О СИММЕТРИИ В СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКЕ

А.М.Балдин

Лекция, представленная на Международной школе UNESCO по ф
посвященной столетию со дня рождения В.А.Фока

Ст.-Петербург, 25 мая-6 июня, 1998 г.

О СИММЕТРИИ В СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКЕ

А.М.Балдин

Аннотация

Разработка калибровочной симметрии привела к полному определению лагранжианов взаимодействия для электромагнитных, слабых, сильных и гравитационных взаимодействий и создала иллюзии о построении "теории всего". Однако также как и в классической физике стало ясно, что в основе дедуктивного получения решений (законов природы) лежат не только принципы симметрии лагранжианов. Для однозначного определения решении необходимы дополнительные условия, без которых решения уравнений Лагранжа неоднозначны. Дополнительные условия: предположения о константах, входящих в лагранжианы, интегральные симметрии решений, краевые и начальные условия и т.п. столь существенны, что в ряде случаев можно конструировать модели (решения, законы природы), не опираясь на лагранжев метод. В качестве примера приводится использование такого подхода в одном из наиболее бурно развивающихся разделов современной физики - релятивистской ядерной физике. Точный математический язык калибровочной симметрии - дифференциальная геометрия, а точный язык для дополнительных условий - топология, свойства пространства параметров в целом. В настоящей лекции отмечается фундаментальный вклад В.А.Фока в разработку понятия пространства - первичного понятия физики.

На всесоюзной конференции в начале 50-х годов Владимир Александрович Фок сделал большой доклад по теории тяготения. Во время дискуссии по его докладу один очень авторитетный физик сказал, что в докладе В.А.Фока обсуждаются известные уравнения Эйнштейна (подразумевая отсутствие новизны). На это Фок ответил: " Вашу философию я давно знаю: если уравнения те же самые, то и теория та же". Как мы теперь знаем, В.А.Фок в то время работал над фундаментальной монографией "Теория пространства, времени и тяготения"[1]. В предисловии к первому изданию книги он пишет: "Результаты этих исследований привели нас к убеждению о возможности, по крайней мере, для наиболее важного класса физических задач, достигнуть однозначности решения уравнений тяготения путем наложения совместных с ними дополнительных условий. Это убеждение послужило основанием для новой точки зрения на всю теорию тяготения, поэтому возникла потребность в изложении всей теории пространства, времени и тяготения с этой, вновь выработанной, точки зрения, что и сделано в этой книге".

Точка зрения Фока на теорию относительности и теорию тяготения встретила,хотя далеко не сразу, широкое международное признание. Фок подчеркивает, что теорию тяготения (и вообще любую теорию) нельзя построить, ограничиваясь локальным рассмотрением. Необходимо рассматривать "пространство в целом", его глобальную структуру, его топологию. В противном случае, задачу невозможно поставить однозначным образом. Уравнения всякого поля являются уравнениями в частных производных, решения которых получаются однозначными лишь при наличии начальных, краевых и предельных условий.

Законы природы представляют собой соотношения между инвариантами, т.к. они не должны зависеть от преобразований симметрии. Гипотезы о симметрии, которой обладает система, являются аксиомами, определяющими ее состояние и поведение. Исходя из принципов симметрии, можно выводить новые законы природы дедуктивно, а не только в результате наблюдения над физическими объектами или в результате решения уравнений. "Насколько я могу судить, - писал Вейль, - все априорные суждения физики имеют своим источником симметрию ". Симметрия "пространства в целом " существенно дополняет симметрию и инвариантность, определяющие гамильтониан взаимодействия, а во многих случаях позволяет конструировать модели (решения, законы природы), исходя из первых принципов, не опираясь на лагранжев метод. Математики уже давно обратили внимание на интегральные инварианты в топологии, на связь между дифференциальной геометрией и теорией поверхностей. Начало этому направлению было положено знаменитой теоремой Гаусса-Бонне, которая утверждает, что интеграл от гауссовой кривизны по всей поверхности есть топологический инвариант равный целому числу 2π. Для сколь угодно деформированной сферы интегральная кривизна равна 4π для тора он равен нулю, для "двухдырочного тора" - 4π, и т.д. Гауссова кривизна является локальным параметром. Она может быть измерена с помощью рассмотрения углов и сторон малых треугольников. Например, показать, что земля круглая, можно без кругосветных путешествий и без наблюдений из космоса. Эратосфен сделал это, сравнив тени в Александрии и Сиене. Особенно полезным оказалось рассмотрение поверхностей в пространстве большего числа измерений и касательных плоскостей к поверхности (дополнительных пространств)[2]. Расслоенные пространства оказались точным математическим языком для рассмотрения общих свойств калибровочных полей, лежащих в основе современной физики элементарных частиц. Отмечая вклад В.А.Фока в современную физику, необходимо подчеркнуть (это отмечает и Чен Нинг Янг - один из главных архитекторов теории калибровочных полей), что калибровочная симметрия является обобщением "калибровочной симметрии в электромагнетизме, известной из работ Фока и Вейля".

В 1930-х и I940-х годах Л.С.Понтрягиным и другими математиками вне связи с физическими моделями были обнаружены топологические инварианты, играющие все возрастающую роль в современной физике. Интегральная геометрия позволяет изучать классические решения для калибровочных полей. Слияние новейших разделов математики и теоретической физики позволяет надеяться на то, что на этом пути удастся найти подходы к получению непертурбативных решений уравнений Лагранжа для калибровочных полей. Непертурбативные методы в Стандартной модели занимают одно из центральных мест в современной теоретической физике. Среди них особый интерес вызывает теория многобозонных процессов в электрослабой физике. Последнее связано с тем, что мультибозонные процессы связаны с нарушением суммы барионного (B) и лептонного (L) чисел в Стандартной модели[3]. Тем самым они определяют эволюцию $(B + L)$ при высоких температурах в ранней Вселенной, т.е. происхождение барионов - бариосинтез. Кроме того, конкретные вычисления показывают[5], что процессы $(B + L)$ нарушения и процессы множественного образования электрослабых бозонов в принципе могут наблюдаться в столкновениях при энергиях выше 18 Tev. Начальные и конечные состояния, содержащие много бозонов (many-many scattering), описываются квазиклассическими методами с использованием нетривиальных классических решений теории поля - периодических инстантонов. Нарушение $(B+L)$ связано с туннельными переходами между состояниями с разными топологическими зарядами q для калибровочных электрослабых полей и описывается формулой:

$$\Delta(B+L) = 6q$$

Максимумы этих потенциальных барьеров (на графике энергия E как функция q) по порядку величины равны $m_w/\alpha_w \sim 10\ Tev$, где m_w - масса промежуточного бозона, α_w - константа электрослабого взаимодействия. Рассмотрение дополнительных условий, описывающих начальные состояния множественных взаимодействий, с привлечением топологических свойств калибровочных полей привело к фундаментальным выводам для физики элементарных частиц, космологии [4] и даже для проектирования нового поколения ускорителей на сверхвысокие энергии[6].

В 1931 году, решая одномерную модель Гейзенберга для ферромагнетизма, Бете[7] сформулировал гипотезу - дополнительное условие на волновую функцию модели. Эта гипотеза была обобщена[8] Ч.Н.Янгом в 1967 году в виде условия на матрицы $A(u)$ и $B(v)$, которые описывают задачу:

$$A(u) \cdot B(u+v)A(v) = B(v) \cdot A(u+v) \cdot B(u) \tag{1}$$

Известно много одномерных квантовомеханических проблем, где гипотеза Бете оказалась справедливой. В каждом случае условие совместности принимает вид формулы (1), где операторы $A(u)$ и $B(v)$ и одномерные координаты u и v принимают различные формы для различных задач. В течение последних 10-15 лет появилось большое число работ в физике и математике, в результате которых стало ясно, что уравнение (1) является фундаментальной математической структурой. За уравнением (1) закрепилось название уравнения Янга-Бакстера.

О влиянии уравнения (1) на современную физику и математику Ч.Н.Янг написал [9] следующее:

Physics:

- One-dimensional quantum mechanical problems
- Two-dimensional classical statistical mechanical problems

- Two-dimensional classical statistical mechanical problems
- Conformal field theory

Mathematics:

- Knot theory, braid theory
- Operator theory
- Hopf algebra
- "Quantum groups"
- Topology of 3-manifold
- Monodromy of differential equations

There is an explosion of literature on these subjects. In order to find these, one could consult the three recent review volumes and reprint collections listed in footnote[1].

Why does the Yang-Baxter equation enter into so many different areas of mathematics and physics? I believe the answer is that the equation is a kind of generalization of the structure of the permutation group."

Выделенность одномерной задачи обусловлена возможностью установить определенный порядок в расположении частиц в одномерном пространстве.

В качестве гипотезы о свойствах решений статистической физики Н.Н.Боголюбовым был сформулирован принцип ослабления корреляций[10]. Принцип основан на интуитивной идее о том, что корреляция между пространственно отдаленными группами частиц макроскопический системы практически исчезает. Принцип ослабления корреляции нашел важные применения при разработке теории ферромагнетизма, сверхтекучести, сверхпроводимости, позволил сформулировать понятие квазисредних и те свойства решений, которые впоследствии получили название спонтанного нарушения симметрии.

Интересно отметить, что известная попытка Дирака сформулировать релятивистскую теорию динамических систем[11] привела его к признанию, что удалось сформулировать лишь необходимые, но не достаточные

[1] Braid Group, Knot Theory and Statistical Mechanics, eds. C.N.Yang and M.L.Ge (World Scientific, Singapore, 1989); Yang-Baxter Equation in Integrable Systems, ed. M.Jimbo (World Scientific, Singapore, 1990); Yang-Baxter Equations, Conformal Invariance and Integrability in Statistical Mechanics and Field Theory, eds. M.Barber and P.Pearce (World Scientific, Singapore, 1990)

условия существования такой теории. В конце своей знаменитой статьи Дирак пишет: "Some further condition is needed to ensure that the interaction between two physical objects becomes small when the objects become far apart. It is not clear how this condition can be formulated mathematically". Принцип ослабления корреляции Н.Н. Боголюбова сформулирован как асимптотическая форма функций Грина - универсальных, не зависящих от специфики системы линейных форм из средних величин от произведений полевых функций. Этот принцип формулирует математически дополнительное условие релятивистской теории (скобки Пуассона), разработанной Дираком.

В работах [12],[13] излагается формулировка принципа ослабления корреляций в пространстве 4-скоростей и в пространстве Лобачевского. Продуктивным оказалось применение этого принципа в квантовой хромодинамике больших расстояний или, точнее, малых относительных скоростей при описании множественных процессов и, особенно, в релятивистской ядерной физике. В этих областях не работает пертурбативный подход и необходимы гипотезы фундаментального характера, т.е.дополнительные условия. В результате столкновения релятивистских ядер образуется много частиц и картина взаимодействия носит сложный характер. В одном столкновении участвуют как нуклонные, так и кварк-глюонные степени свободы. Число параметров задачи чрезвычайно велико и обнаружение инвариантов особенно актуально[13]. Релятивистская ядерная физика, начало которой было положено в Дубне в начале 70-х годов, стала одним из самых интенсивно разрабатываемых направлений физики высоких энергий во многих лабораториях и ускорительных центрах мира.

Обнаружение законов релятивистской ядерной физики является частью общей цели поиска законов, описывающих релятивистские многочастичные системы, включая макроскопические. Эти пробелы изучались крупнейшими физиками XX века. Первые работы были посвящены уравнениям переноса, что позволило сформулировать термодинамические свойства релятивистских многочастичных разреженных систем. Огромный успех квантовой теории поля в описании многочастичных систем на основе гамильтонова метода не привел, однако, к большому прогрессу в разработке проблем релятивистской ядерной физики. В работах[12],[13] показано, что подход к релятивистской ядерной физике, основанный на геометрии пространства скоростей и гипотезах об асимптотическом характере закономерностей в этом пространстве, позволяет упорядочить огромный экспериментальный материал и дать количественные предсказания. Некоторые из этих предсказаний делают излишними и даже обреченными на неудачу многие постановки экспериментов на крупнейших ускорителях. Применяемые в этих работах методы симметрии решений основаны на аналогии (или, вернее, методологии) механики сплошных сред и состоят в следующем:

1. Выделяются параметры, описывающие проблему - пространство определяющих параметров.

2. Усматривается, угадывается симметрия этого пространства и определяются соответствующие инварианты.

3. Законы природы рассматриваются как соотношения между инвариантами. Математический язык симметрии - теория групп - при этом необычайно эффективен.

4. Используются дополнительные принципы: принцип ослабления корреляции, промежуточная асимптотика, гипотеза об аналитичности физических законов.

В случае релятивистской ядерной физики определяющими параметрами являются сечения, производные от них величины и инвариантные безразмерные интервалы (расстояния) в пространстве 4-скоростей $u_i^2 = E_i/m_i$; $\vec{u}_i = \vec{p}_i/m_i$:

$$b_{ik} = -(u_i - u_k)^2 = 2[(u_i \cdot u_k) - 1] = 2\left[\frac{E_i \cdot E_k - \vec{p}_i \cdot \vec{p}_k}{m_i \cdot m_k} - 1\right]$$

Поскольку энергии E_i и импульсы $\vec{p}_i$ связаны известным соотношением $E_i^2 - \vec{p}_i^{\,2} = m_i^2$, то $u_i^2 = (u_i^0)^2 - (\vec{u}_i)^2 = 1$ Вместо 4-мерного пространства можно ввести 3-мерное, выразив четвертую координату через три других

$$u_i^0 = \pm\sqrt{1 + u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} \qquad (2)$$

Это уравнение двухполостного гиперболоида. Геометрия на поверхности гиперболоида - геометрия трехмерного пространства Лобачевского - аналогична геометрии на поверхности сферы. Интервал между точками на поверхности сферы задается косинусом угла большого круга, интервал на поверхности гиперболоида -гиперболическим косинусом быстроты:

$$\rho = \frac{1}{2}\ln\frac{E + |\vec{p}|}{E - |\vec{p}|}$$

Связь интервалов b_{ik} и ρ_{ik} имеет вид:

$$b_{ik} = 2[(u_i \cdot u_k) - 1] = 2[ch\rho_{ik} - 1]$$

Число параметров b_{ik} равно $n(n-1)/2$. Наиболее полное описание конечных состояний ядерных столкновений связано с триангуляцией и построением многогранников (полиэдров) в пространстве скоростей.

Весьма продуктивным оказалось введение переменных N_I и N_{II} - эффективных чисел нуклонов, принимающих участие в реакции столкновения ядер I и II. В широком интервале относительных скоростей дополнительные переменные N_I и N_{II} оказались непрерывными и гладкими. Инвариант, через который выражается большое число закономерностей релятивистской ядерной физики, имеет смысл минимальной массы

$$\min[m_0^2(u_I N_I + u_{II} N_{II})^2]^{1/2}$$

при условии сохранения 4-импульса:

$$m_0 u_I N_I + m_0 u_{II} N_{II} = \sum_i p_i$$

здесь u_I и u_{II} - 4-скорости ядра как целого, m_0 - масса одного нуклона. Введение единого параметра подобия (инварианта)

$$\Pi = \frac{1}{2}\sqrt{(u_I N_I + u_{II} N_{II})^2}$$

позволило количественно описать кумулятивный эффект, глубокоподпороговые, околопороговые явления и образование антиматерии в ядро-ядерных столкновениях[14].

Формула

$$E\frac{d^3\sigma}{d\vec{p}} = C_1 A_I^{\alpha(N_I)} \cdot A_{II}^{\alpha(N_{II})} \cdot f(\Pi) \qquad (3)$$

где A_I и A_{II} - атомные веса сталкивающихся ядер, C_1 - константа, описывает разнообразные ядерные реакции при изменении сечения на восемь порядков величины. Однако определение границ пространства параметров, где описание физических процессов на основе этой модели становится несправедливым, нуждается в исследовании. Особый интерес представляет предсказание[15] на этой основе результатов планируемых экспериментов на сооружаемых в настоящее время ядерных коллайдерах. Для коллайдерных энергий интервал между точками I и II:

$$(u_I \cdot u_{II}) = ch\rho_{I\,II} >> 1$$

Соотношение между сторонами треугольника Лобачевского имеет вид:

$$(u_I \cdot u_k) = u_I^0 u_k^0 - \vec{u}_I \cdot \vec{u}_k = ch\rho_{I\,k} =$$
$$= ch\rho_{I\,II} \cdot ch\rho_{II\,k} - sh\rho_{I\,II} \cdot \rho_{II\,k} \cdot \cos\Theta_{I\,k} \approx$$
$$\approx ch\rho_{I\,II}(ch\rho_{II\,k} - sh\rho_{II\,k} \cdot \cos\Theta_{I\,k}) = ch\rho_{I\,II} \cdot x_k$$

Здесь x_k - известная переменная светового конуса. При больших относительных скоростях уравнение гиперболойда (2) переходит в уравнение светового конуса, что используется при построении моделей физики высоких энергий в пространстве скоростей.

Лобачевский, открыв неевклидову геометрию, поставил проблему описания на ее основе реальных физических явлений. Гипотеза о том, что на больших расстояниях соотношения между сторонами и углами треугольников удовлетворяют новой геометрии, не подтвердилась в результате анализа Лобачевским астрономических данных. В.А.Фок продемонстрировал справедливость геометрии Лобачевского в пространстве скоростей, рассмотрев явление астрономической аберрации[1]. Явление состоит в том, что в двух движущихся относительно друг друга системах отсчета направления на одну и ту же звезду оказываются не совпадающими, а отличаются на величину аберрации. Чтобы найти эту величину нужно построить треугольник Лобачевского с вершинами в точках $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ и $\vec{V}_3 = \vec{a}c$, где $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ скорости тел, с которыми связаны обе системы отсчета, $\vec{a}$ - единичный вектор в направлении световой волны, идущей от звезды. В астрономических наблюдениях сравниваются видимые положения звезды при различных направлениях движения земли по орбите (годичная аберрация). Анализируя понятие физического пространства, Фок подчеркивает, что это первичное понятие получается путем надлежащих абстракций пространственно - временных связей между материальными процессами. Связи устанавливаются на основе гипотезы о применимости евклидовой геометрии к реальному - физическому пространству и на двух предположениях: о существовании твердых тел и прямолинейности распространения света.

Таким образом, свойства света и свойства твердых тел (линеек) играют основную роль в установлении геометрии реального физического пространства. Другой возможный способ определения положения предметов в пространстве, принципиально отличный от триангуляции, есть радиолокация или радиогеодезия. Однако в любом случае определение понятия физического пространства обусловлено точностью измерительных процедур. Соответствие его математическому понятию пространства требует оговорок.

В.А.Фок отмечает также, что термины "пространство в целом", "условия на бесконечности" и т.п. употребляются им в математическом смысле, принятом в теории поля. Под пространством в целом подразумевается область достаточно большая, чтобы на ее границах поле от рассматриваемой системы тел было пренебрежимо мало. В зависимости от характера задачи размеры этой области весьма различны, микрон для атома можно считать бесконечно большой величиной, световой год для солнечной системы и миллиарды световых лет для скопления галактик являются бесконечно большими величинами. В процессе построения теории вводят новые обобщения, в результате чего закон может стать приближенным, но это не умаляет его фундаментального характера.

Сложность подлинных физических ситуаций требует упрощенных описаний с помощью символических, и даже словесных, моделей, основанных на экспериментально проверяемых гипотезах. Однако соответствие физического пространства математическому возникает не только в результате обобщения опыта и измерительных процедур. Соответствие пространства скоростей пространству Лобачевского возникло в результате дедукции. Более яркий пример - введение пространства Римана Эйнштейном в теории гравитации, носящее сугубо дедуктивный характер, как отмечает Фок, требует рассмотрения свойств "пространства в целом". В противном случае вообще нельзя поставить задачу однозначным образом. В.А.Фок анализирует различные предположения и уделяет основное внимание теории пространства однородного на бесконечности. Он придает большое принципиальное значение возможности в этом случае ввести привилегированную систему координат, определяемую с точностью до преобразования Лоренца (гармонические координаты). Всё рассмотрение конкретных задач теории тяготения решается в книге [1] в гармонических координатах.

Особого внимания заслуживает построение В.А.Фоком гильбертова пространства в квантовой теории излучений. В статье[16] Фок замечает, что математический аппарат квантовой теории испускания и поглощения фотонов, созданный Дираком, не соответствует физике явления и предлагает математическую основу теории, которую Дирак в книге "Принципы квантовой механики" называет "представлением Фока". Наконец, "пространство Фока", предложенное для математического описания систем с взаимодействием, меняющим число частиц, стало общепризнанным понятием квантовой теории поля. Оно играет большую роль в современных применениях квантовой хромодинамики, в частности, в кварк-партонных моделях.

Список публикаций

[1] Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения, Москва, (1961). Государственное изд-во физ.-мат. литературы.

[2] Коноплева Н.П., Попов В.Н. Калибровочные поля, Атомиздат, Москва, (1972).

[3] Voloshin M.B. Proceedings of XXVII Int. Conf. on High Energy Physics, Session P1-7 , Glasgow, 20-27 (1994), p. 121.

[4] Kuzmin V.A,, Rubakov V.A., Shaposhnikov M .E., Phys.Lett. <u>BI55</u> (1985) p.36.

[5] Espinosa D. Nucl.phys. <u>B343</u> (1990) p. 310; Zakharov V.I. Nucl.Phys. B37I (1992) p. 637; Porrati M. Nucl.phys. <u>B347</u> (1990), p. 371.

[6] Baldin A.M., Kovalenko A.D. JINR Rapid Communications N 3, 77, 1996, p.5.

[7] Bethe H.A. Z.Phys. <u>71</u> (1931) 205.

[8] Yang C.N., Phys.Rev.Lett.,<u>19</u> (1967) 1312; Phys.Rev. <u>168</u> (1968) 1920.

[9] Yang C.N. The Oskar Klein Memorial Lectures, World Scientific (I99l), p. 35.

[10] Bogolubov N.N. JINR Communication , JINR D-781, Dubna (1958).

[11] Dirac P.A.M. Rev.Mod.Phys. (1949), v.2l, N 3, p.392.

[12] Baldin A.M. Nucl.Phys. (1985), <u>A447</u>, p. 203.

[13] Baldin A.M., Baldin A.A. Phys. Particles and Nuclei, v.<u>29</u>, N 3, p. 232-253.

[14] Baldin A.A. Yad.Fiz., <u>56</u> (1993), p. 174; JINR Rapid Comm. N 4 78-96 Dubna 1996, p.61.

[15] Baldin A.M., Malakhov A.I., Rapid Communication N 1, 87 (1998), p. 5.

[16] Fock V.A. Z.Phys., 1928, v. 49, p. 339.