

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА:  
ПРОСТРАНСТВО ОТНОСИТЕЛЬНЫХ  
4-СКОРОСТЕЙ, СИММЕТРИИ РЕШЕНИЙ,  
ПРИНЦИП ОСЛАБЛЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИЙ,  
ПОДОБИЕ,  
ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ АСИМПТОТИКИ

*А.М.Балдин, А.А.Балдин*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

ВВЕДЕНИЕ	578
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ. СИММЕТРИЯ В СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКЕ	581
ПРИНЦИП ОСЛАБЛЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИЙ. ПРОСТРАНСТВО ОТНОСИТЕЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ	593
ИНКЛЮЗИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ	606
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	615
ПРИЛОЖЕНИЕ	619
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	629

## РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА: ПРОСТРАНСТВО ОТНОСИТЕЛЬНЫХ 4-СКОРОСТЕЙ, СИММЕТРИИ РЕШЕНИЙ, ПРИНЦИП ОСЛАБЛЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИЙ, ПОДОБИЕ, ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ АСИМПТОТИКИ

*А.М.Балдин, А.А.Балдин*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Излагается подход, основанный на применении в релятивистской ядерной физике законов подобия, симметрии решений и других методов, не опирающихся на лагранжев метод, но позволяющий конструировать модели (решения, законы природы), исходя из первых принципов. Наш подход позволил: 1) установить область ядерных столкновений, в которой нуклоны утрачивают свою тождественность и наступают асимптотические по энергии режимы, 2) предсказать и обнаружить кумулятивные процессы, демонстрирующие наблюдаемость многочастичных взаимодействий, 3) дать единое описание глубокоподпороговых, околопороговых и кумулятивных процессов, 4) сделать количественное описание конечных состояний ядерных столкновений (множественных процессов) на основе понятий «промежуточная асимптотика» и «принцип ослабления корреляций» в пространстве относительных 4-скоростей, 5) обнаружить локальную автомодельность (самоподобие) конечных состояний ядерных столкновений, 6) дать количественное описание образования антиматерии в релятивистских ядерных столкновениях. Положения данного подхода иллюстрируются наиболее характерными экспериментальными данными, обосновывающими справедливость наших утверждений.

An approach is given in relativistic nuclear physics which is based on the application of the similarity laws, symmetry of solutions and other methods, not resting upon the Lagrange method, to the construction of models (solutions, laws of Nature) starting from the first principles. Our approach makes it possible to 1) define the region of nuclear collisions in which nucleons lose their identity and the asymptotic in energy regimes are setting up, 2) predict and discover cumulative processes manifesting observability of multiparticle interactions, 3) give the common description of deep subthreshold, near threshold and cumulative processes, 4) give the quantitative description of the final states of nuclear collisions (multiparticle processes) on the basis of the notions — the intermediate asymptotics and the correlation depletion principle in the relative four-velocity space, 5) discover a local automodelity (self-similarity) of the final states, 6) give the quantitative description of the antimatter production in relativistic nuclear collisions. The statements of this approach are illustrated by the most characteristic experimental data giving ground for our assertions.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Количественное изучение процессов многочастичных ядерных взаимодействий в релятивистской области началось около 25 лет тому назад после получения в Дубне и Беркли пучков ядер, движущихся с околосветовыми скоростями [1]. До этого релятивистские ядра изучались как составная часть исследований космических лучей.

Возникла релятивистская ядерная физика — область исследования процессов, в которых частицы, составляющие ядерную материю, движутся с относительными скоростями, близкими к скорости света. Для описания таких процессов необходим учет ненуклонных степеней свободы, да и само понятие «нуклон» становится неадекватным задаче. Особое внимание привлекала проблема перехода протон-нейтронной материи в кварк-глюонную.

В конце 80-х годов появились данные, полученные при энергиях выше 10 А ГэВ на существующих ускорителях (Брукхейвен и ЦЕРН). Программы исследований по релятивистской ядерной физике потребовали создания новых крупных экспериментальных установок и ускорителей. В Дубне был построен сверхпроводящий ускоритель релятивистских ядер — нуклотрон (1992 г.), на котором проводятся эксперименты по исследованию переходного режима от нуклонных к цветовым степеням свободы в ядрах. Успешно идет сооружение релятивистского коллайдера тяжелых ионов (RHIC) в США. В настоящее время реализуется большая экспериментальная программа исследований с тяжелыми ионами при энергии 159 А ГэВ в ЦЕРН и разрабатывается программа ядерных исследований на большом адронном коллайдере (LHC).

Большой и всевозрастающий интерес к релятивистской ядерной физике мотивирован надеждами на установление законов, описывающих релятивистские многочастичные системы. Изучение этих законов имеет большое значение для астрофизики, космологии, для понимания явлений, протекавших в момент Большого Взрыва. Установление таких законов важно также для создания электроядерной энергетики, которая в последние годы привлекла большое внимание энергетиков, специалистов в области реакторостроения, экологов. Для прикладных целей также важно накопление экспериментальных данных по взаимодействию релятивистских ионов с веществом.

Теория релятивистских разреженных многочастичных систем\* привлекла внимание специалистов на самой заре создания теории относительности. Рассмотрение релятивистского варианта уравнений переноса поз-

---

\*Разреженными называются такие системы, в которых преобладающим динамическим механизмом является двухчастичный.

волило провести наиболее общее описание термодинамических свойств разреженных систем [2]. Применению термодинамики и гидродинамики [3] к описанию многочастичных конечных состояний в столкновениях адронов и ядер при высоких энергиях посвящено большое число теоретических работ и тематических международных конференций\*. Эти подходы широко эксплуатируются для обоснования создания крупных экспериментальных установок и ускорителей [4]. Особые надежды возлагаются на возможность наблюдения кварк-глюонной плазмы, существование которой в природе следует из рассмотрения ядерной материи как сплошной среды при предельно высоких давлениях и температурах. По определению уравнение состояния ядерной материи рассматривается для макроскопически протяженной среды. Ядерное уравнение состояния — очень важная информация, необходимая для количественного описания таких астрофизических явлений, как взрывы сверхновых звезд, образование и свойства нейтронных звезд... Однако вопрос о том, насколько даже самые тяжелые ядра при наивысших планируемых энергиях смогут имитировать сплошную среду, остается открытым. Кроме того, неясно, насколько изучаемая на ускорителях динамика мультиадронных систем описывается теми же законами, что и адронная термодинамика, которая применяется для описания внутризвездных процессов, ранней Вселенной и т.п.

Стремление найти простые фундаментальные законы природы, на основе которых можно объяснить максимально возможное число явлений, сыграло весьма прогрессивную роль руководящего принципа фундаментальной науки. В результате невероятного успеха применения идей калибровочной симметрии, определяющей лагранжианы взаимодействия, возникло впечатление, что стандартная модель может претендовать на роль таких законов. В 1970-х годах казалось, что все основные элементы мироздания (кварки, глюоны, калибровочные поля и взаимодействия между ними) выяснены, и все физические явления можно рассчитать путем чистой дедукции, используя подходящие лагранжианы. Квантовая хромодинамика (КХД), базирующаяся на принципах современной теории поля как составная часть стандартной модели, является основой теории сильных взаимодействий.

Квантовая хромодинамика, трактующая адроны как составные объекты, содержащие более фундаментальные составляющие — кварки и глюоны, должна, в принципе, описывать как асимптотические состояния, так и соответствующие фазовые переходы (например, переход от протон-нейтронной к кварк-глюонной модели ядра). С экспериментальной точки зрения одним

---

\*Из наиболее цитируемых в последнее время работ по применению гидродинамических методов в релятивистской ядерной физике отметим: Bjorken J.D. — Phys. Rev., 1983, v.D27, No.1, p.140.

из основных объектов изучения КХД являются кварк-глюонные структурные функции адронов и ядер. Однако применение КХД к ядро-ядерным столкновениям, особенно в области, где как кварк-глюонные, так и нуклонные степени свободы играют существенную роль, затруднительно, а природа деконфайнмента и, соответственно, перехода обычной (нуклонной) ядерной материи в хромоплазму пока не ясна. Релятивистская ядерная физика оказалась принципиально новой областью исследований не только в теории ядра, но и в квантовой теории поля.

Использование методов как статистической физики, так и квантовой теории поля не внесло ясность в вопрос о применимости макроскопического описания ядерной среды к свойствам столкновений релятивистских ядер.

Эти вопросы относятся к принципам построения математических моделей (законов природы), соответствующих физическим процессам и состояниям. Авторы настоящей статьи считают, что описание многочастичных состояний релятивистской ядерной физики в терминах макроскопических переменных (температура, давление, плотность, энтропия и т.п.), противоречит важному принципу, который особенно подчеркивал Гейзенберг: *физические законы и утверждения должны выражаться только через наблюдаемые величины*. При изучении столкновений релятивистских ядер большинство из упомянутых макроскопических переменных *не являются наблюдаемыми*.

Настоящая статья посвящена систематическому изложению основных результатов подхода, основанного на применении в релятивистской ядерной физике законов симметрии, подобия и других методов, не опирающихся на метод Лагранжа, но позволяющих конструировать модели (решения, законы природы), исходя из первых принципов.

Наш подход позволил:

- 1) установить область ядерных столкновений, в которой нуклоны утрачивают свою тождественность, и наступают асимптотические по энергии режимы;
- 2) предсказать и обнаружить кумулятивные процессы, демонстрирующие наблюдаемость многочастичных взаимодействий;
- 3) дать единое описание глубокоподпороговых, околороговых и кумулятивных процессов;
- 4) дать количественное описание конечных состояний ядерных столкновений (множественных процессов) на основе понятий «промежуточная асимптотика» и «принцип ослабления корреляций в пространстве относительных 4-скоростей»;
- 5) обнаружить локальную автомодельность (самоподобие) конечных состояний ядерных столкновений;
- 6) дать количественное описание образования антиматерии в релятивистских ядерных столкновениях.

Положения данного подхода иллюстрируются наиболее характерными экспериментальными данными, обосновывающими справедливость наших утверждений.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ. СИММЕТРИЯ В СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКЕ

Релятивистские ядерные столкновения, как и все другие физические процессы, описываются в терминах операций (наблюдений, экспериментов), связывающих измеряемые физические параметры. Сложность подлинных физических ситуаций требует упрощенных описаний с помощью словесных, символических и даже физических моделей. Упрощение подразумевает определение области применимости вводимых понятий.

Приведем важный для предмета этой статьи пример: определим область применимости понятия «элементарная частица». Традиционно элементарными частицами называют не разложимые далее структурные составляющие материи. Это понятие сформировалось в тесной связи с представлением о дискретном строении вещества на микроскопическом уровне. При построении моделей элементарные частицы рассматриваются как абсолютно тождественные, и их ансамблям сопоставляется квантовое поле, которое и соответствует модели.

Однако квантовая теория поля успешно применяется и к частицам, обладающим внутренней структурой, например, к атомам гелия при низких температурах. В атомной физике критерием, ограничивающим применимость такого рассмотрения, является кинетическая энергия относительного движения частиц. Количественно это означает, что кинетическая энергия относительного движения должна быть много меньше энергии первого возбужденного уровня атома. В противном случае в результате взаимодействия атомов друг с другом может быть нарушена их тождественность.

Релятивистское обобщение критерия применимости понятия «элементарная частица» можно получить на основе закона сохранения 4-импульса  $P_1 + P_2 = P_3 + P^*$ :

$$(P_1 + P_2)^2 = (P_3 + P^*)^2.$$

Рассмотрим порог образования возбужденного состояния одной из сталкивающихся частиц:

$$(P_3 + P^*)^2 = (m + m^*)^2.$$

Отсюда

$$b_{12} = - (U_1 - U_2)^2 = \frac{(m^* - m)}{m} \left[ 4 + \frac{(m^* - m)}{m} \right] \ll 1, \quad (1)$$

здесь  $m$  и  $m^*$  — массы тождественных частиц и масса возбужденного состояния, а  $P_1, P_2, P_3$  и  $P^*$  — их 4-импульсы соответственно,  $U_i = P_i/m_i$  — векторы 4-скоростей.

Пространство 4-скоростей является основным для описания релятивистских многочастичных процессов (см. разд.3).

Отметим, что критерий (1) сформулирован через инвариантные, безразмерные и измеримые величины (в него не входят такие параметры, как размеры частиц, степень их точечности, расстояния и т.п.)

Из критерия (1) получаем следующую классификацию ядерных систем.

— Области  $0 \leq b_{ik} \leq 10^{-2}$  соответствует нерелятивистская ядерная физика. Нуклоны с адекватной задаче точностью можно рассматривать как элементарные частицы.

— Области  $b_{ik} \sim 1$  соответствует возбуждение внутренних степеней свободы адронов (изобары, резонансы). Необходимо введение ненуклонных степеней свободы, эффективных лагранжианов.

— Области  $b_{ik} \gg 1$  соответствует преобладание цветовых степеней свободы. Взаимодействие должно описываться квантовой хромодинамикой.

Для атомной физики характерные  $b_{ik} \sim 10^{-9}$ . При этом, например, атомы гелия теряют электроны и превращаются из бозонов в фермионы.

Важно подчеркнуть, что для построения моделей в каждой из обозначенных областей метод Лагранжа должен быть дополнен гипотезами относительно начальных и краевых условий. Эти гипотезы, как и гипотезы о структуре лагранжиана (например, массы, константы связи, групповая структура и т.п.), должны быть проверяемы экспериментально.

Для многих случаев построения моделей оказывается достаточным использовать только дополнительные гипотезы без привлечения метода Лагранжа. В этой связи для построения моделей в релятивистской ядерной физике хорошим примером послужили методы, разработанные в гидродинамике.

Любая математическая модель, претендующая на описание физического явления, должна быть оценена с точки зрения непротиворечивости набора определяющих аксиом (гипотез), при этом непротиворечивость аксиоматического определения должна быть доказана. Первым условием применимости модели является однозначное соответствие физического (измеримого) и математического объектов.

Известна такая шутка: «Гидродинамики разделились на инженеров-гидравликов, которые наблюдали то, что нельзя было объяснить, и математиков, которые объясняли то, что нельзя наблюдать». Аналогичные тенденции просматриваются и в современной физике.

Известный своими работами в области алгебры и топологии математик Г.Биркгоф показал, как многочисленные противоречия между экспериментально наблюдаемыми фактами и заключениями теоретической гидродинамики (так называемые парадоксы) обусловлены тем, что явно не выделены все аксиомы (гипотезы) и не учтен тот ущерб в строгости, который обусловлен их применением. Относительно гидродинамики Г.Биркгоф [5] пришел к заключению, что строгая математика, на которой основана теоретическая гидродинамика, должна быть дополнена *правдоподобными интуитивными гипотезами*:

1) Определяя, какие физические переменные необходимо рассматривать, можно полагаться на интуицию.

2) Эффект малых воздействий мал, а эффект бесконечно малых воздействий бесконечно мал.

3) Симметрия взаимодействия обуславливает симметрию эффекта.

4) Топологию течения можно уловить интуитивно.

5) Операции анализа применимы без ограничений: функции, рассматриваемые в теоретической гидродинамике, можно свободно интегрировать, дифференцировать, представлять в виде рядов (Тейлора, Фурье) или интегралов (Лапласа, Фурье).

6) Математические задачи, поставленные на основе интуитивных физических представлений, считаются корректными.

Теоретическая гидродинамика стремится приближенно предсказать движение реальной жидкости путем решения *краевых* задач для соответствующих дифференциальных уравнений в частных производных. Однако даже в случае успешного решения таких уравнений не всегда понятно, как сопоставить полученные решения с наблюдаемыми макроскопическими характеристиками явления.

Инженеры-гидравлики широко используют методы теории размерности и подобия. По сути, определяются инвариантные соотношения между измеримыми параметрами задачи. В теоретической гидродинамике также широко используются методы подобия, которые часто являются единственным средством анализа уравнений.

Универсальность методов подобия для теории и эксперимента далеко не случайна. Дело заключается в том, что преобразования подобия определяют инвариантные отношения, которые характерны для структуры всех законов природы, в том числе и для закономерностей релятивистской ядерной физики. Обобщенный принцип относительности можно сформулировать так: законы природы должны представлять собой соотношения между инвариантами групп.

Физическое подобие является обобщением геометрического подобия. Геометрические фигуры подобны, если простым умножением всех размеров одной геометрической фигуры на один и тот же коэффициент подобия (масштаб) получаются все размеры другой фигуры. Аналогично геометриче-



скому подобию для физических явлений используются инвариантные безразмерные комбинации (параметры подобия), составленные из определяющих задачу размерных величин.

Рассмотрим простые поясняющие примеры.

1) При планировании больших дорогостоящих сооружений (самолеты, корабли, плотины и т.д.) инженеры-гидравлики широко используют физическое моделирование. Использование моделирования предполагает знание законов, по которым можно пересчитать результаты опытов, сделанных с моделями, на реальные объекты. Геометрически тело-модель делается подобной телу-натуре. Рассмотрим моделирование установившегося движения вязкой несжимаемой жидкости, обтекающей твердое тело. Направления скоростей в модели и натуре одинаковы. В качестве определяющих задачу параметров берутся:  $l$  — характерный размер тела-модели,  $l^0$  — размер тела-натуры,  $l_i^0/l_i$  — коэффициент геометрического подобия,  $U$  — скорость натекающего потока,  $\mu$  — вязкость жидкости,  $\rho$  — плотность жидкости. Указанные определяющие задачу параметры в системе единиц  $L$  — длина,  $M$  — масса,  $T$  — время имеют следующие размерности:

$$[l] = L; \quad [U] = L \cdot T^{-1}; \quad [\mu] = M \cdot L^{-1} \cdot T; \quad [\rho] = M \cdot L^{-3}.$$

Из определяющих параметров можно составить только один динамический параметр подобия (безразмерную комбинацию, не зависящую от выбора единиц измерения):

$$\Pi_1 = \rho U l / \mu = \text{Re}.$$

Этот инвариант называется числом Рейнольдса. Для обеспечения подобия необходимо равенство данного параметра для модели и натуре. Если расстояние  $r$  измерять в единицах  $l$ , а скорость  $V$  в единицах  $U$ , то решения гидродинамических уравнений для распределения скоростей имеют вид

$$\frac{V}{U} = f \left( \frac{r}{l}, \text{Re} \right).$$

Из этого выражения следует, что поля скоростей обтекания геометрически подобных тел описываются одной и той же функцией, зависящей от  $r/l$ , если числа Рейнольдса для этих течений одинаковы.

Если поток жидкости или газа обладает некоторым полем скоростей (например, в трубе скорость вблизи стенок меньше, чем в центре трубы, и т.п.), то вводят *локальное число Рейнольдса*.

2) Рассмотрим задачу о точечном взрыве. Примем следующие упрощающие задачу положения:

1. В некотором малом объеме выделяется большая энергия  $E$  ( атомный взрыв).

2. От центра взрыва в воздухе возникает быстро расширяющаяся сферически-симметричная область, давление за которой вначале составляет сотни тысяч атмосфер.

Для определения распространения по радиусу всех характеристик такого состояния и скорости движения частиц газа необходимо решить задачу с интегрированием нелинейных уравнений в частных производных\*. Применим к данной задаче анализ размерностей. Радиус фронта ударной волны  $r_f$  через промежуток времени  $t$  после взрыва с энергией  $E$  и начальной плотностью воздуха  $\rho_0$  есть функция

$$r_f = r_f(E, t, \rho_0).$$

Размерности определяющих задачу параметров:

$$[r_f] = L; \quad [t] = T; \quad [E] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}; \quad [\rho_0] = M \cdot L^{-3}.$$

Из указанных определяющих задачу параметров можно сконструировать безразмерный инвариант (параметр подобия):

$$\Pi = r_f (Et^2 / \rho_0)^{-1/5}.$$

Поскольку  $\Pi$  — инвариант, то

$$r_f = C \cdot (Et^2 / \rho_0)^{1/5}.$$

Безразмерная константа  $C$  в этом законе, полученном только из краевых и начальных условий, как показали детальные расчеты, порядка единицы.

Используя этот закон, Дж.И.Тейлор проанализировал кинофильм, снятый во время первых американских ядерных испытаний, и с хорошей точностью определил совершенно секретное число: энергию взрыва  $E$ . Фильм был не секретный и широко демонстрировался. Соответствующая публикация произвела сенсацию в военных и правительственных кругах США.

В книге Г.И.Баренблатта\*\* разобрано большое число гидродинамических задач и показана удивительная универсальность методов теории подобия для самых разнообразных разделов физики, механики и математики. Конечно, теория размерности не дает возможности установить связи между

\*Полное решение этой задачи дано в книге Л.И.Седова «Методы подобия и размерности в механике (8-е изд., М.: Наука, 1981). Приводимый ниже результат, полученный на основе анализа размерностей, и закон  $r_f \propto t^{2/5}$  были получены Л.И.Седовым — Прикладная математика и механика, 1946, т.10, №2, с.241—250.

\*\*Г.И.Баренблатт — Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. Л.: Гидрометеоздат, 1982. Недавно опубликована существенно усовершенствованная английская версия этой уникальной книги [6].

безразмерными величинами. Однако несомненным достоинством теории размерности и подобия является методика изучения физических закономерностей в безразмерном виде, что существенно сокращает количество экспериментов, необходимых для описания явления. Функциональная зависимость от параметров подобия подчиняется более простым уравнениям и может быть найдена путем численных расчетов и введением дополнительных начальных и краевых условий. Для установления таких зависимостей достаточно ограниченного числа расчетов или экспериментов при конкретных условиях. Так, если провести расчет (или эксперимент) для случая искрового разряда в воздухе, то результат позволит определить размерные величины для атомного взрыва.

Следует особо отметить, что анализ размерностей с точки зрения математического аппарата имеет групповую структуру, а коэффициенты пересчета (параметры подобия) являются инвариантами групп. На групповом языке анализ размерностей можно представить следующим образом. Определим операцию преобразования  $T_\alpha$  над определяющими параметрами  $Q_j$  как

$$T_\alpha(Q_j) = \alpha_1^{n_{j1}} \dots \alpha_m^{n_{jm}} Q_j. \quad (2)$$

В рассмотренных примерах  $\alpha_1 = M$ ,  $\alpha_2 = L$ ,  $\alpha_3 = T$ . Показатели  $n_{ik}$  называются показателями размерности величин  $Q_j$  в данной системе основных единиц измерения. Например:  $T(E) = M^1 \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot E$ .

Преобразованию  $T$  взаимно однозначно соответствуют векторы  $\alpha = \{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$ . Определим

$$(\alpha \cdot \beta) = \{\alpha_i \cdot \beta_i, \dots, \alpha_n \cdot \beta_n\}, \quad \alpha^{-1} = \{\alpha_1^{-1}, \dots, \alpha_n^{-1}\}.$$

Из этих определений следует

$$\begin{aligned} T_\alpha(T_\beta(Q_j)) &= T_\beta(T_\alpha(Q_j)) = T_{\alpha\beta}(Q_j), \\ T_{\alpha^{-1}}(T_\alpha(Q_j)) &= Q_j. \end{aligned} \quad (3)$$

На математическом языке формула (2) определяет представление мультипликативной группы положительных  $n$ -векторов. Соотношения (3) определяют группу линейных преобразований пространства векторов  $Q_j$ . Если все  $n_{ik}$  равны нулю, величина  $Q_j$  безразмерна и является инвариантом группы (параметром подобия).

Концепция группы является математическим представлением концепции симметрии — одной из наиболее фундаментальных концепций современной физики.

«Насколько я могу судить, — писал Вейль, — все априорные суждения физики имеют своим источником симметрию». Гипотезы о симметрии, которой обладает система, являются аксиомами, определяющими ее состояние и поведение. Исходя из принципов симметрии, можно выводить новые законы природы дедуктивно, а не только в результате наблюдения над физическими объектами или в результате решения уравнений.

Многие из получаемых таким образом закономерностей значительно шире законов, вытекающих из симметрии гамильтонианов. Было даже время, когда гамильтонов метод предлагалось похоронить, настолько негамильтоновы методы казались более эффективными в фундаментальной науке. В 70-80-е годы физики впали в противоположную крайность: калибровочные теории и, в особенности, стандартную модель объявили «теорией всего». Стандартная модель, однако, содержит только те определяющие аксиомы, которые касаются симметрии лагранжианов, а этого недостаточно для описания физических процессов. Необходимы дополнительные экспериментально проверяемые гипотезы: начальные и краевые условия, предположения о константах, входящих в лагранжианы, и т.п. Необходимы гипотезы о симметриях, которым эти условия удовлетворяют. Например, предположение о существовании ренормгруппы является гипотезой о симметрии решений, а не лагранжиана.

Понятие ренормгруппы возникло в квантовой теории поля при анализе классической проблемы устранения ультрафиолетовых расходимостей. Процедура перенормировки — это некоторое предписание, применяемое к решениям квантовых уравнений. Предписание уточняет структуру законов и устраняет бессмысленные бесконечные выражения. В основном речь шла о переопределении массы и заряда электрона.

По аналогии с понятием «эффективного заряда» в среде в электродинамике вводятся «одетые заряды», экранированные поляризацией вакуума, который играет роль поляризуемой среды. В квантовой электродинамике роль поляризуемых молекул играют виртуальные электрон-позитронные пары. Эффективный заряд зависит от расстояния между частицей, несущей заряд, и пробным телом. При стремлении расстояния к нулю величина заряда возрастает и стремится к его затравочной, «истинной» величине, которая в электродинамике оказалась бесконечно большой. Ренормгруппа — это настолько фундаментальное и простое понятие, что для его определения не требуется вникать в чрезвычайно сложный математический аппарат квантовой теории поля. Вместо расстояния рассматривается экспериментально измеряемая релятивистски-инвариантная передача импульса  $Q^2/\mu^2$  частице, несущей заряд. Величина  $\mu$  — обезразмеривающий множитель, имеющий размерность массы.

В реально измеряемые величины (сечения, квадраты матричных элементов и т.п.) входит квадрат эффективного заряда  $\bar{\alpha}(Q^2/\mu^2, \alpha)$ , зависящий от  $Q^2/\mu^2$  и затравочного заряда  $\alpha$  (например, константы, входящей в лагранжиан). Обнаруженная симметрия заключается в том, что одновременное выполнение двух операций — изменения масштабной переменной  $\mu^2 \rightarrow \mu^2 t$  и специального вида преобразования величины квадрата заряда  $\alpha \rightarrow \bar{\alpha}(t, \alpha)$  — не приводит к каким-либо наблюдаемым следствиям.

Иными словами, квадрат эффективного заряда  $\bar{\alpha}$  должен быть инвариантом преобразования:

$$T_t = \{Q^2/\mu^2 \rightarrow Q^2/\mu^2 t; \alpha \rightarrow \bar{\alpha}(t, \alpha)\}.$$

Величина

$$\bar{\alpha}\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, \alpha\right) = \bar{\alpha}\left(\frac{Q^2}{\mu^2 t}, \bar{\alpha}(t, \alpha)\right) \quad (4)$$

была введена Н.Н.Боголюбовым и Д.В.Ширковым и названа ими инвариантным зарядом [7]. Она является центральным объектом аппарата квантово-полевой ренормгруппы. Легко проверить, что преобразования  $T_t$  образуют группу, т.к. функция  $\bar{\alpha}$  удовлетворяет требованию  $T_t T_\tau = T_{t\tau}$ :

$$\bar{\alpha}(t, \bar{\alpha}(\tau, \alpha)) = \bar{\alpha}(t\tau, \alpha). \quad (5)$$

Соотношение (5) представляет собой функциональное уравнение для  $\bar{\alpha}$  и служит основой для вычислений величин, измеряемых экспериментально. Наиболее важный результат квантовой теории поля, полученный с помощью метода ренормгруппы, это явление асимптотической свободы в квантовой хромодинамике. Как показали относительно простые вычисления, эффективный заряд хромодинамики ( $g^2/4\pi$  — аналог постоянной тонкой структуры  $\alpha$ ) не растет как в электродинамике до бесконечности при  $Q^2 \rightarrow \infty$ , а убывает. При  $Q^2 \rightarrow \infty$  происходит «самовыключение» взаимодействия. Инвариантный заряд, зависящий от  $Q^2$ , получил внутренне противоречивое название «бегущая константа связи».

Малость взаимодействия в области больших  $Q^2$  позволила применять теорию возмущений, сделать в этой области хромодинамику количественной теорией, проверить ее  $SU(3)$  групповую структуру. Например, оказалось возможным измерить цветовые заряды кварков и глюонов, измерить значения таких инвариантов, как операторы Казимира\*. Иначе говоря, была экспериментально реализована проверка симметрии лагранжиана квантовой хромодинамики.

\*DELPHI Collaboration — Z.Phys., 1993, v.C59, p.357—368.

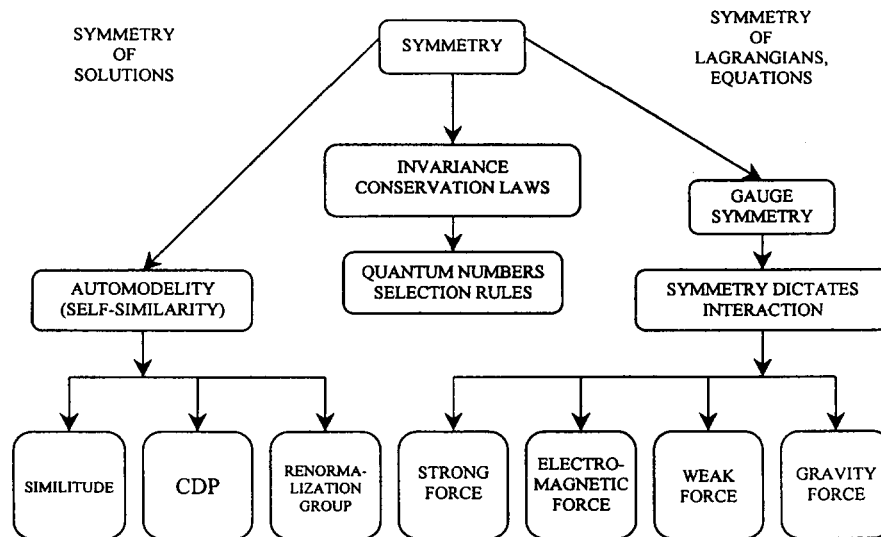


Рис.1. Схематическая диаграмма, иллюстрирующая роль симметрии в фундаментальной физике

Схематическая диаграмма на рис.1 иллюстрирует роль симметрии в фундаментальной физике, в определении математических моделей и структуры законов природы. Правая сторона диаграммы показывает существенно новую роль симметрии: симметрию и инвариантность, определяющие гамильтониан взаимодействия. Чен Нинг Янг — один из открывателей калибровочной симметрии — определяет эту роль так: «Симметрия диктует взаимодействие». Этот принцип лег в основу построения законов для всех четырех фундаментальных взаимодействий. Средняя часть диаграммы включает то, что называется кинематикой и не нуждается в комментариях. Левая часть, которую естественно назвать симметрией решений, содержит принципы симметрии, дополняющие симметрию лагранжианов. Этот тип симметрии, как было показано выше, давно используется инженерами, физиками, механиками и начинает использоваться математиками.

Вигнер неоднократно высказывал интересные методологические идеи о соотношении между тремя категориями: явлениями, служащими сырьем для второй категории — для законов природы, и принципами симметрии (третьей категорией). Он особенно подчеркивал, что для принципов симметрии сырьем служат законы природы. Принципы симметрии обнаруживаются в результате анализа структуры универсальных соотношений (законов природы) между экспериментально наблюдаемыми величинами и наоборот:

исходя из принципов симметрии, можно вывести новые законы природы дедуктивно, а не только на основе наблюдений над физическими объектами. Принципы симметрии в этой связи иногда называют сверхзаконами природы, фундаментом науки.

Некоторые из принципов симметрии решений имеют фундаментальный характер и играют решающую роль в построении новых законов природы. В качестве примера можно привести ренормгруппу. Один из авторов этой описанной выше симметрии (Д.В.Ширков) отнес ренормгруппу к симметрии самоподобия, введя термин «функциональная автомодельность» [8], в отличие от степенной автомодельности, к которой приводит анализ размерностей и принципы подобия (формула (2)). Термин «автомодельность» заимствован из гидроаэродинамики, он обобщает широкий класс закономерностей в различных областях физики. «Автомодельными называют такие решения, в которых уменьшение числа аргументов искомых функций достигается за счет существенности только некоторых комбинаций из независимых переменных» (Л.И.Седов).

Таким образом, автомодельность — это особая симметрия физической системы, состоящая в том, что изменение масштабов независимых переменных может быть скомпенсировано преобразованием подобия других динамических переменных.

Автомодельные решения всегда получаются для так называемых вырожденных задач, в которых параметры задачи, имеющие размерности независимых переменных (характерная длина, характерное время и т.д.), стремятся к нулю или бесконечности. В противном случае среди аргументов фигурировали бы отношения независимых переменных к этим параметрам. Это значит, что при переходе от невырожденных постановок задач, отвечающих конечным значениям параметров (безразмерным комбинациям  $\Pi_1, \Pi_2, \dots$  из независимых размерных переменных  $(a_1, a_2, \dots)$ ), к вырожденным автомодельное решение  $\Pi = \Phi(\Pi_1, \Pi_2, \dots)$  может:

- 1) стремиться к конечному пределу, отличающемуся от нуля;
- 2) стремиться к нулю, к бесконечности или вообще не стремиться ни к какому пределу, но иметь при малых (больших)  $\Pi_1, \Pi_2, \dots$  степенную асимптотику:

$$\Pi = \Phi = \Pi_1^\alpha \Phi_1(\Pi_2 / \Pi_1^\beta, \dots),$$

- 3) не стремиться к конечному пределу и не иметь при малых (больших)  $\Pi_1, \Pi_2, \dots$  степенной асимптотики.

В случае 1 функцию  $\Phi$  можно просто заменить ее предельным выражением, отвечающим значениям параметров  $\Pi_1, \Pi_2, \dots$ , равным нулю (бесконечности). При этом число аргументов  $\Phi$  уменьшается, а соответствующую

шие размерные параметры оказываются несущественными и выпадают из рассмотрения. Этот случай называется *полной автомодельностью*.

В случае 2 решение  $\Phi$  при малых (больших)  $\Pi_1, \Pi_2, \dots$  представляется в виде

$$\Pi^* = \Phi_1(\Pi^{**}, \Pi_3, \dots), \quad \text{где } \Pi^* = \Pi \Pi_1^{-\alpha}; \quad \Pi^{**} = \Pi_2 \Pi_1^{-\beta}.$$

Таким образом, число аргументов  $\Phi$  уменьшается. Параметры  $\Pi^*$  и  $\Pi^{**}$  аналогичны параметрам подобия. Однако их нельзя получить при помощи анализа размерностей. Величины  $\alpha$  и  $\beta$  необходимо определить из теории или экспериментально. Этот случай называется *неполной автомодельностью* по параметрам  $\Pi_1, \Pi_2$ . Соответствующее решение называют *автомодельным решением второго рода* [6], в отличие от случая полной автомодельности, который соответствует решениям *первого рода*. Трудность классификации состоит в том, что методы подобия применяются, когда полное решение задачи неизвестно. Практически поступают так: сначала пробуют построить автомодельное решение первого рода. В случае неудачи (противоречия) возвращаются к исходной невырожденной задаче, предполагают неполную автомодельность и строят автомодельное решение второго рода. Этот подход применяется ниже для установления закономерностей релятивистской ядерной физики.

Функция  $\Phi$  при убывании или возрастании параметра подобия  $\Pi_i$  не обязательно стремится к пределу, и притом конечному, отличному от нуля. Пусть при  $\Pi_i \rightarrow 0$   $\Phi$  стремится к нулю или бесконечности. В этом случае величина  $\Pi_i$  остается существенной, как бы мала или велика она ни была: замена функции  $\Phi$  ее предельным значением  $\Pi = 0$  или  $\Pi = \infty$  бессодержательна. Тем не менее, вводя переменные  $\Pi^*$  и  $\Pi^{**}$ , как это сделано выше, можно уменьшить число аргументов. Введение  $\Pi^{**}$  необходимо в том случае, когда два безразмерных параметра подобия являются малыми или большими. Обобщение этого случая на большее число переменных очевидно.

Широко распространено представление о том, что получение автомодельных решений связано только с анализом размерностей и свойствами подобия. Как видно из изложенного, понятие автомодельности включает еще и гипотезы об аналитических свойствах решений, их асимптотическом поведении. Этот анализ необходим и при выборе системы определяющих параметров. Обычно считается, что если значение некоторого параметра много больше или много меньше единицы, то им можно пренебречь. Однако такое пренебрежение может оказаться нефизичным, и тогда необходимо рассматривать неполную автомодельность (случай 2) — степенное убывание (возрастание) решения  $\Phi$ . Решение, обладающее таким аналитическим свойством, называется *«промежуточной асимптотикой»* [6]. Промежуточную асимптотику определяют следующим образом. Пусть в задаче имеются



две характерные постоянные величины с размерностью независимой переменной  $a_i: A_i^{(1)}$  и  $A_i^{(2)}$ . Промежуточной асимптотикой называется представление решения при  $\Pi_i^{(1)} = a_i/A_i^{(1)} \rightarrow \infty$ , но  $\Pi_i^{(2)} = a_i/A_i^{(2)} \rightarrow 0$ . Интервал  $\Pi_i^{(2)} \ll \Pi_i \ll \Pi_i^{(1)}$ , в котором справедлива закономерность  $\Pi = (1/\Pi_i^\alpha) \Phi_1$ , определяется требуемой точностью измерения величины  $\Pi$ .

В квантовой теории поля под автомодельными асимптотиками понимается независимость асимптотической формы амплитуд и сечений при больших энергиях и больших передачах импульса от размерных динамических параметров, включая массы частиц. Зависимость от безразмерных отношений импульсных переменных получила название *масштабной инвариантности* или *скейлинга*.

Принцип автомодельности в физике элементарных частиц впервые был сформулирован В.А.Матвеевым, Р.М.Мурадяном и А.Н.Тавхелидзе [9] для процессов глубоконеупругого взаимодействия лептонов с адронами в бьеркеновском пределе  $q^2 \approx \nu = 2pq \gg p^2 = m^2$  ( $m$  — масса адрона,  $p$  — его импульс,  $q^2$  — квадрат передаваемого импульса от лептона к адрону, как известно,  $Q^2 = -q^2$ ).

Структурная функция адрона  $F(q^2, \nu)$  (квадрат амплитуды рассеяния) в соответствии с принципом автомодельности имеет общий вид

$$F(q^2, \nu) = (1/(q^2)^\alpha) f(\nu/q^2).$$

Параметр  $\alpha$  определяется физической размерностью структурной функции. Функция  $f$ , остающаяся неопределенной, находится из модельных соображений. В силу симметрии, определяемой ренормгруппой,  $f$  зависит от «бегущих констант связи», а не от зарядов, входящих в лагранжиан, что приводит к нарушению скейлинга: в дополнение к зависимости от  $\nu/q^2$  появляется логарифмическая зависимость от  $Q^2/\mu^2$ . В частности, эксперименты на ЛЕР показали, что инвариантный электромагнитный заряд (постоянная тонкой структуры) при  $Q^2 = (90 \text{ ГэВ})^2$  возрастает примерно на 7% и оказывается равным  $\bar{\alpha} = 1/128$  вместо  $\alpha = 1/137$  при  $Q^2 = 0$ . Бегущая константа связи КХД при больших  $Q^2$  убывает и становится величиной порядка 0,1, что дает возможность провести расчеты по теории возмущений, т.е. воспользоваться асимптотической свободой.

Доказанное теоретически явление асимптотической свободы позволило качественно понять так называемую партонную модель структурных функций. Согласно этой модели структурную функцию нуклона можно представить как сумму квадратов амплитуд рассеяния на невзаимодействующих точечных частицах-партонах (кварках).

### 3. ПРИНЦИП ОСЛАБЛЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИЙ. ПРОСТРАНСТВО ОТНОСИТЕЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ

Симметрия понималась древнегреческими философами как частный случай гармонии, т.е. согласования частей внутри целого. Среди принципов, которые позволяют исследовать и сравнивать части больших систем, особое значение имеет принцип ослабления корреляции, помеченный буквами CDP (the Correlation Depletion Principle) на рис.1.

В статистической физике CDP был предложен Н.Н.Боголюбовым [10]. Принцип основан на интуитивной идее о том, что корреляция между пространственно отдаленными группами частиц макроскопической системы практически исчезает. Асимптотическая форма функций Грина как универсальных (не зависящих от специфики системы) линейных форм из средних значений типа

$$F(t_1, x_1; \dots; t_n, x_n) = \langle \dots, \Psi^+(t_j, x_j), \dots \Psi(t_s, x_s) \dots \rangle,$$

где  $x(\mathbf{r}, \sigma)$  — трехмерные координаты и спины частиц,  $t$  — моменты времени, рассматривается Боголюбовым в пределе, когда все моменты времени  $t_1, \dots, t_n$  фиксированы, а расстояния между точками из различных групп  $\{\dots, t_\alpha x_\alpha, \dots\}$  и  $\{\dots, t_\beta x_\beta, \dots\}$  стремятся к бесконечности. В квантовой теории поля все полевые функции  $\Psi(t_i, x_i)$ ,  $\Psi(t_k, x_k)$ , как известно, должны точно коммутировать или антикоммутировать, если интервал  $-(t_i - t_k)^2 + (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k)^2$  пространственноподобен. При фиксированных  $t_i, t_k$  и  $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k \rightarrow \infty$  для нахождения асимптотической формы  $F$  можно переставлять полевые функции из *различных* групп и тем самым добиться такого положения, когда полевые функции для каждой группы аргументов оказываются в одном комплексе (кластере). Таким образом, получается

$$F(t_1, x_1; \dots; t_n, x_n) - \eta \langle U_1(\dots, t_\alpha, x_\alpha, \dots), U_2(\dots, t_\beta, x_\beta, \dots) \dots \rangle \rightarrow 0, \quad \eta = \pm 1,$$

где  $U_1(\dots, t_\alpha, x_\alpha, \dots)$  — произведение полевых функций с аргументами только из первой группы,  $U_2(\dots, t_\beta, x_\beta, \dots)$  — соответствующее произведение с аргументами только из второй группы и т.д.

Так как корреляция между динамическими величинами  $U_1, U_2$  должна ослабевать и практически исчезать для достаточно больших расстояний, асимптотическая форма выражения:

$$\langle U_1(\dots, t_\alpha, x_\alpha, \dots) U_2(\dots, t_\beta, x_\beta, \dots) \rangle$$

распадается на произведения вида

$$\langle U_1(\dots, t_\alpha, x_\alpha, \dots) \rangle \langle U_2(\dots, t_\beta, x_\beta, \dots) \rangle \dots$$

В этой формулировке принципа ослабления корреляции Н.Н.Боголюбов обращает внимание на фундаментальную роль вырождения состояний, по которым производится усреднение. Рассмотрим, например, кристаллическое состояние. Применяя предыдущее рассуждение к этому случаю, мы, естественно, подразумеваем, что кристаллическая решетка как целое фиксирована в пространстве хотя и произвольно, но одинаково при вычислении  $\langle U_1 \rangle$ ,  $\langle U_2 \rangle$  и т.д. Иначе говоря, считается, что все рассматриваемые в этом случае средние относятся к одному и тому же фиксированному расположению решетки, т.е. мы имеем дело с квазисредними, а не с обычными средними, которые получаются из квазисредних дополнительным усреднением по всем возможным положениям и ориентациям кристаллической решетки. Множители  $\langle U_1 \rangle$ ,  $\langle U_2 \rangle$ ... оказываются не вполне независимыми — они зависят от параметров, по которым необходимо провести дополнительное усреднение. В качестве примеров параметров, остающихся одинаково фиксированными для всех частей макроскопической системы, Боголюбов приводит магнитный момент (случай ферромагнетизма), фазовый угол (сверхтекучесть или сверхпроводимость) и др.

Интересно отметить, что известная попытка Дирака сформулировать релятивистскую теорию динамических систем [11] привела его к признанию, что удалось сформулировать лишь необходимые, но не достаточные условия существования такой теории. В конце своей знаменитой статьи [11] Дирак пишет: «Some further condition is needed to ensure that the interaction between two physical objects becomes small when the objects become far apart. It is not clear how this condition can be formulated mathematically».

Как видим, принцип ослабления корреляции Боголюбова решает и эту классическую проблему физики, поставленную Дираком в 1949 году.

Применение метода квазисредних в нерелятивистской теории ядра хорошо изложено в монографии В.Г.Соловьева [12]. Ниже излагается формулировка принципа ослабления корреляции в пространстве относительных 4-скоростей [13]. Особенно продуктивным оказалось применение этого принципа в квантовой хромодинамике больших расстояний (или, точнее, малых относительных скоростей), при описании множественных процессов и особенно в релятивистской ядерной физике. В этих областях физики необходимы гипотезы фундаментального характера, не вытекающие из метода Лагранжа и подлежащие экспериментальной проверке.

В результате столкновения релятивистских ядер образуется много частиц, и картина взаимодействия носит сложный характер. В одном столкновении участвуют как нуклонные, так и кварк-глюонные степени свободы.

Число параметров задачи чрезвычайно велико, и выделение параметров подобия (инвариантов) особенно актуально.

Множественное рождение частиц осложнено специфическими ядерными процессами, и описание их в подавляющем большинстве работ основано на инклюзивном подходе. В этой связи далеко не всегда удается разделить различные механизмы, определить, в каких случаях преобладают нуклонные, а в каких — кварк-глюонные степени свободы. Постановка задач об изучении инклюзивных спектров была сформулирована А.А.Логуновым с сотрудниками [14], ими же были получены следствия, вытекающие из общих принципов квантовой теории поля для таких спектров. Принципиальная неполнота инклюзивного подхода для описания огромного объема информации, которую получают на современных экспериментальных установках, требует разработки более общих подходов.

В данной главе описывается метод, в котором используется наибольшая часть доступной экспериментальной информации о множественных процессах.

Описанная выше релятивистски-инвариантная классификация ядерных процессов в пространстве относительных четырехмерных скоростей была предложена в работах [13,15]. Точками такого пространства являются четырехмерные скорости. Предполагается, что основными величинами, от которых зависят распределения вероятностей (сечений), являются параметры  $b_{ik} = -(u_i - u_k)^2$ , где  $u_i = P_i/m_i$ ,  $u_i$  — векторы 4-скорости,  $m_i$  — массы,  $P_i$  — 4-импульсы. Индексы  $i, k$  принимают значения 1,2,3,4,...., а сами величины  $b_{ik}$  имеют смысл относительных расстояний в пространстве 4-скоростей. Очевидно, что определение всех  $b_{ik}$  для всех частиц процесса множественного образования частиц содержит наиболее полную информацию об этом процессе.

Использование кинематических комбинаций вида  $\gamma_{ij} = u_i u_j = P_i P_j / M_i M_j$  (лоренц-факторы относительного движения частиц) достаточно естественно при рассмотрении релятивистских ядерных соударений. Так, например, лоренц-фактор относительного движения входит непосредственно в определение инвариантного сечения, а именно в определение потока, записанного в инвариантном виде. По определению сечение записывается в виде

$$\Delta N = \sigma j_{01} n_{02} \Delta V \Delta t,$$

где  $\Delta N$  — число взаимодействий рассматриваемого типа, происшедших в элементе объема мишени  $\Delta V$  за время  $\Delta t$ ,  $j_{01}$  — плотность потока налетающих частиц,  $n_{02}$  — плотность частиц мишени,  $\sigma$  — сечение. Для того чтобы

сечение было выражено в инвариантном виде, следует записать в инвариантном виде поток:

$$j_{01}n_{02} = n_{01}n_{02}\gamma_{01}\beta_{01} = n_{01}n_{02}\sqrt{\gamma_{01}^2 - 1}.$$

Рассматривая множественное рождение частиц в переменных  $b_{ik}$ , легко увидеть, что общее число всех  $b_{ik}$  превосходит число степеней свободы. На рис.2 поясняется данное утверждение. Выберем базис из трех точек в пространстве относительных скоростей, например, точки 1, 2, 3. Можно для определенности считать, что точки 1 и 2 соответствуют скоростям сталкивающихся объектов, а 3, 4, 5,... соответствуют частицам, образованным в результате множественного рождения. Поскольку данное рассмотрение релятивистски-инвариантно, то не имеет значения, какие именно точки взяты за базис. Состояние каждой из частиц полностью задается тремя числами, например,  $P_{ix}, P_{iy}, P_{iz}$ . Число степеней свободы для всей системы из  $N$  частиц определяется соответственно  $(3N - 6)$  величинами. Шесть чисел определяют положение и ориентацию системы как целого (например, 3 координаты и 3 угла). Число же переменных  $b_{ik}$ , как видно, равно  $N(N - 1)/2$ , т.е. может значительно превышать число степеней свободы. Это означает, что полный набор переменных  $b_{ik}$  переопределен и его необходимо разделить на две группы, в одну из которых войдут  $(3N - 6)$  величин, полностью определяющих конфигурацию системы, а в другую — оставшиеся  $N(N - 1)/2 - (3N - 6)$  величин. Последние (на рис.2 это  $b_{45}$ ) можно выразить через первые  $(3N - 6)$  величин. В силу симметрии задачи разбиение на группы можно провести произвольно. При этом каждое разбиение определяет новую конфигурацию, что резко увеличивает количество информации о событии. Для установления связей между различными наборами

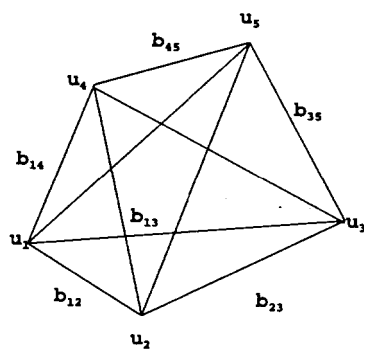


Рис.2

$b_{ik}$  логично применить триангуляцию в пространстве относительных скоростей. Термин «триангуляция» в геодезии и математике обозначает метод создания сетей, состоящих из примыкающих друг к другу треугольников и в определении на этой основе положения их вершин. Для общего случая поверхностей треугольники должны быть криволинейными. Пространство, в котором проводятся экспериментальные измерения, трехмерно. При этом пространство скоростей соответствует трехмерному пространству Лобачевского. Простейшим

элементом (симплексом) трехмерного пространства скоростей являются тетраэдры. Вершинам тетраэдров соответствуют точки со скоростями  $u_i, u_j, u_k, \dots$ , а сторонам — соответствующие величины  $b_{ij}, b_{ik}, b_{jk}, \dots$ . При этом, как уже отмечалось выше,  $(3N - 6)$  величин полностью определяют конфигурацию системы, а остальные расстояния между вершинами могут быть вычислены (отметим, что в эксперименте все  $b_{ik}$  измеряются). Переопределенность рассматриваемых систем — большое преимущество данного метода анализа множественных процессов.

Описание релятивистских многочастичных систем на основе инвариантов  $b_{ik}$  позволяет сформулировать принцип ослабления корреляции как строгое релятивистски-инвариантное утверждение, позволяющее получить много важных экспериментально наблюдаемых следствий, которые делают многие постановки задач излишними. Принцип ослабления корреляции налагает строгие ограничения на большинство обсуждаемых в литературе моделей, показывая бесперспективность некоторых из них. Необходимо, однако, отметить, что обсуждать следует только те модели, которые сформулированы в виде соотношений между инвариантными и наблюдаемыми величинами.

Для определенности будем рассматривать как функцию относительных скоростей  $b_{ik}$  плотность вероятности числа частиц:

$$\sum_{n \geq m} \frac{dW_n}{d\tau^n} = \rho_{mCX} = W(\dots b_{ik} \dots), \quad (6)$$

которую можно получить в результате измерений сечений, 3-импульсов частиц и их масс. Из этих величин образуем инварианты:

$$b_{ik} = 2 \left[ \frac{E_i E_k - \mathbf{p}_i \mathbf{p}_k}{m_i m_k} - 1 \right].$$

Аналогично формулировке принципа ослабления корреляций Н.Н.Боголюбова разобьем совокупность величин  $b_{ik}$  на группы  $\{\dots b_{ik}^\alpha \dots\}$  и  $\{\dots b_{je}^\beta \dots\}$ . В это разбиение входят как частицы конечного состояния, так и частицы начального состояния. Рассмотрим асимптотический случай, когда  $b_{\alpha\beta} = -(V_\alpha - V_\beta)^2 \rightarrow \infty$ ,  $V_\alpha$  — средняя точка в группе  $\alpha$ ,  $V_\beta$  — средняя точка в группе  $\beta$ . Иначе говоря,

$$(U_i^\alpha V_\alpha) \approx (U_j^\beta V_\beta) \ll (U_i^\alpha V_\beta) \approx (U_j^\beta V_\alpha) \approx (V_\alpha V_\beta) \rightarrow \infty, \quad (7)$$

то есть, средние интервалы внутри групп частиц малы, а интервал между группами частиц стремится к бесконечности.

Наша исходная гипотеза состоит в том, что корреляция между отдельными по  $b_{ik}$  (или по  $\rho_{ik}$ ) частями системы частиц исчезает. Рассматриваемое пространство относительных скоростей является дополнительным (в квантово-механическом смысле). Малые расстояния  $|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|^2$  соответствуют большим  $b_{ik}$ , и наоборот. Свойство убывания распределений (матричных элементов, сечений) с ростом  $b_{ik}$  отражает асимптотическую свободу, т.е. исчезновение взаимодействия на асимптотически малых расстояниях при  $b_{ik} \rightarrow \infty$ . В этом смысле наша гипотеза противоположна принципу ослабления корреляций Боголюбова.

Совокупность точек в пространстве скоростей образуют кластеры. Под кластерами мы понимаем совокупность точек  $U_k$  в пространстве скоростей, средний интервал между которыми  $b_{\alpha k} = -(V_\alpha - U_k)^2$  много меньше средних интервалов между центрами кластеров  $b_{\alpha\beta} = -(V_\alpha - V_\beta)^2$ . Здесь и в дальнейшем

$$V_\alpha = \frac{\sum U_k^\alpha}{\sqrt{(\sum U_k^\alpha)^2}}, \quad V_\beta = \frac{\sum U_j^\beta}{\sqrt{(\sum U_j^\beta)^2}} \dots \quad (8)$$

Так как, согласно гипотезе, корреляция между динамическими величинами, относящимися к различным кластерам, должна исчезать, то при  $b_{ik} \rightarrow \infty$  асимптотическая форма распределений (квадратов матричных элементов, инклюзивных распределений, сечений) распадается на произведения вида

$$W(b_{\alpha k}, b_{\alpha\beta}, b_{\beta k}, \dots) \rightarrow W^\alpha W^\beta \dots$$

Так же, как и в случае рассмотренного выше описания кристаллического состояния, множители  $W^\alpha, W^\beta, W^\gamma, \dots$  оказываются не вполне независимыми. Величины  $b_{\alpha\beta}, b_{\beta k}, b_{\alpha k}$  являются сторонами треугольника в неевклидовом пространстве. При  $b_{\alpha\beta} \rightarrow \infty$  в системе  $\mathbf{V}_\alpha = 0$  имеем

$$\begin{aligned} b_{\alpha\beta} &= 2(V_\beta^0 - 1) \rightarrow \infty, & b_{\alpha k} &= 2(U_k^0 - 1), \\ b_{\beta k} &\rightarrow 2V_\beta^0(U_k^0 - U_k^L) = b_{\alpha\beta} x_k \rightarrow \infty, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $x_k$  — известная переменная светового конуса:  $x_k = U_k^0 - U_k^L = U_k^0 - \sqrt{(U_k^0)^2 - 1} \cos \theta_k$ . Таким образом, в факторизации распределений при  $b_{\alpha\beta} \rightarrow \infty$  остается зависимость  $W^\alpha$  от направления на бесконечно

удаленную точку. Эта анизотропия распада кластера в собственной системе ( $V_\alpha = 0$ ) носит чисто геометрический характер. При переходе к нерелятивистскому приближению, т.е. от геометрии Лобачевского к геометрии Евклида, зависимость  $W^\alpha$  от угла  $\theta$  пропадает (вырождается в изотропию). Зависимость  $W^\alpha$  от переменной  $x_k$  исчезает, т.к.  $x_k \rightarrow 1$ . Это замечание показывает несостоятельность попыток обнаружить квазистационарные объекты, образующиеся в множественном рождении частиц по признаку изотропии распадов в их системе покоя. В релятивистской динамике такие распады *всегда анизотропны*.

Следствия принципа ослабления корреляций для описания множественных процессов необычайно плодотворны и многочисленны. Объединение принципа ослабления корреляции с принципом автомодельности второго рода [15] позволило предложить метод анализа, с помощью которого были обнаружены простые и универсальные закономерности множественного рождения частиц, установлена их связь с КХД, продемонстрирована наблюдаемость цветных зарядов [16].

Принцип автомодельности второго рода (встречается также под названием «неполная автомодельность») нашел широкое применение в механике сплошных сред, гидродинамике, теории горения и т.п. [6]. С математической точки зрения этот принцип состоит в дополнении принципов теории размерности и инвариантности определенными свойствами асимптотического поведения решений уравнений математической физики, распределений. В рассматриваемом случае при  $b_{\alpha\beta} \rightarrow \infty$  он формулируется так:

$$W(b_{\alpha k}, b_{\alpha\beta}, b_{\beta k}) \rightarrow \frac{1}{b_{\alpha\beta}^n} W^\alpha \left( b_{\alpha\beta} \frac{b_{\beta k}}{b_{\alpha\beta}} \right), \quad \frac{b_{\beta k}}{b_{\alpha\beta}} \rightarrow x_k. \quad (10)$$

Как показано выше,  $x_k$  — переменная светового конуса. Закон справедлив с определенной точностью и в определенных пределах изменения  $b_{\alpha\beta}$ . В механике сплошных сред он носит название *промежуточной асимптотики* [6]. Величина  $W^\alpha = b_{\alpha\beta}^n W$  при фиксированных  $b_{\alpha k}$  и  $x_k$  (параметрах подобия) остается неизменной при изменении всех остальных параметров, включая  $b_{\alpha\beta}$ , подобной самой себе (автомодельной).

Итак, используя теорию подобия, принцип ослабления корреляций для двух кластеров в адронной физике формулируется в виде следующей закономерности:

$$W(b_{\alpha\beta}, b_{\alpha k}, b_{\alpha j}, b_{\beta k}, b_{\beta j}) = \frac{1}{b_{\alpha\beta}^n} W^\alpha \left( b_{\alpha k} \frac{b_{\beta k}}{b_{\alpha\beta}} \right) W^\beta \left( b_{\beta j} \frac{b_{\alpha j}}{b_{\alpha\beta}} \right). \quad (11)$$



Аргументы  $W^\alpha$ ,  $W^\beta$  содержат зависимость от проекций скоростей на ось, соединяющую центры кластеров (формула (9)).

Формула (11) и аналогичные ей, полученные на основе симметричного подхода, определяют структуру законов множественного рождения частиц. Сильно ограничивая модельные представления, они позволяют упорядочить огромный экспериментальный материал по множественным процессам.

Анализ экспериментальных данных по множественным процессам в разных реакциях на разных ускорителях [16] обнаружил универсальный характер функций  $W^\alpha$ ,  $W^\beta$ ..., описывающих распределения частиц по двум инвариантным переменным  $b_k = -(V_\alpha - U_k)^2$  и  $x_k$ :

$$F(b_k) = \int W^\alpha d\Omega_k, \quad d\Omega_k = \sin \Theta_k d\Theta_k d\varphi_k,$$

$$W^\alpha = \frac{1}{N_0} \frac{2}{m_k^2} \frac{d^3N}{\sqrt{b_k + b_k^2/4} db_k d\Omega_k} = \frac{1}{N_0} \frac{2}{m_k^2} \frac{d^3N}{db_k dx_k d\varphi_k}.$$

В основном изучались одномерные распределения:

$$F(b_k) = \frac{1}{N_0} \int \frac{dN}{d\tau_k} d\Omega_k, \quad (12)$$

$$F(x_k) = \frac{1}{N_0} \int \frac{dN}{d\tau_k} \frac{m_k^2}{2} db_k d\varphi_k. \quad (13)$$

Экспоненциально спадающие функции (12) и (13) описывают релятивистски-инвариантные распределения частиц в кластерах.

Прямой проверке наиболее общих закономерностей принципа ослабления корреляции и автомодельности в виде формулы (11) было посвящено много работ. Первые работы, в которых было положено начало изучению кластеров в пространстве относительных скоростей, отражены в обзоре [16]. Рисунок 3 иллюстрирует обнаруженную в этих работах универсальность пионных кластеров. Как видно из рис.3, распределения по  $b_k = -(V_\alpha - U_k)^2$  не зависят ни от энергии столкновения, ни от типа реакции. Этой универсальности можно придать еще более убедительный вид, если вместо  $\frac{1}{N} \frac{dN}{db_k}$  воспользоваться функциями  $F(b_k)$  и  $F(x_k)$  согласно формулам (11) и (12), т.е. учесть неевклидовость пространства скоростей и соответствующие якобианы. Эти зависимости представлены на рис.4 и 5. Поскольку в качестве центров кластеров  $V_\alpha$  может быть любая точка пространства скоростей, а не только  $U_I$  и  $U_{II}$ , как в случае предельной

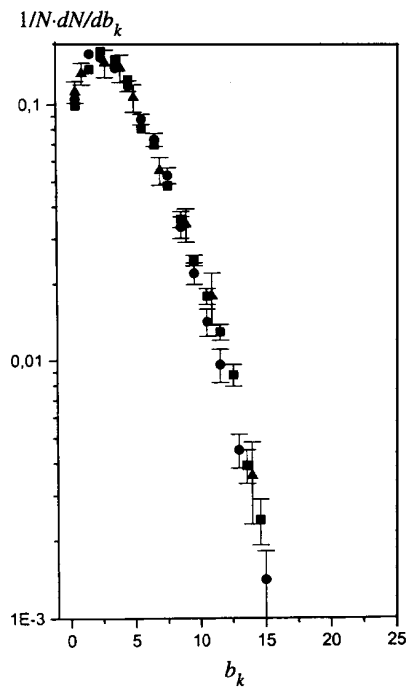


Рис.3. Распределение в пионных кластерах по параметру  $b_k$

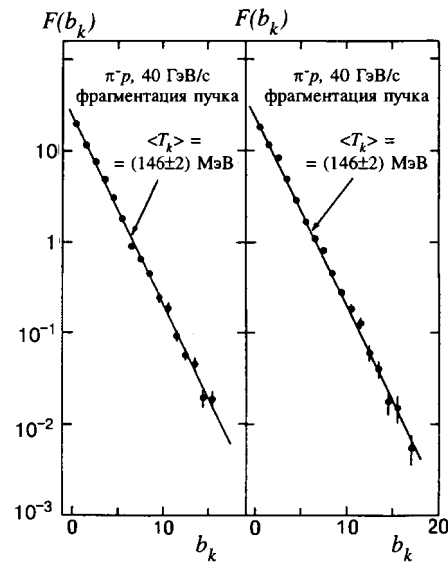


Рис.4. Распределение в пионных кластерах по параметру  $b_k$  с учетом соответствующих якобианов (см. текст и приложение)

фрагментации, то мы говорим о *локальной автомодельности*. Подчеркнем, что расстояние между кластерами  $b_{\alpha\beta}$  должно быть много больше размера кластера  $\langle b_k \rangle = 2 \langle T_k \rangle / m_k$ . Здесь  $\langle T_k \rangle$  — средняя кинетическая энергия пионов в системе покоя кластера ( $V_\alpha = 0$ ). Анализ распределения кластеров по  $b_{\alpha\beta}$  позволил применить понятие *промежуточная асимптотика* к экспериментальным данным по множественному рождению частиц при высоких энергиях (или  $b_{\text{III}} \approx b_{\alpha\beta} \geq 10$ ). Полученные распределения  $\frac{dN}{db_{\alpha\beta}^n}$  для

$\pi^-p$ ,  $\pi^-C$  и  $pp$ -столкновений приведены на рис.6. Таким образом, асимптотические свойства распределений (сечений), выражаемые формулой (11), были подтверждены экспериментально. Величина параметра  $n$  оказалась независимой в пределах ошибок эксперимента от типа взаимодействия и энергии в диапазоне  $40 \div 205$  ГэВ.

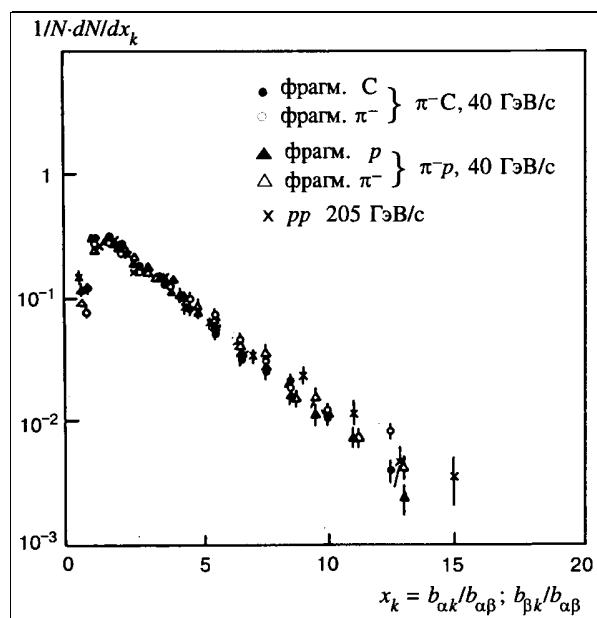


Рис.5. Распределение в пионных кластерах по параметру  $x_k$  с учетом соответствующих якобианов (см. текст и приложение)

Сопоставление данного метода выделения струй как кластеров в пространстве скоростей с существующими ранее неинвариантными методами позволило называть эти кластеры струями. Исходя из этого отождествления оказалось возможным проверить промежуточную асимптотику в виде формулы (11) в коллайдерной области энергий. Распределение по массе двухструйной системы  $M^2 = (p_{\text{jet}}^\alpha + p_{\text{jet}}^\beta)^2$ , измеренное недавно экспериментально [28], показано на рис.7. Здесь  $p_{\text{jet}}^\alpha$  и  $p_{\text{jet}}^\beta$  — 4-импульсы струй  $\alpha$  и  $\beta$ ,  $M$  — масса струи-кластера. Учитывая связь  $M^2 = m^2 b_{\alpha\beta}$ , и, следовательно,  $dN/MdM = \text{const}/M^{2n}$ , из распределения по  $M$  нетрудно получить показатель  $n$ . На том же рис.7 изображена кривая, соответствующая показателю  $n = 3$ .

Таким образом, пионные кластеры в области  $b_{\alpha\beta} > 50$  оказались интенсивно изучаемыми струями. Определение струй как кластеров в пространстве скоростей [17] дало возможность отказаться от таких неинвариантных понятий как «сферисити», «траст». В нашем описании струи являются

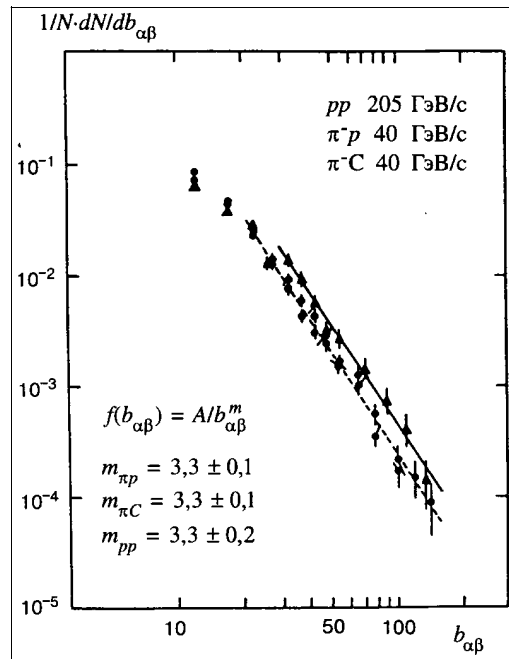


Рис.6. Распределение пионных кластеров по расстояниям между кластерами в пространстве относительных 4-скоростей — параметру  $b_{\alpha\beta}$

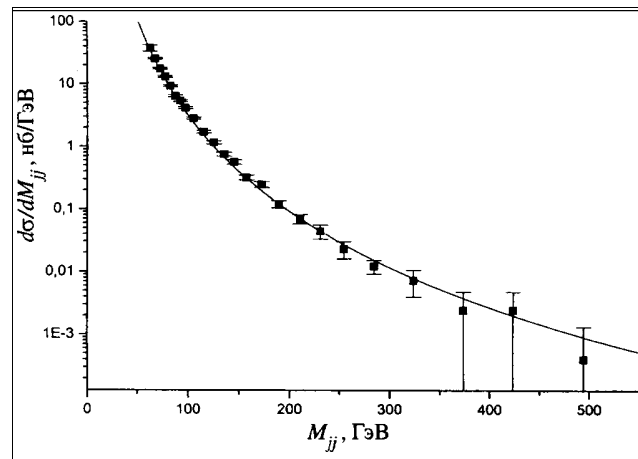


Рис.7. Распределение по массе двухструйной системы при энергии столкновения 1,8 ТэВ. Точки — эксперимент [28], кривая — расчет (см. текст)

четырёхмерными инвариантными объектами, аналогичными адронам. Возможность такого описания струй была проверена на большом экспериментальном материале [16,17].

Трековые снимки множественных процессов релятивистской ядерной физики вызывают «ночные кошмары» у физиков, планирующих эксперименты на ядерных коллайдерах. Однако нет необходимости изучать *все* параметры множественного рождения. Достаточно проверить, что локальные свойства этих распределений не зависят от энергии столкновения ядер и совпадают с изученными ранее на пузырьковых камерах [17]. Универсальность функций  $W^\alpha, W^\beta \dots$  во всем фазовом пространстве позволяет говорить о *локальной автомодельности* распределений частиц в пространстве скоростей. Принципы симметрии решений, выраженные формулой (11), предельно упрощают картину ультрарелятивистских ядерных столкновений: все пространство покрыто универсальными кластерами, расстояния между которыми  $b_{\alpha\beta}$  удовлетворяют промежуточной асимптотике:

$$\frac{dN}{db_{\alpha\beta}} = \frac{A}{b_{\alpha\beta}^n}.$$

Параметр  $n$ , измеренный в широкой области изменения  $20 < b_{\alpha\beta} < 10^5$ , оказался равным 3 с точностью лучшей 10%.

Сформулированная в виде формулы (11) гипотеза о локальной автомодельности сечений множественных процессов получила свое подтверждение и для барионных кластеров. Барионные кластеры (исследовались в основном протонные кластеры) тоже являются универсальными релятивистски-инвариантными объектами, расположенными в малой окрестности точек  $U_I$  и  $U_{II}$ . Это находится в хорошем согласии с известной гипотезой предельной фрагментации Ч.Н.Янга и его коллег [18], которая является частным случаем закона (11) при  $\alpha = I, \beta = II$  и  $n = 0$ .

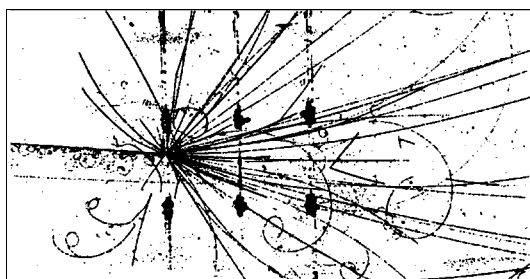


Рис.8. Фотография взаимодействия ядра углерода с танталом, полученная на пропановой пузырьковой камере

Для анализа барионных кластеров использовались экспериментальные данные в области  $7 < b_{\alpha\beta} < 20$ . Данные были получены с помощью пропановой пузырьковой камеры, облученной в пучках протонов и ядер на синхрофазотроне ЛВЭ ОИЯИ. Кроме того, использовались камерные данные на пучке пионов при  $b_{I\Pi} = 570$  на ускорителе ИФВЭ (Протвино). Для исследования взаимодействий протонов и ядер с ядрами Та в пропановой камере устанавливались танталовые пластинки. На рис.8 показано событие при взаимодействии ядра углерода с танталом в пузырьковой камере. Методические особенности этих экспериментов описаны в работах [24—26]. Рисунок 9 иллюстрирует универсальность барионных кластеров, выделенных по вышеописанной методике, и справедливость формулы (11) для таких событий [23].

Многочисленные результаты, относящиеся к барионным кластерам: их параметры, распределения в пространстве скоростей и др., изложены в обзоре [16]. Универсальность барионных кластеров следует рассматривать как проявление автомодельности и обобщение явления, известного под названием «ядерный скейлинг» [27]. Ядерный скейлинг — это инвариантность сечений при изменении энергии столкновения ( $b_{I\Pi}$ ), автомодельность же подразумевает независимость сечений и от переменных  $b_{\alpha\Pi}$ ,  $b_{\beta\Pi}$ ,  $b_{\alpha\beta}$  и других больших  $b_{ik}$ .

Различие размеров барионных кластеров  $\langle b_k \rangle$  по отношению к пионным кластерам составляет порядок величины. Универсальность барионных кластеров справедлива как в области классической ядерной физики, так и в переходной области, где уже проявляются кварк-глюонные степени свободы. Кинетическая энергия относительного движения нуклонов в кластере  $\langle T_k \rangle = \langle b_k \rangle m_0 / 2$  на порядок величины больше энергии ферми-движения.

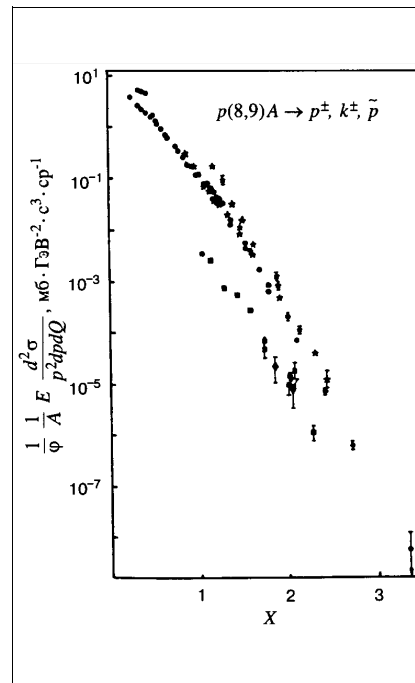


Рис.9. Распределение в барионных кластерах по параметру  $b_k$ : ( $\Delta$ )  $pC$ , 10 ГэВ/с; ( $\square$ )  $pC$ , 4,2 ГэВ/с; ( $\circ$ )  $CC$ , 4,2 ГэВ/с; ( $\bullet$ )  $\pi^-C$ , 40 ГэВ/с; (---)  $dC$ , 4,2 ГэВ/с

В этом смысле о кластерах можно думать как о предельном возбуждении ядерной материи, пытаться определить их время жизни [23], изотопический спин и другие квантовые числа.

#### 4. ИНКЛЮЗИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ

В 1971 году была выдвинута идея [21] о том, что, начиная с некоторой критической энергии, ядро можно рассматривать как сплошную среду, в которой кварки, относящиеся к различным нуклонам, обобщаются. В этой же работе были сделаны оценки вероятностей обобществления кварков группой нуклонов и предсказаны эффекты, лежащие за пределами протон-нейтронной модели ядра. Экспериментальные исследования на дубненском синхрофазотроне, ускорителе ИТЭФ, а также на серпуховском ускорителе автономных свойств спектров вторичных частиц подтвердили указанные закономерности и предсказания. Группой В.С.Ставинского (см. обзор [19]) было обнаружено кумулятивное рождение мезонов — первое проявление кварковых степеней свободы атомных ядер. Особое значение приобрело обнаружение раннего выхода сечений релятивистских ядерных столкновений на асимптотический режим при  $b_{I\Pi} \geq 5$ , что соответствует энергии релятивистских ядер 3,5 А ГэВ. Переходный режим и ранний выход на асимптотику был получен группой Ли Шредера [20] (Беркли, США). Эти результаты имели определяющее значение для окончательного выбора параметров нуклотрона, для разработки программы исследований в области релятивистской ядерной физики и определения пределов применимости протон-нейтронной модели ядра.

Был введен параметр «кумулятивное число»  $X$ , исходя из законов сохранения энергии-импульса, записанных в виде

$$(X_1 P_1 + P_{II} - P_1)^2 = \left( \sum P_i \right)^2 = \left( \sum m_i \right)^2 + \sum_{i>j} m_i m_j b_{ij}. \quad (14)$$

Единственной гипотезой является возможность пренебрежения последним членом в правой части формулы (14). Это означает, что при образовании инклюзивной частицы 1, отдачу воспринимает барионный кластер, для которого  $\langle b_{ij} \rangle \ll 1$ .

Кумулятивный эффект определялся как образование частиц в кинематической области:

$$(U_1 U_1) > (U_1 U_{II}) \gg 1, \quad X_1 \geq \frac{m_1}{m_0} \frac{(U_1 U_1)}{(U_1 U_{II})} \frac{m_1}{m_0} x_1 \geq 1, \quad (15)$$

$x_1$  — определенная выше переменная светового конуса,  $X_1$  — имеет смысл эффективного числа нуклонов ядра I, участвующих в реакции.

Первые эксперименты по обнаружению кумулятивных пионов были выполнены в 1971 году. В реакции  $d + \text{Cu} \rightarrow \pi^- + \dots$  пион, испущенный под  $0^\circ$ , уносил энергию в 1,5 раза большую, чем энергия, которая приходится на один нуклон релятивистского дейтрона.

Как показала большая серия экспериментов, проведенных в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ [19], предельная фрагментация ядер с хорошей точностью реализуется уже при  $b_{I\Pi} \geq 5$ , и сечения факторизуются на два релятивистски-инвариантных множителя  $W^I$  и  $W^\Pi$ . Это означает, что условия наблюдения кумулятивного эффекта (15) для угла  $0^\circ$  в лабораторной системе совпадают с условиями наблюдения в антилабораторной системе для угла  $180^\circ$ . Иначе говоря, для изучения функций  $W^I(b_{I\Pi}, x_1)$  нет необходимости ускорять ядра I до энергий выше  $\simeq 5 A$  ГэВ. В соответствии с принципом ослабления корреляций эти функции практически не зависят от свойств и энергии ядра II. Совокупность экспериментальных данных по кумулятивному рождению для всех ядер от гелия до урана удовлетворяет следующей закономерности [22]:

$$W^I \propto A^{m(X)} \exp \left[ \frac{X_1}{\langle X \rangle} \right]. \quad (16)$$

Кумулятивный эффект был изучен в области  $0,5 < X < 3,5$  и в широком диапазоне  $b_{I\Pi}$ . Это было первым убедительным подтверждением автономности ядерных столкновений и принципа ослабления корреляций в пространстве относительных скоростей.

С помощью одного числового параметра  $\langle X \rangle = 0,65$  удалось описать сложное многопараметрическое явление. Необходимо подчеркнуть, что закон (16) описывает изменение сечений инклюзивного образования адронов на девять порядков величины. На рис.10 представлены экспериментальные данные группы В.С.Ставинского по кумулятивному рождению  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$ -мезонов в виде зависимости сечений от переменной  $X$ .

Первым применением промежуточной асимптотики в пространстве скоростей в нуклонной физике было использование полюсного приближения [29] для описания фрагментационных процессов. Под фрагментационными понимаются такие процессы, когда регистрируется осколок ядра I при столкновении ядер I и II при условиях:  $b_{I\Pi} \geq 1$ ,  $0,3 \geq b_{I1} \geq 0$ ,  $0,3 \geq b_{\Pi 1} \geq 0$ .



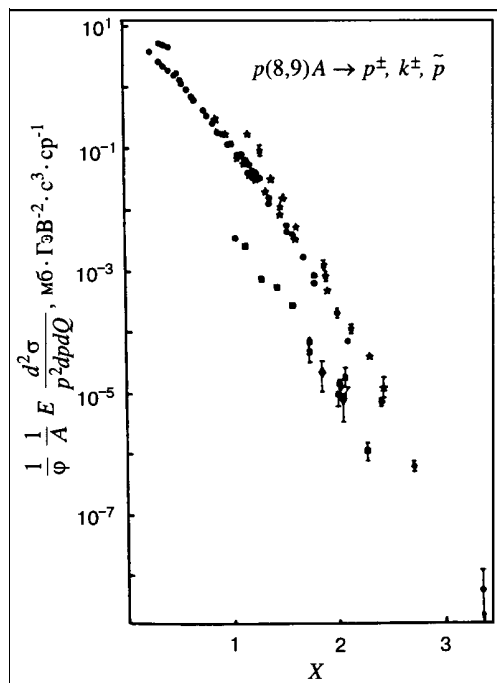


Рис.10. Экспериментальные данные, полученные группой В.С.Ставинского, по кумулятивному рождению пионов, каонов и антипротонов в зависимости от введенного им параметра  $X$

Сечения таких процессов описываются автомодельным решением:

$$\frac{1}{\sqrt{b_{\Pi 1} + \frac{b_{\Pi 1}^2}{4}}} \frac{d\sigma}{db_{\Pi 1}} = \frac{1}{(b_{\Pi 1} + \alpha_{\Pi 1})^2} C, \quad (17)$$

где  $\alpha_{\Pi 1} = \frac{2\varepsilon_{\Pi 1}(m_{\Pi} - m_1)}{m_{\Pi} m_1}$ ,  $m_{\Pi}$ ,  $m_1$  — массы ядер,  $\varepsilon_{\Pi 1}$  — энергия связи фрагмента 1 в ядре  $\Pi$ ,  $C$  — константа. Для всех фрагментационных ядерных процессов величина  $\alpha_{\Pi 1} \approx 10^{-2}$ . Ее малость обусловлена малостью энергии связи, приходящейся на нуклон, по сравнению с массой самого нуклона. Закономерности (17) можно придать явный вид промежуточной асимптотики:

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{b_{\Pi 1} + \frac{b_{\Pi 1}^2}{4}}} \frac{d\sigma}{db_{\Pi 1}} (\Pi)}{\frac{1}{\sqrt{b_{\Pi 1} + \frac{b_{\Pi 1}^2}{4}}} \frac{d\sigma}{db_{\Pi 1}} (\Pi = 0)} = \frac{1}{(\Pi + 1)^2}. \quad (18)$$

Зависимость от  $b_{\Pi 1}$ , атомных номеров  $A_1, A_2$  и от энергии связи  $\epsilon_{\Pi 1}$  свелась к универсальной зависимости от одного параметра  $\Pi = b_{\Pi 1} / \alpha_{\Pi 1}$ .

В интервале  $1 \geq b_{\Pi 1} \geq 0$  отношение (18) меняется на четыре порядка величины и в нефизической области  $\Pi = -1$  обращается в бесконечность.

Обобщение описанных выше закономерностей связано со снятием ограничений на область их применимости. Более всего это касается кумулятивного эффекта. Введение обобщенного параметра подобия [30] вместо  $X$  позволяет рассматривать кумулятивный эффект как частный случай процессов многочастичных взаимодействий, включая глубокоподпороговые, околопороговые и некоторые надпороговые ядерные процессы. Это же обобщение позволяет дать количественное описание образования антиматерии в релятивистских ядерных столкновениях.

Общий вид автомодельного решения для инклюзивных процессов адронобразования записывается через измеримые параметры в виде [30]:

$$E \frac{d^3 \sigma}{d^3 p} = C_1 A_1^{\alpha(X_1)} A_2^{\alpha(X_2)} f(\Pi), \quad (19)$$

здесь  $C_1$  — константа, определяющая размерность инвариантного дифференциального сечения,  $A$  — атомные номера сталкивающихся ядер,  $\alpha$  и  $f$  — функции, определяемые из эксперимента. Обобщенный параметр подобия имеет вид

$$\Pi = \frac{1}{2} (X_1^2 + X_2^2 + 2X_1 X_2 \gamma_{12})^{1/2}, \quad (20)$$

здесь  $\gamma_{ij} = u_i u_j = P_i P_j / M_i M_j$  — лоренц-фактор относительного движения сталкивающихся ядер;  $X_1$  и  $X_2$  имеют физический смысл долей 4-импульсов, необходимых для образования регистрируемой частицы, а также эффективного числа нуклонов, участвующих в реакции. В области релятивистских столкновений относительные скорости сталкивающихся нуклонов много больше относительных скоростей нуклонов внутри ядра, т.е. можно пренебречь различием в относительных скоростях отдельных нуклонов в ядре. Импульс эффективного числа нуклонов в ядре 1, принимающих участие в реакции, имеет вид  $X_1 m_0 u_1$ , где  $u_1$  — скорость ядра 1 как целого,  $m_0$  — масса одного нуклона. Величины  $X_1$  и  $X_2$  становятся измеримыми, если принять гипотезу о минимальности массы  $m_0^2 (u_1 X_1 + u_2 X_2)^2$  и учесть закон сохранения 4-импульса, записанный в виде:  $m_0 (u_1 X_1 + u_2 X_2) \sum P_i$ . Таким образом, процедура определения  $X_1$  и  $X_2$ , а следовательно, и  $\Pi$  состоит в определении минимума  $\Pi$  на основе законов сохранения энергии-импульса, записанного в виде

$$(X_1 m_0 u_1 + X_2 m_0 u_2 - M_3 u_3)^2 = (X_1 m_0 u'_1 + X_2 m_0 u'_2 + \sum_{k=4} M_k u_k)^2. \quad (21)$$

Единственная гипотеза — возможность пренебречь относительным движением всех остальных *не регистрируемых частиц*, а именно членом  $2 \sum_{k>1} (\gamma_{kl} - 1) M_k M_l$  в правой части уравнения (21). Данная гипотеза

хорошо согласуется с принципом ослабления корреляций и экспериментально подтвержденными свойствами распределения вторичных частиц, описанных в разд.3.

Связь между  $X_1$  и  $X_2$  удобно записать в релятивистски-инвариантном и безразмерном виде:

$$X_1 X_2 (\gamma_{12} - 1) - X_1 \left( \frac{M_3}{m_0} \gamma_{13} + \frac{M_4}{m_0} \right) - \left( \frac{M_3}{m_0} \gamma_{23} + \frac{M_4}{m_0} \right) = \frac{M_4^2 - M_3^2}{2m_0^2}. \quad (22)$$

Анализ экспериментальных данных показал [31], что функция  $\alpha$  хорошо параметризуется в виде:  $\alpha = 1/3 + X/3$ , где  $X = X_1$  и  $X_2$  соответственно.

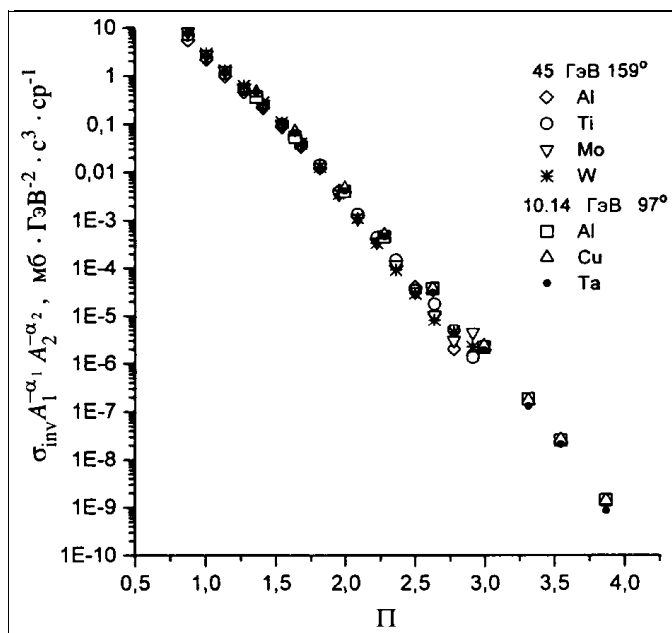


Рис.11. Экспериментальные данные по кумулятивному образованию пионов, полученные на ускорителях ИТЭФ [32] и ИФВЭ [37], в зависимости от параметра подобия  $\Pi$ . Экспериментальные данные нормированы на вычисленные  $A$ -зависимости (см. текст)

Следует отметить, что в правую часть уравнения (22) входят массы частиц, обеспечивающие сохранение барионного числа, странности и других «внутренних» квантовых чисел. В случае инклюзивного образования антиматерии правая часть (22) равна нулю. Под термином «антиматерия» понимаются частицы и ядра, состоящие преимущественно из антикварков.

На рис.11 показана зависимость сечений кумулятивного образования пионов от параметра подобия  $\Pi$ . Экспериментальные данные [32,37] нормированы на вычисленные в соответствии с вышеуказанной процедурой  $A$ -зависимости. Таким образом, зависимость от энергии столкновения, импульса и угла вылета регистрируемой частицы сводится к зависимости от одной переменной — параметра подобия  $\Pi$ . На рис.12, 13 показаны зависимости образования частиц антиматерии в глубокоподпороговых и околопороговых реакциях [32,33,35,39—41] в зависимости от параметра  $\Pi$ . Анализ экспериментальных данных, полученных на разных ускорителях, в

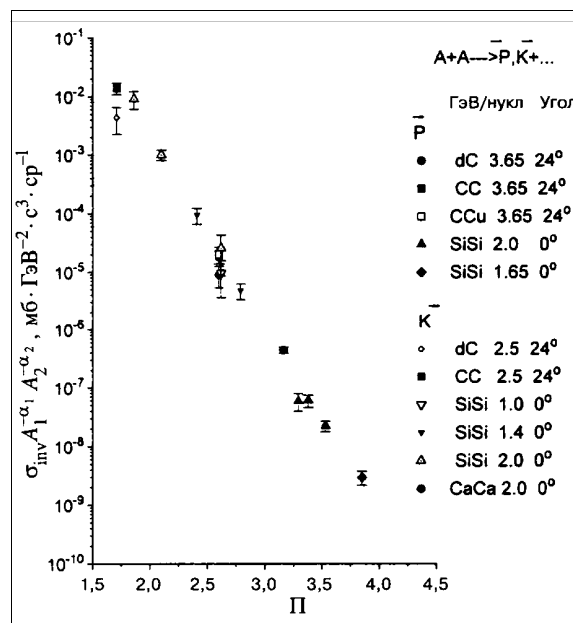


Рис.12. Экспериментальные зависимости по глубокоподпороговому рождению каонов и антипротонов, полученные на пучках синхрофазотрона (ОИЯИ) [35,36] и Бевалак (США) [33,34], в зависимости от параметра подобия  $\Pi$ . Экспериментальные данные нормированы на вычисленные  $A$ -зависимости (см. текст)

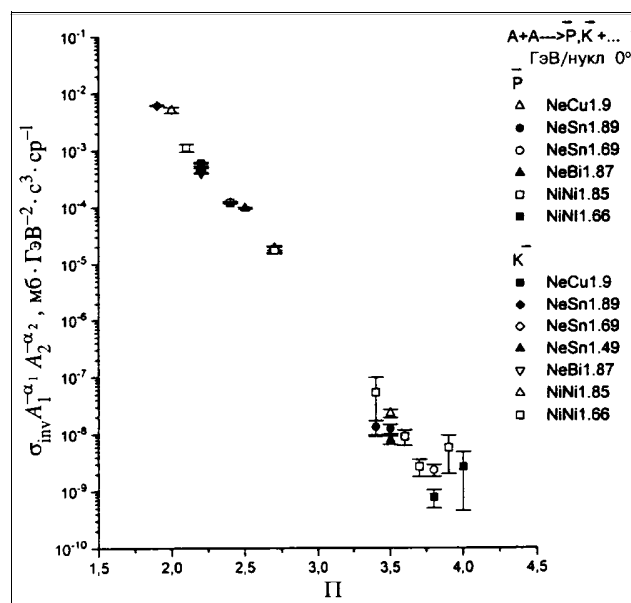


Рис.13. Экспериментальные зависимости по глубокоподпороговому рождению каонов и антипротонов, полученные при взаимодействии тяжелых ядер [40,41] (GSI, Германия), в зависимости от параметра подобия  $\Pi$ . Экспериментальные данные нормированы на универсальные вычисленные  $A$ -зависимости

различных кинематических постановках экспериментов позволяет записать явный количественный вид автомодельного решения:

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} = C_1 A_1^{1/3 + X_1/3} A_2^{1/3 + X_2/3} \exp(-\Pi/C_2) \quad (23)$$

и определить универсальные константы  $C_1$  и  $C_2$ :  $C_1 = 0,125 + (-0,002)$  и  $C_2 = 19000$  [ $\mu\text{b} \cdot \text{GeV}^{-2} \cdot \text{c}^3 \cdot \text{sr}^{-1}$ ].

В работах по исследованию кумулятивного эффекта [19] отмечалась несимметричная  $A$ -зависимость от налетающего ядра и ядра-мишени. Экспериментально была показана слабая (периферическая) зависимость от налетающего ядра и резко усиленная от ядра-мишени в случае исследования области фрагментации мишени. Для примера на рис.14 показаны зависимости параметра, определенного формулой (20), как функции  $X_1$  и  $X_2$  в

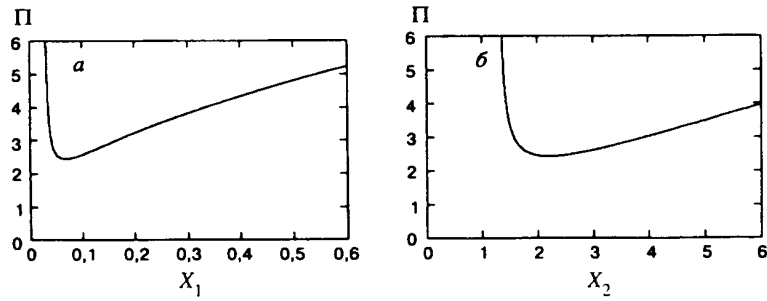


Рис.14. Зависимость параметра подобия Π от  $X_1$  (a) и  $X_2$  (б) в случае кумулятивной кинематики

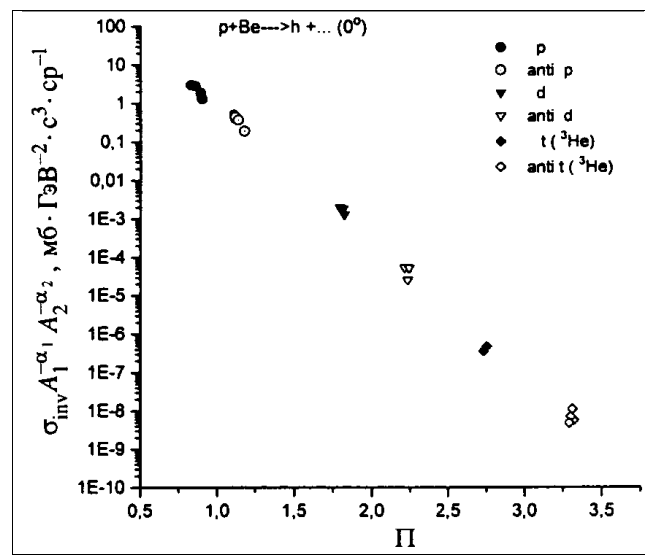


Рис.15. Экспериментальные данные по образованию антиматерии и ядерных фрагментов при энергии 200 и 240 ГэВ, полученные на ускорителе SPS (CERN) [38] в зависимости от параметра подобия Π

случае кумулятивного ( $180^\circ$  в лабораторной системе) рождения  $K^-$  с импульсом 1 ГэВ/с при энергии налетающих протонов 60 ГэВ. Из рис.14 видно, что минимум параметра подобия Π реализуется, когда  $X_1 \ll X_2$ . В случае подпороговых реакций, представленных на рис.12, 13,  $X_1 \approx X_2$ , при этом оба X больше единицы, что и обеспечивает резко усиленные

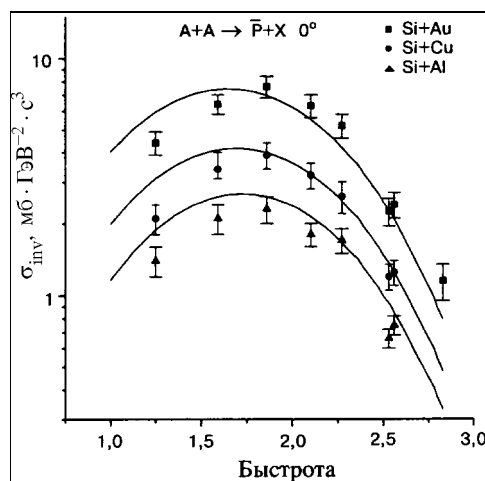


Рис.16. Релятивистски-инвариантное описание данных по формуле (23) околопорогового рождения антипротонов [38] (Брукхейвен, США) при взаимодействии тяжелых ядер с кинетической энергией 13,7 ГэВ/нуклон

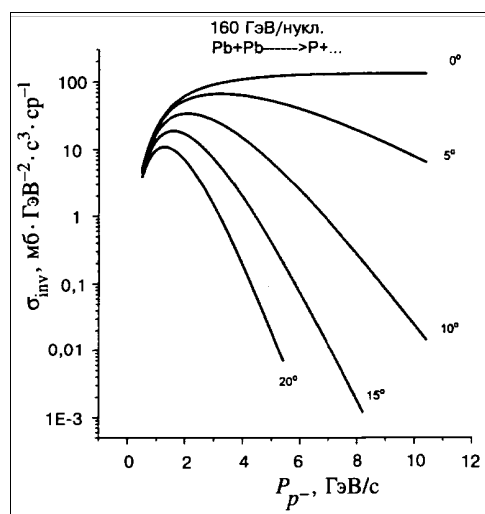


Рис.17. Предсказание зависимостей инвариантных инклюзивных сечений образования антипротонов от импульса и угла их образования при энергиях SPS (CERN)

A-зависимости как от налетающего ядра, так и от ядра-мишени. Первые эксперименты, в которых было обнаружено, что сечение образования антипротонов в ядро-ядерных взаимодействиях на порядки величин больше, чем в протон-ядерных (в условиях одинаковой кинематики), были выполнены на пучках дубненского синхрофазотрона [35].

Параметр  $\Pi$  зависит также от лоренц-фактора относительного движения сталкивающихся ядер. Следовательно, наблюдение усиленных ядерных эффектов при высоких энергиях маловероятно, т.е. соответствует малым сечениям согласно формуле (23).

На рис.15 показаны экспериментальные данные [38] по образованию  $p, d, t, p^-, d^-, t^-$  в протон-ядерных реакциях при энергиях 200 и 240 ГэВ в зависимости от параметра подобия  $\Pi$ . Различие в вычислениях  $\Pi$  для ядер и антиядер заключается в знаке  $M_4$  (формула (22)). В случае образования антиядер знак у  $M_4$  положительный, поскольку для рождения ядра необходимо по крайней мере рождение такого же антиядра. Ядерный фрагмент может образоваться в результате перераспределения импульсов (необходимое количество нуклонов имеется в начальном состоянии), поэтому в формулу (22)  $M_4$  входит с отрицательным зна-

ком. Интересно отметить экспериментально наблюдаемую и количественно описываемую формулой (23) особенность — сечение образования антидейтрона (антипротона) на несколько порядков величины больше сечения образования обычного ядра трития (дейтерия).

На рис.16 представлены экспериментальные данные по рождению антипротонов при взаимодействии релятивистских ядер с кинетической энергией 13,7 ГэВ/нуклон [39] и расчет по формуле (23). В этой же работе [39] было измерено сечение образования антидейтронов в реакции Si + Au, которое согласуется с расчетом по формуле (23).

Принимая во внимание экспериментальные исследования, выполненные недавно в CERN с пучками релятивистских ядер свинца при энергиях 160 ГэВ/нуклон, можно сделать предсказания об угловых и энергетических зависимостях сечений образования антипротонов и антидейтронов (рис.17, 18).

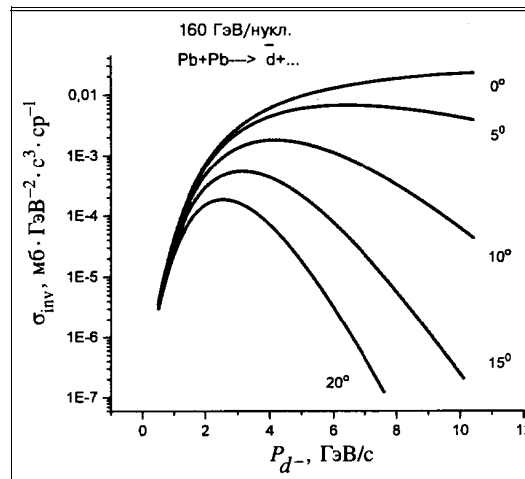


Рис.18. Предсказание зависимостей инвариантных инклюзивных сечений образования антидейтронов от импульса и угла их образования при энергиях SPS (CERN)

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

*«Главной целью исследований внешнего мира является обнаружение гармонии и рационального порядка, который Всевышний ниспослал миру и открыл нам на языке математики».*

*Кеплер.*

Обнаружение законов релятивистской ядерной физики является частью общей цели поиска законов, описывающих релятивистские многочастичные системы, включая макроскопические. Эти проблемы изучались крупнейшими физиками XX века. Первые работы были посвящены уравнениям переноса, что позволило сформулировать термодинамические свойства реляти-



вистских многочастичных разреженных систем. Разработка квантово-механического описания релятивистских многочастичных систем — квантовой теории поля и, особенно, стандартной модели создала впечатление о завершенности фундаментальной науки в этой области. Огромный успех квантовой теории поля в описании явлений микромира обусловлен осознанием фундаментальной роли принципа калибровочной инвариантности при полном определении гамильтонианов взаимодействующих полей.

В настоящей статье мы подчеркиваем, что в основе дедуктивного получения законов природы лежат *не только симметрии гамильтонианов*. «Гармония и рациональный порядок» мира в значительной степени обусловлены симметрией решений, т.е. симметрией самих законов природы. Многие из них не являются следствиями гамильтоновского метода, а обнаруживаются в результате экспериментальной проверки дополнительных свойств симметрии, не вытекающих из симметрии гамильтонианов.

В разд.2 продемонстрированы некоторые законы механики сплошных сред, которые получены без использования гамильтоновского метода, и применены методы симметрии решений для обнаружения законов релятивистской физики.

Методы симметрии решений состоят в следующем.

1. Выделяются параметры, описывающие проблему, — пространство определяющих параметров.

2. Усматривается, угадывается симметрия этого пространства и определяются соответствующие инварианты.

3. Законы природы рассматриваются как соотношения между инвариантами. Математический язык симметрии — теория групп — при этом необычайно эффективен.

4. Используются дополнительные принципы: принцип ослабления корреляции (разд.3), промежуточная асимптотика, гипотеза об аналитичности физических законов, локальная автомодельность (разд.4).

В случае релятивистской ядерной физики определяющими параметрами являются сечения, производные от них величины и инвариантные безразмерные интервалы (расстояния) в пространстве относительных 4-скоростей:

$$b_{ik} = - (U_i - U_k)^2 = 2[(U_i U_k) - 1] = 2 \left[ \frac{E_i E_k - \mathbf{p}_i \mathbf{p}_k}{m_i m_k} - 1 \right] = 2[\text{ch } \rho_{ik} - 1].$$

Частицы  $i$  и  $k$ , входящие в ансамбль, рассматриваются как элементарные в соответствии с критерием (1). Число параметров  $b_{ik} = N(N - 1)/2$ . Такое большое число измеримых параметров требует дальнейших поисков «гармонии» и простоты. Наиболее полное описание конечных состояний ядерных столкновений связано с триангуляцией и построением многогранников (полиэдров) в пространстве скоростей (см. [15]). Однако данный подход к

поиску новых закономерностей у релятивистских многочастичных систем пока не нашел своего применения при обработке полученных экспериментальных данных.

Крупным шагом в обнаружении закономерностей релятивистской ядерной физики стала формулировка принципа ослабления корреляций в пространстве скоростей (разд.3). Наиболее существенным было обнаружение асимптотического характера закономерностей при  $b_{ik} \rightarrow \infty$ . Это позволило ввести понятие кластеров, показать, что при больших  $b_{ik}$  кластеры переходят в струи. Универсальность свойств кластеров позволила, в свою очередь, ввести понятие локальной автомодельности, а изучение расстояний (интервалов) между кластерами  $b_{\alpha\beta}$  дало возможность связать обнаруженные закономерности с квантовой хромодинамикой (измеримость цветного заряда, экспериментальное доказательство  $SU_c(3)$ , отдельное изучение кварковых и глюонных струй и др.).

Очень плодотворным оказалось использование заимствованного из механики сплошных сред понятия промежуточной асимптотики (разд.3). Особенно это касается упорядочения информации о барионных кластерах, которые сосредоточены в областях пространства скоростей, где расположены скорости сталкивающихся ядер. Выяснено, что барионные кластеры (струи) представляют собой максимально достижимые в ядерных столкновениях возбуждения ядерной материи. Размеры кластеров  $\langle b_k \rangle$  и их распределения в пространстве скоростей по  $b_{\alpha\beta}$  асимптотически не зависят от энергии столкновения. Из обнаруженного асимптотического характера зависимости сечений от инвариантов  $b_{ik}$  можно извлечь много предсказаний для планируемых экспериментов по ядерным столкновениям вплоть до коллайдерных энергий.

Анализ экспериментальных данных показал, что кластеры располагаются в малой окрестности сталкивающихся ядер  $b_{I\alpha} < 5$ ,  $b_{II\alpha} < 5$ . Таким образом, для экспериментального изучения сильновозбужденной ядерной материи достаточно проведения исследований с пучками ядер при кинетической энергии  $\approx 5$  А ГэВ. При более высоких энергиях, включая коллайдерные, реализуется асимптотический режим — картина сильновозбужденной ядерной материи не зависит от энергии столкновения.

Несмотря на то, что перечисленные выводы основаны на таких общих принципах, как принцип ослабления корреляций и автомодельность второго рода, экспериментальная проверка их важна. Сопоставление картин ядро-ядерных столкновений при  $b_{I\Pi} \approx 10$  и при  $b_{I\Pi} \approx 10^4 \div 10^6$  должно выявить логарифмические отклонения от простых асимптотических закономерностей.

Анализ экспериментальных данных при существующих на сегодняшний день энергиях сталкивающихся частиц показал, что зависимость сечений от среднего интервала между центрами кластеров-струй имеет степенную зависимость:  $\frac{dN}{db_{\alpha\beta}} = \frac{A}{b_{\alpha\beta}^n}$ , константа  $n = 3$  с 10% точностью.

Весьма продуктивным оказалось введение переменных, характеризующих эффективное число нуклонов  $X_I$  и  $X_{II}$ , принимающих участие в реакции столкновения ядер. Нуклоны в покоящемся ядре движутся с относительными скоростями  $b_{ik} \leq 10^{-2}$ , т.е. согласно критерию (1) сохраняют свою индивидуальность, что и объясняет успех протон-нейтронной модели ядра.

В области релятивистских столкновений  $b_{I\ II} \gg b_{ik}$ , т.е. можно пренебречь различием в относительных скоростях отдельных нуклонов в ядре. Импульс эффективного числа нуклонов в ядре I, принимающих участие в реакции, имеет вид  $X_I m_0 u_I$ , где  $u_I$  — скорость ядра I как целого,  $m_0$  — масса одного нуклона. Величины  $X_I$  и  $X_{II}$  становятся измеримыми, если принять гипотезу о минимальности массы  $m_0^2(u_I X_I + u_{II} X_{II})^2$  и учесть закон сохранения 4-импульса:  $m_0(u_I X_I + u_{II} X_{II}) = \sum P_i$ .

Эффективное число нуклонов было использовано на раннем этапе предсказания и обнаружения кумулятивного эффекта. В дальнейшем введение единого инвариантного параметра подобия  $\Pi = \frac{1}{2}(X_1^2 + X_2^2 + 2X_1 X_2 \gamma_{12})^{1/2}$  и использование вычисляемых  $X_1$  и  $X_2$  для единой параметризации  $A$ -зависимостей позволило количественно описать, кроме кумулятивного эффекта, глубокоподпороговые, околопороговые явления и образование антиматерии в ядро-ядерных столкновениях (разд.4).

Автомодельное решение

$$E \frac{d^3 \sigma}{d^3 p} = C_1 A_1^{\alpha(X_1)} A_2^{\alpha(X_2)} f(\Pi)$$

описывает разнообразные ядерные реакции при изменении сечения на восемь порядков величины. Однако определение границ его справедливости нуждается в исследовании. Зависимости от атомных номеров сталкивающихся ядер, от множественностей вторичных частиц и от ароматов регистрируемых частиц также требуют изучения, в особенности для реакций с поперечными импульсами больше 2,5 ГэВ/с.

Как видно из изложенного, подход к релятивистской ядерной физике, основанный на геометрии пространства скоростей и гипотезах об асимптотическом характере закономерностей в этом пространстве, позволяет упо-

рядочить огромный экспериментальный материал и сделать количественные предсказания.

Методы симметрии решений впервые были применены Кеплером при построении его знаменитых законов движения планет. Это хорошо известно. Однако менее известен его трактат «О шестиугольных снежинках», где впервые сформулирована идея о связи свойств кристаллов с геометрией. Эта великая идея лежит также в основе подхода Е.С.Федорова, положившего начало классификации кристаллов и минералов задолго до создания рентгеноструктурного анализа. Установленные еще при жизни Е.С.Федорова при помощи этого экспериментального метода атомные структуры строго подчиняются федоровским группам симметрии.

Лобачевский, открыв неевклидову геометрию, поставил проблему описания на ее основе картины мира. Гипотеза о том, что на больших расстояниях соотношения между сторонами и углами треугольников могут удовлетворять новой геометрии, не подтвердилась в результате анализа Лобачевским астрономических данных. Однако для описания сложных систем в пространстве релятивистских скоростей геометрия Лобачевского оказалась успешно применимой.

Применение геометрии и методов симметрии решений содержит большой потенциал открытий новых законов природы как в классической, так и в квантовой физике, которые в этом смысле являются столь же фундаментальными науками, как квантовая теория поля и физика элементарных частиц.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Этот раздел содержит сводку и краткое описание соотношений между инвариантами и измеримыми параметрами релятивистской ядерной физики. Соотношения могут быть использованы при обработке данных и планировании экспериментов.

В столкновениях релятивистских ядер участвуют как нуклонные, так и кварк-глюонные степени свободы. Число параметров задачи чрезвычайно велико, поэтому выделение параметров подобия (инвариантов) особенно актуально. Определяющими параметрами задачи для процессов

$$I + II \rightarrow n_1 C_1 + n_2 C_2 + \dots + n_j C_j \quad (\text{П.1})$$

являются  $p_i, m_i$  — 4-импульсы и массы частиц, участвующих в реакции ( $i = I, II, 1, 2, \dots$ ). Канал реакции задается набором чисел  $n = \{n_1, n_2, \dots, n_j\}$ , где  $n_i$  — число тождественных частиц сорта  $C_i$ .

Основными определяющими параметрами задачи являются сечения и производные от них величины.

Сечение осуществления канала  $n$  имеет, как известно, вид

$$d\sigma = \frac{4\pi^2}{\sqrt{(p_1 p_{II})^2 - m_1^2 m_{II}^2}} \delta(p_f - p_1 - p_{II}) |T^n|^2 d\tau^n,$$

$$d\tau^n = \prod_{i=1}^n \frac{d\mathbf{p}}{E_i} p_f = \sum_{l=1}^{n_j} p_l c_j, \quad (\text{П.2})$$

где  $T^n$  — амплитуда ( $S$ -матрица).

Полное сечение неупругих процессов

$$\sigma_{in} = \sum_n \int \frac{d\sigma}{d\tau^n} d\tau^n. \quad (\text{П.3})$$

Вероятность осуществления канала  $n$  по отношению ко всем открытым каналам:

$$W_n = \frac{1}{\sigma_{in}} \int \frac{d\sigma}{d\tau^n} d\tau^n, \quad \sum W_n = 1. \quad (\text{П.4})$$

Соответствующая плотность вероятности равна

$$\frac{dW_n}{d\tau^n} = \frac{1}{\sigma_{in}} \frac{d\sigma}{d\tau^n}. \quad (\text{П.5})$$

Плотность вероятности по отношению к каналу  $n$ :

$$\frac{1}{W^n} \frac{dW_n}{d\tau^n}. \quad (\text{П.6})$$

Величины (П.3), (П.4), (П.5) позволяют определить среднее значение определяющих параметров, от которых зависит сечение (импульсы, число частиц, квантовые числа, характеризующие  $C_i$  — сорт частиц). Например, среднее число частиц вида  $C_i$ :

$$\langle n_i \rangle = \sum_n n_i W_n. \quad (\text{П.7})$$

Исходя из  $\frac{d\sigma^n}{d\tau^n}$ , можно определить дифференциальные сечения по меньшему числу переменных:

$$\frac{d\sigma^n}{d\tau^m} = \int d\tau^{n-m} \frac{d\sigma^n}{d\tau^n}, \quad (\text{П.8})$$

где  $m = (m_1, \dots, m_j)$  и  $0 < m_j \leq n$ .

А.А.Логуновым и сотрудниками (см. обзор [14] и цитируемую там литературу) было введено понятие инклюзивных процессов. Если следить за некоторым фиксированным набором частиц  $mC = m_1 C_1 + \dots + m_j C_j$  в конечном состоянии реакции

$$I + II \rightarrow mC + X, \quad (\text{П.9})$$

то дифференциальное сечение имеет вид

$$\frac{d\sigma_{mCX}}{d\tau^m} = \sum_{n \geq m} \frac{d\sigma^n}{d\tau^n}. \quad (\text{П.10})$$

Интегрируя, получим полное сечение инклюзивного процесса:

$$\sigma_{mCX} = \sum \sigma^n.$$

Частный случай  $m = (0, 0, \dots, 0)$  соответствует полному сечению

$$\sigma^{\text{tot}} = \sum_n \sigma^n.$$

Величина  $\sum_{n \geq m} \frac{dW^m}{d\tau^n} = \rho_{mCX}$  является плотностью вероятности распределения импульсов частиц системы  $mC$ , детектируемой в инклюзивном процессе (П.9):

$$\int d\tau^m \rho_{mCX} = 1.$$

Среднее значение компоненты импульса детектируемой частицы вида  $C$ :

$$\langle p_C^y \rangle = \int d\tau_C p_C^y \rho_{mCX}. \quad (\text{П.11})$$

Можно определить среднюю плотность частиц вида  $C$  в импульсном пространстве  $\frac{dn_C}{d\tau_C}$  (см. [14]):

$$\int \frac{dn_C}{d\tau_C} d\tau_C = n_C.$$

Общий случай

$$\frac{d \left[ \frac{n!}{(n-m)!} \right]}{d\tau^m} = \frac{n!}{(n-m)!} \int d\tau^{n-m} \frac{1}{W_n} \frac{dW_n}{d\tau^n},$$

$$\int d\tau^m \frac{d \left[ \frac{n!}{(n-m)!} \right]}{d\tau^m} = \frac{n!}{(n-m)!} \quad (\text{П.12})$$

определяется как инклюзивный спектр для процесса (П.9):

$$f_{mCX} = \sum_n \frac{n!}{(n-m)!} \frac{d\sigma^n}{d\tau^m} \quad (\text{П.13})$$

с нормировкой

$$\int d\tau^m f_{mCX} = \left\langle \frac{n!}{(n-m)!} \right\rangle \sigma_{mCX}$$

Описанные выше измеримые инвариантные величины  $W_n$ ,  $\rho$ ,  $f_{mCX}$  и производные от них зависят от трехмерных импульсов  $\mathbf{p}_i$  и энергий  $E_i$ , которые связаны известным соотношением

$$E_i^2 - \mathbf{p}_i^2 = m_i^2, \quad (\text{П.14})$$

или, вводя 4-скорости, получаем

$$(U_i^0)^2 - (\mathbf{U}_i)^2 = 1. \quad (\text{П.15})$$

Компоненты  $U_i^0 = E_i/m_i$ ;  $\mathbf{U}_i = \mathbf{p}_i/m_i$  рассматриваются как декартовы координаты в четырехмерном пространстве (конечные точки 4-векторов).

За начальную точку может быть принята *любая точка пространства скоростей*. В литературе за начальную точку обычно принимается  $U_I$  или  $U_{II}$  и, соответственно, используются такие координаты:

$$d\tau_i = \frac{d\mathbf{p}_i}{E_i} = \frac{d\mathbf{p}_{iT} dp_{iL}}{E_i} = \frac{d\varphi_i p_{iT} dp_{iT} dp_{iL}}{E_c} = p_{iT} dp_{iT} d\varphi_i dy_i, \quad (\text{П.16})$$

$p_L$  — проекция импульса на ось реакции;  $\mathbf{p}_T$  — проекция импульса на плоскость, перпендикулярную оси реакции;  $y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_L}{E - p_L}$  — продольная быстрота, часто выводится также «поперечная масса»:

$$\begin{aligned} m_T &= \sqrt{m^2 + p_T^2}, & dm_T^2 &= dp_T^2, & e^y &= \frac{E + p_L}{m_T}; \\ e^{-y} &= \frac{E - p_L}{m_T}; & E &= m_T \operatorname{ch} y; & p_L &= m_T \operatorname{sh} y. \end{aligned} \quad (\text{П.17})$$

Дубненские физики уже более 20 лет используют инвариантные безразмерные положительные переменные:

$$b_{ik} = -(U_i - U_k)^2 = 2[(U_i U_k) - 1] = 2 \left[ \frac{E_i E_k - \mathbf{p}_i \mathbf{p}_k}{m_i m_k} - 1 \right]. \quad (\text{П.18})$$

Эти инварианты являются основой для рассмотрения симметрии конечных состояний релятивистской ядерной физики.

Условие (П.15) позволяет вместо 4-мерного пространства Минковского ввести 3-мерное, выразив четвертую координату через три других:  $U_0 =$

$$= \pm \sqrt{1 + U_x^2 + U_y^2 + U_z^2}. \text{ Это}$$

уравнение двухполостного гиперboloида. Используется верхняя часть гиперboloида, сечение которой при  $U_y = U_z = 0$  изображено на рис.19. При больших скоростях относительного движения гиперboloид совпадает с конусом  $U_0 = \pm \sqrt{U_x^2 + U_y^2 + U_z^2}$ , который называется световым конусом (рис.19). Видно, что асимптотические режимы наступают при  $P/m \geq 5$ .

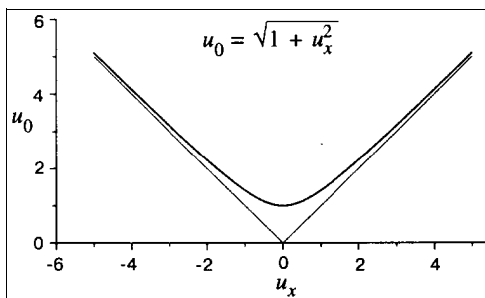


Рис.19

$$U_0 = \text{ch } \rho; \quad |\mathbf{U}| = \text{sh } \rho; \quad \rho = \frac{1}{2} \ln \frac{E + |\mathbf{p}|}{E - |\mathbf{p}|}.$$

Геометрия на поверхности гиперboloида — геометрия трехмерного пространства Лобачевского — аналогична геометрии на поверхности сферы. Интервал между точками на поверхности сферы задан косинусом угла большого круга, интервал на поверхности гиперboloида — гиперболическим косинусом быстроты  $\rho$ . Применениям геометрии Лобачевского в физике, механике и теории гравитации посвящены многолетние исследования Н.А.Черникова (см. например, [42]). Эти исследования оказали существенное влияние на научные программы ОИЯИ.

Связь этого интервала с (П.18) имеет вид

$$b_{ik} = 2[(U_i U_k) - 1] = 2[\text{ch } \rho_{ik} - 1].$$

В любой системе координат связь этих инвариантов равна

$$(U_i U_k) = \text{ch } \rho_{ik} = U_i^0 U_k^0 - \mathbf{U}_i \mathbf{U}_k = \text{ch } \rho_i \text{ch } \rho_k - \text{sh } \rho_i \text{sh } \rho_k \cos \theta_{ik}. \quad (\text{П.19})$$

Связь с переменными (П.17) нетрудно получить:  $\text{ch } \rho_{Ik} = \frac{m_T}{m} \text{ch } (y_I - y_k)$ ,  $\text{ch } \rho_{IIk} = \frac{m_T}{m} \text{ch } (y_{II} - y_k)$ , например, в системе покоя  $\mathbf{U}_I = 0$ :



$$\operatorname{ch} \rho_{ik} = \operatorname{ch} y_k \frac{m_k^T}{m_k}.$$

Вводя переменную  $\frac{m_k^T}{m} = \operatorname{ch} \xi$ , получаем теорему Пифагора в пространстве Лобачевского, которая в области  $\rho \ll 1$  переходит в  $\rho^2 = y^2 + \xi^2$  — теорему Пифагора в пространстве Евклида. Метрика этого пространства — трехмерного пространства Лобачевского — в сферических координатах имеет вид

$$g^{11} = 1, \quad g^{22} = \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \rho}; \quad g^{33} = \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \rho \sin^2 \Theta},$$

$$g_{11} = 1, \quad g_{22} = \operatorname{sh}^2 \rho; \quad g_{33} = \operatorname{sh}^2 \rho \sin^2 \Theta,$$

$$D\sqrt{\|g_{ik}\|} = \operatorname{sh}^2 \rho \sin \Theta, \quad (\text{П.20})$$

или  $g_{ik} = 0$  при  $i \neq k$ ,

$$db = -(dU^0)^2 + (d\mathbf{U})^2 = d\rho^2 + \operatorname{sh}^2 \rho (\sin \Theta d\varphi^2 + d\Theta^2). \quad (\text{П.21})$$

Здесь  $\Theta$  и  $\varphi$  — полярные углы.

Инвариантные элементы фазового объема имеют вид

$$d\tau = \frac{d\mathbf{p}}{E} = m^2 \frac{d\mathbf{U}}{U^0} = m^2 D d\rho d\Theta d\varphi = \frac{m^2}{2} \sqrt{b + \frac{b^2}{4}} db \sin \Theta d\Theta d\varphi. \quad (\text{П.22})$$

В нерелятивистском пределе  $\rho \ll 1$  формулы геометрии Лобачевского переходят в известные формулы геометрии Евклида:

$$D = \operatorname{sh}^2 \rho \sin \Theta \rightarrow \rho^2 \sin \Theta.$$

Совокупности точек в пространстве скоростей образуют кластеры. Центры кластеров определяются так:

$$V_\alpha = \frac{\sum U_k^\alpha}{\sqrt{(\sum U_k^\alpha)^2}}, \quad V_\beta = \frac{\sum U_j^\beta}{\sqrt{(\sum U_j^\beta)^2}} \dots \quad (\text{П.23})$$

Кластеры можно выделить, если средний интервал между центрами кластеров  $b_{\alpha\beta} = -(V_\alpha - U_\beta)^2$  много больше интервалов между частицами внутри

кластеров  $b_k = -(V_\alpha - U_k)^2$ ,  $b_j = -(V_\beta - U_j)^2$ . Согласно принципу ослабления корреляций при  $b_{\alpha\beta} \rightarrow \infty$  асимптотическая форма распределений (квадратов матричных элементов, инклюзивных распределений, сечений) распадается на произведения вида

$$W(b_{\alpha k}, b_{\alpha\beta}, b_{\beta k}, \dots) \rightarrow W^\alpha W^\beta \dots$$

Множители  $W^\alpha$ ,  $W^\beta$ ,  $W^\gamma, \dots$  не вполне независимы. Величины являются сторонами треугольника в неевклидовом пространстве. При  $b_{\alpha\beta} \rightarrow \infty$  в системе  $\mathbf{V}_\alpha = 0$  имеем

$$\begin{aligned} b_{\alpha\beta} &= 2(V_\beta^0 - 1) \rightarrow \infty, & b_{\alpha k} &= 2(U_k^0 - 1), \\ b_{\beta k} &\rightarrow 2V_\beta^0(U_k^0 - U_k^L) = b_{\alpha\beta} x_k \rightarrow \infty, \end{aligned} \quad (\text{П.24})$$

где  $x_k$  — переменная светового конуса:  $x_k = U_k^0 - U_k^L = U_k^0 - \sqrt{(U_k^0)^2 - 1} \cos \theta_k$ . При использовании пространства скоростей необходимо учитывать границы изменения интервалов, следующие из свойств самой геометрии. Интервалы между любыми из трех точек пространства  $\text{ch } \rho_{12}$ ,  $\text{ch } \rho_{13}$  и  $\text{ch } \rho_{23}$  связаны соотношениями:

$$\text{ch } \rho_{23} = \text{ch } \rho_{12} \text{ch } \rho_{13} - \text{sh } \rho_{12} \text{sh } \rho_{13} \cos \theta_{23}, \quad |\cos \theta_{23}| \leq 1.$$

Отсюда следуют границы изменения интервала  $\text{ch } \rho_{23}$ :

$$(\text{ch } \rho_{23})_{\min}^{\max} = \text{ch } \rho_{12} \text{ch } \rho_{13} \pm \text{sh } \rho_{12} \text{sh } \rho_{13} = \text{ch } (\rho_{12} \pm \rho_{13}).$$

Объединяя условия  $|\cos \theta_{12}| \leq 1$ ;  $|\cos \theta_{13}| \leq 1$ ;  $|\cos \theta_{23}| \leq 1$ , получаем условие для границ изменения переменных:

$$\text{ch}^2 \rho_{12} + \text{ch}^2 \rho_{13} + \text{ch}^2 \rho_{23} - 2 \text{ch } \rho_{12} \text{ch } \rho_{13} \text{ch } \rho_{23} = 1,$$

или в переменных  $b_{ik}$ :

$$b_{12}^2 + b_{13}^2 + b_{23}^2 - b_{12}b_{13}b_{23} - 2(b_{12}b_{13} + b_{12}b_{23} + b_{13}b_{23}) = 0.$$

Это уравнение геометрически представляет собой гиперboloид в системе координат  $b_{12}$ ,  $b_{13}$ ,  $b_{23}$ , поверхность которого касается координатных

плоскостей вдоль линий  $b_{12} = b_{13}$ ,  $b_{12} = b_{23}$ ,  $b_{13} = b_{23}$ . В радиальных быстрах граница выражается особенно просто:

$$(\rho_{23})_{\min}^{\max} = |\rho_{12} \pm \rho_{13}|; \quad (\rho_{13})_{\min}^{\max} = |\rho_{12} \pm \rho_{23}|; \quad (\rho_{12})_{\min}^{\max} = |\rho_{23} \pm \rho_{13}|.$$

Принцип автомодельности второго рода формулируется так:

$$W(b_{\alpha k}, b_{\alpha\beta}, b_{\beta k}) \rightarrow \frac{1}{b_{\alpha\beta}^n} W^\alpha \left( b_{\alpha\beta} \frac{b_{\beta k}}{b_{\alpha\beta}} \right), \quad \frac{b_{\beta k}}{b_{\alpha\beta}} \rightarrow x_k, \quad (\text{П.25})$$

$x_k$  — переменная светового конуса. Границы применимости закона (П.25) и показатель степени  $n$  определяются экспериментально. В механике сплошных сред (П.25) носит название «промежуточная асимптотика». Величина  $W = b_{\alpha\beta}^n W$  при фиксированных  $b_{\alpha k}$  и  $x_k$  (параметрах подобия) остается неизменной при изменении всех остальных параметров, включая  $b_{\alpha\beta}$ , подобной самой себе (автомодельной).

Объединение принципа ослабления корреляций и (П.25) приводит к общей закономерности для двух кластеров:

$$W(b_{\alpha\beta}, b_{\alpha k}, b_{\alpha j}, b_{\beta k}, b_{\beta j}) = \frac{1}{b_{\alpha\beta}^n} W^\alpha \left( b_{\alpha k} \frac{b_{\beta k}}{b_{\alpha\beta}} \right) W^\beta \left( b_{\beta j} \frac{b_{\alpha j}}{b_{\alpha\beta}} \right). \quad (\text{П.26})$$

Формула (П.26) и аналогичные ей, полученные на основе симметричного подхода, определяют структуру законов множественного рождения частиц, сильно ограничивая модельные представления.

В разд.4 приведены характерные экспериментальные данные по распределению частиц в зависимости от переменной  $b_k = -(V_\alpha - U_k)^2$  внутри кластеров:

$$F(b_k) = \int W^\alpha d\Omega_k, \quad F(x_k) = \int W^\alpha db_k d\varphi_k,$$

$$T_k = \frac{m_k b_k}{2}, \quad d\Omega_k = \sin \Theta_k d\Theta_k d\varphi,$$

$$W^\alpha = \frac{1}{N_0} \frac{2}{m_k^2} \frac{d^3 N}{\sqrt{b_k + b_k^2/4} db_k d\Omega_k} = \frac{1}{N_0} \frac{2}{m_k^2} \frac{d^3 N}{db_k dx_k d\varphi_k},$$

нормировка

$$\frac{1}{N_0} \int \frac{dN}{d\tau_k} d\tau_k = 1.$$

Универсальность функций  $W^\alpha$ ,  $W^\beta \dots$  в широкой области  $b_{ik}$  позволяет говорить о локальной автомодельности распределений в пространстве скоростей. Однако параметризация экспериментальных данных на основе формулы (П.26) в области  $b_{I\Pi} \leq 15$  нуждается в дальнейшем изучении, т.к. в этой области параметры кластеров отличаются от асимптотических значений  $b_{I\Pi} \geq 20$ .

Помимо инвариантов, выражаемых через скалярные произведения векторов скорости  $(U_i, U_k)$ , можно ввести антисимметричные тензоры — комбинации векторов скорости, в частности, векторные произведения:

$$A_{jk}^{\gamma\delta} = U_i^\gamma U_k^\delta - U_i^\delta U_k^\gamma.$$

Векторная алгебра в пространстве скоростей\* пока не получила широкого применения для анализа экспериментальных данных. Однако у этих применений хорошая перспектива как для создания геометрических образов (например, относительные ориентации линий, плоскостей, тетраэдров), так и для обнаружения новых закономерностей, особенно в области поляризационных явлений на кварк-глюонном уровне.

Авторы благодарны за дополнительную поддержку данной работы отделом физики многочастичных систем ФИАН и грантами РФФИ №96-02-18728, №96-15-96423.

\* \* \*

Настоящая статья подводит итог нашим работам за последние 10—15 лет. Однако становление и развитие релятивистской ядерной физики, которой недавно исполнилось четверть века, протекало в крупнейших лабораториях мира, и этому направлению посвящено количество статей, измеряемое четырехзначными цифрами. Это касается не только экспериментов, но и многочисленных теоретических работ, особенно по ядерной хромодинамике, которой мы здесь практически не касаемся.

---

\*Изложение применений грасмановой алгебры для векторов в пространстве скоростей, ориентированное на физиков, представлено в препринте: G.C.Wick — «Visual aids to relativistic kinematics», CERN 73-3, 1973, Geneva.

Журнал ЭЧАЯ уделял релятивистской ядерной физике постоянное внимание с момента ее зарождения в Дубне. Направляя эту статью в выпуск ЭЧАЯ, посвященный М.А.Маркову, отметим постоянную поддержку им релятивистской ядерной физики. В качестве академика-секретаря Отделения ядерной физики Академии наук СССР и как государственный человек, он оказал сильное влияние на создание первых основных сооружений и установок релятивистской ядерной физики. М.А.Марков, как человек широких взглядов на науку и философского склада ума, был родоначальником школ и многих направлений в современной физике. Он был первым физиком-теоретиком, который еще в середине 40-х годов понял, что прогресс квантовой теории поля будет обусловлен физикой высоких энергий, и предложил еще до создания ускорителей программы экспериментов для первых синхротронов и для дубненского синхрофазотрона. Эти программы и сейчас вызывают чувство восхищения его прозорливостью, силой предвидения путей развития теоретической физики. Среди идей М.А.Маркова, оказавших влияние на работы по релятивистской ядерной физике, необходимо отметить следующие.

— Еще в 1935 году он с помощью теории групп впервые получил все законы сохранения теории Дирака. Эти работы высоко оценил В.Паули.

— М.А.Марков — один из пионеров составных моделей элементарных частиц. Он развил представление о гиперонах как возбужденных состояниях нуклонов и предложил одну из первых систематик элементарных частиц. На основе этой модели предсказал существование тяжелых мезонов и барионных резонансов.

— Дал принцип описания релятивистских протяженных систем (концепция Маркова — Юкавы).

— Впервые выдвинул гипотезу о том, что полные сечения рассеяния лептонов на нуклонах с ростом энергии стремятся к сечениям рассеяния точечных частиц (1964 г.). Это предсказание лежит в основе современных партон-кварковых представлений.

И, наконец, впечатления от личного общения с этим высокоинтеллигентным человеком, имевшим оригинальные точки зрения не только на судьбы науки, но и на судьбы человечества, на деятельность научной общественности по развитию идей в борьбе за мир, не поддаются кратким характеристикам. К счастью, М.А.Марков успел написать последнюю свою книгу «Размышляя о физиках... о физике... о мире...» (М.: Наука, 1993), которая дает представление об этой многогранной личности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Балдин А.М.** — ЭЧАЯ, 1977, т.8, вып.3, с.429.
2. **De Groot S.R., van Leeuwen W.A., van Weert Ch.G.** — Relativistic Kinetic Theory. Principles and Applications. North-Holland Publ. Company. Amsterdam — New-York — Oxford, 1980 (пер. с англ. М.: Мир, 1983).
3. **Ландау Л.Д.** — Изв. АН СССР, сер. физ., 1953, т.17, с.51.
4. См., например, **Schmidt H.R., Schukraft J.** — Preprint GSI-92-19, Maerz, 1992.
5. **Birkhoff G.** — HYDRODYNAMICS. A Study in Logic, Fact and Similitude. Princeton University Press. 1960 (пер. с англ. М.: ИИЛ, 1963).
6. **Barenblatt G.I.** — Scaling, Selfsimilarity, and Intermediate Asymptotics. Cambridge University Press, 1996.
7. **Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.** — ДАН СССР, 1955, т.103, с.391; Nuovo Cimento, 1956, v.3, p.845.
8. **Ширков Д.В.** — ДАН СССР, 1982, т.263, с.64.
9. **Матвеев В.А., Мурадян Р.М., Тавхелидзе А.Н.** — Препринт ОИЯИ, P2-4578, Дубна, 1969; Lett. Nuovo Cimento, 1973, v.7, p.719.
10. **Bogolubov N.N.** — JINR Communication, JINR D-781, Dubna, 1958.
11. **Dirac P.A.M.** — Rev. Mod. Phys., 1949, v.21, No.3, p.392.
12. **Соловьев В.Г.** — Теория сложных ядер. М.: Наука, 1971, с.214.
13. **Baldin A.M.** — Nucl. Phys., 1985, v.A447, p.203c.
14. **Логунов А.А., Мествиришвили М.А., Петров В.А.** — ЭЧАЯ, 1983, т.14, вып.3.
15. **Балдин А.М., Балдин А.А.** — Краткие сообщения ОИЯИ 17-86, Дубна, 1986, с.19.
16. **Baldin A.M., Didenko L.A.** — Fortsch. Phys., 1994, v.38, p.261.
17. **Baldin A.M. et al.** — Z. Phys. C, 1989, v.33, p.363.
18. **Benecke J. et al.** — Phys. Rev., 1969, v.33, p.2159.
19. **Ставинский В.С.** — ЭЧАЯ, 1979, т.10, с.949.
20. **Schroeder L.S.** — Phys. Rev. Lett., 1979, v.43, p.1787.
21. **Балдин А.М.** — Краткие сообщения по физике ФИАН, 1971, №1, с.35.
22. **Балдин А.М., Панебратцев Ю.А., Ставинский В.С.** — ДАН СССР, 1984, т.279, с.1352.
23. **Балдин А.М. и др.** — Ядерная физика, 1990, т.52, вып.5(11), с.1427.
24. **Ангелов Н. и др.** — ОИЯИ P1-1224, Дубна, 1979.
25. **Ахабабян Н. и др.** — ОИЯИ P1-82-536, Дубна, 1982.
26. **Армутлийски Д. и др.** — ОИЯИ P1-86-263, Дубна, 1986.
27. **Гаврилов В.Б., Лексин Г.А.** — В сб.: X школа по физике ИТЭФ. Элементарные частицы. М.: Энергоиздат, 1983, вып.1, с.46.
28. **Abe F. et al.** — FERMI LAB-Pub-89/229-E [E-741/CDF].
29. **Балдин А.М.** — Доклады АН СССР, 1975, т.222, № 5, с.1064.
30. **Baldin A.A.** — Yad. Fiz., 1993, v.56, p.174.
31. **Baldin A.A.** — JINR Rapid Comm., No.4[78]-96, Dubna, 1996, p.61.
32. **Boyarinov S.V. et al.** — Yad. Fis., 1994, v.57, No.8, p.1452.
33. **Carroll J.** — Nucl. Phys., 1989, v.A488, p.2192.
34. **Shor A. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1989, v.62, p.2192.

35. **Baldin A.A. et al.** — Nucl. Phys., 1990, v.A519, p.407.
36. **Baldin A.A. et al.** — JINR Rapid Comm., 3-92, Dubna, 1992, p.20.
37. **Gavrishchuk O.P. et al.** — Nucl. Phys., 1991, v.A523, p.589.
38. **Bussiere A. et al.** — Nucl. Phys., 1980, v.B174, p.1.
39. **Stankus P. et al.** — Nucl. Phys., 1992, v.A544, p.603c.
40. **Schroter A. et al.** — Z. Phys., 1994, v.A350, p.101.
41. **Guettler K. et al.** — Phys. Lett., 1976, v.B64, p.111.
42. **Черников Н.А.** — ЭЧАЯ, 1973, т.4, с.773; Сообщение ОИЯИ P2-92-549, Дубна, 1992.