом фона, светосилы и т.д.). При этом используют магнитные спектрометры или спектрометры с ППД. В  $\gamma$ -спектре находят отношения интенсивностей  $\gamma$ -линий изучаемого и эталонного переходов  $I_\gamma/I_\gamma^{\text{эТ}}$  (через площади пиков полного поглощения с учетом фона, светосилы и т.д.). При этом используют спектрометры с Ge(Li)- или NaI(Tl)-детекторами. КВК вычисляется по формуле

$$\alpha = \frac{I_e}{I_e^{\text{эТ}}} \frac{I_\gamma^{\text{эТ}}}{I_\gamma} \alpha^{\text{эТ}} \quad (8.4)$$

В отдельных случаях удобными оказываются другие методы. Например, если имеется всего одна группа  $\beta$ -частиц, сопровождаемая каскадом конвертируемых  $\gamma$ -переходов, то коэффициенты конверсии могут быть определены по суммарному спектру  $\beta$ -частиц и конверсионных электронов. Так, для схемы распада, изображенной на рис. 8.4,  $\alpha$ , по площади конверсионных линий можно определить их суммарную интенсивность  $I_e = I_{e1} + I_{e2}$ . После вычитания конверсионных линий по оставшейся площади под кривой  $\beta$ -спектра можно определить интен-

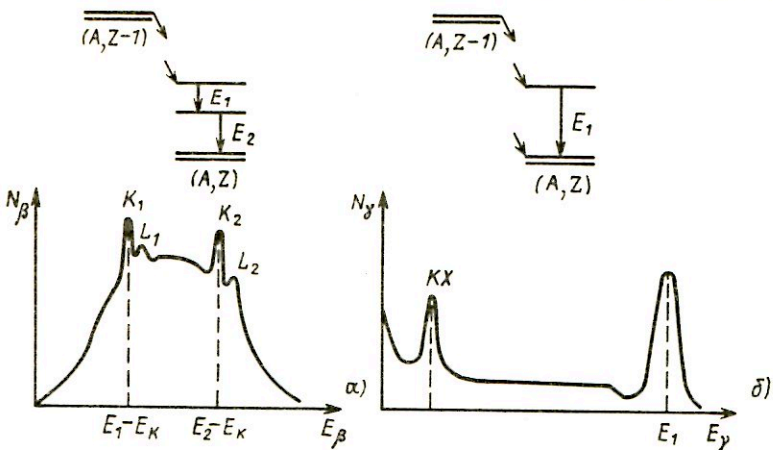


Рис. 8.4. К определению коэффициентов внутренней конверсии по спектру электронов и  $\beta$ -частиц (а) и по спектру рентгеновского и  $\gamma$ -излучения (б). Над спектрами приведены фрагменты возможных схем распада

сивность  $\beta$ -перехода

$$I_{\beta} = I_{e1} + I_{\gamma1} = I_{e2} + I_{\gamma2}$$

и интенсивность  $\gamma$ -линий

$$I_{\gamma1} = I_{\beta} - I_{e1}; \quad I_{\gamma2} = I_{\beta} - I_{e2}.$$

Отсюда суммарный КВК

$$\alpha_1 = I_{e1}/(I_{\beta} - I_{e1}); \quad \alpha_2 = I_{e2}/(I_{\beta} - I_{e2}), \quad (8.5)$$

а КВК на  $i$ -й оболочке

$$\left. \begin{aligned} (\alpha_i)_1 &= (I_{ei})_1/[I_{\beta} - (I_{ei})_1]; \\ (\alpha_i)_2 &= (I_{ei})_2/[I_{\beta} - (I_{ei})_2]. \end{aligned} \right\} \quad (8.6)$$

Если за  $\alpha$ - или  $\beta$ -распадом следует всего один  $\gamma$ -переход (рис. 8.4, б), то КВК может быть найден по отношению интенсивностей рентгеновской и  $\gamma$ -линий. Этот метод наиболее прост, так как он основан на измерении интенсивности рентгеновских и  $\gamma$ -квантов одним и тем же спектрометром [например, с Ge(Li)-детектором]. Если через  $I_K$  обозначить суммарную интенсивность всех рентгеновских линий  $K$ -серии, то

$$\alpha_K = I_K/(I_{\gamma} W_K), \quad (8.7)$$

где  $W_K$  — выход флюоресценции  $K$ -серии. Для более сложных схем распада применение последних двух методов становится затруднительным.

Спины ядер в состояниях с малым временем жизни определяют относительно спинов долгоживущих состояний ядерными методами. Спин одного из состояний может быть найден по мультипольности  $L$ -перехода, если спин другого состояния известен. Пусть, например, спин конечного состояния  $I_K$  известен и равен 0. Тогда из правил отбора следует  $I_N \leq L \leq I_N$ , т.е.  $I_N = L$ . Такой переход должен являться чистым мультиполем  $EL$  или  $ML$ , так как оба состояния запрещены по четности, а смеси запрещены однозначностью мультипольности. Мультипольность такого перехода может быть рассчитана или определена экспериментально. Если спин известного состояния отличен от нуля, то вывод становится неоднозначным и задача существенно усложняется.

Из ядерных реакций с передачей нуклона спины находят по орбитальному моменту  $l$  перешедшего нуклона и известному спину начального состояния. Например, если  $I_N = 0$ , то  $I_K = l \pm 1/2$ ; если  $l = 0$ , то  $I_K = I_N \pm 1/2$ , где  $1/2$  — спин перешедшего нуклона. В других случаях ( $I_N \neq 0, l \neq 0$ ) решение также неоднозначно.

Возможные значения спина могут быть определены по  $\lg ft$  при  $\beta$ -распаде, скорость которого зависит от спина и четности перехода. Так, если  $\lg ft < 4,5$ , то спины начального и конечного состояний одинаковы.

Задача определения спина по угловым корреляциям (по анизотропии пространственного распределения излучения, испущенного ориентированными по направлениям спинов ядрами) достаточно сложна и сводится к выдвигению гипотез и проверке следствий.

Четность может быть найдена из измерений линейной поляризации  $\gamma$ -квантов, из исследований поляризационных явлений в ядерных реакциях, по мультипольности перехода в состояние с известной четностью, по угловому моменту перешедшего нуклона и известной четности одного состояния в ядерных реакциях с передачей нуклона, по значению  $\lg ft$  и т.д. Например, если известна четность  $\pi_K$  конечного состояния перехода мультипольностью  $L$  (или реакции с передачей нуклона с угловым моментом  $l$ ), то четность начального состояния определяют из правил отбора по четности:  $\pi_N = \pi_K (-1)^{L+1}$  для магнитного перехода или  $\pi_N = \pi_K (-1)^L$  для электрического перехода (или  $\pi_N = \pi_K$ , если  $l$  четно, и  $\pi_N = -\pi_K$ , если  $l$  нечетно). Экспериментально установлено, что если  $\lg ft < 5$ , то  $\pi_N = \pi_K$ .

Методы нахождения времени жизни состояний  $\tau$ , постоянных распада  $\lambda$  или периодов полураспада  $T_{1/2}$ , связанных соотношениями (1.2), можно разделить на прямые и косвенные.

Прямые методы основаны на исследовании закона радиоактивного распада [см. формулы (1.3), (1.4)]. К ним относятся: непосредственное измерение спадания интенсивности излучения; сравнение числа ~~записанных~~ уровней со скоростью их распада; измерение интервалов вре-

мени между заселением уровня и его распадом; исследование ядер отдачи; использование эффекта теней и др.

Спад интенсивности излучения  $I(t)$ , сопровождающего распад исследуемого состояния, исследуют по соответствующему спаду интенсивности сигналов  $n(t)$  на установке, регистрирующей это излучение:

$$n(t) = LI_{\text{ч}} \lambda N_0 \exp(-\lambda t), \quad (8.8)$$

где  $L$  — светосила установки;  $I_{\text{ч}}$  — выход регистрируемого излучения при распаде исследуемого состояния.

Постоянная распада может быть определена, таким образом, из двух измерений. Для получения более точных значений  $\lambda$  снимают несколько экспериментальных точек  $n(t_i)$ ,  $t_i$ , где  $i = 1, 2, \dots, m$ . Точки аппроксимируют прямой в полулогарифмическом масштабе, тангенс угла наклона которой определяет постоянную распада  $\lambda$ , а время, за которое интенсивность убывает в 2 раза, — период полураспада  $T_{1/2}$  (см. рис. 1.3).

Если исследуют уровни, имеющие очень большие времена жизни, то число  $N_0$  таких уровней, заселяемых в ядерной реакции в течение времени  $\Delta\tau_{\text{п}} \ll T_{1/2}$ , можно установить по плотности потока  $\varphi$  частиц, вызывающих реакцию, по сечению  $\sigma$  возбуждения данного уровня и числу облучаемых ядер  $N_{\text{я}}$ :

$$N_0 = \varphi \sigma N_{\text{я}} \Delta\tau_{\text{п}}. \quad (8.9)$$

Тогда  $\lambda$  непосредственно находят по формуле (8.8) при  $\lambda t \ll 1$  (что нетрудно выполнить для достаточно долгоживущих состояний). Из (8.8) получаем:  $\lambda = n(t)/(LI_{\text{ч}}N_0)$ .

Эта два метода являются наиболее распространенными. С их помощью измеряют времена жизни  $\tau \geq 10^{-10}$  с. Если  $\tau$  больше нескольких минут, измерения не представляют трудностей. Если  $10^{-4}$  с  $\leq \tau \leq 1 \div 10$  мин, необходимы системы быстрой транспортировки образца из-под пучка к детектору (пневмопочты, быстродвигающие ленты и т.д.).

При  $10^{-10}$  с  $\leq \tau \leq 10^{-4}$  с измерения проводят на пучке. Нижняя граница измеряемых  $\tau$  определяется длительностью импульса тока пучка  $\Delta\tau_{\text{п}}$ , которая может быть  $10^{-9}$  с. Если измерения проводят в течение времени  $\Delta t$  (цена канала временного анализатора) между импульсами тока пучка, то при условии  $\Delta\tau_{\text{п}} \ll \tau \ll \tau_{\text{п}}$  (где  $\tau_{\text{п}}$  — интервал времени между импульсами тока пучка) интенсивность регистрируемых сигналов будет изменяться по закону (8.8), где  $N_0$  определяется по (8.9).

Если условия  $\tau \ll \tau_{\text{п}}$  не выполняются, то вклад в  $n(t)$  будут давать все предыдущие импульсы тока пучка и в этом случае

$$\begin{aligned} n(t) &= LI_{\text{ч}} N_0 \sum_{n=0}^{\infty} \lambda \exp[-\lambda(t + n\tau_{\text{п}})] = \\ &= LI_{\text{ч}} N_0 \lambda \exp(-\lambda t) / [1 - \exp(-\lambda\tau_{\text{п}})]. \end{aligned} \quad (8.10)$$

Интервал времени между моментом заселения уровня и моментом его распада устанавливают по излучению, которое, как правило, сопровождается заселением и распад (момент заселения может также отсчитываться по импульсу, синхронизированному с импульсом тока пучка ускорителя). Излучение регистрируется детекторами, импульсы с которых и подлежат анализу.

Этим методом измеряют времена жизни в интервале  $10^{-4}$  с —  $10^{-11}$  с. Ограничения со стороны больших времен связаны со статической природой метода совпадений (необходимо сохранить удовлетворительное отношение числа истинных совпадений к числу случайных за разумное время измерений). Ограничения со стороны малых времен связаны с достижимым разрешающим временем аппаратуры.

Распределение временных интервалов между импульсами исследуется либо методом задержанных совпадений, либо с использованием вреямплитудных преобразователей (ВАП). В первом случае сигналы подаются на схему совпадений, в один из каналов которой вводится переменная задержка, и получается зависимость числа совпадений от величины задержки. При этом часто используют схемы "быстро-медленных" совпадений, в которых функции энергетического и временного анализа разделены, что значительно улучшает временную разрешающую способность метода и позволяет довести ее до наносекундной области.

Наибольшее распространение в настоящее время получил метод с использованием ВАП, в котором временные интервалы преобразуются в импульсы с амплитудой, пропорциональной длительности временных интервалов. Собственное разрешение быстрых ВАП составляет несколько пикосекунд. Предельное временное разрешение метода задержанных совпадений определяется временным разбросом сигналов, поступающих от детекторов. Временное разрешение полупроводниковых детекторов около  $10^{-9}$  с, органических сцинтилляторов около  $10^{-10}$  с.

Независимо от метода временного анализа время жизни находят из кривой совпадений. При идеальной разрешающей способности аппаратуры (разрешающее время  $\tau_0 = 0$ ) временное распределение числа совпадений имело бы вид обычной кривой радиоактивного распада (рис. 8.5, а)

$$W(t) = \exp(-t/\tau)/\tau. \quad (8.11)$$

В реальных условиях разрешающего времени аппаратуры, сравнимого с временем жизни уровня, на вид кривой совпадений  $F(t)$  существенное влияние оказывает спектр мгновенных совпадений  $p(t)$  (рис. 8.5, б, в), характеризующий временную разрешающую способность аппаратуры.

Если фон случайных совпадений мал, т.е.  $F(t) \gg p(t)$ , то для анализа спектров совпадений используют метод экспоненты [ $\tau$  опреде-



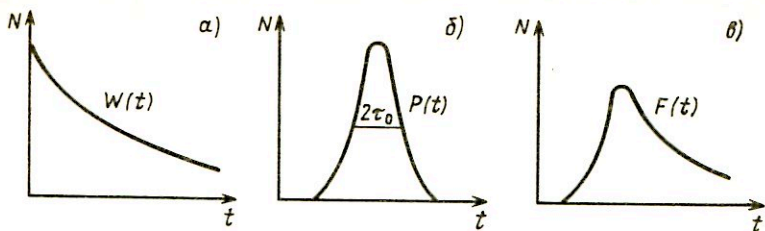


Рис. 8.5. Кривые совпадений:

а — при  $\tau_0 \ll \tau$  (кривая распада); б — при  $\tau \ll \tau_0$  (кривая характеризует разрешающее время аппаратуры); в —  $\tau \approx \tau_0$  (реальные условия разрешающего времени аппаратуры  $2\tau_0$ , сравнимого с временем жизни  $\tau$ )

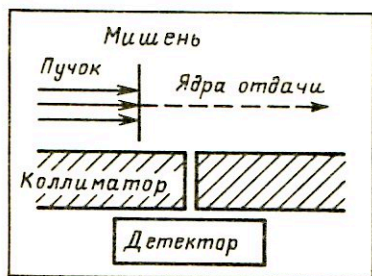


Рис. 8.6. Схема эксперимента для измерения времени жизни методом ядер отдачи

ляют по экспоненциальному спаду кривой  $F(t)$ ]. Если  $\tau \geq 1,3\tau_p$  (где  $\tau_p$  — время, характеризующее крутизну спада кривой мгновенных совпадений вблизи ее основания), то метод экспоненты дает достаточно надежные результаты. Когда время жизни  $\tau$  заметно меньше разрешающего времени аппаратуры  $2\tau_0$  и меньше времени  $\tau_p$ , используют метод моментов, впервые разработанный Беем.

Времена жизни в диапазоне  $10^{-7} - 10^{-15}$  с устанавливают методом ядер отдачи. Если исследуемое состояние образуется в ядерной реакции на тонкой мишени или в тонком радиоактивном источнике при  $\alpha$ -распаде, то ядра отдачи могут вылетать из мишени и двигаться в вакууме. Изучая зависимость числа распадов исследуемого состояния от пройденного ядром отдачи расстояния в вакууме, можно определить среднее расстояние, проходимое им до распада. Зная из кинематики процесса скорость ядра отдачи  $v$ , определяют среднее время жизни состояния.

Схема эксперимента показана на рис. 8.6. Детектор и коллиматор установлены под углом  $90^\circ$  к направлению пучка. Мишень может перемещаться относительно коллиматора параллельно пучку. При этом интенсивность частиц, сопровождающих переход и поступающих в детектор, изменяется по закону

$$I(x) = I_0 \exp[-x/(\tau v)], \quad (8.12)$$

где  $x$  — расстояние от мишени до коллиматора;  $v$  — скорость ядра отдачи. Минимальное измеряемое время жизни  $\tau$  зависит от максимального значения скорости  $v$  и разрешения по расстоянию  $\Delta x$ . При  $v \sim 3 \cdot 10^9$  см/с,  $\Delta x \sim 10^{-3}$  см с достаточной точностью измеряются времена  $\tau \sim 10^{-13}$  с.

Вместо измерения среднего расстояния, проходимого ядром отдачи до распада, можно находить ослабление доплеровского сдвига энергии исследуемого излучения за счет торможения ядра отдачи в материале подложки мишени. Если время исследуемого состояния ядра отдачи сравнимо с временем торможения в материале мишени, то излучение будет испускаться ядрами отдачи, движущимися со скоростью  $v$ , меньшей скорости  $v_0$ , с которой образуются ядра отдачи.

Найдя экспериментально фактор ослабления доплеровского сдвига, который зависит от отношения времени жизни к времени торможения, можно определить время жизни состояния. Диапазон времен жизни, доступный для измерения этим методом, лежит в области  $10^{-11} - 10^{-14}$  с.

Если ядра отдачи движутся в вакууме в направлении первичного пучка частиц вплоть до встречи с подвижным поглотителем-плунжером, то часть ядер излучает на лету, испуская, например,  $\gamma$ -кванты со средней энергией

$$E_{\gamma} = E_{\gamma_0} (1 + (\bar{v}_0/c) \cos \Theta), \quad (8.13)$$

где  $\bar{v}_0$  — средняя скорость ядер отдачи;  $\Theta$  — угол между направлением движения ядер отдачи и направлением движения  $\gamma$ -квантов. Другая часть возбужденных ядер, которая распадается, достигнув поглотителя, испускает  $\gamma$ -кванты с энергией  $E_{\gamma_0}$ , примерно равной энергии перехода. В спектре  $\gamma$ -квантов в этом случае наблюдаются две отдельные стоящие линии. Исследуя отношение интенсивности этих линий в зависимости от расстояния  $x$  между мишенью и плунжером

$$N_0/(N_0 + N) = \exp[-x/(v\tau)], \quad (8.14)$$

где  $N$ ,  $N_0$  — интенсивности  $\gamma$ -квантов с энергией  $\bar{E}_{\gamma}$  и  $E_{\gamma_0}$ , можно определить время жизни состояния.

Измерение времен жизни в диапазоне  $10^{-16} - 10^{-18}$  с возможно с использованием эффекта теней, открытого А.Ф. Тулиновым в 1965 г.

Времена жизни вплоть до  $10^{-20}$  с определяют косвенными методами. Основной для косвенных измерений времени жизни служит зависимость естественной ширины уровней  $\Delta E_e$  от времени жизни, вытекающая из соотношения неопределенности  $\Delta E \tau = \hbar$ . Если ширину уровня выражать в электрон-вольтах, то его время жизни в секундах

$$\tau = 6,58 \cdot 10^{-16} / \Delta E. \quad (8.15)$$

Если измеряется парциальная ширина уровня  $\Delta E_{ei}$  по отношению к

$i$ -переходу, то вычисляется парциальное время жизни  $\tau_i$ . Измерения ширины уровней проводят методами ядерной резонансной флюоресценции, резонансных ядерных реакций и др.

## Глава 9. ОБРАБОТКА НЕПРЕРЫВНЫХ СПЕКТРОВ

### 9.1. Основное уравнение

В результате регистрации спектрометром частицы с энергией  $E$  на его выходе возникает и фиксируется сигнал, характеризуемый некоторой величиной  $x$ , связанной с  $E$ . Такой величиной может быть амплитуда импульса на выходе детектора, угол отклонения заряженной частицы в магнитном поле, номер детектора при регистрации спектра набором детекторов с различающимися характеристиками и т.п.

Идеальной была бы ситуация, при которой величины  $x$  и  $E$  связаны взаимно однозначной зависимостью, т.е.  $x = f(E)$ . Тогда по совокупности сигналов  $x$  можно было бы однозначно определить энергии  $E$  и по ним оценить спектр  $\Phi(E)$ . Такой гипотетический спектрометр можно было бы назвать идеальным. Как отмечалось в предыдущих главах, существует много причин, приводящих к неоднозначной связи между сигналом  $x$  и энергией  $E$ . Важнейшей из них является стохастический характер физических процессов в спектрометре, приводящих к регистрации частиц. В частности, к сигналу  $x$  может добавляться шум, не связанный своим происхождением с частицами. Неоднозначность может также возникнуть вследствие некоторых особенностей конструкции спектрометра, например, в результате дискретизации совокупности сигналов  $x$ . Следствием сказанного является тот факт, что связь между величинами  $x$  и  $E$  носит вероятностный характер.

Обозначим  $G(x, E)$  для случая непрерывного  $x$  условную плотность вероятности того, что в результате регистрации частицы с энергией  $E$  сигнал будет равен  $x$  [т.е.  $G(x, E)dx$  есть вероятность понаблюдать сигнал в интервале  $(x, x + dx)$ ]. Как указывалось в гл. 1, функция  $G(x, E)$ , рассматриваемая как функция аргумента  $x$ , называется функцией отклика спектрометра.

Если величина  $x$  дискретна, т.е., по существу имеется  $n$  изолированных выходов (каналов) спектрометра, то можно ввести функцию  $G_i(E)$  ( $i = 1, \dots, n$ ), представляющую собой вероятность появления сигнала на  $i$ -м выходе при регистрации частицы с энергией  $E$ . Эта функция (от аргумента  $E$ ) называется спектральной характеристикой  $i$ -го выхода (канала)\*. На практике функция  $G(x, E)$  определяется в спе-

\* Для непрерывного  $x$  можно также рассматривать  $G(x, E)dx$  как функцию аргумента  $E$  при фиксированном  $x$  и считать ее "спектральной характеристикой канала  $(x, x + dx)$ ".

циальных так называемых калибровочных экспериментах или рассчитывается теоретически. Для успешного решения спектрометрических задач она должна быть хорошо известна.

Наиболее типичные примеры функций отклика и спектральных характеристик, встречающихся в задачах ядерной спектрометрии, были рассмотрены ранее. Здесь мы только повторим, что как функция отклика, так и спектральная характеристика должны учитывать все факторы, влияющие на вероятность появления сигнала: геометрические, связанные с поглощением и рассеянием частиц в среде, определяемые эффективностью преобразования энергии и др.

В результате регистрации частиц со спектром  $\Phi(E)$  в случае непрерывного  $x$  будет получено некоторое распределение сигналов  $U(x)$ , которое будем называть дифференциальным аппаратурным спектром. По определению, аппаратурный спектр представляет собой случайную функцию  $U(x)$ , такую, что для данного  $\Delta x$  величина  $U\Delta x$  есть число сигналов (случайное), зарегистрированных спектрометром в диапазоне  $(x - \Delta x/2, x + \Delta x/2)$ . Отметим две особенности данного определения: 1) значение  $U(x)$  зависит от выбора  $\Delta x^*$ ; 2)  $U(x)$  — случайная функция (причина этого — стохастический характер регистрации частиц спектрометром).

Для дискретного  $x$  аналогом аппаратурного спектра является набор величин  $U_i$ , каждая из которых представляет собой число сигналов, зарегистрированных в  $i$ -м канале (выходе).

Для каждой из случайных величин  $U(x)$  и  $U_i$  могут быть введены соответствующие средние значения  $\overline{U(x)}$  и  $\overline{U_i}$ , которые можно назвать средними аппаратурными спектрами. С помощью этого понятия можно дать еще одно определение функции отклика. Легко видеть, что  $G(x, E)$  есть нечто иное, как средний аппаратурный спектр, соответствующий моноэнергетическому спектру единичной мощности с энергией  $E$ :  $\varphi(E) = \delta(E' - E)$ . Такое определение носит более общий характер, так как оно не связано с вероятностной интерпретацией функции отклика. В этом случае можно считать  $G(x, E)$  детерминированной функцией достаточно общего вида, осуществляющей преобразование истинного спектра в аппаратурный, а вероятностный характер процесса регистрации можно формально учесть путем анализа флуктуаций выходного сигнала  $U(x)$ . Такой подход особенно полезен, когда в спектрометре не регистрируется каждая детектируемая частица, а используются усредненные аналоговые методы регистрации.

Нашей ближайшей целью будет установление связи между величинами  $\Phi(E)$ ,  $G(x, E)$  и  $\overline{U(x)}$ ,  $\overline{U_i}$ . Далее предполагается, что рассматри-

---

\*Эта зависимость весьма существенна. При достаточно больших  $\Delta x$   $U(x)$  может быть в целом плавной функцией, но при малых  $\Delta x$  она становится крайне нерегулярной, стремясь в пределе  $\Delta x \rightarrow 0$  к линейной комбинации  $\delta$ -функций.

ваемые нами спектрометры являются линейными приборами. Это означает, что если спектрам  $\Phi_k(E)$  соответствуют средние аппаратурные спектры  $\bar{U}_k(x)$ , то спектру, являющемуся линейной комбинацией  $\sum a_k \Phi_k(E)$  ( $a_k$  — константы), соответствует средний аппаратурный спектр  $\sum a_k \bar{U}(x)^*$ .

Поскольку справедливо тождество

$$\Phi(E) = \int_0^{\infty} \delta(E' - E) \Phi(E') dE', \quad (9.1)$$

а спектру  $\delta(E' - E)$  соответствует средний аппаратурный спектр  $G(x, E)$ , то вследствие линейности спектрометра спектру  $\Phi(E)$  соответствует средний аппаратурный спектр

$$\bar{U}(x) = \int_0^{\infty} G(x, E) \Phi(E) dE \quad (9.2)$$

(штрих при  $E$  опущен). Аналогичное соотношение имеет место для дискретного случая

$$\bar{U}_i = \int_0^{\infty} G_i(E) \Phi(E) dE. \quad (9.3)$$

Основная задача восстановления спектров заключается в отыскании спектра  $\Phi(E)$  по известным функциям  $G(x, E)$  и  $\bar{U}(x)$  [соответственно  $G_i(E)$  и  $\bar{U}_i$ ]. Функция  $\bar{U}(x)$  ( $\bar{U}_i$ ) обычно бывает неизвестна, и вместо нее приходится использовать экспериментальное значение  $U(x)$  ( $U_i$ ), которое предполагается достаточно близким к среднему значению. В результате мы вынуждены решать уравнение Фредгольма первого рода

$$U(x) = \int_0^{\infty} G(x, E) \Phi(E) dE, \quad (9.4)$$

соответственно

$$U_i = \int_0^{\infty} G_i(E) \Phi(E) dE, \quad (9.5)$$

---

\* Во избежание недоразумений заметим, что указанная линейность не имеет никакого отношения к линейности спектрометрического тракта, т.е. к пропорциональности в среднем между  $x$  и  $E$ .

относительно  $\Phi(E)$ . Поскольку  $U(x)$  известно неточно, то и решение этого уравнения (если оно получено) также будет представлять не точную функцию  $\Phi(E)$ , а лишь ее приближение (оценку). Возможности решения такого уравнения рассматриваются в § 9.2 и далее.

## 9.2. Существование, единственность и устойчивость решения

Величины, входящие в уравнения (9.2) и (9.3), являются отражением некоторой реальности, и поэтому для физика, занимающегося обработкой спектров, вопрос о существовании решения уравнения (9.4) часто кажется лишенным практического смысла. Спектр реально существует, и поэтому не должно быть сомнения в существовании решения. Более внимательный подход к проблеме показывает, однако, что подобная позиция физика базируется на его интуитивной уверенности, что он правильно понимает работу спектрометра. На практике же часты случаи, когда из поля зрения ускользают некоторые детали работы спектрометра. Так, например, функция отклика может быть определена для одних условий работы спектрометра, а аппаратный спектр измеряется в других условиях. Может нарушаться условие линейности в результате, скажем, наложения импульсов от детекторов друг на друга. Поэтому в правую и левую части уравнения (9.4) подставляют неадекватные друг другу величины, и может случиться, что решение не будет существовать. Если в уравнение (9.4) вместо точного среднего значения  $U(x)$  подставить случайное приближенное значение  $U(x)$ , то, как правило, возникнет ситуация, когда решение этого уравнения не существует.

Забегая вперед, отметим, что в настоящее время разработаны методы решения задач, основанных на уравнениях типа (9.2), для случаев, когда решение в классическом понимании отсутствует (за счет видоизменения понятия решения). Поэтому решение всегда может быть получено, но для его правильной интерпретации проблема существования решения исходного уравнения должна быть понята.

Аналогичные замечания можно сделать по поводу единственности решения. Неединственность решения возникает всегда, когда спектрометр имеет конечное число выходов. Причина этого ясна: отображение бесконечного пространства спектров на конечномерное пространство не является взаимно однозначным. Выбор нужного решения среди множества возможных может быть осуществлен с привлечением дополнительных (физических) соображений.

Вопрос о существовании и единственности решения уравнения (9.2) тесно связан со свойствами собственных значений и собственных функций ядра этого уравнения. Напомним, что собственной функцией ядра  $G(x, E)$  называют функцию  $\varphi(E)$ , не равную тождественно нулю и удов-

летворяющую уравнению

$$\int_0^{\infty} G(x, E) \varphi(E) dE = \lambda \varphi(E), \quad (9.6)$$

где  $\lambda$  называется собственным значением, соответствующим собственной функции  $\varphi(E)$ . Множество значений  $\lambda$  может быть как дискретным  $\{\lambda_i\}$ , так и непрерывным  $\{\lambda(\xi)\}$ .

Рассмотрим вначале случай симметричного ядра, когда  $G(x, E) = G(E, x)^*$ . Хорошо известно, что собственные функции такого ядра ортогональны друг к другу\*\*, а собственные значения — действительны. Если множество собственных значений дискретно, то ядро  $G(x, E)$  может быть представлено в виде

$$G(x, E) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i \varphi_i(x) \varphi_i^*(E), \quad (9.7)$$

где  $\varphi_i^*(E)$  — функция, комплексно сопряженная с  $\varphi_i(E)$ \*\*\*.

Для непрерывного множества собственных значений аналогично (9.7)

$$G(x, E) = \int_{\xi} \lambda(\xi) \varphi_{\xi}(x) \varphi_{\xi}^*(E) d\xi. \quad (9.8)$$

В случае дискретного  $\lambda$  функция  $U(x)$  в уравнении (9.4) может быть представлена в виде ряда

$$U(x) = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \varphi_i(x), \quad (9.9)$$

где  $\alpha_i$  — последовательность комплексных чисел.

Будем искать решение уравнения (9.2) в виде

$$\Phi(E) = \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i \varphi_i(E). \quad (9.10)$$

\* Строго говоря, речь идет о ядре самосопряженного оператора, т.е.  $G(x, E) = G^*(E, x)$  [знак (\*) означает комплексное сопряжение]. В нашем случае имеются в виду действительные функции  $G(x, E)$ . Функции  $\varphi(x)$  считают комплексными.

\*\* Это означает, что в дискретном случае  $\int \varphi_i(x) \varphi_j(x) dx = \begin{cases} 1, & i=j; \\ 0, & i \neq j, \end{cases}$  а в непрерывном случае  $\int \varphi_{\xi}(x) \varphi_{\xi'}(x) dx = \delta(\xi - \xi')$ .

\*\*\* Учитывая прикладной характер данного учебного пособия, здесь и далее не рассматриваем условия сходимости рядов, интегрируемости и т.д. Предполагается, что все необходимые условия для этого выполнены (на практике это всегда соблюдается).

Подставляя соотношения (9.7), (9.9) и (9.10) в уравнение (9.2) и учитывая ортогональность функций  $\varphi_i(x)$ , получаем формальную систему уравнений для определения  $\beta_i$ :

$$\alpha_i = \lambda_i \beta_i, \quad i = 1 \dots \quad (9.11)$$

В зависимости от значений  $\alpha_i$  и  $\lambda_i$  возникает три возможных ситуации.

1. Все  $\lambda_i \neq 0$ . Тогда  $\beta_i = \alpha_i/\lambda_i$  и решение уравнения (9.2) существует и единственно:

$$\Phi(E) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\alpha_i}{\lambda_i} \varphi_i(E) \quad (9.12)$$

(при условии, что ряд справа сходится).

2. Некоторые  $\lambda_i = 0$ , а соответствующие  $\alpha_i \neq 0$ . В этом случае решения нет.

3. Некоторые  $\lambda_i = 0$  и соответствующие им  $\alpha_i = 0$ . В этом случае  $\beta_i$  может быть взято произвольным, и решение не единственно.

Аналогичные выводы легко получить и для непрерывного набора собственных значений  $\lambda(\xi)$ . В выражениях (9.9), (9.10) и (9.12) все суммы должны быть заменены интегралами аналогично (9.8).

Рассмотрим теперь общий случай несимметричного ядра  $G(x, E)$ . Для отыскания решения можно ввести два вспомогательных симметричных ядра

$$\left. \begin{aligned} S_1(x, y) &= \int_0^{\infty} G(E, x) G(E, y) dE; \\ S_2(x, y) &= \int_0^{\infty} G(x, E) G(y, E) dE. \end{aligned} \right\} \quad (9.13)$$

Они имеют одни и те же множества неотрицательных собственных значений  $\mu_i^2$  (рассматривается дискретный случай). Если  $\varphi_i^{(1)}(x)$  и  $\varphi_i^{(2)}(x)$  — соответствующие множества собственных функций, то справедливы следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{\infty} G(x, E) \varphi_i^{(1)}(E) dE &= \mu_i \varphi_i^{(2)}(x); \\ \int_0^{\infty} G(x, E) \varphi_i^{(2)}(x) dx &= \mu_i \varphi_i^{(1)}(E). \end{aligned} \right\} \quad (9.14)$$

С помощью этих соотношений функция  $G(x, E)$  представляется в виде

$$G(x, E) = \sum_{i=1}^{\infty} \mu_i \varphi_i^{(1)*}(E) \varphi_i^{(2)}(x). \quad (9.15)$$



Далее разложим  $\bar{U}(x)$  в уравнении (9.2) в ряд по  $\varphi_i^{(2)}(x)$ :

$$\bar{U}(x) = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \varphi_i^{(2)}(x), \quad (9.16)$$

а решение будем искать в виде разложения по  $\varphi_j^{(1)}(E)$ :

$$\Phi(E) = \sum_{j=1}^{\infty} \beta_j \varphi_j^{(1)}(E). \quad (9.17)$$

Подставляя выражение (9.15) и (9.16) в уравнение (9.2), с учетом ортогональности  $\varphi_i^{(2)}(x)$  приходим к уравнениям для определения

$$\alpha_j = \mu_j \beta_j, \quad j = 1 \dots \quad (9.18)$$

Как и в случае симметричного ядра, здесь реализуются три возможности:

1. Все  $\mu_j \neq 0$ , тогда  $\beta_j = \alpha_j / \mu_j$ , и решение имеет вид

$$\Phi(E) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\alpha_j}{\mu_j} \varphi_j^{(1)}(E) \quad (9.19)$$

(если ряд справа сходится).

2. Для некоторых  $j$   $\mu_j = 0$  и  $\alpha_j \neq 0$ , решение не существует.

3. Для некоторых  $j$   $\mu_j = 0$ ,  $\alpha_j = 0$  существует бесконечно много решений.

Для непрерывного множества собственных значений рассмотрение и выводы аналогичны.

Для случая, когда ядро уравнения (9.2) имеет вид  $G(x, E) = G(x-E)$ , т.е. зависит от разности аргументов, решение может быть найдено с помощью преобразования Фурье. Применяя это преобразование к уравнению

$$\bar{U}(x) = \int G(x-E) \Phi(E) dE$$

(уравнение типа свертки), получаем уравнение для фурье-образов

$$F_U(\omega) = F_G(\omega) F_{\Phi}(\omega), \quad (9.20)$$

откуда следует формальное решение в виде

$$\Phi(E) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F_U(\omega)}{F_G(\omega)} e^{i\omega E} d\omega. \quad (9.21)$$

Решение здесь существует, если интеграл сходится. Неединственность решения возникает, если при некоторых  $\omega$  отношение  $F_U(\omega)/F_G(\omega)$  принимает неопределенное значение (типа  $0/0$  или  $\infty/\infty$ ).

Следует сделать важное для последующего изложения замечание. Как уже говорилось, мы не знаем точного значения  $\bar{U}(x)$  и используем вместо него приближенное экспериментальное значение  $U(x)$ , известное с погрешностью [см. уравнение (9.2)]. Если практически осуществлять описанные выше методы, то величины  $\alpha_i$  в уравнениях (9.9) и (9.16) будут содержать некоторую погрешность. Если при этом среди собственных значений  $\lambda_i(\mu_i)$  присутствуют малые величины, то, как следует из выражений (9.12) и (9.19), решение будет иметь большую погрешность, т.е. будет неустойчивым. Именно этот случай наиболее часто встречается на практике. Причина такого поведения собственных значений обсуждается в § 9.5.

### 9.3. Особенности постановки задачи в дискретном случае

Как уже отмечалось, в случае, когда у спектрометра дискретное конечное число выходов (каналов), задача восстановления спектра (9.3) заведомо имеет бесконечно много решений. Большинство из них не согласуется с физическим содержанием исследуемой задачи. Если учесть физический смысл предлагаемого решения, то можно заметно сузить класс возможных решений и искать его в виде линейной комбинации заданных функций до количества, равного числу каналов  $n$ :

$$\Phi(E) = \sum_{j=1}^n \beta_j \psi_j(E). \quad (9.22)$$

Подставляя это выражение в уравнение (9.3), получаем

$$U_i = \int_0^{\infty} G_i(E) \left[ \sum_{j=1}^n \beta_j \psi_j(E) \right] dE = \sum_{j=1}^n G_{ij} \beta_j, \quad (9.23)$$

где

$$G_{ij} = \int G_i(E) \psi_j(E) dE. \quad (9.24)$$

Решая систему уравнений (9.23) относительно  $\beta_j$ , можно отыскать спектр. Если, в частности, функции  $\psi_j(E)$  выбрать в виде

$$\psi_j(E) = \begin{cases} 1, & E_j < E < E_{j+1}; \\ 0 & \text{вне этого интервала} \end{cases} \quad (9.25)$$

[здесь  $E_j$  ( $j = 1, \dots, n+1$ ) — некоторый набор точек в области, где решение предполагается отличным от нуля], то это означает замену интеграла в выражении (9.3) квадратурой по формуле прямоугольников.

Особый интерес представляет случай, когда набор  $\psi_j(E)$  есть взаимно ортогональная система функций, являющихся линейными комбина-

нациями функций  $G_i(E)$ , т.е.

$$\psi_j(E) = \sum_{i=1}^n \gamma_{ji} G_i(E); \quad (9.26)$$

$$\int \psi_j(E) \psi_k(E) dE = \delta_{jk} \quad (9.27)$$

( $\delta_{jk}$  — символ Кронекера). Подставляя выражение (9.26) в (9.22) и далее (9.22) в уравнение (9.3) с учетом (9.27), можно убедиться, что

$$\beta_j = \sum_{i=1}^n \gamma_{ji} U_i, \quad (9.28)$$

т.е. здесь практически отпадает необходимость решать систему уравнений.

В уравнении (9.22) число слагаемых можно взять равным  $k$ , меньшим, чем  $n$ . В этом случае коэффициенты  $\beta_j$  можно находить с помощью процедуры наименьших квадратов, т.е. минимизируя форму

$$S(\beta_1, \dots, \beta_k) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} \left( U_i - \sum_{j=1}^k G_{ij} \beta_j \right)^2, \quad (9.29)$$

где  $\sigma_i$  — погрешность измерения величины  $U_i$ .

Рассмотренная постановка задачи для дискретного случая обладает тем недостатком, что выбор функций  $\psi_j(E)$  несколько неопределен. Ситуации, когда они могут быть выбраны однозначно, достаточно редки. В остальных случаях произвол в их выборе приводит к появлению систематической ошибки в решении. Частично преодолеть эту трудность можно изменением постановки задачи. Прежде всего отметим, что задача восстановления спектра, как правило, не возникает, если все спектральные характеристики  $G_i(E)$  отличны от нуля в достаточной узкой области  $\Delta_i$  и приближаются по своему виду к  $\delta$ -функциям. Если сделать естественное предположение, что в пределах отрезка  $\Delta_i$  спектр меняется слабо, то

$$U_i = \int_{\Delta_i} G_i(E) \Phi(E) dE \approx \Phi(\bar{E}_i) \int_{\Delta_i} G_i(E) dE. \quad (9.30)$$

Нормировку для  $G_i(E)$  можно выбрать так, чтобы  $\int G_i(E) dE = 1$ , и тогда

$$\Phi(\bar{E}_i) \approx U_i. \quad (9.31)$$

Таким образом, в данном случае спектр определяется в конечном числе точек без процедуры восстановления, а в остальных точках он мо-

жет быть найден путем интерполяции. Отсюда видно, что задачу о восстановлении спектра можно заменить задачей о восстановлении показаний некоторого гипотетического спектрометра, спектральные характеристики которого, по мнению экспериментатора, являются "идеальными". Это означает, что он может судить о спектре по показаниям такого "идеального" спектрометра, не прибегая к восстановлению спектра. Выбор идеальных характеристик определяется характером физической задачи.

Задача восстановления показаний идеального спектрометра по показаниям реального спектрометра с произвольными спектральными характеристиками имеет, как правило, бесконечно много решений по причине, обсуждавшейся ранее, а именно вследствие различия размерности множества показаний спектрометра и множества спектров. Возможны такие вариации спектра излучения, которые, сохраняя неизменными показания реального спектрометра, тем не менее вызывают вариации показаний идеального спектрометра. Если мы сможем найти границы этих вариаций, то тем самым мы найдем границы вариаций спектра в конечном числе точек.

Как итог сказанного возникает следующая постановка задачи.

Пусть имеется  $n$ -канальный спектрометр, причем  $i$ -й канал имеет спектральную характеристику  $G_i(E)$ , и в результате измерений получены показания  $U_i$  в каждом из  $n$  каналов, связанные с измеряемым спектром соотношением (9.3):

$$U_i = \int G_i(E) \Phi(E) dE. \quad (9.32)$$

Далее, пусть нас интересуют показания  $V_j$  идеального спектрометра с принятыми характеристиками  $W_j(E)$ . Тогда

$$V_j = \int W_j(E) \Phi(E) dE, \quad j = 1, \dots, k. \quad (9.33)$$

Задача заключается в том, чтобы найти верхнюю и нижнюю границы показаний  $V_j$  при произвольных вариациях  $\Phi(E)$ , сохраняющих неизменными все величины  $U_i$ :

$$\left. \begin{aligned} V_j^{\max} &= \max_{\Phi} \int W_j(E) \Phi(E) dE; \\ V_j^{\min} &= \min_{\Phi} \int W_j(E) \Phi(E) dE; \end{aligned} \right\} \quad (9.34)$$

$$\int G_i(E) \Phi(E) dE = U_i; \quad \Phi(E) \geq 0.$$

Возможна иная, так называемая двойственная постановка той же самой задачи.

Допустим, что мы интересуемся вариациями показаний  $j$ -го канала идеального спектрометра, имеющего спектральную характеристику

$W_j(E)$ . Возьмем функции  $G_i$  и подберем коэффициенты  $a_{ji}$  таким образом, чтобы выполнялось неравенство

$$W_j(E) \leq \sum_{i=1}^n a_{ji} G_i(E). \quad (9.35)$$

Умножим это неравенство на произвольный спектр  $\Phi(E)$  и проинтегрируем по  $E$ . В силу неотрицательности  $\Phi(E)$  будет справедливо неравенство

$$\int W_j(E) \Phi(E) dE \leq \sum_{i=1}^n a_{ji} \int G_i(E) \Phi(E) dE \quad (9.36)$$

или

$$V_j \leq \sum_{i=1}^n a_{ji} U_i. \quad (9.37)$$

Наша цель — найти такие  $a_{ji}$ , чтобы правая часть неравенства (9.37) была как можно меньше, т.е. чтобы она была точной верхней границей для  $V_j$ . Таким образом, возникает следующая постановка задачи (двойственная задача линейного программирования): варьируя  $a_{ji}$  при соблюдении неравенства (9.35), найти

$$\min \sum_i a_{ji} U_i. \quad (9.38)$$

Полученное таким способом минимальное значение  $\sum a_{ji} U_i$  будет совпадать с  $V_{\max}$ , найденным из (9.34)\*.

Аналогично ставится задача для отыскания нижней границы. Задача в приведенной постановке относится к классу задач линейного программирования. В ней не учитывается наличие погрешности  $\sigma_i$  в определении величин  $U_i$ . Левая и правая части равенства (9.3) могут отличаться друг от друга на эту погрешность. В соответствии с этим мы должны ограничение типа равенства заменить на ограничение типа неравенства. В результате возникает следующая постановка задачи. Требуется найти,

$$\left. \begin{aligned} V_j^{\max} &= \max_{\Phi} \int W_j(E) \Phi(E) dE; \\ V_j^{\min} &= \min_{\Phi} \int W_j(E) \Phi(E) dE \end{aligned} \right\} \quad (9.39)$$

\* Это утверждение составляет содержание основной теоремы теории линейного программирования.

при произвольном варьировании  $\Phi(E) \geq 0$  и

$$\sum_{i=1}^N \left( \frac{U_i - \int G_i(E) \Phi(E) dE}{\sigma_i} \right)^2 \leq C. \quad (9.40)$$

Это неравенство описывает эллипсоид рассеяния вектора измеряемых величин  $U_i$ , считающихся независимыми, при этом предполагается, что выражение  $\int G_i(E) \Phi(E) dE$  является математическим ожиданием для величины  $U_i$ . Константу  $C$  находят из условия, чтобы вероятность обнаружить точку с координатами  $(U_1, \dots, U_n)$  внутри эллипсоида рассеяния равнялась  $1 - \epsilon$ , где  $\epsilon$  — малое число, задаваемое исследователем (доверительный уровень). Связь между  $\epsilon$  и  $C$  задается стандартным распределением  $\chi^2$  с  $n$  степенями свободы.

В заключение отметим, что интервал  $|V_j^{\max} - V_j^{\min}|$  зависит от выбора  $W_j(E)$ . Если  $W_j(E)$  является линейной комбинацией  $G_i(E)$ , то  $V_j^{\max} = V_j^{\min}$ . Это, разумеется, не означает точного решения задачи, так как сохранился произвол в выборе  $W_j(E)$ .

#### 9.4. Плохо обусловленные системы уравнений

Любой практический способ решения уравнений (9.2) и (9.3) связан с дискретизацией, необходимой для применения численных методов. Она осуществляется путем использования одной из формул механических квадратур (прямоугольников, трапеций, Симпсона и т.п.) или представления предполагаемого решения в виде линейной комбинации набора заданных функций. В результате имеем дело с системой линейных алгебраических уравнений вида

$$\sum_{i=1}^n G_{ij} \Phi_j = U_i. \quad (9.41)$$

Ранее уже упоминалось о неустойчивости решения уравнений (9.2) и (9.3). Эта неустойчивость присутствует и при решении системы (9.41). Степень неустойчивости полезно знать заранее, так как она характеризует возможности спектрометра по восстановлению спектров.

Вспользуемся матричной записью уравнений (9.41), введя векторы  $\mathbf{U}$  и  $\Phi$  с компонентами  $(U_1 \dots U_n)$  и  $(\Phi_1 \dots \Phi_n)$  и матрицу  $\mathbf{G}$  с элементами  $G_{ij}$ . Пусть точному значению  $\mathbf{U}_0$  соответствует решение  $\Phi_0$  (т.е.  $\mathbf{G}\Phi_0 = \mathbf{U}_0$ ), а приближенному значению  $\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 + \Delta\mathbf{U}$  — решение  $\Phi = \Phi_0 + \Delta\Phi$ . Очевидно,  $\Delta\mathbf{U} = \mathbf{G}\Delta\Phi$ .

Мерой устойчивости решения может служить величина

$$\mu = \frac{\|\Delta\Phi\|}{\|\Phi\|} \bigg/ \frac{\|\Delta\mathbf{U}\|}{\|\mathbf{U}\|}, \quad (9.42)$$

где  $\|\cdot\|$  — некоторым образом выбранная норма вектора. Это отношение указывает, во сколько раз "относительная погрешность" решения превышает "относительную погрешность" исходных данных.

Свойства спектрометра, представленные матрицей  $G$ , следует охарактеризовать способом, не зависящим от свойств вектора  $U$ . Для этого в качестве меры устойчивости следует взять величину

$$\nu = \max_{\Delta Y, Y} \mu. \quad (9.43)$$

Она называется **числом обусловленности матрицы  $G$** . Если  $\nu \gg 1$ , то говорят, что система **плохо обусловлена**. Если  $\nu \approx 1$ , то система **хорошо обусловлена**. Отметим, что всегда  $\nu \geq 1$ .

В курсе линейной алгебры показывается, что

$$\nu = \|G\| \cdot \|G^{-1}\|, \quad (9.44)$$

где  $\|\cdot\|$  — норма, согласованная с определенной ранее нормой вектора\*. Можно показать, что если норма определена в виде  $\|x\| =$

$$= \sum_{i=1}^n x_i^2, \text{ то}$$

$$\nu = \sqrt{\lambda_{\max} / \lambda_{\min}}, \quad (9.45)$$

где  $\lambda_{\max}$  и  $\lambda_{\min}$  — соответственно максимальное и минимальное собственные значения матрицы  $G^T G$ .

### 9.5. Некорректность задачи восстановления спектров

В § 9.2 уже отмечалось, что если среди собственных значений ядра  $G(x, E)$  присутствуют малые величины, то решения уравнения (9.2) будут неустойчивыми по отношению к малым изменениям функции  $U(x)$ . Можно показать, что если  $G(x, E)$  является непрерывной и интегрируемой функцией, то совокупность собственных значений представляет собой последовательность, сходящуюся к нулю. Это означает, что среди собственных значений есть сколь угодно малые значения, и при конечной погрешности в определении  $U(x)$  решение  $\Phi(E)$  будет иметь сколь угодно большую погрешность. Именно таким свойством обладают ядра, встречающиеся в задачах спектрометрии.

Подобного рода задачи называют **некорректно поставленными**.

Рассмотрим проблему некорректности подробнее. Функции  $G(x, E)$ , встречающиеся в задачах спектрометрии, обладают заглаживающим действием. Это обстоятельство иллюстрируют рис. 9.1, на котором

\* Напомним, что  $\|G\| = \max_x \|Gx\|$  при  $\|x\| = 1$ .

Рис. 9.1. Различие истинных спектров при незначительно различающихся аппаратурных спектрах

показаны истинные спектры  $\Phi_1(E)$  и  $\Phi_2(E)$  и соответствующие аппаратурные спектры  $U_1(x)$  и  $U_2(x)$ . В качестве функции отклика взята гауссова кривая  $G(x, E) \sim \exp[-(x-E)^2/2\sigma^2]$ . Обращают на себя внимание две особенности.

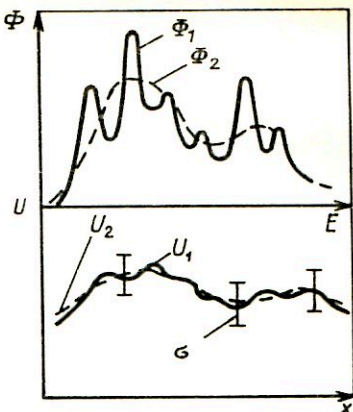
1. Спектру  $\Phi_1(E)$ , имеющему достаточно тонкую структуру, соответствует аппаратурный спектр  $U_1(x)$ , в котором эта структура проявляется очень слабо, что является следствием заглаживающего действия ядра.

2. Если разность  $|U_1(x) - U_2(x)|$  меньше погрешности их измерения, то у нас нет возможности различить спектры  $\Phi_1(E)$  и  $\Phi_2(E)$ , хотя фактически они различаются сильно.

Таким образом, при заглаживающем действии ядра аппаратурный спектр либо не содержит информации о детальной структуре решения, либо она потонула в "шумах", обусловленных погрешностью измерений. В результате мы имеем дело с недоопределенной задачей, т.е. с задачей, в которой исходные данные недостаточны для решения. Именно с этим фактом связано происхождение термина "некорректность постановки задачи". Тот же вывод можно сделать, анализируя уравнения (9.3).

В силу этой неопределенности обратные задачи (задачи восстановления) многие годы считались "незаконными". Развитые в последние годы методы решения таких задач основаны на принципиально новом подходе, заключающемся в том, что задача доопределяется исходя из физических соображений. На основе теории, прошлого опыта или просто здравого смысла предполагаемому решению априори приписывают некоторые свойства, которые представляют в виде количественных соотношений. Совокупность этих соотношений и исходное уравнение совместно образуют полностью определенную задачу, и можно рассчитывать на ее устойчивость. Ясно, что успех в решении целиком обусловлен тем, насколько истинный спектр обладает свойствами, которые приписываются ему заранее. Опыт показывает, что введения свойств довольно общего характера (гладкости, неотрицательности, близости к некоторой заданной функции), как правило, уже достаточно, чтобы сделать задачу корректной (устойчивой). Излагаемые ниже методы построены на таком подходе.

Простейший способ доопределения задачи сводится к тому, что априори предполагается, что решение  $\Phi(E)$  принадлежит к классу функ-





ций, описываемому конечным числом параметров, т.е.

$$\Phi(E) = f(E, \alpha_1, \dots, \alpha_k), \quad (9.46)$$

где  $f$  — функция заданного вида, и численные значения параметров неизвестны. Эти параметры могут быть найдены методом наименьших квадратов, т.е. из условия минимума выражения

$$S(\alpha_1, \dots, \alpha_k) = \int \left( \frac{U(x) - \int G(x, E) f(E, \alpha_1 \dots \alpha_k) dE}{\sigma(x)} \right)^2 dx, \quad (9.47)$$

где  $\sigma(x)$  — погрешность определения  $U(x)$ . Для дискретного случая аналогичное выражение имеет вид

$$S(\alpha_1, \dots, \alpha_k) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} (U_i - \int G_i(E) f(E, \alpha_1 \dots \alpha_k) dE)^2. \quad (9.48)$$

Если число параметров невелико, то задача минимизации функции  $S(\alpha_1, \dots, \alpha_k)$ , как правило, устойчива. Следует, однако, отметить, что требование (9.46) является весьма сильным, и в большинстве случаев не удастся простыми способами определить конечномерный класс, которому принадлежит решение.

## 9.6. Метод регуляризации А.Н. Тихонова

Метод регуляризации был предложен советским математиком академиком А.Н. Тихоновым и детально разработан руководимый им математической школой [27]. Ниже излагается этот метод применительно к решению уравнения Фредгольма первого рода типа (9.2):

$$U(x) = \int G(x, E) \Phi(E) dE. \quad (9.49)$$

Прежде всего отметим, что в случае, когда  $U(x)$  известно с погрешностью  $\sigma(x)$ , любая функция  $\tilde{\Phi}(E)$ , такая, что

$$|U(x) - \int G(x, E) \tilde{\Phi}(E) dE| < \sigma(x), \quad (9.50)$$

может быть принята в качестве решения. Условие (9.50) влечет за собой условие

$$\int |U(x) - \int G(x, E) \tilde{\Phi}(E) dE|^2 dx < \delta^2 = \int \sigma^2(x) dx, \quad (9.51)$$

которое мы примем в качестве меры отличия функций  $U(x)$  и  $\tilde{U}(x) = \int G(x, E) \tilde{\Phi}(E) dE$ . Левая часть неравенства (9.51) называется не-

вязкой. Естественно, и в такой постановке задача решения уравнения (9.49) остается некорректной.

Как указывалось в § 9.5, задача должна быть доопределена. В методе регуляризации такое доопределение осуществляется путем наложения ограничений на аналитические свойства решения  $\Phi(E)$ . Из соображений физического смысла наиболее естественными являются требования гладкости и близости решения к заданной функции  $\Phi_0(E)$ .

Интуитивному представлению о гладкости соответствует плавно меняющаяся непрерывная функция. Такое ее поведение имеет место в случае, когда модуль производной этой функции (или ее квадрат) имеет небольшое значение, поэтому степень гладкости может быть выражена функционалом

$$\Omega_1(\Phi) = \int q_1(E) [\Phi'(E)]^2 dE. \quad (9.52)$$

Для гладких функций он ограничен. Функция  $q_1(E) \geq 0$  обеспечивает разную степень гладкости при различных значениях аргумента  $E$  и выбирается из физических соображений.

Доопределение некорректной задачи на основе требования гладкости сводится к тому, что среди всех функций, удовлетворяющих неравенству (9.51), в качестве решения уравнения (9.49) с функцией  $U(x)$ , известной приближенно, принимается наиболее гладкая функция, т.е. функция, реализующая минимум функционала (9.52). Можно доказать, что этот минимум реализуется на границе множества функций  $\Phi(E)$ , определяемого неравенством (9.51), которое при этом обращается в равенство.

Таким образом, приходим к следующей постановке задачи.

Требуется найти функцию  $\Phi(E)$ , при которой функционал (9.52) принимает наименьшее значение при условии

$$\int |U(x) - \int G(x, E) \Phi(E) dE|^2 dx = \delta^2. \quad (9.53)$$

Эта задача на отыскание условного экстремума функционала может быть решена, как известно, методом неопределенных множителей Лагранжа, который сводится к минимизации функционала

$$M^\alpha(\Phi) = \int [U(x) - \int G(x, E) \Phi(E) dE]^2 dx + \alpha \int q_1(E) [\Phi'(E)]^2 dE, \quad (9.54)$$

где  $\alpha$  — неопределенный множитель Лагранжа, определяемый из условия (9.53), куда в качестве  $\Phi(E)$  подставляется  $\Phi_\alpha(E)$ , реализующая минимум функционала (9.54). Процедура минимизации рассмотрена ниже.

Аналогично можно доопределить задачу на основании требования о близости решения к заданной функции. Приняв в качестве меры

близости функционал

$$\Omega_0(\Phi) = \int q_0(E) [\Phi(E) - \Phi_0(E)]^2 dE \quad (9.55)$$

$[q_0(E) \geq 0]$ , приходим к следующей постановке задачи.

Требуется найти функцию  $\Phi(E)$ , реализующую минимум функционала  $\Omega_0(\Phi)$  при условии (9.53). Без ограничения общности (путем соответствующих замен) в уравнении (9.55) можно положить  $\Phi_0(E) = 0$ .

Возможно учесть оба условия одновременно, выбрав функционал в виде

$$\Omega(\Phi) = \int [q_0(E) \Phi^2(E) + q_1(E) \Phi'(E)^2] dE. \quad (9.56)$$

При этом по аналогии с (9.54) задача отыскания решения  $\Phi(E)$  сводится к задаче отыскания минимума функционала

$$M^\alpha(\Phi) = \int [U(x) - \int G(x, E) \Phi(E) dE]^2 dx + \alpha \int \{ q_0(E) \Phi^2(E) + q_1(E) [\Phi'(E)]^2 \} dE. \quad (9.57)$$

**Замечание 1.** К приведенной выше постановке можно прийти другим путем. Обратим внимание на то, что задача отыскания решения уравнения (9.49) сводится к отысканию минимума функционала \*

$$J(\Phi) = \int [U(x) - \int G(x, E) \Phi(E) dE]^2 dx. \quad (9.58)$$

Доопределяя задачу, будем искать его минимум на классе гладких функций, удовлетворяющих условию

$$\int q_1(E) [\Phi'(E)]^2 dE \leq C_1, \quad (9.59)$$

и функций, близких к заданной ( $\Phi_0(E) = 0$ ), т.е.

$$\int q_0(E) \Phi^2(E) dE \leq C_0. \quad (9.60)$$

Эти ограничения объединим в одно:

$$\int \{ q_0(E) \Phi^2(E) + q_1(E) [\Phi'(E)]^2 \} dE \leq C. \quad (9.61)$$

Можно доказать, что минимум функционала (9.58) при ограничении (9.61) достигается на границе множества, определяемого неравенством (9.61), т.е. когда имеет место равенство. В результате приходим к задаче поиска экстремума функционала (9.58) при условии (типа равенства) (9.58), что приводит к задаче (9.57).

---

\* Функция  $\Phi(E)$ , являющаяся решением уравнения (9.49), очевидно, доставляет минимум функционалу (9.58). Если же уравнение (9.49) не имеет решения в точном смысле вследствие наличия погрешностей в  $U(x)$ , то  $\Phi(E)$ , минимизирующая  $J(\Phi)$ , является наилучшим среднеквадратическим приближением к решению уравнения (9.49) при точно заданной  $U(x)$  (квазирешение).

**Замечание 2.** Наиболее общая постановка задачи заключается в том, что априори (из соображений физического смысла) назначается вид функционала  $\Omega(\Phi)$ , на который накладывается ограничение

$$\Omega(\Phi) < C, \quad (9.62)$$

и решается задача минимизации функционала (9.58) при ограничении, задаваемом неравенством (9.62). С математической точки зрения получающееся решение будет устойчивым в том случае, если класс функций  $\Phi(E)$ , удовлетворяющих неравенству (9.62), будет представлять собой компактное множество. Наиболее употребительными функционалами  $\Omega(\Phi)$  являются функционалы вида

$$\Omega(\Phi) = \int \left\{ \sum_{k=0}^n q_k(E) [\Phi^{(k)}(E)]^2 \right\} dE. \quad (9.63)$$

Такие функционалы называют **стабилизаторами**.

В задачах, где решение  $\Phi(E)$  уравнения (9.49) толкуется как плотность вероятности, т.е.  $\Phi(E) \geq 0$  и  $\int_0^{\infty} \Phi(E) dE = 1$ , в качестве стабилизатора  $\Omega$  используют функционал энтропии

$$\Omega(\Phi) = \int_0^{\infty} \Phi(E) \ln \Phi(E) dE. \quad (9.64)$$

Отыскивается  $\Phi(E)$ , реализующее максимум функционала (9.64) при условии (9.53). Этот метод, называемый методом максимальной энтропии, использует в качестве априорных сведений представление о наибольшей "размазанности" решения, что близко к идее гладкости.

**Замечание 3.** Левая часть неравенства (9.53) и функционал (9.58) в соответствии с особенностями задачи могут быть обобщены в следующем виде:

$$J(\Phi) = \int W(x) [U(x) - \int G(x, E) \Phi(E) dE]^2 dx, \quad (9.65)$$

где  $W(x) \geq 0$ , соответственно

$$\delta^2 = \int W(x) \sigma^2(x) dx. \quad (9.66)$$

Функция  $W(x) = \sigma^{-2}(x)$  является в некотором смысле наилучшей, так как она приводит выражение в скобках в подынтегральном выражении к единичной дисперсии.

**Замечание 4.** Физическое условие неотрицательности спектра  $\Phi(E)$  может быть учтено введением замены  $\Phi(E) = \exp[\psi(E)]$  или  $\Phi(E) = \psi^2(E)$ . Однако это приводит к существенному усложнению алгоритма решения. Аналогично можно учесть при необходимости монотон-

ный характер решения заменой типа  $\Phi(E) = \int_E^{\infty} \exp[\psi(t)] dt$ .

Обратимся к процедуре минимизации функционала (9.57). Необходимое условие минимума — равенство нуля первой вариации

$$\delta M^{\alpha}(\Phi) = 0, \quad (9.67)$$

которую легче всего вычислить следующим образом. Функции  $\Phi(E)$  придается приращение  $\beta\varphi(E)$ , где  $\beta$  мало и  $\varphi(E)$  произвольно:

$$\Phi_1(E) = \Phi(E) + \beta\varphi(E). \quad (9.68)$$

Подставляя  $\Phi_1(E)$  в функционал (9.57), получаем функцию  $f(\beta)$  от аргумента  $\beta$ . Равенство

$$\left. \frac{df}{d\beta} \right|_{\beta=0} = 0 \quad (9.69)$$

обеспечивает требуемое условие минимума. Уравнение (9.69) обычно называется уравнением Эйлера—Лагранжа. После выполнения выкладки по указанному правилу для функционала (9.57) получаем это уравнение в виде

$$\int B(s, \xi) \Phi(\xi) d\xi - \alpha \left\{ \frac{d}{ds} \left[ q_1(s) \frac{d\Phi(s)}{ds} \right] - q_0(s) \Phi(s) \right\} = b(s), \quad (9.70)$$

где

$$\left. \begin{aligned} B(s, \xi) &= \int_a^b G(x, s) G(x, \xi) dx; \\ b(s) &= \int_a^b G(x, s) U(x) dx. \end{aligned} \right\} \quad (9.71)$$

Для получения единственного решения этого уравнения нужны граничные условия, которые задаются априори, т.е. из физических соображений. На левой  $a$  и правой  $b$  границах должно быть задано значение решения. В противном случае его производная на границах приравняется к нулю.

Уравнение (9.70) обычно решают приближенно численным методом. С этой целью интегралы в выражениях (9.70), (9.71) меняются на суммы с помощью одной из формул механических квадратур (например, формулы Симпсона), а производные — на конечные разности. Действуя таким образом, приходим к системе линейных алгебраических урав-

нений относительно  $\Phi_j = \Phi(s_j)$ :

$$\sum_{j=1}^n \sigma_j B_{ij} \Phi_j h - \frac{\alpha}{h^2} [q_{1,i-1} \Phi_{i-1} - q_{1,i} \Phi_{i+1} - (q_{1,i} + q_{1,i-1}) \Phi_i - h^2 q_{0,i} \Phi_i] = b_i, \quad (9.72)$$

где  $\sigma_j$  — коэффициенты квадратурной формулы

$$B_{ij} = \sum_{l=1}^n \sigma_l G_{li} G_{lj} h; \quad b_i = \sum_{l=1}^n \sigma_l G_{li} U_l h;$$

$$U_l = U(x_l); \quad q_{1,i} = q_1(s_i); \quad q_{0,i} = q_0(s_i).$$

Эта система дополняется конечно-разностным аналогом граничных условий  $\Phi_0 = C_1$ ;  $\Phi_{n+1} = C_2$  или  $\Phi_1 = \Phi_0$ ;  $\Phi_n = \Phi_{n+1}$  (аналог равенства нулю производной на границе).

Остановимся на проблеме выбора параметра  $\alpha$ . Формально такой выбор осуществляется на основании величины  $\delta^2$ , однако практически в задании самой величины существует неопределенность, связанная с неоднозначной трактовкой  $\sigma^2(x)$ \*. Поэтому, кроме изложенного выше способа нахождения  $\alpha$  через  $\delta^2$ , возможны и другие способы. Наиболее надежным является способ моделирования. В нем выбирают функцию  $\Phi(E)$ , вид которой близок к предполагаемому решению. Далее из уравнения (9.49) находят соответствующую ей функцию  $U(x)$  и осуществляют переход к дискретным переменным  $U_i$  и  $\Phi_j$ ; переменным  $U_i$  с помощью генератора случайных чисел придают случайные добавки, имитирующие экспериментальные погрешности. Для получения таким способом "экспериментальных" данных решают задачу отыскания  $\Phi_j$  описанным выше способом, и ответ сравнивают с заданной функцией  $\Phi(E)$ . Параметр  $\alpha$  выбирают из условия наилучшего совпадения этих двух функций и затем используют для решения уравнения с реальными данными.

Если мы имеем дело с уравнением (9.49) типа свертки, т.е.

$$U(x) = \int G(x-E) \Phi(E) dE,$$

то процедура решения существенно упрощается. В этом случае если в уравнении (9.70) положить  $q_0 = 0$  и  $q_1(s) = 1$  и перейти к фурье-образам, то получим уравнение

$$F_G^*(\omega) F_G(\omega) F_\Phi(\omega) + \alpha \omega^2 F_\Phi(\omega) = F_G^*(\omega) F_U(\omega), \quad (9.73)$$

\*  $\sigma(x) = k \sigma_0(x)$ , где  $\sigma_0(x)$  — среднеквадратическое отклонение,  $k$  — произвольно назначаемый коэффициент,  $k \sim 1 \div 3$ .

где  $F(\omega)$  с индексом  $G, \Phi, U$  означает фурье-образ соответствующей функции;  $F^*(\omega)$  — комплексно-сопряженная функция. Отсюда

$$\left. \begin{aligned} F_{\Phi}(\omega) &= \frac{F_G^*(\omega)}{F_G^*(\omega) F_G(\omega) + \alpha \omega^2} F_U(\omega); \\ \Phi(E) &= -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_{\Phi}(\omega) e^{i\omega E} d\omega = \\ &= \int \frac{F_G^*(\omega) F_U(\omega)}{|F_G(\omega)|^2 + \alpha \omega^2} e^{i\omega E} d\omega. \end{aligned} \right\} \quad (9.74)$$

Параметр  $\alpha$  определяется, как и раньше, по невязке. Существуют методы нахождения оптимального  $\alpha$ , которые, по существу совпадают с методами оптимальной фильтрации.

### 9.7. Метод статистической регуляризации

Метод статистической регуляризации [29] используют для решения уравнения (9.49) в дискретизованной форме:

$$U_i = \sum_{j=1}^n G_{ij} \Phi_j, \quad i = 1, \dots, m, \quad (9.75)$$

где  $U_i = U(x_i)$ ;  $\Phi_j = \Phi(E_j)$ ;  $G_{ij} = G(x_i E_j) \sigma_j \Delta E_j$ ,  $\sigma_j$  — коэффициенты квадратурной формулы. Отметим, что  $m$  необязательно равно  $n$ .

Для сокращения записи далее будем использовать векторную форму записи. С этой целью введем столбцы-векторы  $\mathbf{U} = (U_1, \dots, U_m)^T$  и  $\Phi = (\Phi_1, \dots, \Phi_n)^T$  ( $T$  — знак транспонирования). Обозначим  $\mathbf{G}$  матрицу с элементами  $G_{ij}$ . Скалярное произведение вида  $\sum_i x_i y_i$  обозна-

чим  $\mathbf{X}^T \mathbf{Y}$ . Уравнение (9.75) в этих обозначениях переписывается в виде

$$\mathbf{U} = \mathbf{G} \Phi. \quad (9.75a)$$

В методе статистической регуляризации вектор  $\Phi$  трактуется как случайный вектор с математическим ожиданием, равным некоторому неизвестному  $\Phi_0$ . Без ограничения общности  $\Phi_0$  можно положить равным нулю. Для этого достаточно преобразовать уравнение (9.75).

Доопределение задачи с целью сделать ее корректной в данном случае осуществляют путем введения априорных ограничений на статистические свойства вектора  $\Phi$ , а именно считают, что он подчиняется **распределению заданной формы**. Наиболее типичным предположением, рассмотрением которого мы ограничимся, является предположение

о нормальном законе распределения вектора  $\Phi$  с заданной ковариационной матрицей  $B$ , т.е. плотность вероятности имеет вид

$$P(\Phi) = \text{const} \exp [-(\Phi^T B^{-1} \Phi)/2]. \quad (9.76)$$

В итоге возникает следующая постановка задачи: требуется найти наиболее вероятное значение вектора  $\Phi$ , удовлетворяющее условию

$$(U - G\Phi)^T W(U - G\Phi) \leq \delta^2, \quad (9.77)$$

где  $W$  — матрица, обратная ковариационной матрице вектора  $U$  (она обычно диагональна). Это условие вполне аналогично условию (9.51). Максимум выражения (9.76) реализуется при условии минимума квадратичной формы  $(\Phi^T B^{-1} \Phi)$ . Можно показать, что при этом неравенство (9.77) достигает границы и обращается в равенство. Для отыскания минимума  $(\Phi^T B^{-1} \Phi)$  при условии (9.77) типа равенства используют метод неопределенных множителей Лагранжа, в соответствии с которым минимизируют квадратичную форму

$$(U - G\Phi)^T W(U - G\Phi) + \alpha \Phi^T B^{-1} \Phi. \quad (9.78)$$

Дифференцируя ее по  $\Phi_i$ , получаем систему линейных алгебраических уравнений для отыскания  $\Phi$ :

$$(G^T W G + \alpha B^{-1}) \Phi = G^T W U, \quad (9.79)$$

откуда

$$\Phi = (G^T W G + \alpha B^{-1})^{-1} G^T W U. \quad (9.80)$$

Параметр  $\alpha$  отыскивают из условия (9.77) (со знаком равенства).

**Замечание.** Как видно, при соответствующем подборе матрицы уравнение (9.79) совпадает с (9.72). Это совпадение не случайно. Наложение ограничения на ковариационную матрицу приводит к согласованному поведению соседних компонент вектора  $\Phi$ , т.е., по существу, эквивалентно требованию гладкости функции  $\Phi(E)$ . Для любой матрицы  $B$  можно подобрать стабилизатор вида (9.63), такой, что решение (9.80) и решение по методу регуляризации совпадают. Таким образом, для нормально распределенных случайных векторов  $\Phi$  метод регуляризации по А.Н. Тихонову и метод статистической регуляризации тождественны друг другу.

Статистический подход позволяет наглядно трактовать тот или иной выбор  $\alpha$ . Так, если  $\Phi$  известно точно и вектор  $U$  распределен по нормальному закону с ковариационной матрицей  $B_U$ , то величина

$$\chi^2 = (U - G\Phi)^T W(U - G\Phi) \quad (W = B_U^{-1}) \quad (9.81)$$

подчиняется стандартному распределению  $\chi^2$  с  $n$  степенями свободы. Тогда со статистической точки зрения ясно, что наилучшим значением  $\alpha$



должно быть значение, соответствующее  $\delta^2$ , равному наиболее вероятному или среднему значению  $\chi^2$ .

Можно обойтись вообще без выбора  $\alpha$  и поступить следующим образом. Найти решение  $\Phi_\alpha(E)$  для всех значений  $\delta^2 = \chi^2$  ( $\alpha = f(\chi^2)$ ), а затем в качестве окончательного решения взять

$$\Phi(E) = \int \Phi_\alpha(E) p_n(\chi^2) d\chi^2, \quad (9.82)$$

где  $p_n(\chi^2)$  — упоминающееся ранее распределение  $\chi^2$  с  $n$  степенями свободы. Такой способ позволяет представить решение в виде линейной комбинации функций разной степени гладкости, что часто бывает более приемлемо с физической точки зрения, нежели решение с фиксированным  $\alpha$ .

Вместо функции  $p_n(\chi^2)$  можно взять некоторую функцию  $p(\alpha)$  из априорных физических соображений, и тогда решение будет иметь вид

$$\Phi(E) = \int p(\alpha) \Phi_\alpha(E) d\alpha. \quad (9.83)$$

### 9.8. Метод регуляризации М.М. Лаврентьева [28]

Этот метод легче всего пояснить на примере дискретизованной системы уравнений

$$U_i = \sum_{j=1}^n G_{ij} \Phi_j. \quad (9.84)$$

Система (9.84) неустойчива (имеет большое число обусловленности), если определитель матрицы  $G$  мал, что в подавляющем большинстве практических случаев имеет место. В свою очередь, на определитель влияют значения диагональных элементов матрицы: чем они больше, тем больше определитель\*. Следовательно, устойчивость системы можно повысить, если искусственно увеличить диагональные элементы, т.е. вместо системы (9.84) решать систему

$$U_i = \alpha \Phi_i + \sum_{j=1}^n G_{ij} \Phi_j. \quad (9.85)$$

Параметр  $\alpha$  находят методом невязки на основе соображений, полностью аналогичных изложенным в § 9.6 [см. (9.51)], т.е. его можно

\* Предполагается, что  $G_{ij} \geq 0$ .

найти из условия

$$\sum_i \left( U_i - \sum_{j=1}^n G_{ij} \Phi_j^\alpha \right)^2 < \sum \sigma_i^2, \quad (9.86)$$

где  $\Phi_j^\alpha$  — решение системы (9.85);  $\sigma_i$  — погрешность величин  $U_i$ . В недискретизованной форме аналогом уравнения (9.85) является интегральное уравнение второго рода

$$\alpha \Phi(x) + \int_0^\infty G(x, E) \Phi(E) dE = U(x). \quad (9.87)$$

Рассмотрим частный случай этого уравнения — уравнение типа свертки

$$\alpha \Phi(x) + \int_0^\infty G(x - E) \Phi(E) dE = U(x). \quad (9.88)$$

Применяя к обеим частям уравнения (9.80) преобразование Фурье, для фурье-образов получим соотношение [ср. с (9.74)]:

$$\alpha F_\Phi(\omega) + F_G(\omega) F_\Phi(\omega) = F_U(\omega),$$

отсюда

$$F_\Phi(\omega) = \frac{F_U(\omega)}{F_G(\omega) + \alpha} \quad (9.89)$$

и

$$\Phi(E) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F_U(\omega)}{F_G(\omega) + \alpha} e^{i\omega E} d\omega. \quad (9.90)$$

### 9.9. Методы итеративной регуляризации [28]

Существует несколько методов решения корректных задач и, в частности, восстановления спектров, в которых идея доопределения задачи представлена иначе, чем в изложенных выше. Она часто выражена менее отчетливо, но всегда существует. К таким методам относятся методы итеративной регуляризации. Рассмотрим существование этих методов на примере дискретизованного уравнения

$$U_i = \sum_j G_{ij} \Phi_j. \quad (9.91)$$

На основе системы уравнений (9.91) путем тождественных преобразований строится эквивалентная система уравнений, представленная в виде

$$\Phi_i = R_i(U_1, \dots, U_n, \Phi_1, \dots, \Phi_n). \quad (9.92)$$

С помощью этого равенства образуется итерационная процедура

$$\Phi_i^{(m+1)} = R_i (U_1, \dots, U_n, \Phi_1^{(m)}, \dots, \Phi_n^{(m)}). \quad (9.93)$$

Функции  $R_i$  и начальное приближение  $\Phi_i^{(0)}$  подбирают таким образом, чтобы в отсутствие погрешности величин  $U_i$  последовательность  $\Phi_i^{(m)}$  сходилась к точному решению системы (9.91).

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не выполнится неравенство

$$\sum \frac{1}{\sigma_i^2} \left( U_i - \sum_{j=1}^n G_{ij} \Phi_j^{(m)} \right)^2 \leq \delta^2, \quad (9.94)$$

где  $\sigma_i^2$  — дисперсия измерений  $U_i$ ;  $\delta^2$  — константа, примерно равна  $n$  [ср. с (9.40)].

Доопределение задачи здесь представлено неявно и заключается в том, что итерационный процесс прекращается не естественным путем, т.е. когда, например,  $\Phi_i^{(m+1)} - \Phi_i^{(m)} < \epsilon_i$  для всех  $i$ , а гораздо раньше — при выполнении условия (9.94). Таким образом отыскивается приближение  $\Phi^{(m)}(E)$  (мы перешли к непрерывной форме описания), которое достаточно близко к заданной функции  $\Phi^{(0)}(E)$  и неотлично от точного решения в смысле равенства (9.94). Если функция  $R_i$  подобрана таким образом, что на каждом шагу итерационного процесса вносится малое возмущение, то, если начальное приближение  $\Phi^{(0)}(E)$  есть гладкая функция, при небольшом числе итераций функция  $\Phi^{(m)}(E)$  сохранит гладкость.

Одним из возможных способов построения итерационного процесса является следующий:

$$\Phi^{(m+1)} = \Phi^{(m)} + \nu [G^T U - G^T G \Phi^{(m)}]. \quad (9.95)$$

Здесь использованы векторные обозначения. Величина  $\nu$  выбирается так, чтобы обеспечить сходимость итерационного процесса. Для этого достаточно взять  $0 < \nu < 2/\lambda_{\max}$ , где  $\lambda_{\max}$  — максимальное собственное значение матрицы  $G^T G$ .

Другой способ построения итерационного процесса, так называемый метод направленного расхождения [34], достаточно широко используется при обработке реакторных нейтронных спектров, где хорошо себя зарекомендовал.

Обратимся к исходному уравнению (9.91) и сделаем ряд тождественных преобразований:

$$\frac{U_i}{\sum_j G_{ij} \Phi_j} = 1; \quad \frac{U_i G_{il}}{\sum_j G_{ij} \Phi_j} = G_{il}; \quad \sum_i \frac{U_i G_{il}}{\sum_j G_{ij} \Phi_j} = \sum_i G_l. \quad (9.96)$$

Правая часть последнего равенства равна единице. Это следует из определения функции отклика как вероятности появления сигнала  $i$  при появлении частицы с энергией  $l$  (см. гл. 1). Умножая обе части равенства (9.96) на  $\Phi_l$ , получаем соотношение

$$\Phi_l = \Phi_l \sum_i \frac{U_i G_{il}}{\sum_j G_{ij} \Phi_j},$$

на основе которого строится итерационный процесс

$$\Phi_l^{(m+1)} = \Phi_l^{(m)} \sum_i \frac{U_i G_{il}}{\sum_j G_{ij} \Phi_j^{(m)}}.$$

Можно показать (см. [34]), что он сходится к точному решению.

## Глава 10. ОБРАБОТКА ЛИНЕЙЧАТЫХ СПЕКТРОВ

### 10.1. Постановка задачи

Под линейчатыми спектрами подразумеваются спектры, в которых энергии, массы и другие характеристики частиц или излучений принимают дискретные значения.

Из квантовой механики известно, что любая физическая система, локализованная в пространстве, имеет дискретный набор энергетических состояний. Это относится к атомам, ядрам и элементарным частицам. Отсюда следует, что излучения, возникающие в переходе квантовомеханической системы из одного состояния в другое, могут иметь только дискретные значения энергии, равные разности энергий состояний, между которыми произошел переход. Изучая спектры энергий испускаемых при этом частиц, можно восстанавливать спектр энергетических состояний системы, зная который, возможно делать более или менее определенные выводы о характере взаимодействия частиц, составляющих квантовомеханическую систему.

В свое время изучение закономерностей оптических атомных спектров позволило заложить основы квантовой механики атома. Исследование линейчатых спектров  $\gamma$ -излучения атомных ядер дало возможность понять многие особенности их строения и разобраться в характере действующих внутри ядра процессов, т.е. позволило исследовать свойства различных замкнутых квантовомеханических систем. Несомненно, что детальное изучение спектров масс элементарных частиц послужит основой для создания их количественной теории.

Изучение линейчатых спектров имеет и большое прикладное значение. Дело в том, что каждая конкретная система (например, конкрет-

ное ядро) имеет свой индивидуальный набор энергетических состояний и, следовательно, свой линейчатый спектр излучения, который является его меткой, идентификатором. Исследуя спектры образцов, по характерным линиям можно распознать наличие ядер данного типа в образце, а по интенсивности этих линий (числу квантов с данной энергией) можно судить о концентрации соответствующих ядер. На этом принципе основан метод активационного анализа. Если исследовать рентгеновские спектры энергий переходов между внутренними оболочками атома и по ним определять концентрацию атомов данного сорта, то мы получим метод рентгенофлуоресцентного анализа.

Как видно из сказанного, основная цель обработки спектра — определение энергии линии и ее интенсивности. Решение этой, казалось бы, простой задачи осложняется следующими обстоятельствами:

все спектрометры имеют конечное разрешение, в результате чего линия ( $\delta$ -функция) преобразуется в колоколообразную кривую, и если линий много, то такие кривые налагаются друг на друга, затрудняя анализ;

часто измерение линейчатого спектра сопровождается шумами и фоном, также затрудняющими анализ;

на практике спектр формируется как суперпозиция энергий большого количества индивидуальных частиц. Общее число таких зарегистрированных частиц конечно и случайно, что приводит к флуктуациям числа частиц с энергией в заданном диапазоне. Это также следует учитывать при анализе.

Вот уже много лет обработка спектров осуществляется с помощью ЭВМ. Это связано с большим количеством спектров, на ручную обработку которых потребовалось бы слишком много времени, и со сложностью самой обработки. Применение ЭВМ обычно требует строгой формализации методов и алгоритмов.

## 10.2. Обработка одномерных линейчатых спектров

Основные этапы анализа. Методы анализа линейчатых спектров ядерных излучений рассмотрим на примере линейчатых  $\gamma$ -спектров (рис. 10.1). Область спектра, где локализован какой-либо из имеющихся в спектре пиков, состоит из трех компонент: собственно пика, непрерывного спектра комптоновских электронов, фона посторонних частиц и импульсов шума. Две последних компоненты в пределах выделенной области спектра меняются незначительно, что позволяет без учета их природы считать их фоном, сопутствующим данному пику. В дальнейшем термин "фон" будет употребляться именно в этом смысле. Задача, таким образом, сводится к анализу пика, расположенного на некоторой "подложке" (фоне). При таком подходе анализ всего спектра разбивается на ряд независимых задач по обработке отдельных пиков или их скоплений и называется методом пиков.



Рис. 10.1. Типичный линейчатый спектр  $\gamma$ -квантов

Задача обработки спектров методом пиков с помощью ЭВМ состоит из нескольких этапов.

Первый этап — идентификация пиков — заключается в отыскании областей спектра, где находятся пики. Алгоритм поиска должен определять границы области, где локализован пик, а также грубые оценки положения максимума и площади пика, используемые в дальнейшем в качестве начальных значений при более точном их определении методом наименьших квадратов.

Второй этап — анализ мультиплетности пиков. Поскольку в выделенной области может находиться несколько пиков, часто неразрешенных, для дальнейшего анализа важно знать их количество.

Третий этап — точное определение площади пиков и положения максимума. Обычно используются два способа определения этих параметров: 1) с предварительным вычитанием фона и последующей обработкой собственно пика; 2) аппроксимацией области пика, включая фон, одной аналитической зависимостью, параметры которой (и для пика, и для фона) находятся в процессе единой процедуры подгонки).

Четвертый этап обработки пиков заключается в переходе от вычисленных значений площади пика и положения максимума, определенных в терминах числа отсчетов и каналов соответственно, к величинам, выраженным в единицах активности и энергии. Эта задача сводится к построению калибровочных кривых канал — энергия и энергия — эффективность, полученных в измерениях с изотопами, характеристики которых хорошо известны. Естественно, условия калибровочных измерений и экспериментов с неизвестными излучателями должны быть идентичны.

Наряду с перечисленными этапами анализа часто обработка спектра начинается с его сглаживания.

**Сглаживание спектра.** Сглаживание спектров имеет своей целью уменьшение статистических выбросов в аппаратурном спектре. Оно

заключается в замене отсчета в данном канале средневзвешенным значением отсчета в каналах, прилегающих к нему (включая рассматриваемый канал):

$$N_s(i) = \frac{\sum_{j=-k}^k W_j N(i+j)}{\sum_{j=-k}^k W_j}, \quad (10.1)$$

где  $N(i)$  – первоначальные значения отсчетов в каналах;  $N_s(i)$  – сглаженные значения отсчетов;  $W_j$  – веса, выбираемые обычно так, что  $W_j$  падает с увеличением  $j$  и  $W_j = W_{-j}$ .

Сглаживание довольно легко выполняется с помощью метода наименьших квадратов. Для этого выбирается  $2m+1$  последовательных точек (каналов) спектра с центром в точке  $i$ , в которой ищется сглаженное значение. Спектр на выбранном участке аппроксимируется полиномом  $r$ -го порядка (обычно 2-го или 3-го), и в качестве сглаженного значения принимается значение полинома в точке  $i$ . В результате сглаженное значение  $N_s(i)$  получается равным линейной комбинации исходных отсчетов:

$$N_s(i) = \frac{1}{A_k} \sum_{j=-k}^k C_j^{(k)} N(i+j), \quad (10.2)$$

где  $A_k$  и  $C_j^{(k)}$  – коэффициенты, значения которых легко определяются.

Достоинством этого способа сглаживания является то, что легко вычисляется не только сглаженный спектр, но и его производные, которые принимаются равными производным соответствующего аппроксимирующего полинома. Значения 1-й и 2-й производных необходимы иногда для автоматического поиска пиков.

Недостатком описанного способа является несохранение площади пика в результате сглаживания, хотя во многих случаях изменение площади в результате сглаживания меньше статистической погрешности в ее определении. Это изменение зависит от количества каналов, определяющих данный пик. Если это число мало и, следовательно, числа отсчетов в различных каналах сильно отличаются друг от друга, то изменение площади может быть большим.

Другой способ сглаживания заключается в применении преобразования Фурье. Если в исходном аппаратурном спектре независимую переменную (номер канала) интерпретировать как время, то операцию сглаживания можно представить как пропускания этого спектра через линейный фильтр, спектральная характеристика пропускания  $L(\omega)$

которого не содержит высоких частот и отлична от нуля в интервале  $(-\omega_0, \omega_0)$ . В этом случае фурье-образы сглаженного и исходного спектров  $F_s(\omega)$  и  $F(\omega)$  связаны соотношением вида  $F_s(\omega) = L(\omega)F(\omega)$ , а сами спектры — выражением  $N_s(x) = \int K(x-s)N(s)ds$ , где

$$K(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} L(\omega) e^{-i\omega t} d\omega. \quad (10.3)$$

Здесь для простоты записи вместо дискретных переменных (номеров каналов) использованы непрерывные переменные. В реальном случае интеграл должен быть заменен суммой. Таким образом, этот метод практически не отличается от простейшего способа сглаживания, разобранный выше. Однако важным его достоинством является возможность контроля искажений, возникающих при сглаживании. При произвольном виде  $L(\omega)$  гауссов характер пиков не сохраняется. Исключение составляет функция  $L(\omega) = e^{-\alpha\omega^2}$ . Причем если  $L(0) = 1$ , то площадь сглаженного пика остается равной площади исходного пика. Анализ частотных характеристик исходного спектра и его флуктуаций обычно позволяет так подобрать  $L(\omega)$ , чтобы при малых флуктуациях искажения спектра оставались незначительными.

В качестве практического правила для выбора  $\omega_0$  можно рекомендовать следующий прием: если  $\Delta_{1/2}$  — ширина пика на половине высоты, то  $\omega_0 \Delta_{1/2} \approx 1$ . Необходимо обращать особое внимание на форму кривой  $L(\omega)$ . Если  $L(\omega)$  имеет слишком резкий спад при  $\omega = \omega_0$ , то в сглаженном спектре могут появиться осцилляции, имитирующие несуществующие пики.

**Автоматический поиск пиков.** При разработке методов автоматического поиска (идентификации) пиков в той или иной форме используются различия в поведении пика, представляющего собой быстро меняющуюся функцию, отличную от нуля в малой области, и фона, являющегося гладкой медленно меняющейся функцией.

Основные трудности, встречающиеся при идентификации пиков, таковы: 1) слабые пики, интенсивность которых превосходит среднеквадратичную флуктуацию фоновых отсчетов лишь втрое, трудно идентифицировать; 2) края спектров комптоновских электронов, соответствующих мощным линиям, идентифицируются как пики (см. рис. 10.1). Однако их можно отличить от истинных пиков, поскольку их положение по отношению к самим пикам известно. В этом случае возникает проблема идентификации линий, случайно попавших на край спектра комптоновских электронов другого пика; 3) при большом количестве пиков, когда они перекрываются друг с другом, трудно определить их границы для последующей отдельной обработки (рис. 10.2).

Рассмотрим основные методы поиска пиков.



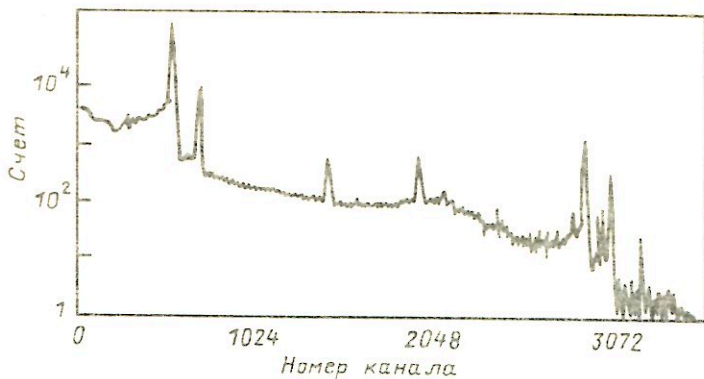


Рис. 10.2. Пример спектра с перекрывающимися линиями

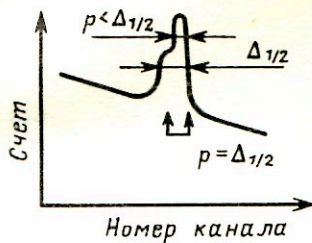
**Метод максимума.** В этом методе число отсчетов в каждом канале сравнивается с числами отсчетов в соседних каналах. Считается, что пик в  $i$ -м канале существует, если число отсчетов  $N(i)$  в нем удовлетворяет одновременно двум условиям:

$$\left. \begin{aligned} N(i) &> N(i-p) + h \sqrt{N(i)}; \\ N(i) &> N(i+p) + h \sqrt{N(i)}, \end{aligned} \right\} \quad (10.4)$$

где  $p$  и  $h$  подбираются эмпирически. Ясно, что наибольшая чувствительность метода будет достигнута, если  $p \approx \Delta_{1/2}$  (рис. 10.3). Однако в этом случае возможен пропуск пиков, сгруппированных в мультиплеты, так как каналы  $(-i)$  и  $(+i)$  могут принадлежать соседним пикам, поэтому критерий поиска не будет выполняться даже при наличии пиков. Чтобы избежать подобных пропусков, следует последовательно осуществлять поиск пиков в одном и том же спектре с различными  $p$ . Что касается величины  $h$ , то для несглаженного спектра она равна 2-3, а для сглаженного — существенно меньше и примерно  $(2 \div 3) (\sum_i W_i^2) / (\sum_i W_i)^2$ , где  $W_i$  — веса, используемые при сглаживании.

**Метод плавающего отрезка.** В этом методе сравнивается число отсчетов над некоторым отрезком, соединяющим две отстоящие на заданное расстояние точки спектра (это расстояние определяется размером основания стандартного пика), и возможной статистической флюктуацией этой величины. Область спектра, где выполняется соотношение  $S_1 > q \sqrt{S_2}$ , идентифицируется как пик. Здесь  $q$  — параметр отсева,  $q = 2 \div 4$  (подбирается экспериментально),  $S_1$  — число отсчетов над отрезком,  $S_2$  — сумма отсчетов под отрезком. Метод плавающего отрезка хорошо для случая малой статистики (менее 100 отсчетов в кана-

Рис. 10.3. Поиск пика методом максимума



ле), при которой он имеет преимущества перед методами, использующими производные, в скорости обработки и надежности.

**Метод первой производной.** Если аппаратный спектр представить как непрерывную функцию от номера канала, то по производной этой функции можно определить положение пиков. Действительно, в области пика производная спектра становится сначала большой положительной величиной, а затем, меняя в некоторой точке знак, — большой отрицательной, в то время как в области вне пика величина производной вследствие общего спадающего характера спектра всюду имеет небольшое отрицательное значение. Такую последовательность знаков производной можно использовать для идентификации пиков. Для этой цели задаются два положительных числа  $h_1$  и  $h_2$  и отыскиваются номера каналов, в которых одновременно выполняются следующие условия:

$$\left. \begin{aligned} N'(i-p) &> h_1; \\ N'(i) &\approx 0; \\ N'(i+p) &< -h_2, \end{aligned} \right\} \quad (10.5)$$

где  $N'(i)$  — величина производной спектра в  $i$ -м канале. Константы  $h_1$  и  $h_2$  подбираются экспериментально. В качестве оценки производной может использоваться ее конечно-разностный аналог. В случае дискретного спектра это просто разность отсчетов в двух соседних каналах.

**Метод второй производной.** Этот метод и его реализация аналогичны предыдущему методу с той разницей, что поиск пика в спектре производится по второй производной, которая аппроксимируется второй конечной разностью. Вторая производная фона всюду практически равна нулю, а в области пика она испытывает резкие изменения (рис. 10.4).

Считается, что пик в  $i$ -м канале существует, если вторая конечная разность

$$\Delta^2 N(i) = N(i+1) - 2N(i) + N(i-1) \quad (10.6)$$

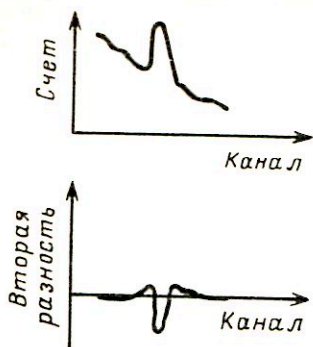
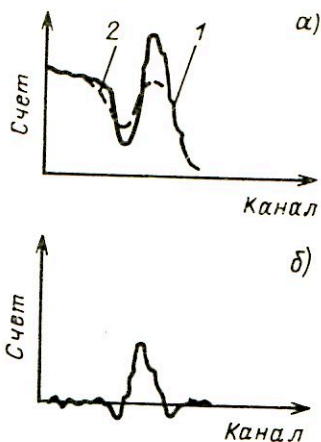


Рис. 10.4. Поиск пика методом второй производной

Рис. 10.5. Поиск пика методом сглаживания →



удовлетворяет следующим условиям:

$$\left. \begin{aligned} \Delta^2 N(i-p) &> h_1; \\ \Delta^2 N(i) &< -h_2; \\ \Delta^2 N(i+p) &> h_3, \end{aligned} \right\} \quad (10.7)$$

где положительные параметры  $h_1, h_2, h_3$  определяются эмпирически.

Такой метод весьма чувствителен к статистическим флюктуациям счета в каналах, и поэтому вторые разности обычно вычисляются для предварительно сглаженных спектров или, что практически то же самое, производится сглаживание вторых разностей исходного спектра. В этом случае  $\Delta^2 N(i)$  — более сложная функция, нежели выражение (10.6); обычно она является линейной комбинацией точек исходного спектра и иногда называется второй разностью.

Известно усовершенствование этого метода, заключающееся в том, что в качестве второй обобщенной разности принималась такая линейная комбинация точек исходного спектра, в которой в качестве коэффициентов используются значения второй производной от гауссовой функции, имеющей полуширину, равную полуширине анализируемых пиков. Действительно, как уже отмечалось при обсуждении алгоритмов сглаживания, сглаженный спектр  $N_s(x)$  может быть получен как свертка исходного спектра  $N(x)$  и импульсной характеристики фильтра  $K(x)$ :

$$N_s(x) = \int K(x-s)N(s) ds. \quad (10.8)$$

Тогда сглаженные значения второй производной исходного спектра определяются выражением

$$N_s''(x) = \int K''(x-s)N(s) ds. \quad (10.9)$$

К достоинствам данного метода и отчасти метода первой производной следует отнести тот, что при их использовании игнорируются края спектров комптоновских электронов, которые другими методами идентифицируются как пики. Легко видеть, что вторая производная участка спектра, содержащего край спектра комптоновских электронов, в отличие от пика не имеет положительного выброса, что может служить критерием для его отбрасывания.

**Метод сглаживания.** Согласно этому методу производится сильное сглаживание спектра, которое практически не действует на фон, но размывает пик. Вычитая сглаженный спектр 2 из исходного 1 (рис. 10.5, а), получаем характерный спектр (рис. 10.5, б), всюду близкий к нулю, кроме областей пиков, где имеется положительный выброс, наличие которого и идентифицируется как пик.

В нелинейном варианте метода сначала производится несильное сглаживание (рис. 10.6, а), после чего сглаженный спектр 2 сравнивается с исходным 1 и в тех точках исходного спектра, где его значения превышают значения сглаженного, производится замена этих значений на значения сглаженного спектра. После такой замены вершина пика будет "срезана" (спектр 3, рис. 10.6, б). Многократно повторяя описанную процедуру, в итоге получим только фон (спектр 4, рис. 10.6, в). Вычитая фон из исходного спектра, имеем "чистые" пики, которые отыскиваются просто по отклонению значений от нуля.

Недостатком обоих вариантов метода сглаживания являются трудности идентификации пиков, сгруппированных в мультиплеты. Этот метод непригоден для поиска пиков, расположенных вблизи краев спектра комптоновских электронов.

**Анализ мультиплетов.** При анализе мультиплетов в большинстве случаев используется экспериментальная зависимость ширины пика на половине высоты от номера канала анализатора, которая предварительно вводится в ЭВМ, обрабатывающую спектр. Эта зависимость позволяет сделать вывод о том, что данный пик не является синглетом. Так как при использовании такого критерия может быть пропущен мультиплет, представляющий собой сумму, например, двух пиков с резко различающимися интенсивностями применяют также различные тесты относительно степени асимметрии пика или сравнивают ширину на одной десятой высоты найденного пика с соответствующей величиной для

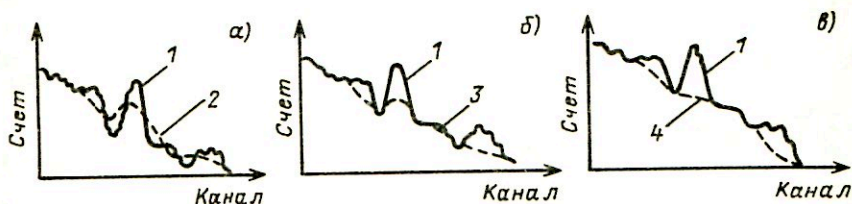


Рис. 10.6. Вариант метода сглаживания

заведомо синглетного пика. Рассмотрим некоторые методы разрешения мультиплетов, т.е. методы определения числа линий, составляющих мультиплет, и оценки их параметров.

Будем трактовать мультиплет как некоторый непрерывный спектр  $U(x)$ , получающийся "размытием" истинного спектра  $\Phi(E)$  аппаратурной линией спектрометра  $G(x, E)$  \*. В пределах мультиплета ширина и форма аппаратурной линии меняются мало, поэтому

$$U(x) = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} G(x - E) \Phi(E) dE. \quad (10.10)$$

Относительно неизвестной функции  $\Phi(E)$  выражение (10.10) представляет собой уравнение типа свертки, устойчивое решение которого может быть найдено методом регуляризации (см. гл. 9). Отметим, что при любом численном решении уравнения (10.12) истинное решение  $\Phi(E)$  в виде набора  $\delta$ -функций нельзя получить хотя бы потому, что ширина канала анализатора конечна. Разумно поэтому сразу предполагать, что  $\Phi(E)$  — набор достаточно узких по сравнению с  $G(E)$  функций. Чем уже выбирается функция  $\Phi(E)$ , тем больший шум (осцилляции) будет иметь спектр после обработки. Компромисс между разрешением и шумом устанавливает исследователь.

**Определение площади отдельных пиков и положения их максимума.** Как уже отмечалось, существуют два способа определения площади отдельных пиков и положения их максимума. Первый предусматривает предварительное вычитание фона и последующее определение параметров пика либо численным анализом (т.е. определение площади пика и его центра тяжести путем сложения показаний в каналах анализатора с учетом соответствующих весов), либо путем аппроксимации пика некоторой кривой, содержащей несколько неизвестных параметров (в том числе площадь пика и положение максимума), которые определяются методом наименьших квадратов. Во втором способе область пика описывается суммой двух кривых, одна из которых относится к пику, а другая — к фону. Неизвестные параметры, входящие в выражения для этих кривых, отыскивают методом наименьших квадратов.

Первый из способов несколько проще в реализации, но он непригоден для сложных спектров, состоящих из большого числа линий, перекрывающих друг друга, поскольку для идентификации фона необходимы участки аппаратурного спектра, свободные от пиков, а в сложных спектрах такие участки нередко отсутствуют.

\* Так как мультиплет в линейчатом  $\gamma$ -спектре образуется наложением пиков полного поглощения от близко расположенных  $\gamma$ -линий, то в данном случае  $G(x, E)$  — часть аппаратурной линии, соответствующая пику полного поглощения (гауссиан).

Прежде чем обсуждать методы вычисления площади и положения максимума в присутствии фона, выясним, каковы предельные возможности такого определения. Очевидно, они реализуются, когда пик полностью изолирован и под ним отсутствует фон. В этом случае площадь пика равна

$$A = \sum_x N_x, \quad (10.11)$$

где  $N_x$  — число отсчетов в канале  $x$ , и суммирование ведется по каналам, в которых расположен пик. Отсюда следует, что погрешность в определении площади имеет вид

$$\sigma_A = \sqrt{A} = \sqrt{\sum_x N_x}. \quad (10.12)$$

Положение максимума определяется по формуле

$$\bar{x} = \frac{\sum_x N_x x}{A}, \quad (10.13)$$

а его погрешность по формуле

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma_x / A, \quad (10.14)$$

где

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{A-1} \sum_x N_x (x - \bar{x})^2 \approx \frac{\Delta_{1/2}}{2,35},$$

т.е.

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_x N_x (x - \bar{x})^2}{A(A-1)}} \approx \frac{\Delta_{1/2}}{2,35 \sqrt{A}}, \quad (10.15)$$

где  $\Delta_{1/2}$  — ширина пика на половине высоты. Приведенные формулы указывают, какова наилучшая точность в определении площади и положения максимума. Такие точности из-за наличия фона реально недостижимы, однако они могут служить эталоном, с которым можно сравнивать точность практических методов.

Простейший способ анализа изолированного пика в присутствии фона заключается в том, что если пик расположен на  $L$  каналах ( $L$  — четное), что справа и слева от него выделяется  $L/2$  каналов, числа отсчетов в которых суммируются. Ясно, что если фон представляет собой линейную функцию (это предполагается в методе), то сумма отсчетов  $B$  в этих областях является оценкой фона под пиком, а  $\sqrt{B}$  — оценкой погрешности фона.

Тогда параметры пика и их погрешности могут быть вычислены по формулам\*:

$$1) \text{ площадь пика } A: A = \sum_x N_x - B; \quad (10.16)$$

2) погрешность площади  $\sigma(A)$ :

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\sum N_x + B}{x}} = \sqrt{A + 2B}; \quad (10.17)$$

3) положение центра пика  $\bar{x}$ :

$$\bar{x} = \frac{1}{A} \sum_x (N_x - B_x) x, \quad (10.18)$$

где  $B_x$  — значение фона в  $x$ -м канале, полученное путем линейной интерполяции на основе значений вне пика;

4) погрешность положения центра пика:

$$\sigma_{\bar{x}} = (1/A) \sqrt{\frac{\sum (N_x + B_x) (x - \bar{x})^2}{x}}. \quad (10.19)$$

Формулы для погрешностей основаны на предположении, что  $\sigma_B \approx \sqrt{B_x}$ .

В целях обоснованного выбора вида функции, аппроксимирующей пик полного поглощения, проводились специальные исследования одиночных линий полного поглощения со статистикой более чем  $10^6$  импульсов при фоне порядка нескольких сот событий на канал. Коэффициент усиления и ширина канала подбирались таким образом, чтобы полуширина пика полного поглощения была около 30–40 каналов. Сравнение различных моделей одиночных линий по критерию  $\chi^2$  позволило сделать следующие выводы: центральная часть пика полного поглощения хорошо описывается распределением Гаусса; асимметрия проявляется лишь в хвостах чистого гауссиана и при низких скоростях счета заметна только слева от максимума; асимметрию можно описать в виде двух аддитивных членов, условно названных функциями "ступеньки" и "хвоста"; полную функцию распределения сигналов вблизи максимума пика полного поглощения можно представить в виде

$$F(x) = G(x) + S(x) + D(x) + B(x), \quad (10.20)$$

где  $x$  — номер канала;  $B(x)$  — линейный фон; гауссиан  $G(x) =$

---

\* Подчеркнем, что формулы справедливы лишь при указанном способе вычисления фона. Если фон оценивается иначе (например, по двум крайним точкам пика), то они несправедливы.

$= H_G \exp [-(x - x_0)^2 / 2\sigma^2]$ ; функция "ступеньки"

$$S(x) = \frac{1}{2} H_S \{ 1 - \operatorname{erf} [-(x - x_0) / \sigma\sqrt{2}] \};$$

функция "хвоста"

$$D(x) = \begin{cases} H_D \exp [(x - c) / \beta], & x < x_1; \\ H_D \exp [-(x - c)^2 / 2\delta^2], & x > x_1 \end{cases} \quad (10.21)$$

$[x_1 - \text{точка сшивки двух частей } D(x), \text{ причем } x_1 = c - 2\delta^2 / \beta]$ .

Таким образом, для полного описания формы пика (рис. 10.7) вводится восемь варьируемых при подгонке параметров. Важно отметить, что столь подробная параметризация оправдала лишь в особо прецизионных экспериментах, выполненных с большой статистикой, когда отличия от гауссовой формы пика статистически значимы. Во всех остальных случаях вполне удовлетворительно использование чистого гауссиана.

Параметры функции  $F(x, \alpha)$  [или гауссиана  $G(x)$ ] находят минимизацией взвешенной суммы квадратов отклонений:

$$S(\alpha) = \sum_{x=x_{\min}}^{x=x_{\max}} \frac{1}{N(x)} (N(x) - F(x, \alpha))^2, \quad (10.22)$$

где  $N(x)$  — отсчет в  $x$ -м канале спектра;  $\alpha$  — вектор неизвестных параметров;  $x_{\min}, x_{\max}$  — номера каналов, ограничивающих область пика. Минимизация выражения (10.22) осуществляется численно. Существует много хорошо разработанных методов минимизации, с которыми можно ознакомиться в учебных пособиях и монографиях по численным методам [30 — 33].

**Определение интенсивностей и энергий пиков.** В результате выполнения предыдущего этапа получены оценки положения максимумов и площадей пиков в терминах "номер канала" и "число отсчетов". Финальная стадия обработки линейчатого спектра заключается в переходе от номера канала к энергии и от числа отсчетов к интенсивности  $\gamma$ -перехода, породившего соответствующий пик. Указанные операции

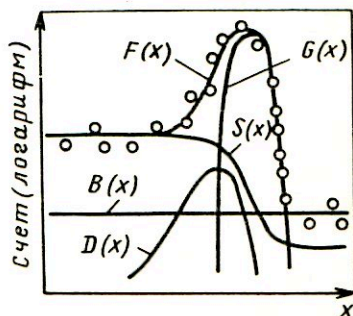


Рис. 10.7. Аппроксимация пика аналитическим выражением. Точками обозначены экспериментальные значения



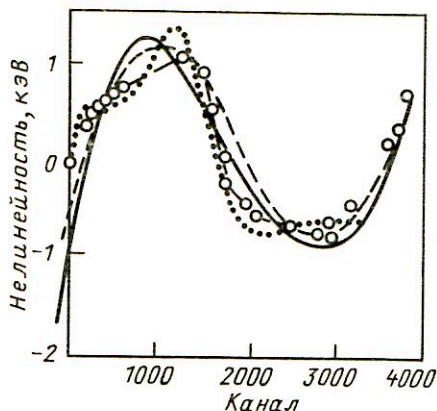
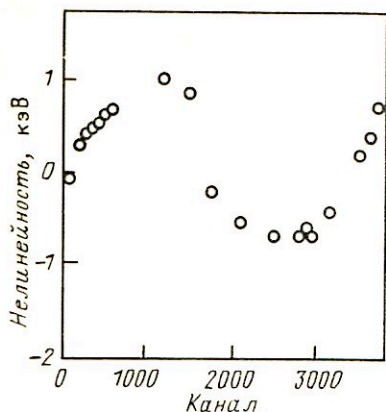


Рис. 10.8. Нелинейность спектрометрического тракта

Рис. 10.9. Подгонка нелинейности полиномами различных степеней:

— — полиномы 5-го порядка; - - - - 3-го порядка; ... - 9-го порядка;  
 ○○ - линейная интерполяция

осуществляются с помощью калибровочных кривых "канал — энергия" и "энергия — эффективность", полученных в экспериментах с изотопами, характеристики которых хорошо известны. В прецизионной спектрометрии обычно используется не сама зависимость "канал — энергия", а функция, характеризующая ее отклонение от прямой (рис. 10.8). Для нахождения энергии пика, центр которого может быть в любом канале, необходимо иметь аналитическое выражение функции нелинейности. Задача сводится к аппроксимации набора точек, измеренных с определенной погрешностью. Рассмотрим некоторые методы такой аппроксимации.

**Метод наименьших квадратов (МНК).** Набор калибровочных точек аппроксимируется полиномом, параметры которого находятся с помощью линейного МНК. Метод дает удовлетворительные результаты только для сравнительно простой формы функции нелинейности. При наличии выраженной структуры в совокупности калибровочных точек, приведенных на рис. 10.8, полиномы низкого (2-го, 3-го) порядка дают систематические сдвиги, заметно превышающие погрешности измерения (рис. 10.9). Полиномы высокого порядка, коэффициенты которых определены по МНК, характеризуются лишними физического смысла осцилляциями, которые появляются там, где калибровочные точки расположены наиболее плотно (по этой причине неприемлемо использование интерполяционного полинома Лагранжа).

Несколько улучшить качество аппроксимации удастся, если проводить по небольшому числу калибровочных точек (четыре-пять точек

на интересующем интервале) полином невысокого порядка, который, естественно, достаточно хорошо аппроксимирует этот участок. Однако аппроксимация полиномом по небольшому числу точек приводит к уменьшению точности по сравнению с тем случаем, когда удастся найти удачную аппроксимацию по всем точкам калибровочного набора.

**Метод наименьших квадратов на основе сплайнов.** Следующий шаг по усовершенствованию аппроксимации заключается в наложении на эти частичные полиномы условий сшивки, объединяющих все полиномиальные участки в единую гладкую функцию. Техника нахождения коэффициентов такой функции состоит в следующем.

Пусть необходимо провести гладкую кривую через экспериментальные точки, измеренные с погрешностью. В качестве интерполятора выбран кубический сплайн, состоящий из двух кусков  $f_1$  и  $f_2$ . В линейном методе наименьших квадратов коэффициенты в  $f_1$  и  $f_2$  находят из условий минимума квадратичных форм

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \sum_{i=1}^{i_{\text{ГР}}} \frac{1}{\sigma_i^2} [y_i - f_1(x_i, \alpha_1)]^2; \\ S_2 &= \sum_{i=i_{\text{ГР}}}^n [y_i - f_2(x_i, \alpha_2)]^2, \end{aligned} \right\} \quad (10.23)$$

где  $\sigma_i$  — среднеквадратическая погрешность измерения  $y_i$ .

Найденные полиномы  $f_1$  и  $f_2$  не обязаны сшиваться в граничной точке  $x_{i_{\text{ГР}}}$  ни по значениям  $f_1$  и  $f_2$ , ни по значениям их производных, однако условия сшивки легко учесть при минимизации  $S_1$  и  $S_2$ , воспользовавшись методом поиска условного экстремума с помощью неопределенных множителей Лагранжа. Будем минимизировать выражение  $R = S_1 + S_2 + \sum \lambda_i \Psi_i$ , где  $\lambda_i$  — неопределенные множители Лагранжа;  $\Psi_i$  — условия сшивки, записанные в виде  $\Psi_i = 0$ .

Коэффициенты  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  находят из системы

$$\partial R / \partial \alpha_i = 0, \quad i = 1 \div N; \quad \Psi_j = 0, \quad j = 1 \div M,$$

где  $N$  — число коэффициентов в  $f_1$  и  $f_2$ , занумерованных последовательно;  $M$  — число условий сшивки ( $N = 8, M = 3$ ).

В явном виде функции  $\Psi_j$  имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_1 &= f_1(x_{i_{\text{ГР}}}) - f_2(x_{i_{\text{ГР}}}); \\ \Psi_2 &= f_1'(x_{i_{\text{ГР}}}) - f_2'(x_{i_{\text{ГР}}}); \\ \Psi_3 &= f_1''(x_{i_{\text{ГР}}}) - f_2''(x_{i_{\text{ГР}}}). \end{aligned} \right\} \quad (10.24)$$

Все сказанное относится к калибровке спектрометров по эффектив-

ности. В спектрометрах  $\gamma$ -квантов наиболее частый способ ее представления — это полином наибольшего порядка в логарифмическом масштабе

$$\ln \epsilon(E) = \sum_{i=0}^n \alpha_i E^i . \quad (10.25)$$

Однако появление осцилляций при неудачном выборе степени полинома возможно и здесь.

При сравнении результатов измерения энергий и относительных интенсивностей ядерных переходов различными автоматами при их анализе обычно наибольшие претензии вызывает процедура калибровки. Если выбрана конкретная модель калибровочной кривой, то хороший результат при проверке гипотезы о согласии такой модели с данными свидетельствует только о согласии в измеренных точках и ничего не говорит о нем в остальных точках. Лучшие по сравнению с другими моделями результаты, даваемые моделью сплайнов, являются следствием того, что сплайны априори обладают свойством гладкости, отражающим физические свойства спектрометрических траектов. Однако даже в этом случае было бы весьма полезно иметь какой-нибудь способ объективной оценки проведения калибровочной кривой в неизмеренных точках.

Такой способ, названный методом расщепления или джекнайф-оценкой и носящий частично эвристический характер, широко применяется в практике обработки данных в последние годы. Все данные в этом методе (в нашем случае — калибровочные точки) разбивают (расщепляют) на две группы: по точкам первой группы на основе заданной модели вычисляют параметры калибровочной кривой, а в точках второй группы вычисляют отклонения экспериментальных данных от полученной кривой. Из вычисленных отклонений конструируют некоторую меру отклонения. Совершив разбиение несколько раз различными способами, можно получить среднее значение меры отклонения, которое характеризует качество подгонки кривой выбранной моделью. Среди нескольких моделей следует выбрать ту, у которой среднее значение минимально. В конце вычисляют параметры модели по всем точкам.

В простейшем случае можно ограничиться следующей процедурой. Из калибровочных данных выбрасывают точку  $(x_i, y_i)$ . По остальным точкам для модели  $y = f(x, \alpha)$  вычисляют оценку вектора параметров  $\alpha_i$  (индекс  $i$  здесь означает, что оценка сделана в отсутствие  $i$ -й точки). Далее вводят меру отклонения  $\Delta_i^2 = [y_i - f(x_i, \alpha)]^2$ . Прделав указанную процедуру поочередно для всех точек  $x_i$ , можно найти все  $\Delta_i^2$  и вычислить среднюю меру отклонения

$$\Delta^2 = \frac{1}{n} \sum_i \Delta_i^2 . \quad (10.26)$$

Видно, что изложенный метод имитирует анализ поведения кривой в неизмеренных точках (их роль выполняют отбрасываемые точки). Хотя он не дает исчерпывающего ответа на вопрос о качестве модели, но на практике достаточно эффективно оценивает это качество.

Существует другая серьезная проблема. Значения энергий эталонных  $\gamma$ -линий, как правило, не могут быть определены в прямых измерениях и получаются путем сравнения с известными абсолютными значениями. Большая часть существующих в настоящее время энергетических констант происходит от одного из двух известных значений: энергии аннигиляции электрон-позитронной пары и вычисленной на ее основе энергии  $\gamma$ -линии  $411,794 \pm 0,007$  кэВ  $^{198}$ Но и энергии  $K\alpha_1$ -линии  $59,31918 \pm 0,00036$  кэВ W.

Тот факт, что эталонные источники калибруются по одной энергии, приводит к корреляции значений их энергий, которая должна учитываться при проведении калибровочных кривых и вычислении энергий и их погрешностей для исследуемых источников.

Особенно значительными корреляции будут в случае, если группа эталонных  $\gamma$ -линий калибруется в совместном эксперименте. Однако если даже в каждом эксперименте калибруется лишь одна эталонная  $\gamma$ -линия, определенность в определении значения абсолютной константы приводит к корреляции по всем значениям энергий  $\gamma$ -линий, калиброванных по данному абсолютному значению.

Часто случается, что не известна ковариационная матрица значений энергий используемых калибровочных источников и, естественно, предполагается их независимость. В результате могут получиться неправильные значения энергий  $\gamma$ -линий и их погрешностей.

### 10.3. Обработка многомерных спектров

**Особенности обработки многомерных спектров.** В экспериментальных методах изучения структуры атомного ядра все более важное значение приобретает многомерный корреляционный анализ характеристик ядерного излучения. Так, информация, получаемая при анализе спектров  $\gamma - \gamma$ ,  $e - \gamma$ ,  $\alpha - \gamma$ -совпадений, оказывается незаменимой при построении схем распада ядер. Одновременное измерение энергии и временных интервалов между испусканиями  $\gamma$ -квантов позволяет определить вероятность электромагнитных переходов, а анализ пространственных корреляций типа  $\gamma - \gamma - \Theta$  ( $\Theta$  — угол разлета  $\gamma$ -квантов) дает ценную информацию о спинах, четности, магнитных и квадрупольных моментах основных и возбужденных состояний ядер. Широкое распространение получил многомерный анализ в экспериментальной физике тяжелых ионов и физике деления для идентификации частиц по массам, ионным и ядерным зарядам и т.д.

Рассмотрим особенности обработки многомерной спектрометрической информации на примере спектров  $\gamma - \gamma$ -совпадений. Типичный

спектр  $\gamma - \gamma$  совпадений содержит порядка  $2 \cdot 10^6$  событий на  $16 \cdot 10^6$  каналов. Регистрация такого спектра в режиме прямого интегрированного накопления канал — отсчет практически невозможна, поэтому многомерные области записывают последовательно друг за другом без сортировки по каналам. Обработка полученной в таком виде информации сопряжена с многократными сортировками, на что и тратится основное время. Неинтегрированный характер и многомерность затрудняют графическое представление информации, а также оперативный контроль за ходом эксперимента.

Возможны два подхода к обработке двумерных спектров  $\gamma - \gamma$  совпадение: поиск пиков совпадений непосредственно на плоскости переменных  $E_{\gamma_1} - E_{\gamma_2}$  и анализ интегральных спектров, полученных суммированием двумерного спектра по одной из переменных. Достоинство первого подхода состоит в возможности разделения пиков, абсолютно неразрешимых на одномерном спектре (например, пики  $\gamma - \gamma$  совпадений 102–115 и 103–160 кэВ дадут в интегральном спектре по первому тракту полностью неразрешенный дублет). Преимущество рассматриваемого подхода иллюстрирует такой пример: если на плоскости  $4096 \times 4096$  каналов записан спектр с фоном в среднем 1 отсчет в канале, то двумерный пик объемом 100 событий даст в интегральном спектре одномерный пик площадью 100 событий на фоне порядка 4000 отсчетов в канале, т.е. пик полностью потеряется на уровне фона. Анализ интегральных спектров обладает своими преимуществами: малые затраты времени на контроль, простота графического представления и обработки пиков. На практике находят применение оба подхода к обработке двумерных спектров.

**Метод окон.** Алгоритм обработки двумерных спектров методом окон включает следующие этапы.

1. Во время набора спектра или путем сортировки формируются **интегральные спектры** данного двумерного спектра.

2. На полученных таким образом спектрах экспериментатор размечает интересующие его окна, в которые попадают как исследуемые линии, так и участки фона вблизи них. Сортировка всей информации в эти окна дает **спектры отклика окон**.

3. Автоматическая и интерактивная обработка спектров отклика, соответствующих окну с интересующей экспериментатора  $\gamma$ -линией и фоновому окну, позволяет судить о наличии и интенсивности совпадений.

Недостаток изложенного метода состоит в том, что для сложных спектров трудно выделить фоновые окна в непосредственной близости от пиков, а фоновые окна, взятые в стороне от линий, не позволяют объективно оценить фон под исследуемым пиком.

Описанный метод окон несколько модифицируется, когда требуется лишь уточнить ранее полученную схему распада. В этом случае на основе известного фрагмента схемы распада изучаемого изотопа и

данных о списке  $\gamma$ -линий, содержащихся в спектре, по специальной программе формируют список возможных пиков совпадений. По калибровочным зависимостям энергия — канал определяют положение этих пиков в аппаратурном спектре. Весь спектр разбивают на участки и приводят сортировку событий в заданные двумерные участки. Каждый из участков последовательно аппроксимируется аналитическим выражением

$$f = a + bE_x + cE_y + \\ + \sum_i \sum_k s_{ij} \exp \left[ -\frac{(E_x - E_{xi})^2}{2\sigma_{xi}^2} - \frac{(E_y - E_{yk})^2}{2\sigma_{yk}^2} \right] + \\ + \sum_i d_i \exp \left[ -\frac{(E_x - E_{xi})^2}{2\sigma_{xi}^2} \right] + \sum_k g_k \exp \left[ -\frac{(E_y - E_{yk})^2}{2\sigma_{yk}^2} \right], \quad (10.27)$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  — параметры фона спектра совпадений  $\gamma$ -квантов, испытавших комптоновское рассеяние;  $d_i$  и  $g_k$  определяют интенсивность совпадений фотопиков с комптоновским фоном;  $s_{ij}$  определяет амплитуду пиков совпадений  $\gamma$ -квантов с энергиями  $E_{xi}$  и  $E_{yk}$ ;  $\sigma_{xi}^2$ ,  $\sigma_{yk}^2$  — дисперсии соответствующих пиков.

Если в результате подгонки значение  $\chi^2$  для обрабатываемого участка превышает заданный предел, то участок обрабатывается еще раз по учтенной модели (т.е. новым списком линий, содержащихся на участке).

**Определение параметров пиков  $\gamma$ — $\gamma$ совпадений.** Целью обработки двумерного спектра  $\gamma$ — $\gamma$ совпадений является определение положения максимумов и объемов пиков совпадений. Задача определения параметров пиков совпадений решается в два этапа.

На первом этапе обрабатываются интегральные спектры каждого двумерного участка, содержащего пики совпадений. Определяется число пиков и оцениваются их параметры. С этой целью интегральный спектр участка аппроксимируется аналитической функцией вида

$$f(x, p) = p_1 x + p_2 + \sum_{k=1}^{k \max} a_k \exp \left[ -\frac{(x - c_k)^2}{2\sigma^2} \right], \quad (10.28)$$

где  $p_1$  и  $p_2$  — параметры линейного фона. Пики описываются гауссианами, поскольку более детальное описание формы аппаратурной линии оказывается статистически необеспеченным.

Если форма или дисперсия пика в интегральном спектре окна позволяет предположить, что пик представляет собой сумму нескольких наложенных друг на друга пиков, то необходимо решить задачу по разделению такого неразрушенного мультиплета (рецепт решения этой задачи методом регуляризации см. в § 10.1).

Технически аппроксимация двумерного участка поверхностью проводится методом максимального правдоподобия. Следует отметить, что при числе отсчетов в канале двумерного спектра меньше десяти необходимо пользоваться распределением Пуассона, а не Гаусса при написании функции максимального правдоподобия. Можно показать, что в этом случае задача нахождения параметров функции сводится к решению системы нелинейных уравнений вида

$$\sum_{x=1}^{x_{\max}} \sum_{y=1}^{y_{\max}} \left( 1 - \frac{N_{xy}}{f(a, x, y)} \right) \frac{\partial f(a, x, y)}{\partial a_q} = 0,$$

$$q = 1, \dots, Q, \quad (10.29)$$

где  $Q$  — число варьируемых параметров;  $x_{\max}, y_{\max}$  — размеры участка двумерного спектра;  $N_{xy}$  — участок двумерного спектра.

После того как найдены положение и объем пиков совпадений в терминах соответственно номер канала и число отсчетов, необходимо, как и в случае одномерных спектров, перейти к физическим единицам. Переход осуществляется с использованием калибровочных зависимостей канал—энергия и канал—эффективность.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамов А.И., Казанский Ю.А., Матусевич Е.С. Основы экспериментальных методов ядерной физики: Учебник для вузов. — 3-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 1985.
2. Альфа-, бета- и гамма-спектроскопия: Пер. с англ./Под ред. К. Зигбана. М.: Атомиздат, 1969. Вып. 1.
3. Берлович Э.Е., Василенко С.С., Новиков Ю.Н. Времена жизни возбужденных состояний атомных ядер. Л.: Наука, 1972.
4. Варганов Н.А., Самойлов П.С. Прикладная сцинтилляционная гамма-спектроскопия. М.: Атомиздат, 1969.
5. Гольч П.М., Залобовский И.И. Ядерная спектроскопия. Харьков: Вища школа, 1980.
6. ГОСТ 26874—86. Спектрометры энергии ионизирующего излучения. Основные параметры. М.: Изд-во стандартов, 1986.
7. ГОСТ 15484—81. Излучения ионизирующие и их измерение. Термины и определения. М.: Изд-во стандартов, 1981.
8. Гусев Н.Г., Дмитриев П.П. Радиоактивные цепочки распада: Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1988.
9. Джелепов Б.С. Методы разработки сложных схем распада. Л.: Наука, 1974.
10. Джелепов Б.С., Шестопалова С.А. Ядерно-спектроскопические нормалы. М.: Атомиздат, 1980.
11. Калашникова В.И., Козодаев М.С. Детекторы элементарных частиц. М.: Наука, 1966.
12. Карнаухов В.А., Петров Л.А. Ядра, удаленные от линии бета-стабильности. М.: Энергоатомиздат, 1981.

13. Келлер К. Радиохимия: Пер. с нем./Под ред. Б.Ф. Мясоедова. М.: Атомиздат, 1978.
14. Климов А.Н. Ядерная физика и ядерные реакторы: Учебник для вузов.— 2-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 1985.
15. Мухин К.Н. Экспериментальная ядерная физика. Учебник для вузов. — 4-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 1983. Т. 1: Физика атомного ядра.
16. Ободовский И.М. Преобразование энергии ионизирующего излучения в веществе. М.: изд-во МИФИ, 1981.
17. Экспериментальные исследования полей гамма-излучения и нейтронов/ Под ред. Ю.А. Егорова. М.: Атомиздат, 1974.
18. Knowles J.W.//Nucl. Instrum. and Methods. 1979. Vol. 162. Pt. 1—3. P. 677—698.
19. Козлов И.Г. Современные проблемы электронной спектроскопии. М.: Атомиздат, 1978.
20. Третьяков Е.Ф.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1975. Т. 39. С. 583—600.
21. Перегуд Б.П.//Журн. техн. физ. 1972. Вып. 3. С. 457—465.
22. Айнбуд М.Р., Поленов Б.В. Вторично-электронные умножители открытого типа и их применение. М.: Энергоатомиздат, 1981.
23. Pal L. e.a. Correlation type time-of-flight spectrometer with magnetically chopped polarized neutron beam. Preprint KFKI 7/1968.
24. Гуревич И.И., Тарасов Л.В. Физика медленных нейтронов. М.: Наука, 1965.
25. Власов Н.А. Нейтроны. М.: Наука, 1971.
26. Крамер-Агеев Е.А., Трошин В.С., Тихонов Е.Г. Активационные методы спектрометрии нейтронов. М.: Атомиздат, 1976.
27. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986.
28. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Киев: Наукова думка, 1986.
29. Турчин В.Ф., Козлов В.П., Малкевич М.С.//Успехи физ. наук. 1970. Т. 102. Вып. 3. С. 345—386.
30. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование.: Пер. с англ. М.: Мир, 1975.
31. Фиакко А., Мак-Кормик Г. Нелинейное программирование. Методы безусловной последовательной минимизации: Пер. с англ. М.: Мир, 1972.
32. Полак Э. Численные методы оптимизации: Пер. с англ. М.: Мир, 1974.
33. Дегтярев Ю.И. Методы оптимизации. М.: Советское радио, 1980.
34. Тараско М.З. Об одном методе решения линейных систем со стохастическими матрицами. Препринт ФЭИ-156. Обнинск, 1969.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	3
Введение . . . . .	4
<i>Глава 1. Спектрометрия ядерных излучений</i> . . . . .	10
1.1. Предмет ядерной спектрометрии . . . . .	10
1.2. Характеристики ядер и ядерные превращения . . . . .	10
1.3. Спектры ядерных излучений . . . . .	49
1.4. Спектрометры ядерного излучения . . . . .	62
1.5. Метрологическое обеспечение ядерно-спектрометрических экспериментов . . . . .	79



<i>Глава 2.</i>	Магнитные спектрометры . . . . .	91
2.1.	Принцип действия и основные характеристики спектрометров . . . . .	91
2.2.	Спектрометр с однородным магнитным полем и полукруговой фокусировкой . . . . .	95
2.3.	Спектрометр с двойной фокусировкой на угол $\pi\sqrt{2}$ . . . . .	98
2.4.	Спектрометры с секторным полем . . . . .	101
2.5.	Спектрометр с продольным магнитным полем . . . . .	103
<i>Глава 3.</i>	Ионизационные спектрометры . . . . .	106
3.1.	Принцип действия ионизационного спектрометра . . . . .	106
3.2.	Флюктуации числа пар ионов . . . . .	113
3.3.	Баллистический эффект . . . . .	121
3.4.	Влияние неполного собирания заряда на энергетическое разрешение ионизационных детекторов . . . . .	123
3.5.	Флюктуации коэффициента газового усиления в пропорциональных счетчиках . . . . .	131
<i>Глава 4.</i>	Спектрометры со сцинтилляционными детекторами . . . . .	134
4.1.	Принцип действия и основные характеристики спектрометров . . . . .	134
4.2.	Типы сцинтилляционных гамма-спектрометров . . . . .	142
<i>Глава 5.</i>	Кристалл-дифракционная спектрометрия $\gamma$ -излучения . . . . .	148
5.1.	Основы кристалл-дифракционного метода . . . . .	148
5.2.	Основные характеристики кристалл-дифракционных спектрометров . . . . .	153
5.3.	Спектрометры с изогнутым кристаллом . . . . .	157
5.4.	Спектрометры с двумя плоскими кристаллами . . . . .	161
5.5.	Области применения кристалл-дифракционных спектрометров . . . . .	162
<i>Глава 6.</i>	Определение энергии и идентификации частиц по их поглощению в веществе . . . . .	163
6.1.	Определение энергии и идентификации заряженных частиц по удельным ионизационным потерям . . . . .	163
6.2.	Определение энергии частиц по пробегу или длине следа . . . . .	165
6.3.	Измерение энергии рентгеновских и $\gamma$ -квантов по функции пропускания. Метод критического поглощения . . . . .	170
<i>Глава 7.</i>	Методы спектрометрии нейтронов . . . . .	171
7.1.	Метод времени пролета . . . . .	171
7.2.	Корреляционный метод измерения временных спектров нейтронов . . . . .	185
7.3.	Интегральные методы определения нейтронных спектров [26] . . . . .	188
7.4.	Метод ядер отдачи . . . . .	190
7.5.	Метод кристаллического монохроматора . . . . .	193
<i>Глава 8.</i>	Методы определения характеристик ядер. Восстановление схем распада . . . . .	196
<i>Глава 9.</i>	Обработка непрерывных спектров . . . . .	210
9.1.	Основное уравнение . . . . .	210
9.2.	Существование, единственность и устойчивость решения . . . . .	213
9.3.	Особенности постановки задачи в дискретном случае . . . . .	217
9.4.	Плохо обусловленные системы уравнений . . . . .	221
9.5.	Некорректность задачи восстановления спектров . . . . .	222
9.6.	Метод регуляризации А.Н. Тихонова . . . . .	224
9.7.	Метод статистической регуляризации . . . . .	230
9.8.	Метод регуляризации М.М. Лаврентьева [28] . . . . .	232
9.9.	Методы итеративной регуляризации [28] . . . . .	233
<i>Глава 10.</i>	Обработка линейчатых спектров . . . . .	235
10.1.	Постановка задачи . . . . .	235
10.2.	Обработка одномерных линейчатых спектров . . . . .	236
10.3.	Обработка многомерных спектров . . . . .	251
	Список литературы . . . . .	254

